ПРОБЛЕМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ, ДОПУСКАЮЩИХ УПРАВЛЕНЧЕСКУЮ ГИБКОСТЬ В ПРОЦЕССЕ СВОЕЙ РЕАЛИЗАЦИИ (ОЦЕНКА РЕАЛЬНЫХ ОПЦИОНОВ)

Яценко Б.Н., к.ф.-м.н., ведущий консультант

ООО «АКЦ», Департамент профессиональной оценки»

Работа посвящена оценке эффективности инвестиционных проектов, которые допускают управленческую гибкость в процессе своей реализации. Рассмотрены основные модели ценообразования опционов. Показано, что традиционный подход к оценке опционов, основанный на допущении о безарбитражности рынка и построении имитирующего портфеля, неприменим для оценки реальных опционов. Рассмотрен альтернативный подход, основанный на критерии математического ожидания и критерии Массе. Проанализированы основные детерминанты стоимости реальных опционов.

ВВЕДЕНИЕ

Традиционно при оценке эффективности инвестиционных проектов используют метод дисконтированных денежных потоков (DCF-метод). В рамках этого метода инвестиционный аналитик прогнозирует будущие денежные потоки, которые будет генерировать проект и путем дисконтирования получает чистый денежный доход (ЧДД, ***NPV*** , эффект) проекта. При этом упускается из виду тот факт, что менеджеры в своих действиях располагают свободой маневра, то есть не учитывается управленческая гибкость. Так, например, если дела с проектом пойдут плохо, он может продлиться меньше намеченного срока, поскольку он может быть урезан или прекращен. Если же проект окажется в процессе реализации исключительно успешным, то он может быть расширен или продлен. Кроме того, для многих проектов не обязательно сразу же вкладывать деньги. Инвестиции можно отложить на следующий год или даже на более позднее время. Проекты, которые допускают управленческую гибкость в процессе реализации проекта, обладают свойствами опционов.

Как известно [1-9], опцион наделяет своего владельца правом (но не обязанностью) купить или продать актив по заранее оговоренной цене, именуемой ценой исполнения опциона, в заранее оговоренный период времени, именуемый ценой исполнения опциона. Право осуществлять некое действие – это и есть гибкость.

Рассмотрим кратко классификацию реальных опционов в соответствии с работой [6].

Опцион на прекращение проекта/выход из бизнеса

Опцион на прекращение (или продажу) проекта – скажем, возможность покинуть действующую угольную шахту – формально эквивалентен американскому опциону «пут» на акции. При неблагоприятном обороте событий к концу первого периода принимающий решение может отказаться от проекта и реализовать его ожидаемую ликвидационную стоимость, которую можно рассматривать как цену исполнения опциона «пут». Когда приведенная стоимость активов падает ниже их ликвидационной стоимости (цены продажи), акт прекращения (продажи) проекта эквивалентен исполнению опциона «пут». Поскольку ликвидационная стоимость образует нижний предел стоимости проекта, опцион на прекращение обладает ценностью. Следовательно, проект, который можно прекратить, стоит дороже, такого же проекта, но не дающего такой возможности.

Опцион на отсрочку развития

Опцион на отсрочку инвестиций в развитие материальной базы формально эквивалентен американскому опциону «колл» на акции. К примеру, владелец лицензии на разработку неосвоенного нефтяного месторождения может произвести инвестиционные вложения в добычу нефти немедленно, а может отложить эти вложения до тех пор, пока не поднимутся цены на нефть. Иными словами управленческий опцион, сопряженный с владением неосвоенным месторождением, представляет собой опцион на отсрочку. Ожидаемые затраты на освоение можно рассматривать как цену опциона «колл».

Опцион на расширение или сокращение

Опцион на расширение масштабов проекта формально эквивалентен американскому опциону «колл» на акции. Например, руководство компании может принять решение построить производственное предприятие с избыточной для планируемого объема выпуска мощностью, чтобы в последствии иметь возможность увеличить производство, если реализация продукции пойдет успешнее, чем ожидается. Опцион на расширение наделяет руководство правом (но не обязанностью) при благоприятном для проекта стечении обстоятельств в дальнейшем осуществлять дополнительные инвестиции (скажем для увеличения темпов производства). Опцион на сокращение масштабов проекта формально эквивалентен американскому опциону «пут» на акции. Многие проекты можно организовать таким образом, чтобы в дальнейшем без особых усилий свернуть объем производства. Предполагаемые на будущее расходы по проекту равнозначны цене исполнения опциона «пут».

Опцион на продление или досрочное завершение проекта

Нередко бывает возможность продлить срок полезной службы актива или действие контракта за определенную сумму денег – цену исполнения опциона. Возможно и обратное: досрочно вывести актив из эксплуатации или прервать контракт. Опцион на продление представляет собой опцион «колл», а опцион на досрочное завершение – опцион «пут». Например, соглашения об аренде недвижимости зачастую содержат оговорки, за которыми, по сути, кроется опцион на продление или досрочное завершение аренды.

Опцион на увеличение или уменьшение охвата

Охват проекта – это количество связанных с ним видов деятельности. Опционный характер этого свойства проекта выражается в способности на каком-то этапе в будущем сменить направление деятельности. Охват подобен диверсификации: иногда при увеличении цены исполнения совсем не вредно иметь возможность выбора из широкого набора вариантов. Опцион на увеличение охвата представляет собой опцион «колл».

Опционы на переключение

Опцион на переключение (запуск/приостановку) проекта, в сущности, представляет собой портфель опционов, куда входят и «коллы», и «путы». Например, возможность возобновить операции по временно замороженному проекту эквивалентна американскому опциону «колл», а приостановить деятельность (закрыть предприятие) в неблагоприятных обстоятельствах - американскому опциону «пут». Издержки возобновления (или остановки) операций можно рассматривать как цену исполнения «колла» (или «пута»). Проект, позволяющий быстро переключаться с активной деятельности на полное ее сворачивание (или с одного предприятие на другое и т.п.) стоит дороже аналогичного проекта, но не обладающего подобной гибкостью. Такого рода опционы заключены в гибкости производственной системы, способной выпускать несколько видов продукции, или электроэнергетическом предприятии, которое может работать на нескольких видах топлива, или в возможности покинуть отрасль, а потом вновь туда вернуться.

Сложные опционы

Это опционы на опционы. Ярким примером могут служить поэтапные инвестиции. Например, строительство завода можно представить как последовательность реальных опционов, каждый из которых обусловлен предыдущим. На каждом этапе проект можно продолжить, вложив в него новую сумму денег (цена исполнения). И наоборот, на каждом этапе его можно прекратить, продав завод и выручив за него некую сумму денег. Другие примеры такого рода опционов – программы НИОКР, внедрение на рынок новых продуктов, разведка и освоение нефтегазовых месторождений или программы поглощений, первоначальные инвестиции в которых можно рассматривать как базу для последующих поглощений.

«Арочные» опционы

Множественные источники неопределенности порождают так называемые «арочные» опционы. В частности, большинству программ НИОКР свойственны два типа неопределенности: связанная с технологиями и связанная с рыночным успехом нового продукта. Последняя воплощается в динамике цены продукта от сегодняшнего, более или менее определенного уровня к будущим неизвестным уровням, зависящим как от общего состояния экономики, так и от многих других неведомых факторов. Следовательно, неопределенность, связанная с рыночным успехом продукта, нарастает с течением времени. Технологическая неопределенность, напротив, со временем убывает, по мере того, как исследования и испытания все полнее выявляют свойства и возможности нового продукта. Такого же рода арочный опцион присутствует и в разведке/освоении природных ресурсов.

Следует подчеркнуть, что в данной работе будут в основном рассматриваться опционы на отсрочку развития (опционы типа «колл»), хотя многие выводы будут справедливы и для других видов реальных опционов (опционов на выход из проекта, опционов на расширение или сокращение, опционов на продление или досрочное прекращение проекта). Опционы на увеличение или уменьшение охвата, опционы на переключение, сложные и «арочные» опционы более сложны для анализа и их оценку осуществлять труднее (для адекватной оценки таких опционов необходимы комплексные численные расчеты). Рассмотрение этих опционов выходит за рамки данной работы.

Вернемся к вопросу о ценности управленческой гибкости. Как следует из многочисленных работ по реальным опционам (например, [5,6,9]) управленческая гибкость обладает наивысшей ценностью, когда:

- присутствует высокая неопределенность в будущем; велика вероятность получения новой информации с течением времени;
- велика степень управленческой гибкости; гибкость позволяет менеджерам адекватно реагировать на новую информацию;
- ***NPV*** в отсутствие управленческой гибкости близка к нулю; если проект не обладает ни явными достоинствами, ни очевидными пороками, в его осуществлении скорее потребуется гибкость, что повышает ее ценность.

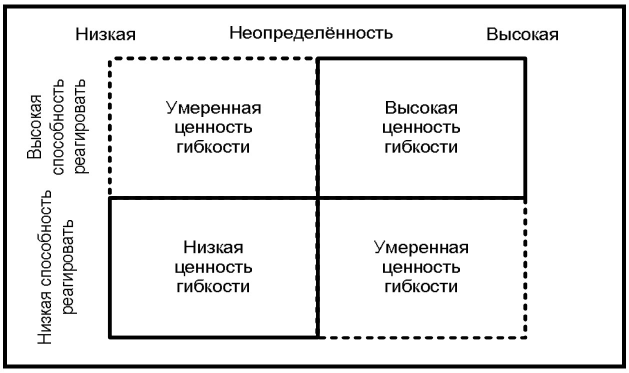

Рис.1. Важность управленческой гибкости

При этих условиях разница между опционной оценкой и другими методами принятия решений становиться существенной. Схематично случаи, когда управленческая гибкость важна, отражены на рисунке 1.

1. МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ОПЦИОНОВ

Рассмотрим теперь традиционные методы оценки реальных опционов на примере опциона «колл».

Модели с дискретным изменением цены актива

В целом все модели можно разбить на модели с дискретным временем и с непрерывным временем. Начнем с биноминальной модели оценки опционов [5], которая является простейшей.

В рамках этой модели предполагается, что базовый актив (акция – в случае финансовых опционов или приведенная стоимость ожидаемых денежных потоков – в случае реальных опционов), стоимость которого в момент $t = 0$ равна S_0, в следующий момент $t = 1$ будет стоить либо $Su > K$, либо $Sd < K$, где K – стоимость исполнения опциона. Для определения стоимости опциона «колл» необходимо воспользоваться допущением о безарбитражности рынка [2,5]. В соответствии с этим допущением портфели активов, которые обеспечивают одинаковый доход в будущем при любых сценариях, должны в настоящий момент времени стоить одинаково.

Итак, рассмотрим два портфеля активов. Первый портфель состоит из 1 опциона «колл» на акцию (или некий базовый актив), второй портфель состоит из Δ акций и денежных средств на сумму B (если $B < 0$, это означает заимствование). Итак, владелец первого портфеля в момент времени $t = 1$ получит:

$$FV_1 = \begin{cases} Su - K, \text{ при } S_1 = Su; \\ 0, \text{ при } S_1 = Sd, \end{cases} \qquad (1)$$

где

S_1 – стоимость акции (базового актива) в момент времени $t = 1$.

Владелец второго портфеля в момент времени $t = 1$, сможет получить деньги за свои акции, а также деньги, которые он вложил в безрисковый актив под ставку процента r_f:

$$FV_2 = \begin{cases} \Delta\, Su + B(1 + r_f), \text{ при } S_1 = Su; \\ \Delta\, Sd + B(1 + r_f), \text{ при } S_1 = Sd. \end{cases} \qquad (2)$$

Выясним, при каких значениях Δ и B выплаты по первому портфелю будут всегда (при любом сценарии) равны выплатам по второму портфелю. Для этого, как следует из (1) и (2), надо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} Su - K = \Delta\, Su + B(1 + r_f); \\ 0 = \Delta\, Sd + B(1 + r_f). \end{cases} \qquad (3)$$

Решая (3) получаем, что

$$\Delta = \frac{Su - K}{Su - Sd};$$
$$B = -\frac{Sd}{(1 + r_f)} \frac{Su - K}{Su - Sd}. \qquad (4)$$

Таким образом, в том случае, если второй портфель имеет вид (4) выплаты в момент времени $t = 1$ по первому и по второму портфелю будут одинаковыми, значит, стоимости этих портфелей в соответствие с допущением об отсутствие арбитража будут совпадать. Таким образом, стоимость опциона «колл» равна:

$$C = \Delta S_0 + B = \frac{Su - K}{Su - Sd} S_0 - \frac{Sd}{(1 + r_f)} \frac{Su - K}{Su - Sd}. \qquad (5)$$

Из этой формулы видно, что стоимость опциона «колл» увеличивается с ростом начальной стоимости базового актива S_0 и с ростом безрисковой процентной ставки r_f. При этом с ростом цены исполнения K (в случае реального опциона на отсрочку инвестиций цена исполнения совпадает с размером требуемых инвестиций) стоимость опциона уменьшается.

В общем случае, когда Su и Sd могут быть любыми (а не только случай $Su > K$; $Sd < K$) подобное рассмотрение приводит к следующему выражению для стоимости опциона «колл»:

$$C = \frac{Cu - Cd}{Su - Sd} S_0 - \frac{1}{(1 + r_f)} \left\{ Cd - \frac{Cu - Cd}{Su - Sd} Sd \right\},$$
$$\text{где } Cu = \max\{Su - K, 0\}; Cd = \max\{Sd - K, 0\}. \qquad (6)$$

Рассматриваемую биномиальную модель можно несколько усложнить и приблизить к реальности, если ввести не два, а много периодов времени. Эта модель и соответствующая формула (она называется биномиальной формулой оценки стоимости европейского опциона) была предложена Дж. Коксом, С. Россом и М. Рубинштейном в 1979 г. [10]. В модели принимается, что время изменяется дискретно через равные промежутки, причем длительность каждого элементарного периода – шага считается малой по сравнению с общей продолжительностью периода до исполнения опциона (например, элементарный период – день, а общая продолжительность – год, полгода или, по крайней мере, месяц). Пусть R – безрисковая ставка процента за один шаг. Предполагается, что с заданной вероятностью текущая цена на актив спот S_0 увеличивается на каждом шаге (всего их t) до уровня $h * S_0\ (h > (1 + R) > 1)$ либо с дополнительной вероятностью уменьшается до уровня $k * S_0\ (0 < k < 1)$. Например, в конце первого шага текущая цена на актив может составить либо $h * S_0$ либо $k * S_0$. Тогда стоимость европейского опциона «колл» на покупку через t шагов актива по цене исполнения K при текущей цене спот S_0 может быть рассчитана по формуле [2,10]:

$$C(S_0, t) = \frac{1}{(1 + R)^t} \left[\sum_{i=i1}^{t} \frac{t!}{i!(t - i)!} q^i (1 - q)^{t-i} \left(S_0 h^i k^{t-i} - K \right) \right], \qquad (7)$$

где

$$q = \frac{1 + R - k}{h - k}; \ i1 = \max\{0; i2\}.$$

Здесь $i2$ – минимальное целое значение i, для которого выполняется условие

$$S_0 h^i k^{t-i} \geq K.$$

Из формулы (7) видно, что стоимость опциона не зависит от конкретного значения вероятности изменения цены актива за один шаг. Видно также то, что при увеличении срока истечения опциона t, стоимость опциона также увеличивается. Это, в сущности, происходит из-за роста неопределенности относительно цены актива в момент исполнения.

Итак, в качестве промежуточного итога еще раз рассмотрим детерминанты стоимости опциона. На стоимость опциона будут влиять следующие показатели:

- Срок до исполнения. Чем дольше срок до исполнения опциона, тем полнее мы можем прояснить неопределенность и, значит, тем выше стоимость опциона.
- Безрисковая процентная ставка. Чем выше безрисковая процентная ставка, тем выше стоимость опциона благодаря выигрышу на временной стоимости денег при отсрочке исполнения опциона (отсрочке инвестиций).
- Неопределенность (изменчивость) стоимости базового актива. При наличии управленческой гибкости, чем больше неопределенность, тем выше стоимость опциона.
- Инвестиции. Чем больше величина инвестиций, тем ниже NPV (в отсутствие гибкости) и, следовательно, тем ниже стоимость опциона.
- Ожидаемая приведенная стоимость денежного потока от инвестиций. Чем выше приведенная стоимость ожидаемых денежных потоков проекта, тем выше NPV (в отсутствие гибкости) и, следовательно, тем выше стоимость опциона.

Хотя биномиальная модель на интуитивном уровне обеспечивает понимание принципа ценообразования опциона, она требует значительного числа исходных данных (если говорить с позиции ожидаемых в будущем цен на каждом узле). Если сократить периоды времени в биномиальной модели, то появится возможность выбрать один из двух вариантов изменения цены актива, поскольку можно предположить, что колебания цен становятся меньше по мере сокращения периода. В пределе при стремлении временного периода к нулю изменения цен становятся бесконечно малыми (таким образом, процесс оценки стоимости опционов становиться непрерывным).

Модели с непрерывным изменением цены актива

В основе моделей ценообразования опционов с непрерывным временем лежит конкретная модель динамики цены базового актива (конкретный вид случайного процесса), а также предположение о безарбитражности рынка, о котором уже говорилось ранее.

В предположении, что флуктуации цен базового актива соответствуют броуновскому движению, процесс эволюции цен рассматриваемого актива S_t описывается линейным броуновским движением со сносом (модель Л. Башелье):

$$S_t = S_0 + a\,t + \sigma W_t, \qquad (8)$$

где

a – сила роста цены актива;

σ – волатильность цены актива;

W_t – стандартное броуновское движение или винеровский процесс, то есть случайный процесс с независимыми нормальными (гауссовскими) приращениями с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями, пропорциональными времени t.

В предположении безарбитражности рынка стоимость опциона «колл» будет равна [11]:

$$C(t) = (S_0 - K)\Phi\left(\frac{S_0 - K}{\sigma\sqrt{t}}\right) + \sigma\sqrt{t}\,N\left(\frac{S_0 - K}{\sigma\sqrt{t}}\right), \qquad (9)$$

где

$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx$ – кумулятивная функция стандартного нормального распределения;

$N(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)$ – функция плотности стандартного нормального распределения.

Приведенная формула обладает тем очевидным недостатком, что цены S_t могут принимать отрицательные значения.

Для преодоления этого недостатка при моделировании динамики цен можно воспользоваться моделью экономического (геометрического) броуновского движения, согласно которой броуновскому движению подвержены флуктуации не самих цен на активы, а их логарифмов. В этом случае динамика цен может быть представлена в виде:

$$S_t = S_0\,exp[H_t], \qquad (10)$$

где

S_0 – начальная цена актива;

$$H_t = \left(a - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W_t, \qquad (11)$$

где

W_t – винеровский процесс;

Как было показано в работе Ф. Блэка и М. Шоулза [12] стоимость опциона «колл» при этом будет иметь следующий вид:

$$C = S_0\,\Phi(d_1) - K\,exp(-r_f\,t)\Phi(d_2), \qquad (12)$$

где

r_f – безрисковая ставка процента, $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx$ - кумулятивная функция стандартного нормального распределения, а

$d_1 = \frac{ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}$; $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$ При этом стоимость опциона «пут» можно получить, зная стоимость опциона «колл» по формуле Столла [13]:

$$P = C + K\,exp[-r_f\,t] - S_0 \qquad (13)$$

где

C – стоимость опциона «колл»,

P – стоимость опциона «пут».

Пока в данной главе рассматривались европейские опционы. Однако, глядя на формулу (12), очевидно, что стоимость американского опциона «колл» совпадает со стоимостью европейского опциона «колл», так как досрочная реализация опциона нецелесообразна. Однако, в случае, если сам базовый актив приносит некоторый доход или убыток (в случае реальных опционов это может означать, например, арендные платежи за землю или лицензионные платежи за патент и т.п.) стоимость американского опциона превышает стоимость европейского опциона и описывается формулой Ролла, Геске и Вейли [14-16]. Однако, как показывают теоретические оценки и зарубежная практика, величина премии досрочного выполнения относительно невелика и поэтому для оценки американских опционов часто используют формулу для европейских опционов.

2. НЕПРИЕМЛЕМОСТЬ «ТРАДИЦИОННЫХ» МОДЕЛЕЙ К ОЦЕНКЕ РЕАЛЬНЫХ ОПЦИОНОВ И НОВЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ РЕАЛЬНЫХ ОПЦИОНОВ

Все рассмотренные модели оценки опционов базируются на допущении о безарбитражности рынка. При выводе формул (5-7,9,12) для определения стоимости опциона необходимо было составить имитирующий портфель, состоящий из опциона и некоторого количества базового актива, который был бы безрисковым (или портфель, состоящий из базового актива и безрискового актива, который имитирует опцион). В случае финансовых опционов такой портфель создать можно, поскольку базовый актив – акции, которые торгуются на бирже. В случае реальных опционов ситуация выглядит намного сложнее. Например, для опциона на отсрочку инвестиций в качестве базового актива выступает приведенная стоимость PV ожидаемых денежных потоков от инвестирования в проект. Абсолютно очевидно, что этим активом не торгуют на рынке, не говоря уже о какой-либо доли этого актива. В этой связи подход к оценке реальных опционов на основе допущения о безарбитражности рынка и построении имитирующего портфеля абсолютно неприемлем.

В этой связи оценка реальных опционов должна осуществляться исходя из других принципов. Очевидно, что естественным вариантом решения этого вопроса является оценка реального опциона (инвестиционного проекта) на основе критерия среднего и критерия Массе [22,23].

Оценка реальных опционов на основе критерия среднего

Рассмотрим конкретный случай опциона на отсрочку инвестиций. Будем считать, что проект допускает отсрочку инвестиций (и, соответственно, отсрочку реализации проекта) в течение периода T. Кроме того, если проект окажется неэффективным, то реализовывать его необязательно. Инвестиционный проект требует осуществления инвестиций в размере I_0. При этом будем также считать, что размер требуемых инвестиций в случае начала реализации проекта в момент времени $t\ (0 \le t \le T)$ не изменяется во времени (в принципе, это довольно сильное допущение, поэтому далее будет рассмотрен вариант, когда размер требуемых инвестиций меняется во времени). В случае если инвестиции будут осуществлены в момент времени $t = 0$, то после осуществления инвестиций проект будет генерировать денежный поток, приведенная стоимость PV которого на текущую дату (на момент $t = 0$) равна S_0. Таким образом, чистый денежный доход (ЧДД, NPV, эффект) проекта по состоянию на текущий момент равен:

$$NPV_0 = S_0 - I_0 . \qquad (14)$$

Будем предполагать также, что в случае отсрочки инвестиций на период t приведенная к соответствующему моменту t стоимость ожидаемого денежного потока проекта S_t будет представлять собой случайный процесс Самуэльсона (10):

$$S_t = S_0 \exp[H_t], \qquad (15)$$

где

$$H_t = \left(a - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\sqrt{t}\,\xi , \qquad (16)$$

где

ξ – случайная величина, имеющая стандартное нормальное распределение;

величина a называется коэффициентом смещения геометрического броуновского движения;

σ – его волатильностью.

Легко показать, что:

$$\langle S_t\rangle_\xi = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\xi^2}{2}\right]S_0\exp\left[\left(a-\frac{\sigma^2}{2}\right)t+\sigma\sqrt{t}\,\xi\right]d\xi = S_0\exp[a\,t] , \qquad (17)$$

таким образом:

$$a = \frac{1}{t}\ln\left(\frac{\langle S_t\rangle_\xi}{S_0}\right). \qquad (18)$$

Такого рода предположение относительно динамики S_t традиционно делается при оценке реальных опционов [5,7]. При этом коэффициент смещения a приведенной стоимости ожидаемого денежного потока и его волатильность σ, как отмечается в работе [5], могут быть оценены одним из трех способов:

- Если мы в прошлом инвестировали в похожие проекты, то параметры a и σ для других проектов могут быть использованы для целей оценки. Это может быть способ, позволяющий компании по производству потребительских товаров, такой как Gillette, оценить параметры a и σ, связанные с введением новых лезвий для выпускаемых ею бритв.
- Мы можем приписать различным рыночным сценариям вероятности, оценить денежные потоки и приведенную стоимость для каждого из этих сценариев, а затем рассчитать параметры a и σ. Или же распределение вероятностей может быть оценено для каждого элемента исходных данных при анализе проекта – например, для размера рынка, рыночной доли и нормы прибыли, а моделирование можно использовать для оценки параметров a и σ. Этот подход обычно лучше всего работает, когда существуют один или два источника значительной неопределенности относительно будущих денежных потоков.
- В качестве оценки параметров a и σ мы можем использовать соответствующие параметры ценности фирм, занимающихся одним и тем же бизнесом (таким, как рассматриваемый проект). Таким образом, средняя дисперсия и сила роста стоимости фирм, занимающихся бизнесом в сфере разработки и продажи программного обеспечения, могут быть использованы для оценки проекта, связанного с программным обеспечением.

Итак, поскольку по условию задачи, проект обладает управленческой гибкостью в течение периода времени T, то в каждый момент времени $t \in [0; T]$ менеджмент проекта может рассматривать возможность о начале реализации проекта. При этом менеджмент проекта может вовсе не реализовывать проект. Таким образом, имеем случай реального опциона «колл». В случае, если опцион исполняется в момент времени t чистый денежный доход проекта (ЧДД, NPV, эффект проекта) составит:

$$NPV_t = \begin{cases}(S_t - I_0)e^{-r_f t}, \text{ если } S_t \ge I_0 ;\\ 0, \text{ если } S_t < I_0 ,\end{cases} \qquad (19)$$

где

r_f - безрисковая процентная ставка. При этом из (15) следует, что неравенство $S_t \ge I_0$ имеет место только тогда, когда выполняется неравенство:

$$\xi \ge \xi_0 = \frac{\ln\left(\frac{I_0}{S_0}\right) - \left(a - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad (20)$$

Таким образом, получаем, что если опцион будет реализован в момент времени t, то среднее значение ЧДД проекта на текущий момент (NPV_t) будет равно:

$$\varepsilon(t) = \langle NPV_t\rangle_\xi = \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\xi^2}{2}\right]NPV_t(\xi)\,d\xi =$$

$$= \int_{\xi_0}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\xi^2}{2}\right](S_t - I_0)e^{-r_f t}\,d\xi =$$

$$= S_0\exp\left[\left(a - r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right)t\right]\int_{\xi_0}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\xi^2/2\right]\exp\left[\sigma\sqrt{t}\,\xi\right] *$$

$$* d\xi - I_0 e^{-r_f t}\int_{\xi_0}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\xi^2/2\right]d\xi =$$

$$= S_0 e^{(a-r_f)t}\Phi\left(-\xi_0 + \sigma\sqrt{t}\right) - I_0 e^{-r_f t}\Phi(-\xi_0) =$$

$$= S_0 e^{(a-r_f)t}\Phi(d_1) - I_0 e^{-r_f t}\Phi(d_2), \qquad (21)$$

где

$$\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)dx$$ - кумулятивная функция стандартного нормального распределения, а

$$d_1(t)=-\xi_0+\sigma\sqrt{t}=\frac{ln(S_0/I_0)+(a+\sigma^2/2)\,t}{\sigma\sqrt{t}};$$

$$d_2(t)=-\xi_0=\frac{ln(S_0/I_0)+(a-\sigma^2/2)\,t}{\sigma\sqrt{t}} \qquad (22)$$

Поскольку наш реальный опцион предполагает управленческую гибкость на всем протяжении вплоть до окончания срока действия опциона $t=T$, то реальный опцион по своей сути является опционом американского типа. При этом как уже говорилось ранее, для инвестора нейтрального к риску эффект проекта будет представлять собой среднее значение NPV по всем возможным сценариям реализации. Именно поэтому в качестве ожидаемого эффекта проекта (стоимости реального опциона «колл» американского типа) должно браться значения максимума от всех $\varepsilon(t)$ за период $t\in[0;T]$:

$$\varepsilon_T=\max_{t\in[0,T]}\{\varepsilon(t)\} \qquad (23)$$

Легко показать, что, по крайней мере, при $a\geq r_f$ производная $\partial\varepsilon(t)/\partial t>0$ и поэтому функция (21) монотонно возрастает со временем t, а значит при $a\geq r_f$ эффект проекта равен:

$$\varepsilon_T=\max_{t\in[0,T]}\{\varepsilon(t)\}=\varepsilon(T)=$$
$$=S_0\,e^{(a-rf)T}\,\Phi(d_1(T))-I_0\,e^{-rf\,T}\,\Phi(d_2(T)). \qquad (24)$$

В том случае, если коэффициент смещения a, который характеризует среднее значение приведенной стоимости ожидаемого денежного потока ($\langle S_t\rangle_\xi=S_0\,exp[a\,t]$), совпадает с безрисковой процентной ставкой r_f, выражение для эффекта проекта (стоимости реального опциона) упрощается:

$$\varepsilon_T=S_0\Phi(d_1(T))-I_0\,e^{-rf\,T}\,\Phi(d_2(T)), \qquad (25)$$

где

$$d_1(t)=\frac{ln(S_0/I_0)+(r_f+\sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}};$$

$$d_2(t)=d_1(t)-\sigma\sqrt{t}. \qquad (26)$$

Формула (25) является ничем иным как формулой Блэка-Шоулза (12), которая определяет стоимость европейских и американских опционов (в случае отсутствия выплат и доходов, получаемых владельцем опциона во время срока действия опционного контракта)! Этот результат является замечательным и фактически, приведенное рассмотрение является достаточно простым выводом формулы Блэка-Шоуза, не требующим привлечения аппарата теории дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных [2]!

Как было сказано ранее, очевидным недостатком рассматриваемой модели (формулы (19-26)) являлось то, что размер требуемых инвестиций оставался неизменным за весь временной период от текущего момента $t=0$ до окончания срока действия опциона $t=T$. Очевидно, что затраты на реализацию проекта также подвержены инфляции. Учтем это в нашей модели. Будем считать, что в том случае, если инвестирование будет осуществляться не в начальный момент времени, а в момент времени $t:0\leq t\leq T$, для реализации проекта потребуются уже большие инвестиции в размере:

$$I(t)=I_0\,e^{r_i t}, \qquad (27)$$

где r_i – годовой темп прироста требуемых инвестиций. Величина r_i, вообще говоря, отличается от среднего темпа прироста цен, поскольку отражает удорожание товаров и услуг, связанных с инвестициями (например, строительные материалы, оборудование, строительные работы и так далее). Кроме того, величина r_i вообще говоря, не равна безрисковой ставке процента r_f. Однако, для простоты дальнейших выкладок и ввиду того, что разница между r_f и r_i зачастую невелика, далее сделаем допущение, что $r_i=r_f$.

Таким образом, из формулы (25) заменяя I_0 на $I(t)$, получим:

$$\varepsilon_T=S_0\Phi(d_1(T))-I_0\,\Phi(d_2(T)), \qquad (28)$$

где

$$d_1(t)=\frac{ln(S_0/I_0)+(\sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}};$$

$$d_2(t)=d_1(t)-\sigma\sqrt{t}. \qquad (29)$$

В полученной модифицированной формуле Блэка-Шоулза мы избавились от безрисковой ставки процента r_f и, таким образом, упростили итоговую формулу для дальнейшего анализа.

Нормируя ожидаемый эффект проекта ε и приведенную стоимость ожидаемых денежных потоков S_0 на величину требуемых в начальный момент инвестиций I_0, а также вводя безразмерное время, получим:

$$\varepsilon_{ex}=s_0\Phi(d_1(\tau))-\Phi(d_2(\tau)), \qquad (30)$$

где

$$d_1(\tau)=\frac{ln(s_0)+(\tau/2)}{\sqrt{\tau}};$$

$$d_2(\tau)=d_1(\tau)-\sqrt{\tau}. \qquad (31)$$

Здесь $\varepsilon_{ex}=\varepsilon/I_0$ – ожидаемый эффект проекта, нормированный на начальные инвестиции I_0; $s_0=S_0/I_0$ – приведенная стоимость ожидаемого денежного потока, нормированная на начальные инвестиции I_0, $\tau=\sigma^2T$ - безразмерное время (эту величину можно также рассматривать, как дисперсию доходности актива за период T: $D=\sigma^2T$ - эта величина характеризует величину неопределенности эффекта проекта).

В отсутствие неопределенности $(\tau=0)$ ожидаемый эффект проекта равен:

$$\varepsilon_{ex}=s_0-1 \qquad (32)$$

Это выражение также соответствует эффекту проекта в отсутствии управленческой гибкости.

На рис. 2 представлена зависимость ожидаемого эффекта проекта ε_{ex} от начального значения приведенной стоимости денежного потока s_0 для различных значений неопределенности D. Видно, что ожидаемый эффект увеличивается с ростом s_0. В случае отсутствия неопределенности эта зависимость, очевидно, имеет линейный характер, а в случае, когда есть неопределенность (и, соответственно, возможность проявить управленческую гибкость), этот рост является нелинейным при малых значениях s_0, а далее при больших значениях s_0 становится линейным. Ожидаемый эффект проекта будет тем больше, чем больше величина неопределенности D. Как видно, наибольшее преимущество управленческая гибкость дает проектам, которые в отсутствии управленческой гибкости либо неэффективны, либо эффект которых близок к 0. Этот вывод соответствует и результатам других исследователей (например, [6,9]).

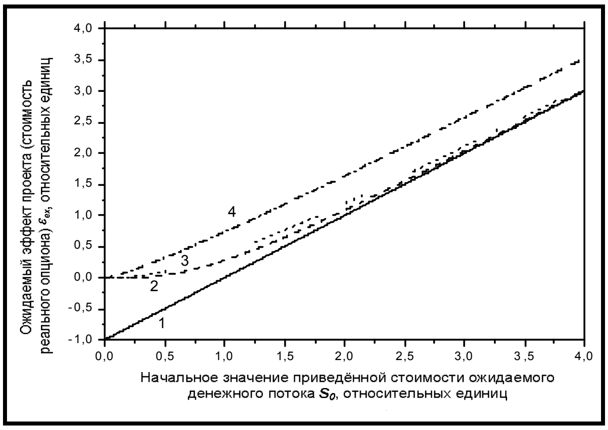

Рис. 2. Зависимость ожидаемого эффекта проекта ε_{ex} от начального значения приведенной стоимости ожидаемого денежного потока s_0 для различных значений неопределенности D

На рис. 2:

линия 1: $D = 0$ (отсутствие неопределенности, отсутствие управленческой гибкости);

кривая 2: $D = 0{,}5$;

кривая 3: $D = 1$;

кривая 4: $D = 5$.

Начальное значение приведенной стоимости денежного потока и ожидаемый эффект проекта нормированы на начальный размер инвестиций I_0 .

На рис. 3:

кривая 1: $s_0 = 0{,}5$;

кривая 2: $s_0 = 1$; кривая 3: $s_0 = 2$;

кривая 4: $s_0 = 3$.

Начальное значение приведенной стоимости ожидаемого денежного потока и ожидаемый эффект проекта нормированы на начальный размер требуемых инвестиций I_0 .

На рис. 3. представлена зависимость ожидаемого эффекта проекта ε_{ex} от величины неопределенности D для различных начальных значений приведенной стоимости ожидаемого денежного потока s_0. Отсюда видно, что ожидаемый эффект проекта растет с ростом дисперсии приведенной стоимости денежного потока D. Этот рост выходит на насыщение $\lim_{D\to+\infty} \varepsilon_{ex}(D) = s_0$. Следует отметить, что наличие управленческой гибкости делает даже исходно неэффективные проекты (когда $s_0 < 1$) эффективными поскольку позволяет отказываться от реализации неэффективных проектов при неблагоприятных сценариях, хотя, конечно, при малых значениях неопределенности D ожидаемый эффект таких проектов крайне мал.

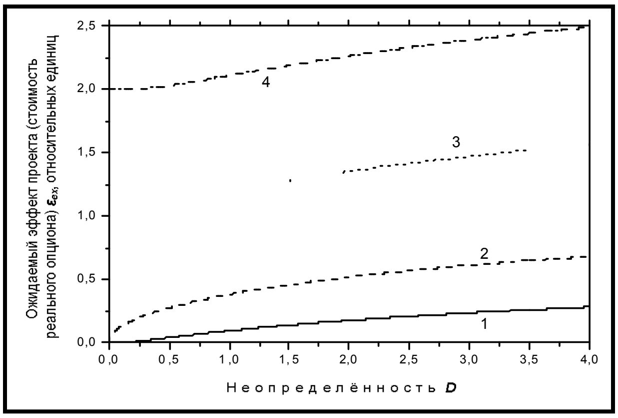

Рис. 3. Зависимость ожидаемого эффекта проекта ε_{ex} от величины неопределенности D для различных значений начальной приведенной стоимости ожидаемого денежного потока s_0

Оценка реальных опционов на основе критерия Массе.

В рассматриваемой модели, когда ожидаемый эффект проекта $\varepsilon(t)$ выражается, как среднее значение случайной величины эффекта в момент t исполнения реального опциона, ожидаемый эффект проекта монотонно растет с ростом неопределенности (хотя, практика принятия инвестиционных решений говорит о том, что большинство инвесторов боятся неопределенности и не готовы идти на большой риск (см., например [17])). Абсолютно очевидно, что такой результат является прямым следствием использования критерия среднего (21). Критерий среднего, как показано в работе [18], может давать адекватные результаты либо для нейтральных к риску инвесторов, либо в случае, если разброс возможных эффектов проекта мал по сравнению с величиной собственного капитала инвестора. Для более адекватного описания вопроса о критерии эффективности проектов, допускающих управленческую гибкость в процессе их реализации необходимо использовать критерий Массе [2,18,22,23]:

$\varepsilon_T = \max_{t\in[0,T]}\{\varepsilon(t)\}$, где

$$\varepsilon(t) = -\frac{1}{\mu} \ln\left(\sum_{i=1}^{n} p_i \exp\left(-\mu NPV_t^i\right)\right), \qquad (33)$$

где $\mu = \theta / A_0$ – параметр «несклонности к риску» инвестора [2,18], A_0 – величина собственного капитала инвестора, а θ – параметр, характеризующий инвестиционные предпочтения инвестора (уровень неприемлемости риска). Индекс i характеризует номер сценария (в нашем случае их бесконечное количество, поэтому от суммирования надо переходить к интегрированию). Величина $\varepsilon(t)$ – характеризует ожидаемый эффект проекта, в случае, если реальный опцион будет исполнен (или не исполнен) в момент времени t (но не до этого момента), то есть характеризует стоимость европейского опциона.

Итак, подставляя в (33) выражение для случайного значение ***NPV*** проекта (19), с учетом модели роста требуемых инвестиций (27), а также допущения о равенстве: $a = r_i = r_f$, получим:

$$\varepsilon(t) = -\frac{1}{\mu} ln\left(\langle exp[-\mu\, NPV_t]\rangle_\xi\right) = -\frac{1}{\mu} ln *$$

$$* \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\xi^2/2\right] exp\left[-\mu\, NPV_t(\xi)\right] d\xi \right) =$$

$$= -\frac{1}{\mu} ln \left(\int_{-\infty}^{\xi_0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\xi^2/2\right] d\xi + \right.$$

$$+ \int_{\xi_0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\xi^2/2\right] exp\, *$$

$$\left. * \left[-\mu \left(\left(S_0 e^{\left(r_f - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma\sqrt{t}\,\xi} - I_0 e^{r_f t} \right) e^{-r_f t} \right) \right] d\xi \right) =$$

$$= -a_1 I_0\, ln \left(\Phi(\xi_0) + e^{1/a_1} \int_{\xi_0}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left[-\xi^2/2\right] * \right.$$

$$\left. * exp\left[-\frac{s_0}{a_1} e^{-\tau_1/2 + \sqrt{\tau_1}\xi} \right] d\xi \right), \qquad (34)$$

где

$a_1 = \frac{A_0}{\theta_1 I_0}$ - нормированный размер собственного капитала,

$$\xi_0 = \frac{-ln\, s_0 + \tau_1/2}{\sqrt{\tau_1}},$$

где

$\tau_1 = D_1 = \sigma^2 t = D\left(ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right)\right)$ - дисперсия доходности базового актива (приведенной стоимости ожидаемого денежного потока) за время t (эту величину можно также трактовать, как нормированное время).

В данной модели дисперсия D_1 характеризует неопределенность результатов инвестиционного проекта.

К сожалению, интеграл (34) не может быть выражен через элементарные функции, поэтому для дальнейшего анализа понадобятся численные расчеты. Зависимость стоимости реального опциона (ожидаемого эффекта проекта) $\varepsilon(t)$ в случае, если он будет исполнен в момент времени t (то есть, стоимость не американского, а европейского опциона) от параметров, которые определяют его стоимость: дисперсии D_1 (нормированного времени τ_1), начального размера приведенной стоимости ожидаемых денежных потоков s_0, а также нормированного собственного капитала инвестора a_1 (который обратно пропорционален уровню неприемлемости риска θ_1) представлены на рисунках 4-8.

Здесь хотелось бы также отметить, что когда мы отождествляем ожидаемый эффект проекта и стоимость реального опциона, то здесь речь идет не о рыночной стоимости, а об инвестиционной стоимости, которая, в соответствии с работами [19-21], является стоимостью объекта оценки, определяемая исходя из его доходности для конкретного лица при заданных инвестиционных целях. То есть, величина этой стоимости принципиально является субъективной, зависящей от предпочтений инвестора.

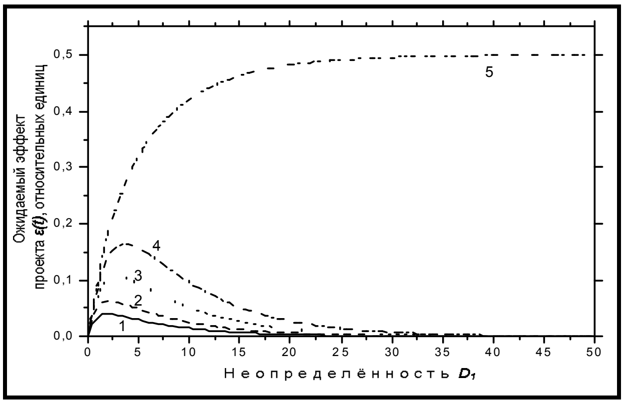

Рис. 4. Зависимость ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от неопределенности $D_1 = \tau_1 = \sigma^2 t$ для инвесторов с различными нормированными значениями собственного капитала a_1

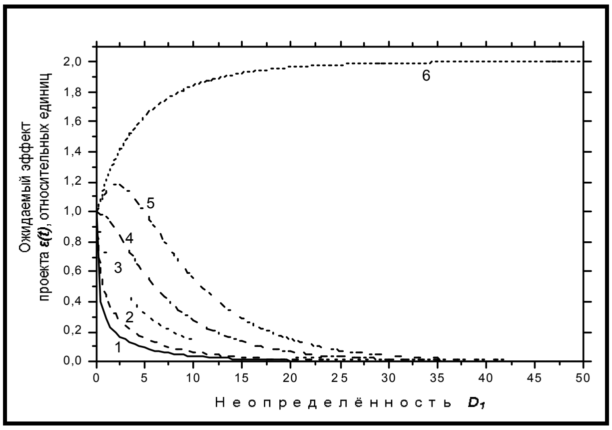

Рис. 5. Зависимость ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от неопределенности $D_1 = \tau_1 = \sigma^2 t$ для инвесторов с различными нормированными значениями собственного капитала a_1

На рис. 4:

кривая 1: $a_1 = 0,5$;

кривая 2: $a_1 = 1$;

кривая 3: $a_1 = 3$;

кривая 4: $a_1 = 10$;

кривая 5: $a_1 = +\infty$ (случай очень крупных компаний, либо нулевой уровень неприемлемости риска θ_1).

Ожидаемый эффект проекта $\varepsilon(t)$ нормирован на I_0. Начальное значение приведенной стоимости ожидаемого денежного потока проекта $s_0 = 0,5$ (то есть, проект исходно неэффективен).

На рис. 5:

кривая 1: $a_1 = 0,5$;

кривая 2: $a_1 = 1$;

кривая 3: $a_1 = 3$;

кривая 4: $a_1 = 10$;

кривая 5: $a_1 = 50$;

кривая 6: $a_1 = +\infty$ (случай очень крупных компаний, либо нулевой уровень неприемлемости риска θ_1).

Ожидаемый эффект проекта $\varepsilon(t)$ нормирован на I_0. Начальное значение приведенной стоимости ожидаемого денежного потока проекта $s_0 = 2$ (то есть, проект исходно (без управленческой гибкости) эффективен).

Рассмотрим вначале зависимость $\varepsilon(t)$ от дисперсии D_1. Поскольку параметр D_1 равен $\sigma^2 t$, то рост D_1 может заключаться либо в росте σ^2 (значение, которое является внутренней характеристикой изменчивости самого актива) при постоянном t, либо в увеличении t при постоянном значении σ^2. Итак, зависимость ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от дисперсии $D_1 = \sigma^2 t = D\left(ln\left(\frac{S_t}{S_0}\right)\right)$ для инвесторов с различными нормированными значениями собственного капитала a_1 представлена на рис. 4. и на рис. 5. Здесь целесообразно вести анализ этой зависимости отдельно для исходно неэффективных проектов (то есть проектов, которые неэффективны без управленческой гибкости), что соответствует $s_0 < 1$ и исходно эффективных проектов, что соответствует $s_0 > 1$. На рис. 4. представлен случай исходно неэффективного проекта. Видно, что при малых значениях неопределенности (при малых значениях D_1) ожидаемый эффект проекта растет с ростом неопределенности для инвесторов с различным размером собственного капитала. Этот результат абсолютно понятен, поскольку эффект проекта без управленческой гибкости отрицателен, а неопределенность дает инвестору надежду на то, что в будущем приведенная стоимость денежных потоков S_t превысит требуемые инвестиции $I(t)$ и проект станет эффективным.

Далее, с ростом неопределенности ожидаемый эффект проекта $\varepsilon(t)$ выходит на максимум, после чего начинает монотонно уменьшаться. Дело в том, что при достаточно больших значениях неопределенности D_1 характерный разброс возможных значений эффекта проекта становится сравнимым с собственным капиталом инвестора и дальнейший рост неопределенности уже становится неприемлемым для инвестора. Следует подчеркнуть, что рассматриваемые выводы относятся к ожидаемому эффекту проекта $\varepsilon(t)$, то есть к ожидаемому эффекту проекта в случае, если начало его реализации (исполнение опциона) будет в момент времени t (то есть речь идет о стоимости европейского опциона). Нас же в конечном итоге интересует ожидаемый эффект проекта с возможностью отложить осуществление инвестиций на срок T. Такой проект, как уже говорилось, является по сути опционом американского типа, поэтому ожидаемый эффект такого проекта будет равен максимальному значению $\varepsilon(t)$ на временном отрезке $t \in [0; T]$:

$$\varepsilon_T = \max_{t\in[0,T]}\{\varepsilon(t)\}. \qquad (35)$$

Таким образом, если через $D_{max} = \sigma^2 t_{max}(a_1, s_0)$ обозначить значение дисперсии, при котором $\varepsilon(t)$ принимает максимальное значение (см. рис. 4), и ввести величину $D_T = \sigma^2 T$, то ожидаемый эффект проекта (стоимость реального опциона) будет равна:

$$\varepsilon_T = \begin{cases} \varepsilon(t_{max}),\ при\ D_T \ge D_{max}; \\ \varepsilon(T),\ при\ D_T < D_{max}. \end{cases} \qquad (36)$$

Таким образом, как видно из рис. 4, с учетом формулы (36) понятно, что ожидаемый эффект проекта, который исходно был неэффективным, растет строго монотонно с ростом D_T (то есть, с увеличением либо максимального времени отсрочки инвестиций T, либо с увеличением годовой дисперсии σ^2) до тех пор пока $D_T < D_{max}$. Как только D_T начинает превышать D_{max} ожидаемый эффект проекта перестает зависеть от D_T и выходит на константу $\varepsilon_T = \varepsilon(t_{max})$. Каждому размеру компании (капитала инвестора) соответствует свой уровень t_{max} и, соответственно, $\varepsilon(t_{max})$. Как следует из рисунка 4., с ростом размера компании величина t_{max} и, соответственно, $\varepsilon(t_{max})$ увеличиваются, что говорит о том, что чем крупнее компания, тем большие риски она может считать допустимыми и тем больше потенциально может быть ожидаемый эффект проекта. Ожидаемый эффект проекта монотонно растет с ростом размера собственного капитала инвестора (и падает с ростом уровня неприемлемости риска θ_1). В пределе бесконечного собственного капитала ($A_0 \to \infty$) или в пределе нейтральности к риску $\theta_1 \to 0$, ожидаемый эффект проекта соответствует модели Блэка-Шоулза (28, 29) и растет строго монотонно с ростом дисперсии D_T и в пределе при $D_T \to \infty$ выходит на уровень $\varepsilon_T = S_0$.

Ситуация несколько меняется в случае, когда проект исходно (без учета управленческой гибкости) эффективен. Это соответствует значению параметра $s_0 = S_0 / I_0 > 1$ (см. рис. 5). В этом случае зависимость ожидаемого эффекта $\varepsilon(t)$ от дисперсии D_1 существенно зависит от размера собственного капитала инвестора (и его уровня неприемлемости риска). Для не слишком крупных инвесторов (кривые 1-4 на рис. 5) ожидаемый эффект $\varepsilon(t)$ проекта монотонно падает с ростом D_1, поскольку эти инвесторы исходно уже имеют эффективный проект и для них нет смысла откладывать реализацию проекта в надежде получить больший эффект (тот случай, когда лучше синица в руке, чем журавль в небе). Для достаточно крупных инвесторов (кривая 5 на рис. 5) имеющийся исходно (без учета управленческой гибкости) эффект проекта достаточно мал по сравнению с размером собственного капитала и поэтому такие инвесторы готовы рискнуть отложить начало реализации проекта в надежде на то, что показатели проекта еще улучшатся. Однако, даже такие инвесторы имеют определенный порог приемлемой неопределенности (который соответствует пику кривой 5 на рис. 5), после которого эффект проекта $\varepsilon(t)$ начинает падать. И, наконец, инвесторы с бесконечно большим капиталом (или нейтральные к риску) не обращают внимания на возможные негативные варианты откладывания инвестиций, поэтому ожидаемый эффект проекта для таких инвесторов монотонно растет с ростом неопределенности в пределе выходя на значение S_0.

Если теперь переходить от величины стоимости опциона (ожидаемого эффекта проекта) $\varepsilon(t)$ с моментом исполнения равным t (эта величина соответствует стоимости европейского опциона) к величине ε_T (эта величина соответствует стоимости американского опциона), то из рис. 5 и формулы (36) видно, что в случае исходно эффективных проектов ($NPV_0 = S_0 - I_0 > 0$) ожидаемый эффект проекта ε_T для не слишком крупных компаний (капитал которых сопоставим с NPV_0) равен NPV_0. Для крупных компаний (размер собственного капитала которых много больше NPV_0) ожидаемый эффект проекта ε_T растет с ростом дисперсии D_T до тех пор пока $D_T < D_{max}$. Как только D_T начинает превышать D_{max} ожидаемый эффект проекта перестает зависеть от D_T и выходит на константу $\varepsilon_T = \varepsilon(t_{max})$. Величина t_{max} растет с ростом собственного капитала инвестора (и с уменьшением уровня неприемлемости риска θ_1). В пределе очень больших компаний (инвесторов), когда $A_0 \to \infty$ или в пределе нейтральности к риску $\theta_1 \to 0$, ожидаемый эффект проекта соответствует модели Блэка-Шоулза (28, 29) и растет строго монотонно с ростом дисперсии D_T и в пределе при $D_T \to \infty$ выходит на уровень $\varepsilon_T = S_0$.

На рис. 6. и 7. изображены зависимости ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от нормированного собственного капитала инвестора a_1 для различных значений дисперсии $D_1 = \tau_1 = \sigma^2 t$. Видно, что с ростом собственного капитала инвестора (и с уменьшением уровня неприемлемости риска θ_1) ожидаемый эффект монотонно возрастает и в пределе когда $A_0 \to \infty$ или в пределе нейтральности к риску $\theta_1 \to 0$ ожидаемый эффект проекта выходит на уровень, который соответствует модели Блэка-Шоулза (28, 29).

Видно также, что различные инвесторы по-разному относятся к неопределенности. В случае исходно неэффективных проектов (рис. 6) ожидаемый эффект проекта растет с ростом неопределенности, однако, при очень большой неопределенности (при больших D_1) начинается спад. Это значит, что инвесторы готовы откладывать реализацию проекта и ждать возможного положительного развития событий, но лишь до определенной степени. Это граничное значение неопределенности D_{max} тем выше, чем выше капитал инвестора (и чем меньше несклонности к риску θ_1).

В случае исходно эффективных проектов (рис. 7) маленькие компании вообще склонны не откладывать реализацию проекта (откладывание проекта соответствует увеличению D_1) и поэтому ожидаемый эффект проекта для них равен NPV_0, а большие компании (капитал которых намного превышает NPV_0) готовы немного отложить начало реализации проекта. Эта готовность к отсрочке проекта и, тем самым, готовность к риску тем больше, чем больше капитал компании и чем меньше уровень неприемлемости риска θ_1.

На рис. 8. изображена зависимость ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от начального значения приведенной стоимости ожидаемых денежных потоков S_0 для различных значений нормированного собственного капитала инвестора a_1. Видно, что с ростом S_0 (а, соответственно, и с ростом $NPV_0 = S_0 - I_0$) ожидаемый эффект проекта монотонно растет. При малых значениях $s_0 = S_0 / I_0$ ожидаемый эффект проекта неотличим от нуля, а далее его рост будет тем быстрее, чем больше размер собственного капитала инвестора, за счет того, что крупные инвесторы готовы идти на риск, связанный с отсрочкой в реализации проекта даже в том случае, когда исходно проект эффективен.

В подходе, проведенном выше, рассматривались опционы на отсрочку (или, как они еще называются в работе [2], «опционы на анализ ситуации и выбор целесообразного момента времени для начала инвестирования»), которые являются опционами «колл». Абсолютно очевидно, что с помощью метода на основе критерия Массе (33), описанного в настоящей главе, совершенно аналогично можно оценивать также стоимость и других видов реальных опционов: опционов на отказ, опционов на расширение и на сокращение, опционов на переключение и т.д.

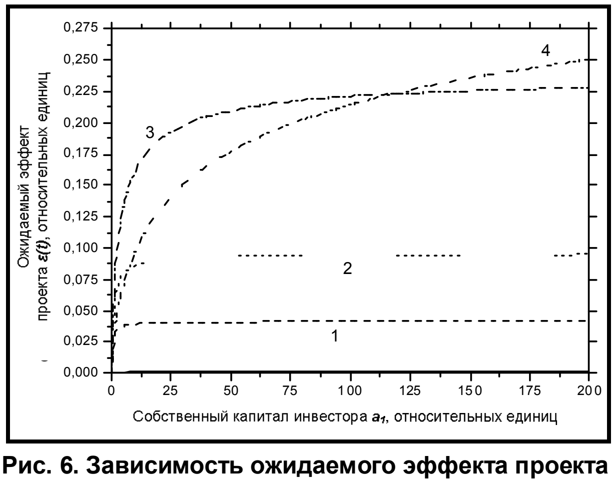

Рис. 6. Зависимость ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от нормированного собственного капитала инвестора a_1.

На рис. 6. Для различных значений неопределенности $D_1 = \tau_1 = \sigma^2 t$:

кривая 1: $D_1 = 0{,}5$;

кривая 2: $D_1 = 1$;

кривая 3: $D_1 = 3$;

кривая 4: $D_1 = 10$.

Ожидаемый эффект проекта $\varepsilon(t)$ нормирован на I_0. Начальное значение приведенной стоимости ожидаемого денежного потока проекта $s_0 = 0{,}5$ (то есть, проект исходно (без управленческой гибкости) неэффективен).

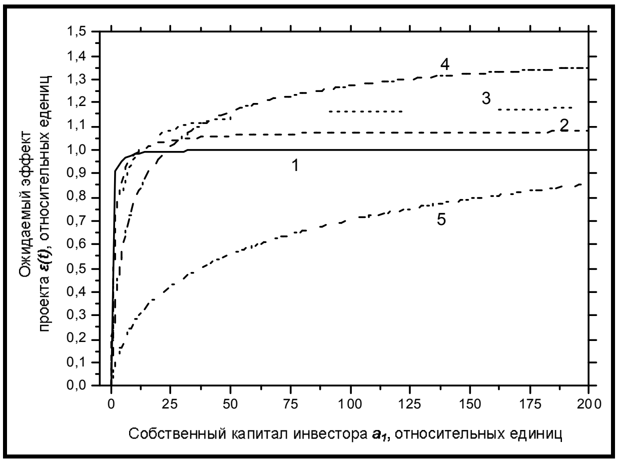

Рис. 7. Зависимость ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от нормированного собственного капитала инвестора a_1

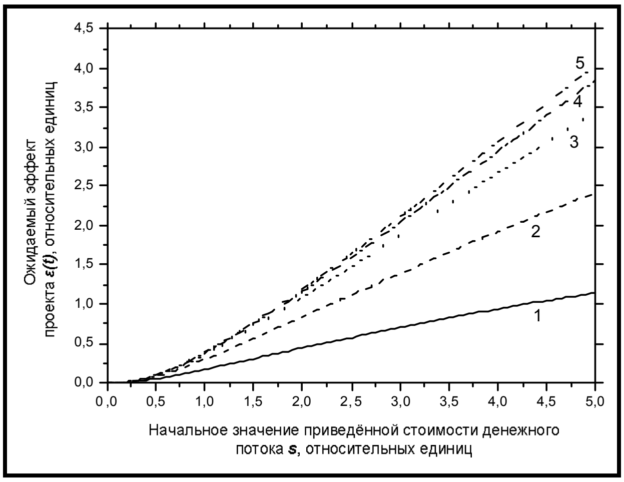

Рис. 8. Зависимость ожидаемого эффекта проекта $\varepsilon(t)$ от начального значения приведенной стоимости ожидаемых денежных потоков s_0.

На рис. 7: Для различных значений неопределенности $D_1 = \tau_1 = \sigma^2 t$:

кривая 1: $D_1 = 0{,}1$;

кривая 2: $D_1 = 0{,}5$;

кривая 3: $D_1 = 1$;

кривая 4: $D_1 = 3$; кривая 5: $D_1 = 10$.

Ожидаемый эффект проекта $\varepsilon(t)$ нормирован на I_0. Начальное значение приведенной стоимости ожидаемого денежного потока проекта $s_0 = 2$ (то есть, проект исходно (без управленческой гибкости) эффективен).

На рис. 8: Для различных значений нормированного собственного капитала инвестора a_1 :

кривая 1: $a_1 = 1$;

кривая 2: $a_1 = 5$;

кривая 3: $a_1 = 25$;

кривая 4: $a_1 = 100$;

кривая 5: $a_1 = +\infty$ (случай очень крупных компаний, либо нулевой уровень неприемлемости риска θ_1).

Ожидаемый эффект проекта $\varepsilon(t)$ нормирован на I_0.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Окончательно, по результатам, полученным в работе можно сделать следующие выводы:

Инвестиционные проекты, которые предполагают возможность управленческой гибкости, более эффективны, чем такие же проекты без управленческой гибкости. Таким образом, сама по себе управленческая гибкость создает дополнительную стоимость.

Ценность управленческой гибкости тем больше, чем больше способность менеджмента проекта реагировать в будущем на те или иные изменения, связанные с проектом, а также тем больше, чем больше неопределенность относительно возможных сценариев реализации проекта и велика вероятность получения новой информации с течением времени. Кроме того, учет управленческой гибкости (учет опционного характера проекта) наиболее важен для проектов, которые без учета управленческой гибкости либо неэффективны, либо **NPV** которых близок к **0** .

Традиционные методы оценки опционов, основанные на предположении о безарбитражности рынка и на идее создания имитирующего портфеля непригодны для оценки реальных опционов, поскольку инвестиционные проекты, а тем более денежные потоки проекта после осуществления инвестиций являются непубличными активами, т.е. они (а тем более их доли) не продаются и не покупаются свободно на рынке.

В этой связи для оценки инвестиционных проектов необходимо применять другие методы: метод оценки реальных опционов на основе критерия математического ожидания (21 и 23) и метод на основе критерия Массе (33).

Метод на основе критерия математического ожидания применим для оценки инвестиционных проектов инвесторами либо с очень большим собственным капиталом или инвесторами нейтральными к риску. Модель на основе критерия математического ожидания в целом дает такой же результат, как и модель Блэка-Шоулза.

Более универсальной является модель оценки реальных опционов на основе критерия Массе. Эта модель учитывает специфику инвестора, который принимает решение об участии в проекте, а именно учитывает размер его собственного капитала и его уровень неприемлемости риска.

Принципиальный вывод, который получается в рамках модели Массе оценки опционов, является вывод о том, что эффективность инвестиционного проекта зависит от размера собственного капитала инвестора. Чем больше собственный капитал инвестора (или чем меньше его уровень неприемлемости риска), тем больше его способность идти на риск и тем больше при прочих равных условиях ожидаемый эффект проекта. Зависимость ожидаемого эффекта проекта (стоимости реального опциона) от размера собственного капитала (и от уровня неприемлемости риска) является монотонной. В пределе инвесторов с очень большим собственным капиталом (или для нейтральных к риску инвесторов) эффект проекта асимптотически стремится к «традиционному» выражению, определяемому моделью Блэка-Шоулза.

Зависимость стоимости реального опциона на отсрочку инвестиций (ожидаемый эффект проекта) от характеристики неопределенности (годовой дисперсии σ^2) и от максимального срока отсрочки инвестиций (срока жизни опциона) не является строго монотонной, как в случае «традиционной» модели Блэка-Шоулза. Рост неопределенности ведет к росту ожидаемого эффекта проекта лишь до определенного предела, а далее инвестор перестает ценить «дополнительную» неопределенность, поскольку характерный разброс эффекта проекта становится сравнимым со стоимостью собственного капитала инвестора. Этот предел зависит от размера собственного капитала и от ожидаемого эффекта проекта в отсутствии управленческой гибкости: с ростом собственного капитала этот предел всегда возрастает или, по крайней мере, не уменьшается.

Для проектов, которые исходно (без управленческой гибкости) были неэффективны, управленческая гибкость всегда создает дополнительную стоимость. Для проектов, которые исходно были эффективны, дополнительная ценность управленческой гибкости зависит от собственного капитала инвестора (и от его уровня неприемлемости риска). Инвесторы с небольшим размером собственного капитала (или с большим уровнем неприемлемости риска) несклонны рисковать и предпочитают реализовывать эффективный проект без отсрочки. Инвесторы с большим собственным капиталом (или с маленьким уровнем неприемлемости риска) могут пойти на отсрочку осуществления инвестиций даже эффективного проекта, поскольку такие инвесторы надеются получить выгоду от ожидания и принятия проекта в будущем периоде.

Общие результаты и выводы, полученные в этой статье для реальных опционов на отсрочку инвестиций применимы и к другим видам реальных опционов. Методы на основе критерия математического ожидания и на основе критерия Массе также могут применяться для оценки не только реальных опционов на отсрочку инвестиций, но также и для оценки других видов реальных опционов.

Литература

1. Волков И.М., Грачева М.В. Проектный анализ: Продвинутый курс. М.: ИНФРА-М, 2004.
2. Виленский П.Л., Лифшиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов: Теория и практика: Учеб.-практ. Пособие. – М.: Дело, 2001
3. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов. М.: ЗАО «Олимп-Бизнес» – Тройка, 1997.
4. Шарп У., Александер Г., Бэйли Дж. Инвестиции: Пер. с англ. – М.: ИНФРА-М, 1997.
5. Дамодоран А. Инвестиционная оценка: Инструменты и методы оценки любых активов. – Москва: Альпина Бизнес Букс, 2004
6. Коупленд Т., Коллер Т., Муррин Дж. Стоимость компаний: оценка и управление. М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2005.
7. Лимитовский М.А. Инвестиционные проекты и реальные опционы на развивающихся рынках. М.: Дело, 2004.
8. Лобанов А.А., Чугунов А.В. Энциклопедия финансового риск-менеджмента. М.: Альпина Бизнес Букс, 2005.
9. Козырь Ю.В. Стоимость компании: оценка и управление. М.: Альфа-пресс, 2004.
10. Cox J., Ross S., Rubinstein M. Optimal pricing: a simplified approach // J. of Financ. Econ. Sept. 1979.
11. Ширяев А.Н., Основы стохастической финансовой математики. Том I, II. Факты и модели. М.: Фазис, 1998.
12. Black F., Scholes M., The pricing of options and corporate liabilities // Journal of political economy. 1973. Vol. 81. №3, p. 637-659
13. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: Расчет и риск. М.: ИНФРА-М, 1994.
14. Geske R. A Note on Analytic Formula for Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends // Journal of Financial Economics, 7 (December) 1979.
15. Roll R. A critique of the asset pricing theory's tests; Part 1: On past and potential testability of the theory.// Journal of Financial Economics. Vol. 4. March 1977
16. Whaley R. On the Valuation of American Call Options on Stocks with Known Dividends // Journal of Financial Economics, 9 (June). 1981. p. 207-212.
17. Рид С.Ф., Лажу А.Р. Искусство слияний и поглощений. М.: Альпина Бизнес Букс, 2004.
18. Яценко Б.Н. Оценка эффективности инвестиционных проектов и принятие инвестиционных решений в условиях большой неопределенности интервального типа. // Аудит и финансовый анализ, №1, 2006 (будет опубликовано)
19. Грязнова А.Г., Федотова М.А. Оценка бизнеса. М.: Финансы и статистика, 2005
20. Косорукова И.В. (под ред.) Основы оценочной деятельности. М.: Московский международный институт эконометрики, информатики, финансов и права, 2004.
21. «Стандарты оценки, обязательные к применению субъектами оценочной деятельности» (утв. Постановлением Правительства РФ от 06 июля 2001 года № 519)
22. Смоляк С.А. Оценка эффективности инвестиционных проектов в условиях риска и неопределенности (теория ожидаемого эффекта). – М.: Наука, 2002.
23. Массе П. Критерии и методы оптимального определения капиталовложений. М.: Статистика, 1971.

Яценко Борис Николаевич,