ПРОБЛЕМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

УЧЕТ ИНВЕСТИЦИЙ В ЭКОЛОГИЮ И СОЦИАЛЬНУЮ СФЕРУ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА

Вагапова Я.Я., с.н.с.

Центр исследования инвестиционного рынка Минэкономразвития РФ

Представленная статья посвящена вопросам математического моделирования экономического роста с учетом инвестиций в экологию и социальную сферу. Экономика представляется системой нелинейных дифференциальных уравнений. В модели рассматриваются пять секторов: производственный сектор, сектор НИОКР, сектор образования, социальный сектор и экологический сектор. Исследуются условия существования траекторий сбалансированного экзогенного роста и траекторий сбалансированного эндогенного роста в пятисекторной модели экономики страны с учетом аккумулирования человеческого капитала, научно-технологического прогресса, социального и экологического факторов.

Экономический рост – это увеличение объемов совокупного производства и потребления. Рост экономики страны является одной из основных целей макроэкономической политики, достижение которой обеспечивает опережающий рост реального объема продукции (ВВП) по сравнению с ростом населения для повышения его жизненного уровня. Экономический рост в мире исторически сравнительно недавнее явление: в большинстве европейских стран отличный от нуля рост начался лишь в конце девятнадцатого века.

На макроэкономическом уровне основным показателем динамики экономического роста является увеличение объема ВВП, рассчитываются темпы роста и прироста ВВП. До 1987 г. в СССР экономический рост измерялся произведенным национальным доходом. Темпы роста валового общественного продукта и произведенного национального дохода по данным Госстатистики([4], [5]) представлены в табл. 1 и на диаграмме 1.

Таблица 1

ТЕМПЫ РОСТА (1917=1)

Годы	1917	1940	1950	1960	1970	1980	1985	1986	1987	1988	1989
Валовой общественный продукт	1	7,8	13	33	64	106	127	132	136	--	--
Произведенный национальный доход	1	8,2	13	36	71	115	137	143	140	146	149,5

Таблица 2

РОСТ ВВП В ПРОЦЕНТАХ К ПРЕДЫДУЩЕМУ ГОДУ (см. [6] и [7])

Годы	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Рост ВВП	97,0	95,0	85,5	91,3	87,3	95,9	101,4	94,7
Годы	**1998**	**1999**	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Рост ВВП	106,4	106,4	110,0	105,1	104,7	107,3	107,1	106,0

В конце 80-х гг. в Советском Союзе, а затем и в Российской Федерации основным показателем динамики народного хозяйства стал показатель ВВП. Статистические данные по динамике ВВП в процентах к предыдущему году см. в табл. 2 (данные по 2005 г. предварительные).

Приросты ВВП с 1990 по 2005 гг. наглядно представлены на диаграмме 2.

Переходный процесс в российской экономике, как и в экономиках многих других стран бывшего социалистического лагеря, сопровождался значительным спадом. В настоящее время в экономике России наблюдается рост. Основными источниками роста ВВП с 1999 г. до 2002 г. являлись незагруженные мощности производства традиционных для России видов продукции и незанятая в них рабочая сила, а фактором роста служила возрастающая динамика спроса внутреннего и внешнего товарных рынков.

Диаграмма 1. Темпы роста (1917=1)

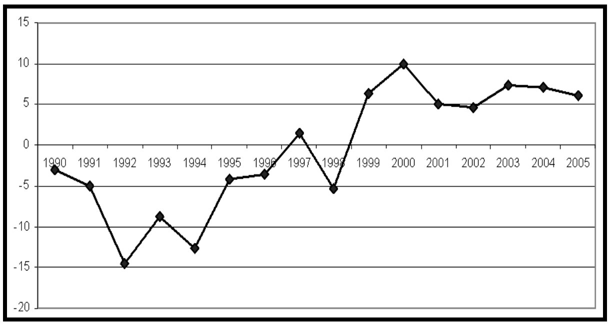

Диаграмма 2. Прирост ВВП России с 1990 по 2005 гг.

К 2003 году перспективы дальнейшей загрузки существующих мощностей остались лишь в малозначительных нишах конкурентоспособного товарного спроса внутреннего и внешнего рынков, а эффект действия указанного фактора на экономический рост практически был исчерпан. В этих условиях место темпообразующего сектора в экономике России стало занимать производство услуг. Ведущую роль в этом процессе сыграли новые отрасли платных услуг связи, транспорта, торговли, информационно-вычислительного, финансово-кредитного обслуживания и др., обладающие высоким уровнем добавленной стоимости.

Изучение источников роста российской экономики – важная как с теоретической, так и с практической точки зрения задача, решение этой задачи невозможно без применения методов экономико-математического моделирования.

Модели экономического роста играют важную роль в экономических исследованиях. Цель таких исследований – объяснение экономического роста в развитых странах и выявление причин различия в доходах в разных странах, определение основных тенденций развития экономики, прогноз состояния экономики при различных вариантах распределения инвестиций.

Большое количество работ, посвященных проблемам экономического роста, и разнообразие подходов при его моделировании свидетельствует о важности данной проблемы.

В первых моделях экономического роста предполагалось, что объем промышленного производства зависит только от объемов физического капитала и трудовых ресурсов, которые используются в процессе производства. Современные модели экономического роста учитывают возможность инвестирования не только в физический капитал, но и в ряд других производственных ресурсов. Это связано с признанием того, что росту эффективности использования производственных ресурсов способствует большое число технологических, организационных и других факторов, под совокупностью которых понимают научно-технологический прогресс (НТП).

В основе современной неоклассической теории экономического роста лежат работы Ромера, Лукаса, Ребело, которые опираются на результаты исследований Эрроу, Узавы, Шешински. Отличительная черта их моделей – выделение отдельного сектора научных исследований НИОКР (научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки) или сектора образования. Таким образом, рассматриваются два сектора – производственный сектор и сектор НИОКР (или сектор образования), выпускающий продукт «знания». Увеличение запаса знаний в экономике может происходить в результате работы сектора НИОКР, например, через увеличение количества технологических разработок или сектора образования посредством увеличения человеческого капитала.

Одновременный учет человеческого капитала и продукции сектора НИОКР в рамках одной модели осуществили Бакси и Моисеев. Рассматриваются модели экономического роста, включающие три сектора: производственный сектор, сектор НИОКР и сектор образования.

Однако взаимному влиянию роста производства, состояния окружающей природной среды и социальной сферы не уделяется должного внимания, особенно учитывая стремление многих стран мира перейти к устойчивому развитию. Под устойчивым развитием понимают развитие, удовлетворяющее потребности как настоящего, так и будущего поколения в экономических и в экологических благах, что означает рост ВВП при одновременном снижении антропогенной нагрузки на окружающую природную среду. Понятие устойчивого развития помимо экологического аспекта включает в себя проблемы сокращения разрыва в уровнях экономического развития различных стран и благосостояния их населения, безопасность от преступности, терроризма и т.д.

Проблемами математического моделирования взаимного влияния экономической системы и природной среды занималось множество зарубежных ученых, таких как Брок, Тавонен, Куулувайнен, Люптачек, Шуберт, Килер, Спенс, Леонтьев. Большой вклад в эколого-экономическое моделирование внесли отечественные ученые: Гофман, Горстко, Бурматова, Ляпина и др. Гурман, Рюмина, Балацкий и др. создали модель социо-эколого-экономической системы региона. В последние годы также появился ряд работ, посвященных изучению зависимостей уровня развития экономической системы и состояния показателей, характеризующих состояние социальной сферы. В этой связи можно назвать такие имена, как Миллер, Вебер, Барт, Фармер, Ламбрехт, Видал, Каптейн, Лусарди, Ву и др.

Предлагаемая в данной работе модель представляет собой описание экономики страны системой нелинейных дифференциальных уравнений. За основу взята модель А.Н. Моисеева ([1]), описывающая развитие экономики в целом (экономики страны или большой фирмы) с учетом возможности управления распределением имеющихся производственных ресурсов. Из существующих моделей экономического роста это наиболее общая модель с эндогенной формой НТП. В модели Моисеева рассматриваются три сектора: производственный сектор, сектор НИОКР и сектор образования. Упрощенная схема данной модели представлена на рис. 1.

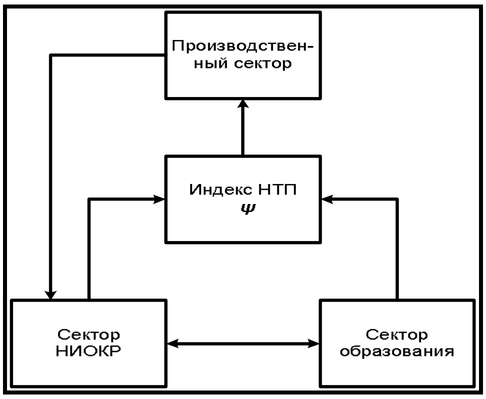

Рис. 1. Трехсекторная модель экономического роста с эндогенной формой НТП

Модель Моисеева была дополнена двумя секторами – экологическим и социальным.

Учет экологического фактора производится посредством введения в модель экологического индекса, отражающего состояние окружающей среды. Исследователи, изучающие проблемы эколого-экономического моделирования, применяют два подхода к понятию экологического индекса. Одни используют показатель, отражающий степень «чистоты» окружающей среды, другие – показатель загрязненности. В данной работе применяется первый подход.

Если z_j и $\bar{z}_j$ – соответственно фактическая и предельно допустимая концентрация j - го загрязнения, то обозначим $\theta_j = \bar{z}_j / z_j$, тогда

$$\theta = \sum_{j=1}^{J} \mu_j \theta_j ,$$

где μ_j – веса;

$$\sum_{j=1}^{J} \mu_j = 1 ;$$

J – количество учитываемых загрязнений, или, если веса одинаковые, то

$$\theta = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^{J} \theta_j .$$

При построении индекса состояния социальной сферы r учитываются показатели состояния здоровья населения r_1, социальной безопасности r_2, благосостояния r_3.

Для получения r_1 используются данные статистики:

x_{11} – средняя продолжительность жизни;

$\bar{x}_{11}$ – наибольшая средняя продолжительность жизни по странам мира и пр.;

x_{12} – заболеваемость населения на 1000 человек;

$\bar{x}_{12}$ – низшая заболеваемость населения на 1000 человек по странам мира;

x_{13} – доля инвалидов в обществе;

$\bar{x}_{13}$ – низшая доля инвалидов по странам мира.

Тогда

$$r_1 = \sum_{j=1}^{3} \beta_{1j} r_{1j} ,$$

где

β_{1j} – веса;

$$\sum_{j=1}^{3} \beta_{1j} = 1;$$

$$r_{11} = \frac{x_{11}}{\bar{x}_{11}};\ r_{12} = \frac{x_{12}}{\bar{x}_{12}};\ r_{13} = \frac{x_{13}}{\bar{x}_{13}}.$$

Аналогично строятся показатели r_2 (учитываются статистические данные по уровню безработицы, степени расслоения общества, доле населения с уровнем доходов ниже прожиточного уровня и т.д.) и r_3 (учитывается обеспеченность жильем, среднедушевой доход и пр.).

Итоговый индекс состояния социальной сферы находим по формуле

$$r = \sum_{i=1}^{3} \alpha_i r_i ,$$

где

α_i – веса, т.е. $\sum_{i=1}^{3} \alpha_1 = 1$.

Веса α_i и β_{1j} выбираются, исходя из конкретной цели исследования.

В результате в настоящей работе рассматриваются пять секторов (см. рис. 2).

В качестве факторов производства в представленной модели выступают:

- объем физического капитала $K(t)$,
- затраты неквалифицированного труда $L(t)$,
- запас квалифицированного труда $\sigma(t)$,
- индекс уровня технологического развития $\phi(t)$,
- индекс состояния экологической сферы $\theta(t)$,
- индекс социального развития $r(t)$ и индекс НТП $\psi(t)$.

Производственный сектор:

$$Y(t) = A\psi(t)\left[(1-\alpha_K^{R\&D}(t)-\alpha_K^{E}(t)-\alpha_K^{r}(t))K(t)\right]^{\alpha_1} * \\ *\left[(1-\alpha_L^{E}(t)-\alpha_L^{r}(t))L(t)\right]^{\alpha_2}, \quad (1)$$

где

$K(t)$ – физический капитал;

$L(t)$ – трудовые ресурсы;

$\psi(t)$ – множитель, увеличивающий эффективность использования труда и капитала в производстве;

$\alpha_K^{R\&D}(t)$ – доля НИОКР в капитале, то есть та часть физического капитала, которая используется в секторе НИОКР,

$0 \le \alpha_K^{R\&D}(t) \le 1$;

$\alpha_K^{E}(t)$ – доля экологического сектора в капитале,

$0 \le \alpha_K^{E}(t) \le 1$;

$\alpha_K^{r}(t)$ – доля социального сектора в капитале,

$0 \le \alpha_K^{R\&D}(t) + \alpha_K^{E}(t) + \alpha_K^{r}(t) \le 1$;

$\alpha_L^{E}(t)$ – доля социального сектора в L, $0 \le \alpha_L^{E}(t) \le 1$;

$\alpha_L^{r}(t)$ – доля социального сектора в L, $0 \le \alpha_L^{r}(t) \le 1$, $0 \le \alpha_L^{E}(t) + \alpha_L^{r}(t) \le 1$;

α_1, α_2 – степенные параметры, $0 \le \alpha_1 \le 1$, $0 \le \alpha_2 \le 1$;

A – параметр масштаба, $A > 0$.

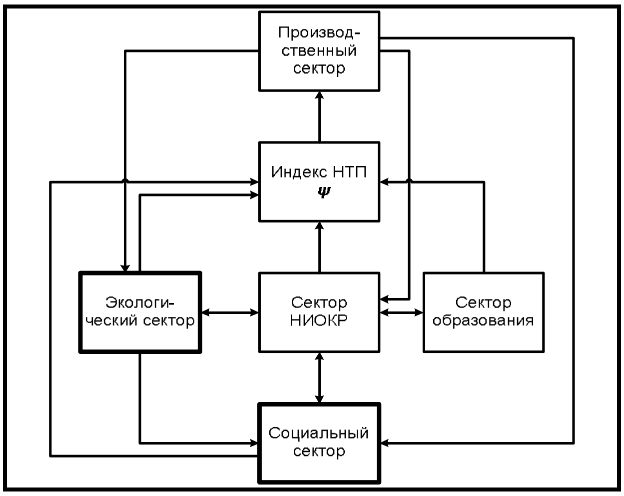

Рис. 2. Пятисекторная модель экономического роста с эндогенной формой НТП

Сектор НИОКР:

$$\dot{\phi}(t) = J[\phi(t)]^{\gamma_1}\left[\alpha_\sigma^{R\&D}(t)\sigma(t)\right]^{\gamma_2} * \\ *\left[\alpha_K^{R\&D}(t)K(t)\right]^{\gamma_3}\cdot[r(t)]^{\gamma_4} - \delta_\phi \phi(t), \quad (2)$$

где $\dot{\phi}(t)$ – изменение запаса знаний в единицу времени;

$\sigma(t)$ – человеческий капитал (квалифицированная рабочая сила с учетом квалификации, обычно считается, что человеческий капитал – это произведение числа квалифицированных работников i и квалификации среднего работника h);

$r(t)$ – индекс социального развития;

δ_ϕ – темп выбытия знаний, $\delta_\phi > 0$;

$\alpha_\sigma^{R\&D}(t)$ – доля квалифицированной рабочей силы, занятой в секторе НИОКР, $0 \le \alpha_\sigma^{R\&D}(t) \le 1$;

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ – степенные параметры,

$0 \le \gamma_1 \le 1$, $0 \le \gamma_2 \le 1$, $0 \le \gamma_3 \le 1$;

J – параметр масштаба, $J > 0$.

Сектор образования:

$$\dot{\sigma}(t) = D[\phi(t)]^{\eta_1}\cdot\left[\alpha_\sigma^{ed}(t)\sigma(t)\right]^{\eta_2} - \delta_\sigma \sigma(t), \quad (3)$$

где $\dot{\sigma}(t)$ – изменение человеческого капитала в единицу времени;

$\alpha_{\sigma}^{ed}(t)$ – доля человеческого капитала, занятого в образовании, $0 \le \alpha_{\sigma}^{ed}(t) \le 1$, $0 \le \alpha_{\sigma}^{R\&D}(t) + \alpha_{\sigma}^{ed}(t) \le 1$;

δ_{σ} – темп выбытия человеческого капитала, $\delta_{\sigma} > 0$, η_1, η_2 – степенные параметры, $0 \le \eta_1 \le 1$, $0 \le \eta_2 \le 1$, D – параметр масштаба, $D > 0$.

Экологический сектор:

$$\dot{\theta}(t) = E[\phi(t)]^{\nu_1} \cdot [\alpha_L^E(t)L(t)]^{\nu_2} \cdot [\alpha_K^E(t)K(t)]^{\nu_3} - \delta_{\theta}\theta(t), \quad (4)$$

где $\dot{\theta}(t)$ – изменение экологического индекса, отражающее изменение состояния окружающей среды, происходящее в единицу времени;

δ_{θ} – темп ухудшения экологической обстановки, $\delta_{\theta} > 0$;

ν_1, ν_2, ν_3 – степенные параметры,

$0 \le \nu_1 \le 1$, $0 \le \nu_2 \le 1$, $0 \le \nu_3 \le 1$;

E – параметр масштаба, $E > 0$.

Социальный сектор:

$$\dot{r}(t) = H[\phi(t)]^{\tau_1}[\alpha_L^r(t)L(t)]^{\tau_2} * [\alpha_K^r(t)K(t)]^{\tau_3} \cdot [\theta(t)]^{\tau_4} - \delta_r r(t), \quad (5)$$

где $\dot{r}(t)$ - изменение состояния социальной сферы в единицу времени;

δ_r – темп ухудшения состояния социальной сферы,

$\delta_r > 0$; $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ – степенные параметры,

$0 \le \tau_1 \le 1$, $0 \le \tau_2 \le 1$, $0 \le \tau_3 \le 1$, $0 \le \tau_4 \le 1$.

Индекс НТП, увеличивающий эффективность использования труда и капитала в производстве, $\psi(t)$:

$$\dot{\psi}(t) + \delta_{\psi}\psi(t) = B[\dot{\phi}(t) + \delta_{\phi}\phi(t)]^{\beta_1} * [\dot{\sigma}(t) + \delta_{\sigma}\sigma(t)]^{\beta_2} \cdot [\dot{r}(t) + \delta_r r(t)]^{\beta_3} * [\dot{\theta}(t) + \delta_{\theta}\theta(t)]^{\beta_4}, \quad (6)$$

где

$\dot{\psi}(t)$ – изменение числа овеществленных в производстве технологий, происходящее в единицу времени,

δ_{ψ} – темп выбытия (в силу устаревания) технологий из производства, $0 \le \beta_1 \le 1$, $0 \le \beta_2 \le 1$, $0 \le \beta_3 \le 1$, $0 \le \beta_4 \le 1$, $0 \le \beta_5 \le 1$, $B > 0$.

Конечный продукт делится на совокупное потребление и инвестиции:

$Y(t) = C(t) + I(t)$,

где

$I(t)$ – инвестиции, $I(t) = s(t)Y(t)$. Правительственными расходами и чистым экспортом пренебрегаем.

Увеличение основных фондов происходит за счет инвестиций, которые равны сбережениям:

$$\dot{K}(t) = s(t)Y(t) - \delta K(t), \quad (7)$$

где $s(t)$ – норма накопления, $0 \le s(t) \le 1$,

δ – темп выбытия основных фондов, $\delta \ge 0$.

Рост квалифицированной рабочей силы моделируется эндогенно, в то время как рост неквалифицированной рабочей силы предполагается экзогенно заданным:

$$\dot{L}(t) = nL(t), \quad (8)$$

где n – заданная константа, $n \ge 0$.

На самом деле, условие $0 \le \alpha_{\sigma}^{R\&D}(t) + \alpha_{\sigma}^{ed}(t) \le 1$ делает возможным наличие в $L(t)$ квалифицированной рабочей силы. Таким образом,

$$L(t) = (1 - \alpha_{\sigma}^{R\&D}(t) - \alpha_{\sigma}^{ed}(t))\sigma(t) + ll(t),$$

где $ll(t)$ – действительно неквалифицированная рабочая сила, динамика которой, согласно (8), определяется из соотношения:

$$\dot{ll}(t) - n\,ll(t) = -[(1 - \alpha_{\sigma}^{R\&D}(t) - \alpha_{\sigma}^{ed}(t))\sigma(t)]'_t + n(1 - \alpha_{\sigma}^{R\&D}(t) - \alpha_{\sigma}^{ed}(t))\sigma(t).$$

Однако, несмотря на присутствие квалифицированной рабочей силы в $L(t)$, она не оказывает влияния на эффективность выпуска в производственном, социальном и экологическом секторах. Поэтому для простоты изложения величина $L(t)$ называется неквалифицированными трудовыми ресурсами.

Уравнения (1)-(8) описывают экономическую систему в замкнутом виде. При экзогенно заданных параметрах $s(t)$, $\alpha_K^{R\&D}(t)$, $\alpha_K^E(t)$, $\alpha_K^r(t)$, $\alpha_L^E(t)$, $\alpha_L^r(t)$, $\alpha_{\sigma}^{R\&D}(t)$, $\alpha_{\sigma}^{ed}(t)$ и начальных значениях $K(0)$, $L(0)$, $\sigma(0)$, $\phi(0)$, $\theta(0)$, $r(0)$, $\psi(0)$ система (1)-(8) – это система обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворяющая условиям теоремы существования и единственности решения задачи Коши.

Если рассматривать различные начальные значения и функции $s(t)$, $\alpha_K^{R\&D}(t)$, $\alpha_K^E(t)$, $\alpha_K^r(t)$, $\alpha_L^E(t)$, $\alpha_L^r(t)$, $\alpha_{\sigma}^{R\&D}(t)$, $\alpha_{\sigma}^{ed}(t)$ считать управлениями, то возникает проблема выбора наилучшего решения. Задав критерий оптимальности, можно получить задачу оптимального управления. В качестве критерия в задачах, подобных рассматриваемой, обычно принимают целевой функционал максимизации среднедушевого потребления во временном промежутке $[0,T]$:

$$\int_0^T \frac{C(t)}{L(t)} e^{-\rho t} dt \to \max, \quad (9)$$

где $\rho > 0$ – коэффициент дисконтирования, отражающий степень предпочтения настоящего потребления будущему. Возможно задание терминальных значения фазовых (или основных) переменных $K(T)$, $L(T)$, $\sigma(T)$, $\phi(T)$, $\theta(T)$, $r(T)$, $\psi(T)$, $C(T)$.

Центральной проблемой при исследовании модели (1)-(9) является проблема существования траектории сбалансированного роста (ТСР), на которой темпы прироста фазовых переменных модели постоянны и положительны, а значения управлений постоянны. Это связано с тем, что оптимальная траектория задачи (1)-(9), найденная без ограничений на начальные и терминальные значения фазовых переменных, является траекторией сбалансированного роста, и если известно, что ТСР единственна, то она будет являться оптимальной траекторией.

Еще один важный вопрос – эндогенность траектории сбалансированного роста, что дает возможность роста при равенстве нулю темпа роста населения (трудовых ресурсов). Эндогенный экономический рост – это рост, обусловленный параметрами, определяемыми в рамках самой модели. Для решения этих проблем исходная система уравнений (1)-(8) по методу, предложенному Моисеевым (см. [1]), сводится к системе линейных уравнений, что позволяет ответить на вопрос о существовании ТСР с помощью методов матричной алгебры.

Обозначим $G_\phi = \frac{\dot\phi}{\phi}$, $G_\sigma = \frac{\dot\sigma}{\sigma}$, $G_K = \frac{\dot K}{K}$, $G_\theta = \frac{\dot\theta}{\theta}$, $G_r = \frac{\dot r}{r}$, $G_\psi = \frac{\dot\psi}{\psi}$ – темпы прироста фазовых переменных модели (1)-(9). Экономический рост имеет место, если темпы прироста фазовых переменных, а также темп прироста конечного продукта, $G_Y = \frac{\dot Y}{Y}$, положительны.

Траектория сбалансированного роста (ТСР) – это такое решение системы (1)-(8), при котором управления s, $\alpha_K^{R\&D}$, α_K^E, α_K^r, α_L^E, α_L^r, $\alpha_\sigma^{R\&D}$, α_σ^{ed} постоянны, а темпы прироста G_ϕ, G_σ, G_K, G_θ, G_r, G_ψ, G_Y постоянны и положительны.

Эндогенность роста означает, что темп прироста конечного продукта G_Y не ограничен экзогенно задаваемыми величинами модели. Таким образом, темп прироста конечного продукта G_Y должен быть положительным, если темп прироста трудовых ресурсов n равен нулю.

С учетом вышеизложенного, задача нахождения ТСР и условий существования ТСР преобразуется к задаче исследования и решения системы линейных уравнений (10):

$$G_\psi + (\alpha_1 - 1)G_K = -\alpha_2 n ;$$
$$-G_\psi + \beta_1 G_\phi + \beta_2 G_\sigma = 0 ;$$
$$-G_\theta + \nu_1 G_\phi + \nu_3 G_K = -\nu_2 n ;$$
$$(\gamma_1 - 1)G_\phi + \gamma_2 G_\sigma + \gamma_3 G_K + \gamma_4 G_r = 0 ;$$
$$\eta_1 G_\phi + (\eta_2 - 1)G_\sigma = 0 ;$$
$$-G_r + \tau_1 G_\phi + \tau_3 G_K + \tau_4 G_\theta = -\nu_2 n . \qquad (10)$$

В результате анализа модели были найдены условия существования траектории сбалансированного экзогенного роста и траектории сбалансированного эндогенного роста. Также была доказана возможность существования траекторий сбалансированного экзогенного и сбалансированного эндогенного роста при отрицательном темпе роста населения.

Траектории сбалансированного роста при неотрицательном темпе роста населения

Исследовав систему (10), нетрудно убедиться, что при положительном постоянном темпе прироста населения траектория сбалансированного роста будет существовать, если выполняются условия:

$\alpha_1 < 1$, $\eta_1 > 0$, $\eta_2 < 1$,
$(\alpha_1 - 1)(\tau_2 + \tau_4\nu_2)\gamma_4 - \alpha_2(\gamma_3 + \gamma_4(\tau_3 + \tau_4\nu_3)) < 0$,
$\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 > 0$, $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 > 0$, $\beta_1(\eta_2 - 1) - \eta_1\beta_2 < 0$, $M < 0$,

где M – определитель системы (10):

$$M = (\alpha_1 - 1)\left[(\gamma_1 - 1 + \gamma_4(\tau_1 + \tau_4\nu_1)) \cdot (\eta_2 - 1) - \eta_1\gamma_2\right] - \left[\gamma_3 + \gamma_4(\tau_3 + \tau_4\nu_3)\right] \cdot \left[\beta_1(\eta_2 - 1) - \eta_1\beta_2\right].$$

Неравенство $\alpha_1 < 1$ означает, что эластичность конечного выпуска по используемому в производстве физическому капиталу должна быть меньше единицы.

Условия $\eta_1 > 0$ и $\eta_2 < 1$ требуют, чтобы эластичность изменения человеческого капитала в единицу времени по запасу знаний и технологий в стране была больше нуля, а по запасу человеческого капитала – меньше единицы.

Условия $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 > 0$ и $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 > 0$ можно трактовать как требование неравенства нулю хотя бы одного из показателей $\nu_i, (i = 1,2,3)$ и одного из показателей $\tau_i, (i = 1,2,3,4)$.

Неравенство $\beta_1(\eta_2 - 1) - \eta_1\beta_2 < 0$ можно переписать в виде:

$\frac{\beta_2}{\beta_1} > \frac{\eta_2 - 1}{\eta_1}$ (если $\beta_1 \neq 0$), т.е. на ТСР отношение эластичностей прироста человеческого капитала по запасам человеческого капитала и знаний и технологий в экономике должно быть меньше отношения $\frac{\beta_2}{\beta_1}$.

При этом один из степенных параметров β_1, β_2 обязательно должен быть отличен от нуля. Это означает, что на индекс НТП оказывает прямое влияния хотя бы одна из величин: изменение запасов знаний и технологий или изменение человеческого капитала.

При ограничениях модели (1)-(9) выражение $(\alpha_1 - 1)(\tau_2 + \tau_4\nu_2)\gamma_4 - \alpha_2(\gamma_3 + \gamma_4(\tau_3 + \tau_4\nu_3))$ всегда неположительное, поэтому неравенство

$$(\alpha_1 - 1)(\tau_2 + \tau_4\nu_2)\gamma_4 - \alpha_2(\gamma_3 + \gamma_4(\tau_3 + \tau_4\nu_3)) < 0$$

означает лишь, что выражения $(\alpha_1 - 1)(\tau_2 + \tau_4\nu_2)\gamma_4$ и $\alpha_2(\gamma_3 + \gamma_4(\tau_3 + \tau_4\nu_3))$ не обращаются одновременно в ноль. Учитывая условия, рассмотренные выше, можно сделать вывод, что для этого достаточно, например, чтобы:

1. $\gamma_4 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\tau_3 + \tau_4\nu_3 > 0$ если $\tau_2 + \tau_4\nu_2 = 0$. Выражение в левой части последнего равенства можно назвать суммарной эластичностью изменения социального индекса по объему неквалифицированного труда $L(t)$. Т.о., если указанная эластичность равна нулю, то изменение запаса знаний и технологий в стране должно зависеть от индекса социального развития, а эластичность конечного выпуска по $L(t)$ должна быть положительна;

2. $\gamma_4 > 0$, если $\tau_3 + \tau_4\nu_3 = 0$. τ_3 - это эластичность изменения социального индекса по объему физического капитала, использующегося в социальном секторе, τ_4 - это эластичность изменения социального индекса по чистоте окружающей среды, ν_3 - это эластичность изменения экологического индекса по объему физического капитала, использующегося в экологическом секторе, следовательно, сумму, находящуюся в последнем равенстве слева можно назвать суммарной эластичностью роста социального индекса по капиталу. Это означает, что если суммарная эластичность изменения социального индекса по физическому капиталу

равна нулю, то индекс социального развития обязательно должен оказывать влияние на изменение индекса НИОКР.

Трактовать условие $M<0$ весьма затруднительно из-за громоздкости его левой части, однако, можно сказать, что для выполнения этого неравенства необходимо, чтобы выполнялось условие

$$-\frac{\gamma_1-1}{\gamma_4}>\tau_1+\tau_4\nu_1 .$$

Таким образом, можно утверждать, что в условиях положительного темпа роста населения суммарная эластичность изменения социального индекса по запасу знаний и технологий должна быть относительно мала, то же касается эластичностей изменения индекса НИОКР по самому индексу НИОКР и по социальному индексу.

На ТСР выполняются соотношения:

$$\tilde{G}_\sigma = \frac{(\alpha_1-1)(\tau_2+\tau_4\nu_2)\gamma_4-\alpha_2(\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3))}{M}\eta_1 n \;;\qquad(11)$$

$$\tilde{G}_\phi=-\frac{\eta_2-1}{\eta_1}\tilde{G}_\sigma\;;\qquad(12)$$

$$\tilde{G}_\psi=\beta_1\tilde{G}_\phi+\beta_2\tilde{G}_\sigma\;;\qquad(13)$$

$$\tilde{G}_K=\frac{1}{\alpha_1-1}(-\alpha_2 n-\tilde{G}_\psi)\;;\qquad(14)$$

$$\tilde{G}_\theta=\nu_1\tilde{G}_\phi+\nu_2 n+\nu_3\tilde{G}_K\;;\qquad(15)$$

$$\tilde{G}_r = (\tau_1+\tau_4\nu_1)\tilde{G}_\phi+(\tau_2+\tau_4\nu_2)n+(\tau_3+\tau_4\nu_3)\tilde{G}_K .\qquad(16)$$

Значения управлений при этом находятся по формулам:

$$\tilde{G}_\sigma^{ed}=\left(\frac{\tilde{G}_\sigma+\delta}{D\phi_0^{\eta_1}\sigma_0^{\eta_2-1}}\right)^{1/\eta_2}\;;\qquad(17)$$

$$(\tilde{G}_\sigma^{R\&D})^{\gamma_2}\cdot(\tilde{G}_K^{R\&D})^{\gamma_3}=\frac{\tilde{G}_\phi+\delta_\phi}{J\phi_0^{\gamma_1-1}\sigma_0^{\gamma_2}K_0^{\gamma_3}r_0^{\gamma_4}}\;;\qquad(18)$$

$$(\tilde{G}_L^E)^{\nu_2}\cdot(\tilde{G}_K^E)^{\nu_3}=\frac{\tilde{G}_\theta+\delta_\phi}{E\phi_0^{\nu_1}L_0^{\nu_2}K_0^{\nu_3}\theta_0^{-1}}\;;\qquad(19)$$

$$(\tilde{G}_L^r)^{\tau_2}\cdot(\tilde{G}_K^r)^{\tau_3}=\frac{\tilde{G}_r+\delta_\phi}{H\phi_0^{\tau_1}L_0^{\tau_2}K_0^{\tau_3}\theta_0^{\tau_4}r_0^{-1}}\;;\qquad(20)$$

$$\tilde{s}=\frac{\tilde{G}_K+\delta_K}{A\psi_0(1-\alpha_K^{R\&D}-\alpha_K^E-\alpha_K^r)^{\alpha_1}\cdot(1-\alpha_L^E-\alpha_L^r)K_0^{\alpha_1-1}L_0^{\alpha_2}}\,,\qquad(21)$$

где начальные значения фазовых переменных: $K_0=K(0)$, $L_0=L(0)$, $\sigma_0=\sigma(0)$, $\phi_0=\phi(0)$, $\theta_0=\theta(0)$, $r_0=r(0)$, $\psi_0=\psi(0)$ удовлетворяют условию:

$$\psi_0(\tilde{G}_\psi+\delta_\psi)= B\phi_0^{\beta_1}\sigma_0^{\beta_2}r_0^{\beta_3}\theta_0^{\beta_4} * (\tilde{G}_\phi+\delta_\phi)^{\beta_1}(\tilde{G}_\sigma+\delta_\sigma)^{\beta_2}(\tilde{G}_r+\delta_r)^{\beta_3}(\tilde{G}_\theta+\delta_\theta)^{\beta_1}.\qquad(22)$$

Из выражений (18), (19), (20) следует, что не все управления на ТСР определяются однозначно и можно решать какую-либо дополнительную оптимизационную задачу для выбора управлений.

Условие (22) определяет необходимое соотношение значений фазовых переменных модели в начальный момент времени. Если это соотношение не выполняется, то необходимо дополнительно решать оптимизационную задачу выхода на траекторию сбалансированного роста.

Найденная траектория с темпами приростов (11)-(16) не является эндогенной, т.к. темпы приростов фазовых переменных модели (1)-(9) пропорциональны темпу прироста трудового ресурса n.

Эндогенный рост будет существовать, если $M=0$ и, например, выполняются условия:

$\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4=0$, $(\gamma_1-1)(\eta_2-1)-\eta_1\gamma_2=0$, $\eta_1>0$, $\eta_2<1$, $\beta_1(\eta_2-1)-\eta_1\beta_2<0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$, $n\ge 0$.

В этом случае $\tilde{G}_\phi$, $\tilde{G}_\psi$, $\tilde{G}_K$, $\tilde{G}_\theta$, $\tilde{G}_r$ определяются из (12)-(16), а $\tilde{G}_\sigma$ – из начального условия (22).

Равенство нулю γ_3 и γ_4 означает, что объем используемого в секторе НИОКР физического капитала, а также состояние социальной сферы не оказывают никакого влияния на изменение запаса знаний и технологий в экономике.

Равенство $(\gamma_1-1)(\eta_2-1)-\eta_1\gamma_2=0$ можно переписать в виде $\frac{\gamma_1-1}{\gamma_2}=\frac{\eta_1}{\eta_2-1}$,

следовательно, для существования траектории сбалансированного эндогенного роста необходимо существование определенных пропорций степенных параметров модели: отношение эластичностей прироста индекса НИОКР по запасу знаний и технологий в экономике и по запасу человеческого капитала должно равняться отношению эластичностей прироста человеческого капитала по тем же величинам.

На траектории сбалансированного эндогенного роста управления

$$\tilde{\alpha}_K^{R\&D}=0\,,$$

$$(\tilde{\alpha}_\sigma^{R\&D})^{\gamma_2}=\frac{\tilde{G}_\phi+\delta_\phi}{J\phi_0^{\gamma_1-1}\sigma_0^{\gamma_2}}\,,$$

$$\tilde{s}=\frac{\tilde{G}_K+\delta_K}{A\psi_0(1-\alpha_K^E-\alpha_K^r)^{\alpha_1}\cdot(1-\alpha_L^E-\alpha_L^r)K_0^{\alpha_1-1}L_0^{\alpha_2}}\,,$$

а для остальных управлений справедливы равенства (17), (19), (20).

Эндогенный рост также будет иметь место в случаях:

1) $\alpha_1<1$, $\gamma_1=1$, $\gamma_2=0$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4=0$, $\eta_1>0$, $\eta_2<1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$;

2) $\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4=0$, $\eta_1=0$, $\eta_2=1$, $\gamma_1<1$, $\gamma_2>0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$;

3) $\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4>0$, $\tau_3=0$, $\tau_4=0$, $\tau_2\cdot n=0$, $\gamma_1-1+\gamma_4\tau_1<0$, $\gamma_2>0$, $\eta_1>0$, $\eta_2<1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1>0$;

4) $\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4>0$, $\tau_3=0$, $\tau_4=0$, $\gamma_1-1+\gamma_4\tau_1=0$, $\gamma_2=0$, $\tau_2\cdot n=0$, $\eta_1>0,$ $\eta_2<1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1>0$;

5) $\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4>0$, $\tau_3=0$, $\tau_4=0$, $\eta_1=0,$ $\eta_2=1$, $\gamma_1-1+\gamma_4\tau_1<0$, $\gamma_2>0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1>0$;

6) $\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4>0$, $\nu_3=0$, $\tau_3=0$, $\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1)<0$, $\gamma_2>0$, $\eta_2<1$, $\eta_1>0$, $(\tau_2+\nu_2\tau_4)\cdot n=0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1>0$, $\tau_1>0$;

7) $\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4>0$, $\nu_3=0$, $\tau_3=0$, $\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1)=0$, $\gamma_2=0$, $\eta_2<1$, $\eta_1>0$, $(\tau_2+\nu_2\tau_4)\cdot n=0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1>0$, $\tau_1>0$;

8) $\alpha_1<1$, $\gamma_3=0$, $\gamma_4>0$, $\nu_3=0$, $\tau_3=0$, $\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1)<0$, $\gamma_2>0$, $\eta_1=0,$ $\eta_2=1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1>0$, $\tau_1+\tau_4>0$;

9) $\alpha_1<1$, $\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3)>0$, $\eta_1=0,$ $\eta_2=1$, $\gamma_2>0$ или $\beta_2>0$, $(\alpha_1-1)(\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1))-\beta_1(\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3))>0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$;

10) $M=0$, $\alpha_1<1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3)>0$, $(\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1))(\eta_2-1)-\eta_1\gamma_2\neq 0$, $n=0$, $\eta_2<1$, $\eta_1>0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$;

11) $M=0$, $\alpha_1<1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3)>0$, $(\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1))(\eta_2-1)-\eta_1\gamma_2\neq 0$, $\alpha_2=0$, $\gamma_4=0$, $\eta_2<1$, $\eta_1>0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$;

12) $M=0$, $\alpha_1<1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3)>0$, $(\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1))(\eta_2-1)-\eta_1\gamma_2\neq 0$, $\alpha_2=0$, $\tau_2=0$, $\tau_4=0$, $\eta_2<1$, $\eta_1>0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$;

13) $M=0$, $\alpha_1<1$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3)>0$, $(\gamma_1-1+\gamma_4(\tau_1+\tau_4\nu_1))(\eta_2-1)-\eta_1\gamma_2\neq 0$, $\alpha_2=0$, $\tau_2=0$, $\nu_2=0$, $\eta_2<1$, $\eta_1>0$, $\beta_1+\beta_2>0$, $\nu_1+\nu_3>0$, $\tau_1+\tau_3+\tau_4>0$.

Для каждого из этих тринадцати случаев можно найти значения темпов приростов $\tilde{G}_\sigma$, $\tilde{G}_\phi$, $\tilde{G}_\psi$, $\tilde{G}_K$, $\tilde{G}_\theta$, $\tilde{G}_r$, а также значения управлений $\tilde{s}$, $\tilde{\alpha}_K^{R\&D}$, $\tilde{\alpha}_K^{E}$, $\tilde{\alpha}_K^{r}$, $\tilde{\alpha}_L^{E}$, $\tilde{\alpha}_L^{r}$, $\tilde{\alpha}_\sigma^{R\&D}$, $\tilde{\alpha}_\sigma^{ed}$ на траектории сбалансированного эндогенного роста.

Траектории сбалансированного роста при неположительном темпе роста населения

Перед многими развитыми странами стоит проблема уменьшения численности населения и, в частности, уменьшения численности экономически активного населения. Численность населения России снижается с начала 1990-х гг. (см. диаграмму 3). И хотя численность трудоспособного населения страны пока не уменьшается, очевидно, что Россия столкнется с этой проблемой в ближайшем будущем.

В этой связи возникает вопрос: как скажется тенденция снижения числа работающих на возможности дальнейшего экономического роста.

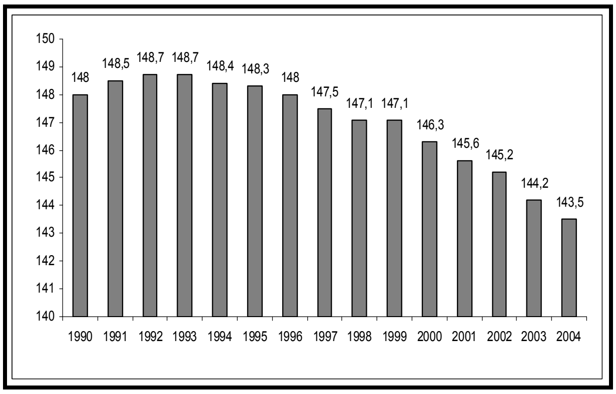

Диаграмма 3. Численность населения России (см. [7], [8])

Также интересен этот вопрос и с теоретической точки зрения, обычно модель экономического роста считается «хорошей», если она предусматривает возможность роста при постоянной численности трудовых ресурсов.

Анализ предлагаемой пятисекторной модели экономического роста (1)-(9) доказывает, что рост возможен и при отрицательном темпе роста населения (трудовых ресурсов). Исследовав систему линейных уравнений (10) при условии $n<0$, можно показать, что в модели (1)-(9) будет наблюдаться сбалансированный рост, если выполняются условия:

$\alpha_1<1$, $\eta_1>0$, $\eta_2<1$,

$(\alpha_1-1)(\tau_2+\tau_4\nu_2)\gamma_4-\alpha_2(\gamma_3+\gamma_4(\tau_3+\tau_4\nu_3))<0$,

$\nu_1+\nu_2+\nu_3>0$,

$\tau_1+\tau_2+\tau_3+\tau_4>0$, $\beta_1(\eta_2-1)-\eta_1\beta_2<0$, $M>0$,

причем на ТСР выполняются все соотношения (11)-(22) при выполнении трех дополнительных ограничений:

$$\tilde{G}_\sigma > -\frac{\alpha_2}{\eta_1\beta_2-\beta_1(\eta_2-1)}\cdot\eta_1 n; \qquad (23)$$

$$\tilde{G}_\sigma > -\frac{\alpha_2\nu_3-(\alpha_1-1)\nu_2}{\nu_1(\alpha_1-1)(\eta_2-1)+\nu_3(\eta_1\beta_2-\beta_1(\eta_2-1))}\eta_1 n; \qquad (24)$$

$$\tilde{G}_\sigma > -\frac{\alpha_2(\tau_3+\tau_4\nu_3)-(\alpha_1-1)(\tau_2+\tau_1\nu_2)}{\nu_1(\alpha_1-1)(\eta_2-1)+\nu_3(\eta_1\beta_2-\beta_1(\eta_2-1))}\eta_1 n. \qquad (25)$$

Условие (23) обеспечивает положительный темп прироста физического капитала $K(t)$, условие (24) обеспечивает положительный темп прироста экологического индекса $\theta(t)$, а (25) – социального индекса $r(t)$.

Из равенств (11)-(16) следует, что темпы роста фазовых переменных модели (1)-(9) должны увеличиваться с увеличением абсолютной величины темпа роста трудовых ресурсов. Таким образом, чтобы обеспечить сбалансированный рост при отрицательном темпе роста трудовых ресурсов, необходимо наращивать использование других факторов производства, каковыми в предлагаемой модели являются запас человеческого капитала и запас знаний в экономике.

Чтобы выполнялось условие $M > 0$, достаточно, чтобы было справедливо неравенство $\gamma_1 - 1 + \gamma_4(\tau_1 + \tau_4 \nu_1) > 0$. Можно переписать его в виде:

$$\tau_1 + \tau_4 \nu_1 > \frac{1 - \gamma_1}{\gamma_4}.$$

В данном неравенстве справа находится отношение эластичностей прироста знаний в экономике по самим знаниям и по благополучию в обществе. Таким образом, экономика, в которой сектор НИОКР работает не только непосредственно на производство и сектор образования, а характеризуется определенной гуманитарной направленностью (создает знания и технологии, которые находят применение в социальной сфере, а также в экологии), имеет сравнительно больше возможностей для сбалансированного роста.

Что касается трех дополнительных ограничений, то, например, (23) можно преобразовать в неравенство

$$(\tau_2 + \tau_4 \nu_2)\gamma_4\ (\beta_1(\eta_2 - 1) - \eta_1 \beta_2) <$$
$$< \alpha_2 \left[(\gamma_1 - 1 + \gamma_4(\tau_1 + \tau_4 \nu_1)) \cdot (\eta_2 - 1) - \eta_1 \gamma_2 \right].$$

Предположим, что выполняется достаточное условие положительности определителя системы линейных уравнений (10):

$$\gamma_1 - 1 + \gamma_4(\tau_1 + \tau_4 \nu_1) > 0 .$$

Тогда дальнейшее преобразование (23) приводит к условию

$$\frac{\beta_1(\eta_2 - 1) - \beta_2 \eta_1}{(\gamma_1 - 1 + \gamma_4(\tau_1 + \tau_4 \nu_1))(\eta_2 - 1) - \eta_1 \gamma_2} > \frac{\alpha_2}{(\tau_2 + \tau_4 \nu_2)\gamma_4}.$$

Числитель правой части последней дроби равен α_2 – эластичности конечного выпуска по затратам труда, знаменатель – суммарной эластичности изменения социального индекса по труду, умноженной на эластичность изменения индекса НИОКР по социальному индексу. Можно сказать, что данный знаменатель отражает степень воздействия условий существования (социальных и экологических) неквалифицированной рабочей силы на запас знаний и технологий с экономике. Таким образом, ограничение (23) требует, чтобы эластичность конечного выпуска по затратам труда была относительно мала, а суммарная эластичность изменения социального индекса по труду и эластичность изменения индекса НИОКР по социальному индексу – относительно велики.

Можно заметить, что найденная траектория сбалансированного роста является эндогенной траекторией при отрицательном темпе роста населения. Несмотря на то, что темпы прироста фазовых переменных прямо пропорциональны темпу роста населения, они положительны, и, очевидно, превосходят темп роста населения.

Эндогенные траектории сбалансированного роста можно получить также, как и в рассмотренном выше случае неотрицательного темпа роста населения, полагая $M = 0$. Результаты будут аналогичны полученным ранее, за исключением одной поправки: к каждому набору ограничений на степенные параметры модели (1)-(9) при условии $n \le 0$ будут добавляться еще по три ограничения, гарантирующие положительность темпов приростов переменных $K(t)$, $\theta(t)$ и $r(t)$.

Из вышеизложенного можно сделать вывод, что в условиях снижения численности населения (трудовых ресурсов) большее значение начинает играть качество жизни населения, под которым понимается доступность социальных благ, а также качество (чистота) окружающей среды. Таким образом, для существования экономического роста важно не только увеличивать объем человеческого капитала и развивать сектор НИОКР. Социальное благополучие в обществе и экологическое состояние становятся существенными факторами, влияющими на возможность сбалансированного экономического роста. То есть инвестиции в экологию и социальную сферу необходимы так же, как инвестиции в производство и науку.

Обеспеченность неквалифицированной рабочей силы (всего населения страны) социальными благами, доступность образования, медицинского обслуживания, возможность жить в приемлемых санитарных условиях (это касается и обеспеченности жильем необходимой площади, и возможности дышать чистым, незагрязненным воздухом, пить чистую воду, питаться безопасными продуктами в достаточных количествах и пр.) нужны не только из нравственных и гуманных соображений, но также из соображений выгоды и практической целесообразности.

Литература

1. Моисеев А.Н. Оптимальные и сбалансированные траектории в моделях экономического роста с эндогенной формой НТП.// Актуальные вопросы экономико-математического моделирования: Сб. науч. работ кафедры ММАЕ / Под общ. ред. проф. М.В. Грачевой. – М.: Экономический факультет МГУ, ТЕИС, 2004.
2. Моисеев А.Н. Построение оптимальных траекторий управляемых процессов в экономических задачах. Автореферат диссертации на соискание ученой степени к.ф.-м.н. – Саратов-2004.
3. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона / Под ред. В.И. Гурмана, Е.В. Рюминой. – М.: Наука, 2001.
4. Народное хозяйство СССР за 70 лет: Юбилейный статистический ежегодник/ Госкомстат СССР.- М.:Финансы и статистика, 1987. – 766 с.
5. Народное хозяйство СССР в 1988 г.: Статистический ежегодник/ Госкомстат СССР.- М.:Финансы и статистика, 1989. – 766 с.
6. Национальные счета России в 1997-2004 годах (статистический сборник). – М.: Росстат, 2005 – 211 с.
7. Российский статистический ежегодник: Стат. сб./ Госкомстат России. – М., 1998. – 813 с.
8. Россия в цифрах, 2005: Крат. стат. сб./ Росстат – М., 2005. – 477 с.
9. Турмачев Е.С. Сбалансированное капиталообразование и экономический рост.– М.: МПСИ, Полиграфцентр, 2005. – 368 с.
10. Черемных Ю.Н. Магистральная теория // Экономико-математический энциклопедический словарь / Под ред. В.И. Данилова-Данильяна. – М.: Инфра-М, 2003. – 688 с.
11. Barro R.J., Sala-i-Martin X.S. ECONOMIC GROWTH. – New York: McGraw-Hill, Inc., 1995. –359 с.

Вагапова Яха Якубовна