

## ПРОБЛЕМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

### ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ В СИСТЕМЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ФИНАНСОВЫМИ АКТИВАМИ

Смоляк С.А., д.э.н., профессор

Центральный экономико-математический институт РАН

Исследуется модель оптимального управления активами фирмы в детерминированной ситуации (т.е. при полной информации), позволяющая уточнить и модифицировать традиционное определение ставки дисконта как наибольшей доходности альтернативных направлений инвестирования.

Показывается, что в общем случае ставка дисконта, определяемая как темп падения оценок денег в оптимальном плане, переменна во времени и зависит не только от общей ситуации на рынке, но и от финансового положения фирмы.

Построенная модель позволяет сформулировать точные условия финансовой реализуемости проекта и обосновать вид критерия его эффективности. Оказывается, что критерий эффективности отличается от чистого дисконтированного дохода (ЧДД, NPV) — помимо дисконтированной суммы денежных потоков проекта, он должен учитывать и рыночную стоимость создаваемых по проекту основных фондов.

#### 1. ДИСКОНТИРОВАНИЕ И НАПРАВЛЕНИЯ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

Рассмотрим некоторого экономического субъекта (далее — фирма), вкладывающего средства в реальные или финансовые инвестиционные проекты. Для того, чтобы принять решение об участии в том или ином проекте, фирма должна оценить его эффективность. Соответствующие расчеты обычно производятся на основе анализа связанных с проектом соответствующих денежных потоков (потоков денежных поступлений и расходов) — “технология” их расчетов изложена в [1, 2]. Существенно, что такие потоки обычно охватывают несколько лет и мы далее будем считать их точно известными. Таким образом, факторы риска и неопределенности (неполноту или неточность информации о денежных поступлениях и расходах) учитываться не будут.

При анализе протяженных во времени денежных потоков необходимо учитывать, что разновременные доходы/расходы для фирмы неравноценны. Учет этой неравноценности обычно производится путем дисконтирования денежных потоков и в этих целях фирма использует специальный норматив — *ставку дисконта* (в западной литературе — *discount rate*, что иногда переводится как *норма дисконта*). Критерий эффективности проекта (чистого дисконтированного дохода, ЧДД, NPV) при этом описывается известной формулой:

$$ЧДД = \sum_t \alpha_t f_t, \quad (1)$$

где

$f_t$  — чистый доход (разность между денежными поступлениями и расходами) по проекту на  $t$ -м интервале времени (шаге, году);

$\alpha_t$  — коэффициент дисконтирования для  $t$ -го интервала времени.

Критериальный характер показателя ЧДД проявляется в том, что:

- если ЧДД проекта отрицателен, проект рассматривается как неэффективный и не рекомендуется для реализации, в противном случае проект оценивается как эффективный и рекомендуется для реализации;
- из нескольких альтернативных проектов (или вариантов одного проекта) более эффективным и рекомендуемым к реализации считается тот, у которого ЧДД больше.

Обычно ставка дисконта  $E$  считается неизменной во времени, и тогда (если все шаги имеют одинаковую длительность, а период реализации проекта начинается с шага 0) коэффициенты дисконтирования определяются по формуле:

$$\alpha_t = \frac{1}{(1 + E)^t}.$$

Чрезвычайно важно, что при использовании таких коэффициентов дисконтирования критериальный показатель интегрального эффекта обладает следующими свойствами:

- знак интегрального эффекта проекта (и, тем самым, вывод об эффективности или неэффективности проекта) не зависит от того, в каком году начинается реализация проекта;
- при более позднем начале проекта его интегральный эффект уменьшается. Иными словами, более позднее начало эффективного проекта экономически нецелесообразно.

В более общем случае ставка дисконта на каждом шаге своя. Здесь связь ставок дисконта и коэффициентов дисконтирования имеет следующий вид:

$$\alpha_t = \frac{1}{\prod_{s=1}^t (1 + E_s)}, E_t = \frac{\alpha_{t-1}}{\alpha_t} - 1. \quad (2)$$

В детерминированной ситуации, которую мы далее рассматриваем, под ставкой дисконта для фирмы обычно понимается *максимальная доходность альтернативных и доступных для этой фирмы инвестиций*. Тем самым эта ставка рассматривается как характеристика взаимоотношений фирмы с окружающей ее экономической средой. Однако такое определение недостаточно конструктивно, поскольку из него не видно, какие именно альтернативные инвестиции должны приниматься во внимание. Эта нечеткость создает затруднения при практических оценках ставки дисконта.

Например, альтернативными и доступными чаще всего являются вложения средств на депозит или в долгосрочные государственные ценные бумаги. Поэтому обычно ставка дисконта принимается равной ставке депозитного процента или доходности государственных облигаций. Но какую именно ставку или доходность надо принимать, если эти показатели со временем меняются, если доходность годовых депозитов меньше, чем доходность двухлетних, и т.п.?

Далее, нередко в “инвестиционном портфеле” фирмы имеются и конкретные инвестиционные проекты, некоторые из которых обеспечивают более высокую доходность, чем депозиты. Поэтому часто спрашивают, а почему бы при оценке данного проекта в качестве ставки дисконта не принять наибольшую доходность других, альтернативных проектов. И, если так

можно поступить, то как учесть, что участие в соответствующем альтернативном проекте доступно для фирмы только в данном году (например, потому, что в следующем году реализация такого проекта либо невозможна, либо приводит к иным денежным потокам)? Эти и подобные вопросы рассмотрены в [2], где показана некорректность использования максимальной доходности альтернативных реальных инвестиционных проектов в качестве ставки дисконта. Приведем лишь один из примеров, подтверждающих это.

**Пример 1.** Предположим, что имеются всего три возможности инвестирования: депозит, дающий доходность 10% годовых, проект А, требующий вложений 100 и дающий после этого постоянный годовой доход 30, и альтернативный проект Б, требующий вложений 250 и дающий после этого постоянный годовой доход 51. При ставке дисконта 10% ЧДД проекта А составит  $30/0,1 - 100 = 200$ , ЧДД проекта Б —  $51/0,1 - 250 = 260$ . Если верить этим расчетам, то фирме следует реализовать проект Б.

Пусть, однако, при оценке этого проекта фирма приняла ставку дисконта равной доходности проекта А, т.е. 30%. Тогда ЧДД проекта Б будет отрицательным:  $51/0,3 - 250 = -80$ . Казалось бы, от проекта Б надо отказаться. Это подтверждает и аналогичный расчет по проекту А. Действительно, приняв ставку дисконта 20%, равной доходности проекта Б, найдем, что ЧДД проекта А положителен и составляет  $30/0,2 - 100 = 50$ .

Между тем, отказ от реализации проекта Б для фирмы невыгоден. Чтобы в этом убедиться, предположим, что в момент принятия решения фирма располагает свободными денежными средствами в объеме 300. Оценим последствия каждого из ее возможных решений:

- если фирма реализует проект А, она вложит в проект 100, а оставшиеся 200 придется положить на депозит. В результате она будет получать годовой доход  $30 + 200 \times 0,1 = 50$ ;
- если фирма реализует проект Б, она вложит в проект 250, а оставшиеся 50 придется положить на депозит. В результате она будет получать годовой доход  $51 + 50 \times 0,1 = 56$ .

Таким образом, реализуя проект Б, фирма будет получать большие доходы, чем при отказе от этого проекта.

Более детальный анализ данного примера показывает, что доходность вложений в альтернативный реальный инвестиционный проект нельзя отражать в ставке дисконта потому, что этот проект неделим и нетиражируем, так что вложения в него можно осуществить только в фиксированном объеме и в фиксированный момент времени. С другой стороны, пытаясь разобраться в примере, мы вынуждены были рассмотреть “узкую” задачу сравнения двух альтернатив как элемент более “широкой” задачи рационального управления свободными денежными средствами фирмы.

В этой связи указанное выше “традиционное” определение ставки дисконта потребовало уточнения. В результате в [2] эта ставка определяется несколько иначе — как *максимальная доходность альтернативных и доступных для этой фирмы направлений инвестирования*. При этом под “направлениями инвестирования” предложено понимать *делимые и тиражируемые инвестиционные проекты, в которые*

*можно вкладывать любой объем средств в любой момент времени.*

При таком определении, действительно, конкретный проект, который можно осуществить только один раз и только в данном году, не будет считаться направлением инвестирования, и его доходность не будет учтена в ставке дисконта. К сожалению, под такое определение не попадают и “обычные” вложения средств на депозиты, поскольку депозитные ставки нестабильны во времени, так что проект “вложить средства в Сбербанк РФ” дает одну доходность сегодня и совсем другую — через год. Аналогично не будут “направлениями инвестирования” и вложения в ценные бумаги (например, потому, что такие бумаги могут быть срочными и вложить средства в них можно отнюдь не в любое время). Указанную трудность несложно обойти: если, например, ставка дисконта определяется доходностью вложений на депозит Сбербанка, а эта доходность в разные годы разная, то мы должны считать, что и ставка дисконта будут разной в разные годы. Однако, приняв такой подход, мы должны будем еще раз уточнить определения исходных понятий. А именно, теперь ставку дисконта **для данного года** (или иного временного интервала) следует определить как *максимальную доходность альтернативных и доступных для фирмы в этом году направлений инвестирования*, а под направлениями инвестирования следует понимать *делимые и тиражируемые инвестиционные проекты, в которые можно вкладывать любой объем средств в данном году.*

Однако и здесь требуется конкретизировать, что понимать под доходностью делимых и тиражируемых проектов, вложения в которые растянуты во времени, а доходы в разные годы разные.

**Пример 2.** Рассмотрим вложения в приобретение жилой или офисной площади. Здесь инвестор вкладывает часть средств на стадии строительства здания, а другую часть расходует на отделку уже построенного помещения. После этого инвестор сдает площадь в аренду, причем ставки арендной платы со временем меняются. В этой ситуации неясно, как определить доходность такого проекта и к какому моменту времени (к началу строительства или к окончанию отделки) ее отнести.

Обратим внимание и еще на одно обстоятельство. Для обеспечения реализуемости реальных инвестиционных проектов нередко используются заемные средства. Связанные с ними денежные поступления и платежи, разумеется, в расчетах эффективности учитываются путем включения их в совокупный денежный поток проекта. Однако привлечение заемных средств возможно и без проекта. Отсюда следует, что такая возможность должна как-то отражаться и в ставке дисконта, что традиционными подходами к ее установлению игнорируется.

По-видимому, причина указанных трудностей в том, что сама ставка дисконта в чистом виде в окружающей среде не присутствует (поэтому так трудно дать какие-либо конкретные рекомендации о том, как ее оттуда “извлечь”), проявляясь с теми или иными отклонениями в наблюдаемых финансово-экономических показателях (процентных ставках, фьючерсных котировках, показателях доходности тех или иных проектов и т.п.).

В настоящей статье делается попытка разобраться в указанных трудностях и понять, с какими именно ха-

рактическими характеристиками окружающей экономической среды связана ставка дисконта и как именно она с ними связана. В этих целях мы развиваем подход, изложенный выше в примере 1, и рассматриваем задачу оценки реальных инвестиционных проектов как часть более общей задачи оптимизации управления активами фирмы.

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассматривается финансовый рынок, на котором обращается некоторое количество *мобильных активов* (определение “мобильный” далее иногда будет опускаться) — акций, облигаций, депозитов, иностранной и отечественной валюты и т.п., а также высоколиквидных реальных товаров, каждому виду которых присвоен определенный номер. Депозиты, открываемые в разное время или на разные сроки, мы рассматриваем как разные активы. Активом с номером 0 будем считать *наличность* (денежные средства в рублях). Все остальные мобильные активы будем иногда называть “неденежными”. Активы можно продавать, покупать и получать от них доход (чистые денежные поступления).

Поведение фирмы на этом рынке рассматривается в течение расчетного периода, разбитого на шаги. Началом периода является шаг 0, концом — начало шага  $T$ . Каждый  $n$ -й актив на шаге  $t$  мы характеризуем его “доходностью”  $d_{nt}$  и “курсами” покупки  $b_{nt}$  и продажи  $c_{nt}$ . Введенные понятия и показатели требуют более подробного разъяснения:

- равенство курсов покупки и продажи не предполагается. Различие этих курсов может быть связано с налогами или потерями, возникающими при продаже или покупке акций, на необходимость учета которых внимание автора обратил Ю.М. Кабанов;
- некоторые активы на некоторых шагах нельзя продавать или покупать. Соответственно, курсы продажи при этом считаются нулевыми, а курсы покупки — бесконечно большими;
- при наличии налога на покупку иностранной валюты или иных активов этот налог включается в соответствующий курс покупки;
- под доходностью актива мы понимаем чистый доход, приносимый единицей актива на данном шаге (поэтому доход от единицы  $n$ -го актива, *приобретенного* на шаге  $t$ , будет  $d_{nt+1}$ ). Например, доходность акций — это размер получаемого на одну акцию дивиденда. Говоря о доходности активов, важно учитывать, что с полученных дивидендов фирма уплачивает налог, поэтому в данной модели речь идет о *чистых* денежных поступлениях, т.е. о дивидендах за вычетом налога на них. Точно так же, если фирма держит на счетах иностранную валюту и курс ее на данном шаге вырос, то фирма уплатит налог на соответствующую курсовую разницу, и доходность (в нашем понимании) этого актива станет отрицательной;
- доходность финансовых инструментов может зависеть от сроков их обращения. Например, дисконтная облигация номиналом 100 руб. с погашением через год может стоить на рынке 80 руб., а такая же облигация с погашением через 2 года — 60 руб. Тогда годовая доходность первой облигации составит  $100/80 - 1 = 0,25 = 25\%$ , а второй —  $\sqrt{100/60} - 1 = 0,291 = 29,1\%$ . Анализ и объяснение указанных зависимостей дается в [3];
- под “покупкой” депозита мы понимаем вложение средств на него. Количество депозитов (каждого вида) мы измеряем суммой вложенных на них рублей, так что курс покупки депозита будет равен 1;

- доход по депозиту до его закрытия — это выплачиваемые проценты по нему, в момент закрытия — вложенная сумма с процентами за последний шаг, после закрытия доход будет нулевой. Например, для двухлетнего депозита с начислением процентов в конце второго года доходность будет отлична от нуля только в этом году, а во все остальные годы его доходность будет нулевой. Доходность депозита в общем случае может зависеть от срока депонирования: обычно процент по долгосрочным депозитам выше, чем по краткосрочным, — этот вопрос подробно рассмотрен в [4];
- под “продажей” депозита мы понимаем его закрытие. Здесь важно учесть, что начисленные проценты (а в конце срока — вложенная сумма) учитываются в составе дохода по депозиту. Поэтому при его досрочной “продаже” вкладчику обычно возвращается только вложенная сумма, иногда с небольшими процентами (т.е. курс продажи равен или чуть больше 1), а по достижении этого срока и позднее — вкладчик не получает ничего (депозит уже закрыт и курс равен 0);
- в тех случаях, когда предусматривается тезаврация (“простое хранение”) наличности, это будет отражаться как ее продажа или покупка по курсу 1;
- доходность тезаврации  $d_{0t}$ , вообще говоря, отрицательна, поскольку хранение наличности в течение шага также требует затрат (для рублей на расчетном счету, которые в нашей модели также относятся к наличности, эти затраты выражаются платой за банковское обслуживание). Однако для средств, с которыми фирма вступает в расчетный период, это обстоятельство не учитывается —  $d_{0t} = 0$ .

Считается, что количество покупаемых или продаваемых фирмой активов на шаге  $t$  не ограничивается и не влияет на их доходности и курсы. Это значит, что покупки/продажи активов будут *делимыми и тиражируемыми* инвестиционными проектами, что позволяет трактовать их как направления инвестирования. В то же время на каждом шаге набор доступных для фирмы направлений свой.

Обратим теперь внимание, что, помимо операций с активами, фирма может вести какую-либо иную (“стороннюю”) коммерческую деятельность, например, участвует в реальных инвестиционных проектах. Проще всего учесть это, включив в расчет, как экзогенные параметры, расходы и доходы, связанные со стороной деятельности. Тогда результаты сторонней деятельности должны быть только притоками и оттоками наличности. Это удобно, если речь идет о деятельности, связанной с использованием имеющихся производственных мощностей (например, “обычное” производство продукции на имеющихся мощностях или сдача площадей в аренду), а также с доходами и расходами, обусловленными ранее возникшими обязательствами (например, получение ранее задержанного платежа). Однако результаты участия фирмы в инвестиционных проектах могут быть иными. Здесь в результате инвестиционных расходов фирма получает “взамен” не только наличность (например, в форме прибыли), но и некоторые реальные активы иного рода — здания, оборудование и т.п., назовем их *связанными*. Они существенно отличаются от мобильных, поскольку:

- носят “комплексный” характер. Действительно, “физически”, например, завод состоит из “простых” активов — зданий, сооружений, станков и т.п. Однако эти “простые” активы, взятые по отдельности, способны дать существенно меньший доход, чем функционируя в едином комплексе;

- неделимы. Скажем “половина завода” (но не его акций!) вообще не существует ни как физический объект, ни как объект коммерческих операций;
- связаны с реализацией конкретных проектов, могут иметь низкую ликвидность, а потому операции с ними ограничены. Иными словами, если акцию можно продать или купить в любое время, то созданный по инвестиционному проекту завод (и даже входящие в его состав здание или станок) не всегда можно продать или обменять на другие активы, а если это и можно сделать, то лишь тогда, когда это предусмотрено соответствующим инвестиционным проектом. Далее для упрощения принимается, что в конце периода связанные активы не продаются;
- существуют (производятся, сооружаются или монтируются) в строго определенном количестве (количество мобильных активов на рынке считается достаточно большим, так что производимые фирмой операции обмена не сталкиваются с ограниченным предложением активов каждого вида на рынке);
- отличаются механизмом формирования цены. Рыночная стоимость таких активов отличается от затрат на их создание или приобретение. К тому же она меняется не только за счет покупки или продажи объектов, но и за счет экономического износа и в связи с инфляцией;
- отличаются характером приносимых чистых доходов. Действительно, связь чистого дохода от функционирования завода с его балансовой стоимостью довольно опосредованная. В частности, если дивиденды по акции в любом году неотрицательны, то эксплуатация промышленного объекта в некоторые периоды может давать отрицательный чистый доход (характерным примером являются низкодебитные нефтяные скважины, которые приходится эксплуатировать и в период низких цен на нефть). Вводить здесь в рассмотрение показатели типа  $d_{it}$ , отражающие чистый доход от объекта на рубль его стоимости, здесь было бы нецелесообразно и мы будем оценивать связанные активы в денежном выражении по их рыночной стоимости, предполагая, что такая оценка на перспективу возможна.

В операциях покупки и продажи связанные активы не участвуют (и тем самым никакого номера  $i$  им не присваивается). Наличие таких активов и доходы от них учитываются в модели двумя экзогенно задаваемыми по шагам параметрами:

$f_t$  — поток наличности от сторонней деятельности на шаге  $t$ ;

$a_t$  — стоимость связанных активов на шаге  $t$ .

“Прямые” денежные потоки по сторонней деятельности (например, инвестиции или платежи по ранее возникшим обязательствам) при этом отражаются в модели как экзогенные притоки/оттоки наличности<sup>1</sup>, а намечаемый фирмой ввод новых мощностей в эксплуатацию или их выбытие на некотором шаге отразится как прирост или уменьшение стоимости связанных активов на этом шаге.

Если чистые доходы  $f_t$  оказываются отрицательными и достаточно большими, то для финансирования соответствующих расходов имеющихся средств может оказаться недостаточно. В подобных ситуациях фирмы обычно используют заемные средства, и с этим связан свой специфический денежный поток. Ограничимся рассмотрением наиболее простой ситуации, когда фирма имеет возможность занять наличность на 1 шаг в любое время. Казалось бы, тем самым мы исключили возможность использования долгосрочных

займов, однако это не так. Например, получение кредита в размере 100 сроком на два шага с условием погашения половины основного долга в конце первого шага можно заменить двумя одношаговыми кредитами: фирма берет кредит 100 на один шаг и в конце шага его полностью погашает, после чего тут же берет второй кредит 50 сроком также на 1 шаг.

Поскольку мы ограничились одношаговыми займами, единственной их характеристикой является процентная ставка. Значение этой ставки на шаге  $t$  обозначим через  $r_t - 1$ , так что за заем в сумме  $y$ , взятый на шаге  $t-1$ , на шаге  $t$  придется уплатить  $r_t y$ . Мы принимаем, что эта ставка не зависит от суммы займа. Это несколько идеализирует реальную ситуацию, т.к. обычно ставка кредита зависит от его объема<sup>2</sup>. Тем самым, кредитные операции также можно рассматривать как делимые и тиражируемые проекты, отличающиеся от “обычных” инвестиционных лишь знаками денежных потоков (если угодно, можно считать их инвестиционными проектами с точки зрения кредитующего банка).

Отметим также, что если на рынке имеются мобильные активы, доходность которых превышает кредитную ставку, фирме становятся выгодными “арбитражные” операции — взять большой кредит, на полученную наличность приобрести соответствующие активы с целью продажи их в конце шага: выручка от такой продажи будет превышать расходы по погашению кредита. Неслучайно поэтому банки вводят определенные ограничения по объему заимствования. Мы будем считать, что сумма займа не должна превосходить рыночную стоимость (точнее — цену *продажи*) имеющихся активов (включая и связанные) с некоторым коэффициентом  $h$  (обычно  $h = 0,7$ ), приняв для определенности, что при получении кредита учитываются только активы, “перешедшие” с предыдущего шага, и доход от них, но не доходы/расходы от операций с ними. Тем самым, каждый рубль имеющихся активов “дает право” фирме на получение  $h$  рублей кредита, если такой кредит ей нужен.

Обычно процент по кредитам превышает процент по депозитам. В нашей модели возможны иные ситуации. Если кредитный процент меньше процента по депозитам на 1 шаг, фирме становится выгодно брать кредит и вкладывать его на депозит. Однако размер кредита ограничен, и бесконечно большого дохода от этого получить нельзя (поэтому банки могут снизить кредитный процент, если у них избыточные средства и нет более доходных способов их использования, хотя чаще поступают так с иностранной валютой). С другой стороны, если в перспективе процентные ставки снижаются, то ставка процента по “одношаговым” кредитам может также снижаться, оставаясь больше ставки по одношаговым депозитам, но меньше среднешаговой ставки по многошаговым депозитам.

Финансовое поведение фирмы на каждом шаге  $t$  опишем так. В данный шаг фирма “вступает”, располагая некоторым набором активов. При этом она:

- продает часть имеющихся активов;
- получает доход от активов, имевшихся на предыдущем шаге,

<sup>1</sup> Мы не рассматриваем возможность платежей в иностранной валюте (хотя такая валюта может присутствовать в составе активов).

<sup>2</sup> Размер и ставка кредита обычно зависят от кредитной истории фирмы — этого мы не учитываем, т.к. этим способом банки учитывают риск невозврата долга, которого в нашей детерминированной модели нет.

- изменяет количество связанных активов и наличности за счет сторонней деятельности;
- получает заем,
- расплачивается по займу, полученному на предыдущем шаге,
- часть оставшейся наличности расходует на покупку других активов.

Полученный после этого набор активов остается неизменным до вступления в следующий шаг.

Мы ищем финансовую политику, максимизирующую денежные средства фирмы к концу периода. Иными словами, нам важно, чтобы в начале последнего шага  $T$  фирма, после всех продаж и расчетов по займам, располагала как можно большим количеством наличности.

Обозначим:

$v_{nt}$  — количество активов  $n$ -го вида у фирмы в конце шага  $t$  (величина  $v_{n0}$  при этом отражает известное начальное количество этих активов) — с этим количеством активов фирма вступает в следующий шаг;

$x_{nt}$  — количество  $n$ -ых активов, которые фирма продает в начале шага  $t$ ;

$y_{nt}$  — количество  $n$ -ых активов, которые фирма покупает в начале шага  $t$ ;

$z_t$  — заем, получаемый на шаге  $t$  (величина  $z_0$  также считается известной, а платежи по этому займу не включаются в оттоки наличности от сторонней деятельности).

Эти неотрицательные переменные связаны следующими соотношениями:

а) количество неденежных активов в начале шага изменяется в соответствии с объемами их продаж и покупок:

$$v_{nt} = v_{n,t-1} - x_{nt} + y_{nt}; \tag{3}$$

б) количество наличности на шаге изменяется в соответствии с денежными поступлениями от активов, продаж, займов и сторонней деятельности за вычетом расходов на покупку активов:

$$v_{0t} = v_{0,t-1} + f_t + z_t - r_t z_{t-1} + \sum_n (d_{nt} v_{n,t-1} + c_{nt} x_{nt} - b_{nt} y_{nt}); \tag{4}$$

в) размер кредита не превосходит взятой с коэффициентом  $h$  рыночной стоимости имевшихся на предыдущем шаге активов и полученного дохода от них, а на последнем шаге  $T$  заимствования не производятся (т.к. в конце периода фирма не должна иметь долгов):

$$z_t \leq h \left[ \sum_n (c_{nt} + d_{nt}) v_{n,t-1} + a_t \right], t < T; \tag{5}$$

$$z_T = 0. \tag{5}$$

г) Необходимо обеспечить максимум наличности на шаге  $T$ :

$$v_{0T} \Rightarrow \max. \tag{6}$$

Подчеркнем, что здесь оптимизируются только  $v_{nt}$  при  $n > 0$ ,  $x_t$ ,  $y_t$  и  $z_t, \dots, z_{T-1}$ , а величины  $v_{n0}$ ,  $f_t$ ,  $z_0$  и  $z_T = 0$  считаются известными.

Обратим внимание, что решение этой задачи не изменится, если разрешить операции "свободного уничтожения" мобильных активов. При этом знаки равенства в (3)-(4) заменятся знаками " $\leq$ ".

Рассмотрим вначале частный случай, когда в начальный момент (на шаге 0) фирма располагает только наличностью  $v_{00}$ . Тогда начальный капитал при оптимальном вложении его в доступные на финансовом рынке активы вырастет в  $v_{0T}/v_{00}$  раз. Таким же должен быть и коэффициент приведения эффектов шага 0 к шагу  $T$ , и отвечающая ему ставка дисконта будет равна

$$E = \sqrt[T]{v_{0T}/v_{00}} - 1. \tag{7}$$

Эта ставка, вообще говоря, зависит от длительности расчетного периода  $T$  (чем быстрее хочет фирма "превратить деньги в деньги", тем меньше будет доходность ее операций). В интересной работе [5] рассмотрено поведение  $v_{0T}$  при больших  $T$  для неизменного во времени состава обращающихся на рынке активов, каждый из которых может давать как положительные, так и отрицательные чистые доходы (без учета возможности получения кредита). Оно оказывается следующим. Пусть  $f_j(\lambda)$  — ЧДД при ставке дисконта  $\lambda$  от единицы вложений в  $i$ -ый актив, причем  $f_j(0) > 0 > f_j(\infty)$ ,  $f_j(\lambda)$  — наибольшее из  $f_j(\lambda)$ ,  $\mu$  — наименьший положительный корень уравнения  $f(\lambda) = 0$  и  $h+1$  — кратность этого корня. Тогда с ростом  $T$  величина  $v_{0T}$  растет как  $(1+\mu)^T / T^h$ , так что ставка дисконта (7) стремится к  $\mu$ .

Построенная модель позволяет рассчитать коэффициенты приведения  $\alpha_T$  для разной длительности расчетного периода  $T$ . Решая задачу для разных  $T$ , можно найти зависимость  $\alpha_T$  от  $T$ , и она может не быть экспоненциальной. Поэтому ставка (7) будет **средней** для расчетного периода. В то же время ставку для конкретного  $t$ -го шага можно найти по формуле:  $E_t = \alpha_t / \alpha_{t-1} - 1$ . Динамика  $E_t$  зависит от конъюнктуры рынка и доходности появляющихся на нем новых активов (возможно также, что, решая ту же задачу при разных  $T$ , мы получим разные значения  $E_t$  при одном и том же  $t$ ).

Обратим внимание, что при этом  $E_t$  уже не будет максимальной доходностью какого-либо актива — связь ставок дисконта с доходностями активов будет более сложной. Приведем примеры.

**Пример 3.** Допустим, что на рынке, кроме денег, имеются только депозиты: годовые (ставка 10%) и двухлетние (ставка 32%). Проценты выплачиваются при закрытии депозита. Инвестор имеет 1 рубль и максимизирует свой капитал через 2 года.

Очевидно, что ему надо вложить средства на двухлетний депозит, так что 1 рубль сегодня для него эквивалентен 1,32 рубля через 2 года. Но чему эквивалентен 1 рубль через год? Допустим, что через год у инвестора откуда-то появляется дополнительный рубль. Тогда лучшим способом его использования будет вложение на годовой депозит. Таким образом, 1 рубль 1-го года будет эквивалентен 1,1 рубля 2-го года. Отсюда получаем, что 1 рубль сегодня эквивалентен 1,32 рубля через 2 года, которые, в свою очередь, эквивалентны 1,32/1,1 = 1,2 рубля через год. Соответственно ставка дисконта для 2-го года равна 0,1 (10%), а для 1-го — 0,2 (20%). При этом полученная цифра

(20%) не отражает доходности никакого из депозитов, взятых по отдельности.

В следующем примере рассмотрена немного более сложная ситуация.

**Пример 4.** Предположим, что на рынке, кроме денег, имеются только активы в виде годовых и двухлетних депозитов. Пролонгирование депозитов не разрешается, а при преждевременном их закрытии проценты не выплачиваются. Использование заемных средств не предусматривается (или, что то же, кредитные ставки чрезмерно велики). Депозитные ставки (меняющиеся по годам) указаны в следующей таблице.

Год, $t$	0	1	2	3,4,...
Ставка годовых депозитов, %	20	18	15	12
Ставка двухлетних депозитов, %	48	42	34	27

Расчеты по модели при разных  $T$  позволили рассчитать следующие значения коэффициентов приведения и отвечающих им ставок дисконта (в данном случае значения  $\alpha_t$  одинаковы для любой длительности расчетного периода  $T > t$ ).

Год	Коэффициент дисконтирования $\alpha_t$	Ставка дисконта $E_t, \%$
1	0,8333	20,0
2	0,6757	23,3
3	0,5869	15,1
4	0,5042	16,4
5	0,4502	12,0
6	0,3970	13,4
7	0,3545	12,0
8	0,3126	13,4

Оптимальная политика при этом оказывается следующей. Для четных  $T$  надо все средства вкладывать в двухлетние депозиты, а в "промежуточные" годы ничего не делать. Для  $T = 3$  средства надо вложить сначала в годовой депозит, а затем в двухлетний. Для нечетных  $T \geq 5$  надо два раза вкладывать средства в двухлетние депозиты, затем — в годовой, и после этого — снова в двухлетние.

Заметим, что при больших  $T$  ставка дисконта периодически колеблется, так что "предельной" ставки не существует. Вероятно, так будет всегда, если рассматривать конечное число повторяющихся во времени типов активов. В реальности ситуация иная, поскольку финансовые операции производятся ежедневно и соответствующие "цены" (ставки) непрерывно меняются.

В общем же случае решение задачи (8)—(11) будет зависеть от *начальной структуры инвестиционного портфеля* фирмы. Это значит, что ставка дисконта зависит не от только объективных, общерыночных, но и от субъективных факторов (в данном случае — от структуры капитала фирмы). С другой стороны, ряд авторов считает некорректным использовать критерий ЧДД, поскольку в нем не отражается различие между кредитными и депозитными ставками. Так, например, в [6, 7] это различие предложено учесть, дисконтируя к предыдущему году положительные чистые доходы по депозитной ставке, а отрицательные — по кредитной ставке. Аналогичный метод, по существу, используется в [1]. Однако из нашей модели вытекает, что необходимость привлечения кредита и его размеры в общем случае не определяются знаками чистых доходов инвестиционного проекта (да и всей сторонней деятельности фирмы). Поэтому вполне возможно, что

фирма будет привлекать кредит при положительном чистом доходе от проекта и отказываться от кредита, если этот чистый доход отрицателен.

В заключение отметим следующее важное обстоятельство. Если затраты по инвестиционному проекту "слишком велики", система (3)-(6) будет неразрешимой. Наоборот, если эта система имеет решение, то получаемых на каждом шаге доходов будет достаточно для финансирования всех расходов по проекту и финансовым операциям. Это значит, что разрешимость системы является точным критерием *финансовой реализуемости* проекта. Сравним его с рекомендованным в [1, 2] критерием неотрицательности накопленных компаундированных чистых доходов, согласно которому для финансовой реализуемости проекта необходимо, чтобы при всех  $t$  выполнялось

$$FK_t = \sum_{\tau=1}^t f_{\tau} (1+d)^{t-\tau} \geq 0, \text{ где } d \text{ — депозитная ставка.}$$

Идея здесь состоит в рациональном использовании собственных и заемных средств для обеспечения превышения денежных поступлений над расходами на каждом шаге. Рациональность же обеспечивается вложениями положительных чистых доходов проекта на "одношаговый" депозит, средства которого затем снимаются для финансирования расходов. При этом на шаге  $t$  на депозите оказывается как раз сумма  $FK_t$  — накопленная сумма предыдущих чистых доходов, компаундированных к данному шагу по депозитной ставке. Естественно, что финансовая реализуемость проекта будет обеспечена, если все  $FK_t \geq 0$ .

Между тем, обратное неверно: из модели видно, что более эффективными могут оказаться вложения в другие финансовые инструменты (скажем, в двухшаговые депозиты) или в несколько инструментов сразу — здесь предыдущие рассуждения уже не проходят. Поэтому указанный критерий может выявлять финансовую нереализуемость проекта там, где ее нет.

### 3. ДВОЙСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ И СТАВКИ ДИСКОНТА

Важные свойства оптимальной политики управления активами вытекают из рассмотрения двойственной модели. Ее неизвестные — обозначим их  $p_{nt}$ ,  $p_{0t}$  и  $q_t$  — неотрицательны и отражают изменение критерия (6) при изменении правых частей ограничений (3)—(5) на малую единицу. Мы трактуем  $p_{nt}$  как оценку ("ценность") единицы  $n$ -го актива на шаге  $t$ , а  $q_t$  — как оценку права на получение 1 рубля заемных средств на этом шаге (если размер займа нулевой или меньше максимально допустимого, то эта оценка равна нулю). Двойственная модель имеет следующий вид:

$$\sum_t (f_t p_{0t} + h a_t q_t) + \sum_n [p_{n1} + d_{n1} p_{01} + h(c_{n1} + d_{n1}) q_1] v_{n0} - r_1 z_0 p_{01} \Rightarrow \min; \tag{8}$$

$$p_{nt} \geq p_{n,t+1} + d_{n,t+1} p_{0,t+1} + h(c_{n,t+1} + d_{n,t+1}) q_{t+1}, \quad 1 \leq t < T; \tag{9}$$

$$p_{0t} \leq q_t + r_{t+1} p_{0,t+1}, \quad (1 \leq t < T); \tag{10}$$

$$c_{nt}p_{0t} \leq p_{nt} \leq b_{nt}p_{0t}, (n > 0, 1 \leq t < T); \quad (11)$$

$$p_{nT} = 0, (n > 0); p_{0T} = 1. \quad (12)$$

При этом, в силу условий дополняющей нежесткости линейного программирования, должны выполняться следующие равенства:

- на *последнем* шаге оценка каждого неденежного актива равна нулю, оценка 1 рубля наличности — 1 рублю;
- оценка *n*-ых активов, если таковые на данном шаге имеются, складывается из (относящихся к следующему шагу) оценок этих же активов и дохода от них и права на получение дополнительного кредита, которое дают эти активы и доход от них:

$$p_{nt}v_{nt} = [p_{nt+1} + d_{nt+1}p_{0t+1} + h(c_{nt+1} + d_{nt+1})q_{t+1}]v_{nt};$$

- оценка актива не меньше оценки выручки от его продажи и не больше оценки затрат на его покупку. Знак равенства имеет место тогда, когда на данном шаге политика предусматривает соответственно продажу или покупку актива;
- оценка наличности не больше суммы оценки права на получение кредита, которое она дает, и оценки затрат на погашение такого кредита на следующем шаге. Знак равенства имеет место, если на данном шаге предусмотрено привлечение кредита:

$$p_{0t}z_t = (q_t + r_{t+1}p_{0t+1})z_t$$

Отсюда, в частности, следует, что если кредит привлекается, то темп падения оценок наличности выше ставки кредитного процента ( $p_{0t} / p_{0t+1} > r_{t+1}$ ).

Это также не соответствует традиционно принятой при установлении ставки дисконта ориентации на депозитные ставки.

Предположим, что на некотором шаге *t* фирма покупает *n*-е активы, пользуется ими, а на шаге *s* продает их. Тогда из изложенных положений вытекает следующая связь между оптимальным моментом продажи активов (*s*) и оценками *n*-х активов и наличности:

$$b_{nt}p_{0t} = p_{nt} = \max_s \left\{ \sum_{\tau=t+1}^s [d_{m\tau}p_{0\tau} + h(c_{m\tau} + d_{m\tau})q_{\tau}] + c_{ns}p_{0s} \right\}.$$

Это позволяет утверждать, что оценки наличности, а стало быть, и ставки дисконта действительно определяются (несколько своеобразно определяемыми) доходностями ее вложений в мобильные активы на рациональные сроки, однако соответствующая связь не столь примитивна, как это следует из приведенных выше простых определений.

#### 4. ЛОКАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ ИНТЕГРАЛЬНОГО ЭФФЕКТА

Изложенная модель позволяет более точно оценить эффективность инвестиционных проектов. Рассмотрим это подробнее.

Предположим, что в начале шага 1 фирма рассматривает возможность участия в некотором инвестиционном проекте. Если она согласится в нем участвовать, чистые доходы от “сторонней” деятельности и стоимости связанных активов изменятся — обозначим эти изменения через  $\Delta f_t$  и  $\Delta a_t$ . Если они малы, то, по смыслу двойственных оценок и в силу (13), за счет реализации проекта величина критерия оптимально-

сти изменится на  $\sum_t (p_{0t}\Delta f_t + hq_t\Delta a_t)$ . Множители  $p_{0t}$  в

первом слагаемом здесь отражают неравноценность разновременных чистых доходов фирмы по проекту и являются “весами”, с помощью которых эти разновременные чистые доходы суммируются. Заметим теперь, что проект должен рассматриваться как эффективный, если и только если эта величина неотрицательна (так что значение  $v_{0T}$  “с проектом” будет не меньше, чем “без проекта”<sup>3</sup>), а лучшим из нескольких вариантов проекта будет тот, для которого эта величина больше. Этот вывод не изменится, если все “веса” (оценки наличности)  $p_{0t}$  пропорционально изменить, например, разделить на  $p_{01}$ . Обозначив поэтому  $\alpha_t = p_{0t} / p_{01}$ ,  $\beta_t = hq_t / p_{0t}$ , мы получим, что критерий локальной оптимальности проекта примет вид  $\sum_t \alpha_t (\Delta f_t + \beta_t \Delta a_t)$ . (17)

Величины  $\alpha_t$ , здесь естественно трактовать как коэффициенты дисконтирования (приведения чистых доходов к шагу 1 — началу расчетного периода), а  $\beta_t$  — как оценки кредитной привлекательности связанных активов фирмы. Это позволяет, используя соотношения (2), определить отвечающие интересам фирмы значения ставок дисконта, как темпы падения оценок наличности:

$$E_t = (\alpha_t / \alpha_{t+1}) - 1 = (p_{0t} / p_{0t+1}) - 1 \quad (18)$$

При этом

$$E_t \leq r_{t+1} + hq_t / p_{0t+1}$$

в силу (16). Это значит, что ставки дисконта ограничиваются сверху за счет самой возможности получения кредитов. В частности, ставка дисконта будет не больше кредитной ставки, если на данном шаге кредит не привлекается. В то же время ставки дисконта для разных шагов оказываются здесь, в общем случае, разными. По указанной причине вполне может оказаться, что фирме будет выгодно отложить реализацию казалось бы эффективного проекта на более поздний срок. Другими словами, в отличие от традиционных расчетов, где ставка дисконта принимается стабильной по годам, задержка реализации проекта может сделать его более эффективным и даже превратить неэффективный проект в эффективный (как, впрочем, и наоборот).

Рассмотрим теперь вначале несколько абстрактную ситуацию, когда в ходе реализации проекта фирма “не упирается” в ограничения по объему кредитования, так что все  $q_t = 0$ . Здесь критерий (17) точно совпадает с (1), хотя он выведен из иных соображений. Однако из нашей модели видно, что сфера его применения ограничена. Действительно, величина  $\sum_t p_{0t}\Delta f_t$  отразит прирост критерия оптимальности за счет реализации проекта, только если этот проект является *малым* и не сильно влияет на оценки активов (впрочем, требование малости проектов является объективно необходимым для любых локальных расчетов эффективности и не связано конкретно с рассматриваемой моделью). С

<sup>3</sup> Это является следствием общего, применимого и для крупномасштабных проектов принципа оценки эффективности на основе сравнения ситуаций “с проектом” и “без проекта”, а не “до проекта” и “после проекта”.

этих позиций полезно рассмотреть один из парадоксов, связанных с определением ставки дисконта.

Рассматриваются два реальных альтернативных инвестиционных проекта, требующие одинаковых инвестиций 100 и дающих после этого постоянные годовые доходы, соответственно 15 и 20. В то же время доходность депозитов и других финансовых инструментов не превосходит 10%. Оценивая первый проект, выберем наиболее выгодную альтернативу, а именно — второй проект. Тогда ставка дисконта должна составить 20%. Аналогично, при оценке второго проекта в качестве альтернативы берется первый и ставка дисконта принимается 15%. Корректны ли эти рассуждения?

Наша модель показывает, что это не так. Действительно, чтобы оценить любой проект, надо добавить к правым частям (12) денежные потоки этого проекта  $\Delta f_t$ . Если проект мал, критерий изменится на величину  $\sum_t p_{0t} \Delta f_t$ , а сами двойственные оценки, стало быть и ставки дисконта (18), практически не изменятся. Это связано с тем, что ставки дисконта определяются доходностью тех активов, в которые можно вкладывать любые средства в любое время — выше мы назвали такие операции *направлениями инвестирования*. Рассматриваемые же проекты направлениями инвестирования не являются — их можно осуществить только один раз, в определенном масштабе, в определенное время и к тому же только порознь (ибо они альтернативные). Поэтому доходность этих проектов на ставку дисконта не влияет вообще.

Если же рассматриваемые проекты не малы, результат может быть иным — изменение критерия окажется иным, а оценки активов и ставки дисконта могут существенно измениться. Однако подобные “крупные” проекты вообще нельзя оценивать на основе локального расчета, независимо от того, какие ставки дисконта мы используем — необходимо заново оптимизировать финансовую политику фирмы в ситуации “с проектом” и сравнить полученное значение критерия с тем, которое было “без проекта”. Другими словами, “крупные” проекты надо оценивать “на фоне” всей деятельности фирмы при оптимальном ее поведении.

В более реальной ситуации, когда фирма испытывает потребность в заемных средствах, определенную роль начинает играть второй член в критерии (17). Суть дела в том, что ввод в действие дополнительных основных средств расширяет возможности фирмы по привлечению заемного капитала, так что при прочих равных условиях варианты с большим объемом ввода становятся более предпочтительными. Другими словами, критерий (17) ориентирует на такие варианты реализации проекта, когда новые фонды вводятся в эксплуатацию к тому моменту, когда у фирмы возникает потребность в привлечении дополнительных средств. В таких случаях ставка дисконта возрастает и, как мы видели, может даже превышать кредитный процент, не говоря уже о депозитных. В практике оценки бизнеса, если фирма нуждается в кредите, это обстоятельство нередко учитывается путем включения в ставку дисконта так называемой премии за риск. Наше рассмотрение показывает, что увеличение “обычной” ставки дисконта вызывается объективной необходимостью даже в детерминированной (безрисковой) ситуации. Поэтому, хотя исходные предпосылки

применяемого оценщиками метода кажутся нам более чем спорными, практические их действия, безусловно, направлены в нужную сторону.

Приведем пример применения построенных моделей.

**Пример 5.** Рассматривается 10-летний расчетный период, в который фирма вступает, располагая только наличностью 100 и не имея связанных активов. Объемы связанных активов и чистые доходы по оцениваемому проекту приведены в первых графах табл. 1. Ежегодно можно вкладывать наличность либо в годовые депозиты (ГД), либо в двухлетние депозиты (ДД), а также брать кредиты на один шаг ( $K$ ) — в следующих графах таблицы приведены соответствующие ставки (каждая ставка относится к году осуществления соответствующих выплат). Объемы кредита должны быть не больше 80% от стоимости продажи имеющихся активов ( $h=0,8$ ).

Далее в таблице приведены оптимальные решения прямой и двойственной моделей: вложения в депозиты<sup>4</sup>, объемы кредита, ставки дисконта ( $E_t$ ) и оценки кредитной привлекательности ( $\beta_t$ ).

**Таблица 1**  
**ОПТИМАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ И ДВОЙСТВЕННОЙ МОДЕЛЕЙ: ВЛОЖЕНИЯ В ДЕПОЗИТЫ**

$t$	$a_t$	$f_t$	$d_{1t}$	$d_{2t}$	$r_t$	ГД
1	0	-125				0,0
2	120	-28	0,20	0,00	0,22	14,4
3	140	16	0,21	0,48	0,18	0,0
4	120	20	0,16	0,43	0,17	0,0
5	100	99	0,14	0,40	0,16	0,0
6	80	110	0,12	0,32	0,15	0,0
7	60	95	0,12	0,27	0,14	0,0
8	20	0	0,12	0,27	0,14	0,0
9	0	0	0,12	0,27	0,14	208
10	0	0	0,00	0,00	0,00	0,0

**Продолжение таблицы 1**

$t$	ДД	$K$	$p_t$	$q_t$	$E_t$	$\beta_t$
1	55,0	80,0	3,971	0,122	0,259	0,025
2	0,0	140,0	3,155	0,140	0,235	0,035
3	140,7	191,1	2,556	0,065	0,200	0,020
4	5,0	208,5	2,129	0,034	0,179	0,013
5	54,0	0,0	1,806	0	0,120	0
6	116,6	0,0	1,613	0	0,134	0
7	163,6	0,0	1,422	0	0,120	0
8	148,1	0,0	1,270	0	0,134	0
9	0,0	0,0	1,120	0	0,120	0
10	0,0	0,0	1,000	0		

Расчет показывает, что к концу периода фирма будет обладать наличностью 420,8. Интересно отметить, что в первые годы ставки дисконта превышают и депозитные и кредитные проценты, а в последние годы — не стабилизируются, как это и было в примере 4.

Из табл. 1 видно, что оценки кредитной привлекательности невелики. Чтобы выяснить, как они повлияли на оценку эффективности проекта, сделаем два расчета:

- построим оптимальную финансовую политику фирмы в условиях, когда она отказывается от реализации проекта. Оказывается, что величины  $E_t$  и  $\beta_t$  при этом не изменятся, а значение целевой функции (объем наличности в

<sup>4</sup> Тезаврация в данном случае неэффективна, так что нулевые объемы хранимой наличности в таблице не указаны.



конце периода) уменьшится до 406,8. Таким образом, проект должен быть оценен как эффективный — за счет его реализации величина критерия увеличивается на 14,0. Интегральный эффект проекта при этом будет  $14,0/3,971 = 3,5$  — тот же результат дает и формула (17);

- рассчитаем интегральный эффект проекта по формуле (1) или, что то же, по формуле (17) без учета влияния связанных фондов, но используя указанные в таблице значения ставок дисконта. Он оказывается отрицательным (-2,5), так что проект следовало бы оценить как неэффективный.

Мы видим, таким образом, что игнорирование указанного эффекта может привести к неправильным инвестиционным решениям.

### 5. ВЛИЯНИЕ ИНФЛЯЦИИ

До сих пор об инфляции ничего не говорилось. Это не означает, однако, что она не учитывалась вообще. Наоборот, оперируя с ценами активов и их обменными курсами, мы подразумевали их изменение во времени, т.е. наличие инфляции. Поэтому, строго говоря, решение прямой и двойственной задач, а значит, и найденные ставки дисконта инфляцию учитывают. Рассмотрим это подробнее.

Для этого заметим, что при описании инфляции ее подразделяют на общую и структурную. Общая инфляция отражает средний рост цен в стране (изменение покупательной способности рубля), а структурная — изменение соотношений между ценами различных товаров и услуг, т.е. относительное их удорожание или удешевление. Общая инфляция характеризуется цепными и базисными индексами. Цепной индекс общей инфляции ( $j_t$ ) отражает рост цен на шаге  $t$  по сравнению с предыдущим шагом, базисный ( $J_t$ ) — рост по сравнению с шагом 0. Естественно, что при этом  $J_t = J_1 \cdot j_2 \cdot \dots \cdot j_t$ . В модели, описанной выше, структурная инфляция учтена явно: соотношения между ценами различных активов, т.е. их обменные курсы, заданы меняющимися во времени. Общая же инфляция учитывается в модели через абсолютные, “денежные” показатели (доходы от активов, денежные потоки от сторонней деятельности и рыночная стоимость активов), которые также меняются во времени.

Выясним влияние *общей* инфляции на ставку дисконта.

Необходимость ответа на этот вопрос обуславливается сложившимся порядком разработки реальных инвестиционных проектов. Дело в том, что обычно такие расчеты вначале выполняются в неизменных ценах базисного момента времени (базисных ценах), за который обычно принимается момент расчета или начало года, в котором производится расчет. Изменение же цен по сравнению с базисными учитывается позднее. Преимуществом расчета в неизменных ценах является его наглядность: если говорится, например, что расходы на шаге 9 составляют 15 млн. руб., то эта цифра относится к базисному моменту времени, и участникам проекта она понятна. Точно так же, утверждение, что ЧДД проекта составляет 147 млн. руб., участник проекта поймет так, что реализация проекта для него столь же выгодна, как и получение 147 млн. руб. “сегодня” (точнее — в базисный момент времени).

С другой стороны, в расчетах эффективности нельзя не учитывать ни общего изменения цен в стране, ни изменений соотношений между ценами отдельных ресурсов, товаров и услуг. Это значит, что для обеспе-

чения необходимой точности расчетов все денежные потоки проекта должны определяться в ценах соответствующих лет (прогнозных). Однако, как мы видели, при этом теряется наглядность — показатели разных лет оказываются выраженными в разных ценах и их последующее агрегирование сильно смахивает на суммирование акров с гектарами или фунтов с килограммами. Поэтому действующие методические документы [1, 2] предусматривают последующий пересчет денежных потоков из прогнозных цен в прогнозные же, но дефлированные, получающиеся из прогнозных делением на базисный индекс инфляции [1, 2]. Дефлированные цены, в общем случае, не совпадают с базисными, но сопоставимы с ними, поскольку 1 дефлированный рубль имеет ту же “покупательную способность”, что и 1 рубль в базисный момент времени. В статистике часто сопоставляют какие-либо доходы или расходы за разные годы. Если сопоставляемые показатели выражены в ценах соответствующих лет, то наблюдаемую динамику характеризуют термином “номинальная”, если же они выражены в ценах, дефлированных к одному и тому же моменту времени, для характеристики такой динамики используют термин “реальная” (например, говорят о реальном росте средней заработной платы). В этих терминах рекомендации [1, 2], по существу, требуют анализа реальной, а не номинальной динамики денежных потоков.

Оценивая эффективность проекта по реальному (дефлированному) денежному потоку, необходимо использовать иные, *реальные* ставки дисконта. Изложенная модель позволяет их найти. Действительно, 1 реальный рубль на шаге  $t$  по определению равен  $J_t$  номинальным рублям, так что его оценка должна быть в  $J_t$  раз выше —  $J_t \cdot p_{t0}$ . Но тогда реальная ставка дисконта, т.е. темп падения этих оценок составит

$$E_{rp} = (J_{0t-1} p_{0t-1}) / (J_t p_{0t-1}) - 1 = p_{0t-1} / (j_t p_{0t-1}) - 1.$$

Поэтому номинальная ( $E_t$ ) и реальная ( $E_{rp}$ ) ставки дисконта связаны соотношением:

$$1 + E_{rp} = (1 + E_t) / j_t, \tag{18}$$

аналогичным известной формуле Фишера.

Казалось бы, те же значения  $E_{rp}$  можно получить из модели (3)-(7), используя в ней не номинальные, а реальные измерители наличности. Оказывается, это не всегда так. Чтобы в этом убедиться, попробуем перейти в (3)-(7) к реальным измерителям объемов наличности. Это приведет нас к новой модели. В ней, в отличие от “старой”, неизвестные отражают “реальное” количество имеющихся или обмениваемых активов и реальные объемы кредита — эти неизвестные мы обозначаем теми же буквами, но прописными. Разумеется, “реальные” и номинальные количества неденежных активов будут совпадать, а номинальные объемы поступающей, расходоуемой (включая кредит) и имеющейся наличности будут отличаться от реальных умножением на индекс инфляции соответствующего шага. В результате мы имеем соотношения:

$$v_{nt} = V_{nt}; x_{nt} = X_{nt}; y_{nt} = Y_{nt} \text{ при } n > 0,$$

$$z_t = J_t Z_t; v_{0t} = J_t v_{0t}; f_t = J_t F_t; a_t = J_t A_t.$$

В этих обозначениях система (3)-(7) примет вид:

$$V_{nt} = V_{nt-1} - X_{nt} + Y_{nt}; (n > 0);$$

$$J_t V_{0t} = J_{t-1} V_{0t-1} + \sum_{n>0} (d_{nt} V_{nt-1} + c_{nt} X_{nt} - b_{nt} Y_{nt}) + d_{0t} J_{t-1} V_{0t-1} + J_t F_t + J_t Z_t - r_t J_{t-1} Z_{t-1};$$

$$J_t Z_t \leq h \left[ J_{t-1} V_{0t-1} + \sum_{n>0} (c_{nt} + d_{nt}) V_{nt-1} + J_t A_t \right],$$

$$t < T; Z_T = 0;$$

$$J_T V_{0T} \Rightarrow \max.$$

Введем теперь в рассмотрение следующие величины, трактуемые нами как “реальные” ставки кредитных платежей, обменные курсы и доходности (“реальные” значения этих показателей более стабильны по сравнению с номинальными и их гораздо легче прогнозировать):

$$R_t = \frac{r_t}{j_t};$$

$$D_{nt} = \frac{d_{nt}}{j_t}, (n > 0);$$

$$D_{0t} = \frac{d_{0t}}{j_t} - \left( 1 - \frac{1}{j_t} \right);$$

$$B_{nt} = \frac{b_{nt}}{j_t};$$

$$C_{nt} = \frac{c_{nt}}{j_t}.$$

Указанная трактовка оправдана:

- величины  $B_{nt}$  и  $C_{nt}$  действительно отражают реальные цены  $n$ -х активов;
- отношение  $r_t / j_t$  представляет реальную ставку платежей по кредиту, рассчитываемую по известной формуле Фишера;
- отношение  $d_{nt} / j_t$  также отражает реальный доход от единицы неденежного актива на соответствующем шаге<sup>5</sup>;
- величина  $D_{0t}$  представляет собой разность между реальным доходом от имевшейся на шаге  $t$  наличности, эквивалентной 1 реальному рублю (взятые со знаком “минус” расходы на хранение этой наличности, дефлированные к началу следующего шага) и потерей покупательной способности этой наличности за тот же шаг. Поэтому  $D_{0t}$  также правомерно трактовать как “реальную” доходность наличности, учитывающей как расходы на ее хранение, так и потери от инфляции. В то же время, как и раньше,  $D_{00} = 0$ .

Легко проверить, что во введенных обозначениях полученную систему можно записать в виде, очень близком к (3)-(6):

$$V_{nt} = V_{nt-1} - X_{nt} + Y_{nt}; (n > 0); \quad (3a)$$

$$V_{0t} = V_{0t-1} + \sum_n (D_{nt} V_{nt-1} + C_{nt} X_{nt} - B_{nt} Y_{nt}) + F_t + Z_t - R_t Z_{t-1}; \quad (4a)$$

$$Z_t \leq h \left[ \frac{V_{0t-1}}{j_t} + \sum_{n>0} (C_{nt} + D_{nt}) V_{nt-1} + A_t \right],$$

$$t < T;$$

$$Z_T = 0. \quad (5a)$$

$$V_{0T} \Rightarrow \max. \quad (6a)$$

Отметим, что критерием оптимальности в такой модели стала максимизация реального, а не номинального размера наличности в конце периода, что, кстати, более наглядно и понятно инвесторам.

В то же время точного совпадения моделей нет: ограничения (5) и (5a) различаются. Поэтому, если чисто формально заменить в системе (3)-(6) все обменные курсы, доходности и ставки кредитных платежей “реальными”, могут измениться оптимальное решение этой системы и, соответственно, ставки дисконта. Иными словами, один только учет структурной инфляции не позволяет правильно определить реальные ставки дисконта — на них оказывают влияние и темпы общей инфляции.

В то же время, расхождение между (5) и (5a) может оказаться существенным только, когда на данном шаге фирме необходим большой кредит, хотя на предыдущем она имела свободную (не вложенную в другие активы) наличность. Такая ситуация возможна, если на данном шаге обменные курсы “самых доходных” неденежных активов изменились так, что стало выгоднее купить их за наличность (даже с учетом потерь на инфляцию), чем обменять на другие активы (например, вырос процент по рублевым депозитам, но при этом снизились цены, по которым фирма может продать имеющиеся у нее акции и иностранную валюту). Представляется, что подобная ситуация маловероятна, так что значительного расхождения между расчетами в номинальных и реальных ценах скорее всего не будет.

При расчете в реальных ценах изменится и двойственная модель. Теперь она примет следующий вид (теперь ее переменные отражают “реальную” или дефлированную ценность соответствующих объектов и, как и выше, обозначаются прописными буквами):

$$\sum_t (F_t P_{0t} + h A_t Q_t) + (P_{01} + h Q_t / j_t) V_{00} + \sum_{n>0} [P_{n1} + D_{n1} P_{01} + h (C_{n1} + D_{n1}) Q_t] V_{n0} - r_1 Z_0 P_{01} \Rightarrow \min; \quad (8a)$$

$$P_{nt} \geq P_{nt+1} + D_{nt+1} P_{0t+1} + \begin{cases} h(C_{nt+1} + D_{nt+1}) Q_{t+1}, & n > 0; \\ h Q_{t+1} / j_{t+1}, & n = 0; \end{cases} \quad (9a)$$

$$P_{0t} \leq Q_t + R_{t+1} P_{0t+1}; \quad (10a)$$

$$C_{nt} P_{0t} \leq P_{nt} \leq B_{nt} P_{0t}, n > 0; \quad (11a)$$

$$P_{nT} = 0, n > 0; P_{0T} = 1. \quad (12a)$$

Ограничения (9a)-(11a) этой модели (они имеют место, очевидно, для  $1 \leq t < T$ ) с учетом условий дополняющей нежесткости трактуются по-прежнему, кроме второго из соотношений (9a), которое теперь выглядит несколько иначе: оценка наличности, если она сохраняется на данном шаге, включает (относящиеся к следующему шагу) оценку такой же в реальном выраже-

<sup>5</sup> Применительно к депозитам это может показаться неверным (неясно, например, почему доходность депозита должна уменьшиться, если инфляция была только до его открытия). Однако противоречия нет, поскольку депозит не является наличностью и количество депозитов по-прежнему измеряется количеством вложенных на них номинальных рублей. К тому же переход к другим измерителям депозитов не изменит получаемых далее выводов.

нии наличности, оценку чистого дохода от нее (потери на хранение и от инфляции) и скорректированную с учетом инфляции оценку права на получение дополнительного кредита, которое она дает:

$$P_{nt} V_{nt} = (P_{0t+1} + D_{0t} P_{0t+1} + h Q_{t+1} / j_{t+1}) V_{nt} \quad ***$$

Разумеется, мы не можем утверждать, что реальные инвесторы применяют критерии типа (17), принимая инвестиционные решения. В то же время изложенная модель позволяет объяснить, почему:

- разные инвесторы, оценивая один и тот же проект по одной и той же информации, дают ему разную оценку (одни решают принять в нем участие, другие отказываются);
- отказавшись от проекта, инвестор без всякой дополнительной информации о нем через некоторое время меняет свое решение (хотя, казалось бы, эффективность проекта должна уменьшиться за счет задержки);
- если в одном из подразделении крупной фирмы реализуется высокоэффективный проект, фирма иногда может сократить или временно прекратить его финансирование (хотя, казалось бы, это существенно снизит эффективность проекта);
- решения о реализации крупных проектов часто принимаются после рассмотрения бухгалтерского баланса фирмы.

Такое поведение, необъяснимое с точки зрения критерия ЧДД, легко объясняется как учетом вклада связанных активов в критерий оптимальности, так и тем, что коэффициенты дисконтирования одних и тех же денежных потоков у разных инвесторов разные, причем меняются они не по закону геометрической прогрессии.

Предложенные модели навряд ли применимы для практической оценки ставки дисконта: они требуют исходной информации обо всех имеющихся на рынке мобильных активах, которую трудно получить, и к тому же не учитывают неопределенности в прогнозе динамики «обменных курсов» и «доходностей» активов, особенно на длительную перспективу. Тем не менее они показывают, что:

- локальная оценка инвестиционных проектов с помощью критерия ЧДД оправдана только применительно к малым, локальным проектам;
- ставка дисконта, которую должна использовать фирма при оценке проектов, определяется темпом падения оценок денежных средств в модели оптимального финансового поведения фирмы;
- эта ставка с течением времени меняется, так что эффективность инвестиционного проекта изменяется, если начинать его раньше или позднее;
- значения и динамика ставки дисконта для фирмы зависят не только от общего положения дел на финансовом рынке (состава, курсов и доходностей различных активов), но и от финансового положения этой фирмы (в том числе — от состава ее активов, кредитной задолженности и набора инвестиционных проектов, в которых она уже участвует) и ее возможностей по привлечению заемных средств;
- по указанным причинам для оценки одних и тех же проектов разные фирмы должны использовать, вообще говоря, разные ставки дисконта, а операции продажи-покупки актива оказываются эффективными одновременно для фирмы-продавца и фирмы-покупателя<sup>6</sup>;
- в условиях ограниченности возможностей привлечения заемных средств эта ограниченность должна учитываться

и в структуре локального критерия оптимальности. В нашей модели это достигается включением в денежные потоки платежей за право получения займов, обеспечиваемое наличием функционирующих по проекту основных средств. При этом ставка дисконта, вообще говоря, увеличивается, и может даже превышать кредитный процент; оценка финансовой реализуемости проекта должна производиться «на фоне» общей деятельности фирмы. Традиционные упрощенные критерии типа неотрицательности накопленных чистых доходов могут выявлять финансовую нереализуемость проекта там, где ее нет;

- для того, чтобы оценивать эффективность инвестиционных проектов по денежному потоку, выраженному в реальных (дефлированных) ценах, необходимо использовать реальные (скорректированные на инфляцию) ставки дисконта. Однако на эти ставки влияет не только структурная, но и общая инфляция, так что одной только информации о реальных курсах различных активов и их реальной доходности для определения указанных ставок недостаточно.

## Литература

1. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (вторая редакция). Издание официальное. -М.: Экономика, 2000.
2. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. -М.: Дело, 2002. - 888 с.
3. Мертенс А. Инвестиции. Курс лекций по современной теории финансов. -Киев: Киевское инвестиционное агентство, 1997.
4. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. -М.: Олимп-Бизнес, 1997.
5. *Presman E.L., Sonin I.M.* Grows rate, internal rate of return, and financial bubbles / Working Papers #WP/2000/103. - Moscow, CEMI Russian Academy of Sciences, 2000. – 33 p.
6. Беленький В.З. К дискуссии о понятии «внутренняя норма доходности проекта» / Моделирование механизмов функционирования экономики России на современном этапе, вып.4. -М.: ЦЭМИ РАН, 2000. с. 59-84.
7. Беленький В.З. Экономическая динамика: анализ инвестиционных проектов в рамках линейной модели Неймана-Гейла / Препринт # WP/2002/137. -М.: ЦЭМИ РАН, 2002. - 78 с.
8. Саркисов А.С. Финансовая математика и методы принятия решений в нефтегазовой промышленности. - М.: Нефть и газ, 2002. -274 с.

Смоляк Сергей Абрамович

<sup>6</sup> Если бы продавец и покупатель использовали один и тот же критерий эффективности, то эффект от продажи актива равнялся взятому с противоположным знаком эффекту его покупки.