

МАТЕМАТИКА ДЛЯ АУДИТОРА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ
ПРЕДПРИЯТИЯ
(опыт применения методов
теории автоматического
регулирования для
моделирования экономических
объектов)**

Царьков В.А., к. т. н.

ВВЕДЕНИЕ

Исследования последних лет показывают, что динамика экономических систем различного уровня (отрасли, производственного и торгового предприятия, кредитной организации и других объектов экономики) адекватно описывается многозвенными операторными звеньями, охваченными положительными и отрицательными обратными связями.

Долгое время непреодолимым препятствием для восприятия экономистами динамических моделей являлось отсутствие экономической интерпретации динамической характеристики: постоянной времени инерционного звена τ . Автору неоднократно приходилось сталкиваться с возражениями типа: "Рассматриваемые модели не могут применяться в экономике, так как в них используется постоянная времени τ , не имеющая экономического смысла". На наш взгляд, сегодня уже не надо подробно разжевывать "технарский смысл" инерционности экономических процессов и возможности с помощью постоянной времени τ оценки временных экономических лагов и запаздываний.

Постоянная времени инерционного звена приобрела свой "экономический смысл". В экономической системе, описывающей динамику процесса непрерывного расширенного воспроизводства, постоянная времени тождественна времени оборачиваемости капитала $\tau_{об}$ [1-5]:

$$\tau = \tau_{об} \cdot$$

Рост капитала $K(t)$ в экономической системе воспроизводства с непрерывными потоками денежных поступлений и платежей описывается экспоненциальным уравнением:

$$K(t) = K_0 e^{(\beta p / \tau) t}, \quad (1)$$

где

K_0 – это начальный объем капитала в момент времени $t = 0$;

p – рентабельность, т. е. отношение прибыли к затратам;

β – коэффициент капитализации прибыли, показывающий какая доля прибыли направляется на увеличение капитала.

Эффективность воспроизводства капитала E , равная отношению прибыли $y_n(t)$ к текущей величине капитала $K(t)$, определяется соотношением:

$$E = y(t) / K(t) = p / \tau \cdot \quad (2)$$

Эти два уравнения являются фундаментальными, определяющими динамику роста экономической системы.

Однако с переходом к рыночной экономике все шире начинает применяться в практике экономических расчетов такая категория, как добавленная стоимость. Добавленная стоимость служит исходным показателем как для расчета цены продукции, доходности капитала, так и для формирования рентабельности. В связи с этим в данной статье разработана обобщенная модель с использованием этого показателя. Это вносит определенную новизну, а также необходимость разработки иной нетрадиционной системы показателей эффективности использования ресурсов предприятия, адекватных рыночной экономике. Последнее обстоятельство не означает отрицания показателей эффективности, основанных на рентабельности предприятия, тем более, все показатели оказываются взаимосвязанными.

1. КАПИТАЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И ФИНАНСОВЫЕ ПОТОКИ

Кругооборот капитала в экономической системе любого уровня по существу есть не что иное, как процесс, протекающий в системе, содержащей цепочку из звеньев, охваченных положительной обратной связью. Входное воздействие, в форме капитала, поступающее на вход первого звена, с выхода последнего звена через определенное время поступает снова на вход первого звена. Если при этом в процессе своего движения по цепочке экономических звеньев, например, производственного звена и звена реализации капитал увеличивается на величину добавленной стоимости, то такая система имеет тенденцию к расширенному воспроизводству, в общем случае с возрастанием капитала в соответствии с уравнением (1).

Несмотря на дискретность отдельных операций, при их относительно большом числе и одновременности они образуют финансовые потоки денежных поступлений и платежей.

При измерении финансовых потоков единица измерения имеет размерность [руб./единица времени]. Как правило, используется единица с размерностью [руб./год]. Потоки ресурсов образуются вследствие кругооборота капитала, образуемого собственными и привлеченными финансовыми ресурсами. Размерность единицы измерения ресурсов (капитала) – [руб.].

Отношение потоков к объему капитала служит характеристикой эффективности использования капитала. Экономические характеристики, измеряемые в форме отношения потока к объему ресурсов, имеют размерность [1/год] или [%/год]. Так, отношение потока добавленной стоимости y_d к производственным активам K_n является показателем их доходности E_d , измеряемой в относительных единицах размерностью [1/год].

$$E_d = y_d / K_n \quad [1/\text{год}],$$

либо в процентах годовых:

$$E_d = y_d \cdot 100 \% / K_n \quad [\%/\text{год}].$$

Отношение потока платежей y_u за привлекаемые (заемные ресурсы) K_{np} может служить мерой стоимости ресурсов, измеряемой в относительных единицах E_{np} :

$$E_{np} = y_u / K_{np} [1/\%год].$$

или в процентах годовых на 1 руб. привлекаемых ресурсов

$$E_{np} = y_u * 100 \% / K_{np} [\%/год].$$

Таким же образом можно учитывать расходы предприятия. Подсчитав величину потока хозяйственных расходов y_{xp} , учитываемых в составе добавленной стоимости, и объем активов K_n , можем вычислить относительное значение расходов на 1 руб. активов

$$E_{xp} = y_{xp} / K_n [1/\%год].$$

либо расходность в процентах годовых на рубль активов

$$E_{xp} = y_{xp} * 100 \% / K_n [\%/год].$$

Величину E_{xp} по аналогии с доходностью E_d будем называть расходностью, либо относительным или процентным коэффициентом внутрихозяйственных расходов, либо нормой расходности (на руб. активов).

Если ввести по аналогии также понятие прибыльности E_n , то будем иметь возможность определять эффективность работы предприятия из уравнения

$$E_n = E_d - E_{xp} - E_{np.a} \quad (3)$$

где

$E_{np.a} = y_u / K_n [1/\%год]$. - это относительная стоимость привлеченных ресурсов на 1 руб. производственных активов.

Определим взаимосвязь $E_{np.a}$ с E_{np} . Введем обозначения:

K_{cp} - объем собственных средств (активов) предприятия;

$\alpha_{np} = K_{np} / K_{cp}$ - коэффициент привлечения ресурсов.

$$K_n = K_{cp} + K_{np} = K_{cp} (1 + \alpha_{np}). \quad (4)$$

Из совместного рассмотрения (3) и (4) с учетом принятых обозначений несложно получить уравнение

$$E_n = E_d - E_{xp} - E_{np} \alpha_{np} (1 + \alpha_{np}). \quad (5)$$

Уравнение (5) по существу характеризует статическую потоковую модель предприятия. Оно не отражает динамику изменения прибыльности.

Вычислить показатели, входящие в уравнение, не представляет особых затруднений. Из оборотно-сальдовой балансовой ведомости можно подсчитать за определенный период, например, за месяц, цифры дохода, внутрихозяйственных расходов, процентные выплаты по привлечению ресурсов, а также средние за месяц объемы привлеченных средств и собственного капитала.

Для вычисления (приближенного) годовых потоков доходов (расходов) показатели ежемесячные умножаются на 12. Например, вычислив доход банка $(y_d)_{мес}$, доходность в процентах годовых нетрудно подсчитать по формуле

$$E_d = (y_d)_{мес} * 12 * 100 \% / K_n [\%/год]. \quad (6)$$

2. ДИНАМИЧЕСКАЯ ПЯТИЗВЕННАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДПРИЯТИЯ

Главным исходным допущением при конструировании блок - схемы динамической модели является непрерывный характер потоков денежных поступлений на счета и платежей предприятия (в дальнейшем слово поток чаще будет опускаться). Такое допущение справедливо, если имеет место достаточно большой объем финансовых операций и средние показатели вычисляются на достаточно большом промежутке времени, например, равном одному месяцу.

Интегральные характеристики предприятия, такие как ежемесячные доход, расходы, средняя величина собственного основного и оборотного капитала, привлеченных ресурсов, и др., являются достаточно стабильными агрегированными экономическими показателями их деятельности, характерными для детерминированной системы. Очевидно, такое предприятие правомерно рассматривать как детерминированную систему, параметры которой имеют свою динамику, взаимозависимость и свою траекторию изменения во времени, которую возможно в принципе как прогнозировать, так и планировать.

На рис. 1 представлена обобщенная блок-схема динамической модели воспроизводства производственного капитала предприятия (основного и оборотного), построенная на основе методов, применяемых в теории автоматического регулирования.

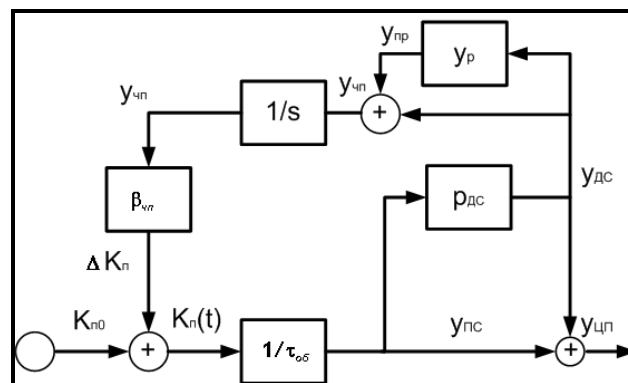


Рис.1. Обобщенная пятизвенная модель предприятия

Для экономистов, как правило, незнакомых с методами моделирования систем автоматики, кратко поясним существо метода.

В модели денежные ресурсы (запасы) и финансовые потоки ресурсов представляются в виде векторов на входе и выходе операторных звеньев. Вектор на выходе звена равен произведению входного вектора на передаточный коэффициент звена. Операция дифференцирования имеет передаточную функцию s , а операция интегрирования – $1/s$. Передаточный коэффициент многозвенной системы представляется в виде алгебраической функции от комплексной переменной s . Эта функция называется изображением функции оригинала от аргумента времени t .

Переход от функции-изображения к функции-оригинала выполняется по правилам операционного исчисления Лапласа (Лапласа-Карлсона). Таким образом, метод определения временной зависимости вектора состоит из

двух этапов: сначала вычисляется операторное уравнение для вектора в виде функции от аргумента s , после чего по таблице соответствия находится временная функция вектора.

По существу модель строится в соответствии со структурой, адекватной системе интегро-дифференциальных уравнений, описывающих изучаемый объект.

Модель, представленная на рис.1, содержит минимальный набор агрегированных показателей, определяющих динамику роста (убывания) производственного капитала предприятия.

Она содержит следующие звенья (операторы):

- звено себестоимости с коэффициентом передачи $1/\tau_{об}$, преобразующее вектор производственных активов K_n в вектор потока перенесенной себестоимости $y_{пс}$;
- звено добавленной стоимости с коэффициентом передачи $p_{дс}$, преобразующее вектор перенесенной себестоимости в вектор потока добавленной стоимости;
- звено текущих расходов с коэффициентом передачи $\gamma_{тр}$, преобразующее вектор потока добавленной стоимости $y_{дс}$ в вектор текущих расходов $y_{тр}$ (расходы на зарплату, амортизацию, налоги, отчисления в различные фонды)
- интегрирующее звено в цепи обратной связи с коэффициентом передачи $1/s$, преобразующее вектор потока $y_{чп}$ в вектор чистой прибыли $y_{чп}$ нарастающим итогом;
- звено капитализации чистой прибыли с коэффициентом передачи β_n , преобразующее чистую прибыль $y_{чп}$ в прирост производственного капитала предприятия ΔK_n .

В блок-схеме в наглядном виде зафиксирована следующая система уравнений.

производственный капитал $(K_n(t)) =$
=капитал при $t=0$ (K_{n0}) **+ коэффициент**
капитализации чистой прибыли (β_n) **×**
интеграл от потока чистой прибыли $(y_{чп})$;
чистая продукция $(y_{чп}) =$ **добавленная**
стоимость $(y_{дс})$ **– текущие расходы** $(y_{тр})$;
цена продукции предприятия $(y_{чп}) =$
=перенесенной себестоимости $(y_{пс})$ **+**
добавленная стоимость $(y_{дс})$.

Особенностью модели является свойство ее саморазвития после подачи вектора собственного начального капитала K_{n0} . При выполнении равенства $K_{n0}=0$, система остается в режиме покоя, все другие векторы равны нулю. После подачи на вход модели $K_{n0} > 0$, система переходит из состояния покоя в состояние динамического развития. Величина каждого вектора будет изменяться со временем. Характер траектории изменения векторов будет зависеть от параметров операторов, входящих в блок-схему модели.

Для любого вектора из блок - схемы можно вычислить аналитические выражения траектории их изменения во времени.

Не будем останавливаться на процедуре математических выкладок. Прежде чем перейти к уравнениям векторов введем следующие обозначения:

$$\beta_n = \beta_{чп} (1 - \gamma_{тр}) , \quad (7)$$

где

β_n – это коэффициент капитализации добавленной стоимости, показывающий долю добавленной стоимости, направляемую на увеличение капитала.

$$E_n = p_{дс} / \tau_{об} \quad (8)$$

где

E_n – коэффициент эффективности использования производственного капитала.

Ниже покажем, что он равен отношению добавленной стоимости к величине капитала;

$$\vartheta(t) = \exp \beta_n t , \quad (9)$$

где

$\vartheta(t)$ – временной множитель, определяющий экономическую динамику предприятия. Ниже запишем конечный результат вычислений для каждого вектора:

$$y_{пс} = (K_{n0} / \tau_{об}) \vartheta(t) ; \quad (10)$$

$$y_{дс} = K_{n0} (p_{дс} / \tau_{об}) \vartheta(t) ; \quad (11)$$

$$y_{чп} = (1 - \gamma_{тр}) (p_{дс} / \tau_{об}) K_{n0} \vartheta(t) ; \quad (12)$$

$$y_{тр} = y_{пс} + y_{дс} = (K_{n0} (1 + p_{дс}) / \tau_{об}) \vartheta(t) ; \quad (13)$$

$$\Delta K_n(t) = K_{n0} (\vartheta(t) - 1) ; \quad (14)$$

$$K_n(t) = K_{n0} \vartheta(t) . \quad (15)$$

Рассмотрев совместно уравнения (11) и (15) получим:

$$E_n = p_{дс} / \tau_{об} = y_{дс} / K_n(t) . \quad (16)$$

Последняя формула раскрывает сущность показателя E_n и его взаимосвязь с добавленной стоимостью и оборачиваемостью капитала предприятия.

Из (16) несложно получить уравнение (1). Доказательство предоставим читателю, обратив его внимание, что из схемы на рис.1 очевидно равенство для рентабельности предприятия $p = (1 - \gamma_{тр}) p_{дс}$, соответственно, прибыльность

$$E_n = (1 - \gamma_{тр}) E_n .$$

Полученные уравнения (10) – (16) наглядно иллюстрируют экспоненциальный характер траектории роста экономики предприятия.

Введем обозначение темпа роста капитала предприятия:

$$\omega = dK_n(t) / (dt K_n) . \quad (17)$$

Из совместного рассмотрения (8), (9), (16) и (17) получим:

$$\omega = \beta_n E_n = \beta_n p_{дс} / \tau_{об} . \quad (18)$$

Таким образом, темп роста капитала равен произведению коэффициента капитализации добавленной стоимости и коэффициента добавленной стоимости, деленному на время оборачиваемости капитала предприятия.

Для понимания экономической динамики важно четко представлять, что для экономического роста требуется одновременное выполнение 2-х условий:

- 1) $\beta_d > 0$;
- 2) $E_d > 0$.

Расширенное воспроизводство капитала невозможно реализовать, если эффективность использования капитала E_d или коэффициент капитализации β_d не будут положительными величинами. При $\beta_d = 0$ темп роста капитала $\omega = 0$. Если при этом выполняется неравенства $E_d > 0$ и $(1 - \gamma_d) > 0$, то предприятие будет функционировать в режиме простого воспроизводства.

При отрицательном $\beta_d < 0$ величина капитала будет убывать со временем. Такой режим воспроизводства можно назвать деградирующим.

3. УПРОЩЕННЫЙ РАСЧЕТ ДИНАМИКИ

Временной множитель $\vartheta(t)$, определяющий динамику роста предприятия, представляет экспоненциальную функцию от времени, которую можно упростить без большой потери в точности вычисления для относительно небольших временных периодов.

Произведем следующие простые преобразования уравнения (9):

$$\vartheta(t) = \exp \beta_d E_d t = \exp \beta_d p_{dc} t / \tau_{os} = (\exp \beta_d p_{dc})^{t/\tau_{os}}.$$

Выражение в скобках разложим в ряд Маклорена, оставив первые два члена, в результате будем иметь:

$$\vartheta(t) \cong (1 + \beta_d p_{dc})^{t/\tau_{os}}. \tag{19}$$

В показателе степени теперь имеем число циклов оборачиваемости капитала, равное t / τ_{os} , а в скобках процент наращивания капитала за один цикл.

Дальнейшее упрощение с применением разложения в ряд Маклорена, уже к выражению (20), получим:

$$\vartheta(t) \cong (1 + \beta_d p_{dc} t / \tau_{os}) = (1 + \beta_d E_d t). \tag{20}$$

Равенство (20) позволяет вычислить рост капитала по "формуле сложных процентов", а равенство (21) по "формуле простых процентов". Оба равенства можно рассматривать как частные случаи, вытекающие из общей модели воспроизводства капитала в экономических процессах производства и реализации продукции предприятия.

4. ОБОСНОВАНИЕ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Основным допущением в рассматриваемой модели является линейная зависимость потока перенесенной стоимости в составе общей выручки предприятия от величины производственных ресурсов. Поток пропорционален частоте $1 / \tau_{os}$ оборачиваемости ресурсов. С позиции теории автоматического регулирования это утверждение, строго говоря, не является очевидным, если принять во внимание непрерывность потоков платежей и поступлений. Следует учесть также, что в модели на рис. 1 отсутствует цепь обратной связи, показывающая кругооборот капитальных ресурсов.

Модель адекватная более строгой постановке задачи представлена на рис. 2. В этой модели ресурсы поступают на вход звена дифференцирования, преобразующего запасы ресурсов в поток перенесенной стоимости (платежи за комплектующие, затрачиваемую энергию и прочие затраты, содержащие НДС), вектор которого, в свою очередь, поступает на вход инерционного звена первого порядка с постоянной времени τ . Инерционное звено призвано учесть время, затрачиваемое на производство и реализацию продукции предприятия, то есть учесть инерционность процесса движения капитала в процессе его оборота. С выхода инерционного звена капитал в виде денежных платежей средств (после реализации продукции предприятия) возвращается через интегрирующее звено на входное суммирующее устройство.

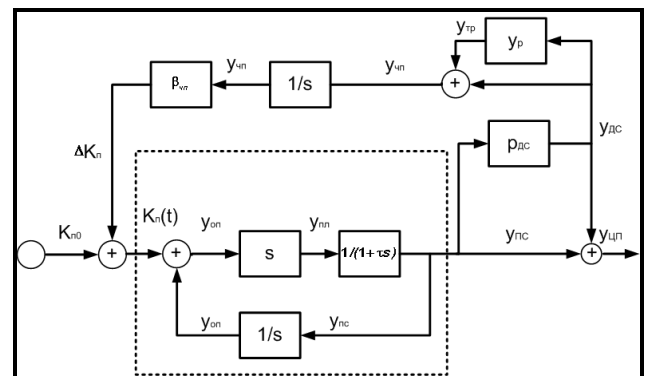


Рис. 2. Двухконтурная блок-схема модели предприятия

В блок-схеме на рис. 2 выделены два контура обратной положительной связи: контур, отображающий оборот капитала и контур, учитывающий прирост капитала. Вектор $y_{оп}$ представляет оборот денежных платежей от реализаций продукции предприятия нарастающим итогом за минусом добавленной стоимости, а $y_{оп}$ суммарный оборот с учетом капитала предприятия. Вычислим $y_{пс} / K_{np}$, иначе говоря, определим коэффициент передачи для части схемы, очерченной пунктирной линией.

На основе теории систем с обратной связью коэффициент передачи определяется из формулы:

$$(y_{пс} / K_{np}) = K_{np}(s) / (1 - K_{ос}(s)K_{np}(s)), \tag{21}$$

где

$K_{np}(s)$ – коэффициент передачи прямого канала;

$K_{ос}(s)$ – коэффициент передачи канала обратной связи.

Для контура, очерченного пунктиром в схеме на рис. 2 имеем:

$$K_{np}(s) = s / (1 + \tau s); \tag{22}$$

$$K_{ос}(s) = 1 / s. \tag{23}$$

После подстановки (22) и (23) в (21) получим:

$$(y_{пс} / K_{np}) = 1 / \tau. \tag{24}$$

По определению $(y_{пс} / K_{np})$ равен частоте оборачиваемости производственного капитала, то есть обрат-

ной величине времени оборачиваемости, из чего следует равенство:

$$\tau = \tau_{ос} \cdot \quad (25)$$

Таким образом, блок - схема на рис. 2 эквивалентна блоку - схеме на рис.1, а постоянная времени инерционного звена равна времени оборачиваемости капитала.

5. ВОЗМОЖНОСТИ ПРАКТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ

Агрегированные показатели, используемые в модели, определяются из бухгалтерского баланса предприятия. Целесообразно воспользоваться ежемесячными данными: ежемесячным доходом, расходами, среднедневными величинами собственных производственных активов и привлеченных ресурсов.

Добавленная стоимость определяется как разность между платежами за реализованную продукцию и платежами за перенесенную стоимость (комплектующие, энергозатраты, платежи за коммунальные услуги, за услуги сторонних предприятиях и прочие платежи, содержащие оплату налога с добавленной стоимости).

Для вычисления коэффициента затрат γ_d суммируются расходы на оплату труда, платежи в налоговые органы, в различные фонды, процентные расходы за привлеченные ресурсы. Полученная сумма делится на величину добавленной стоимости. Величина коэффициента капитализации чистой продукции $\beta_{чп}$ зависит от ежемесячных платежей дивидендов, спонсорских расходов и других платежей, уменьшающих долю чистой продукции, направляемую на увеличение собственного капитала предприятия. При отсутствии этих платежей $\beta_{чп} = 1$, при этом коэффициент капитализации добавленной стоимости становится равным $\beta_d = (1 - \gamma_p)$.

Относительную трудность может вызвать расчет среднедневной величины производственного капитала, состоящего, как правило, из собственных активов

(производственные фонды, оборотные средства) и привлеченных ресурсов. Расчет потребует определения ежедневного сальдо по счетам активов и привлеченных ресурсов и расчета среднедневного сальдо за месяц. Для такого расчета можно рекомендовать использовать специализированные программы.

Относительная простота определения агрегированных показателей, используемых в модели, позволяет применить ее при составлении бюджета предприятия на плановый период с определением этих показателей на каждый месяц. Модель ориентирует руководство предприятия на осуществление контроля и управления ограниченным числом важнейших показателей, определяющих его развитие.

Литература

1. Царьков В.А. О проблеме единого критерия оценки экономической эффективности научно-технической и производственной деятельности. - М.: Институт экономики АН СССР, Научный Совет по экономическим проблемам научно-технической революции препринт доклада, Москва 1982 г. - 25 стр., 4 илл.
2. Царьков В.А. Использование методов теории автоматического управления при построении и анализе динамических моделей экономики производства. - Журнал "Измерения Контроль Автоматизация. ISSN - 2295, №4 1984 г. - стр.66-78.
3. Царьков В.А. Экономическая динамика и эффективность капитальных вложений. ISBN5-89463-001-0. - М.: ЛЕКСИКОН, 1997 г.—104 стр., 21 илл
4. Царьков В.А. Агрегированная динамическая модель банка. - Журнал "Банки и технологии", РЕГ. №012846, №3 1998 г. - стр. 66-71.
5. Царьков В.А. Моделирование экономической динамики банка. - Журнал "Банковское дело". РЕГ. №012296, №6 2000 г. - стр. 25-30.
6. Царьков В.А. План-прогноз на основе модели экономической динамики банка. - Журнал "Банковское дело". РЕГ. №012296, №12 2000 г. - стр. 25-28.