

## ФУНКЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Царев И.Г., к.х.н., заместитель начальника отдела

*Федеральное агентство по строительству и жилищно-коммунальному хозяйству (Росстрой)*

В настоящей работе рассмотрен ряд функций экономической системы, которые получены с применением математического аппарата аналитической механики и статистической физики. Дано корректное определение координат экономической системы. Дана интерпретация функции общей выручки, как положительно определенной квадратичной формы от выпусков благ. Введена функция предпринимательской способности. Введено понятие представляющего ансамбля для экономической системы.

Вычислена теоретическая функция распределения дохода в обществе, показано ее совпадение с имеющимися статистическими данными. Проанализировано распределение организаций по размерам в различных отраслях экономики. Показано, что вид кривой распределения совпадает с кривой распределения предпринимательской способности. Проанализирована динамика распределения дохода в России. Показано, что коэффициент Джини в отсутствие контроля государства стремится достигнуть своего теоретического значения. Сделан вывод о высокой устойчивости функции распределения дохода в обществе.

### ВВЕДЕНИЕ

Функции определяются из уравнений, выражающих математически те законы, которые управляют исследуемым явлением. Если эти уравнения содержат производные искомых функций, то такие уравнения называют *дифференциальными уравнениями*. Мы будем считать, что встречающиеся нам функции *гладкие*, т.е. непрерывно дифференцируемые нужное число раз.

Если в каждой точке пространства (или некоторой его области, т.е. части) определено значение некоей величины, то говорят, что задана *функция* координат  $f(q_i)$  или *поле* этой величины. Координаты  $q_i$ , в свою очередь, являются функциями времени  $t$ . В зависимости от характера заданной величины говорят о *скалярном* или *векторном* поле. При движении системы изменяются и ее функции.

Способ решения различных уравнений, содержащих различные функции, открыл Ньютон. Это открытие Ньютон считал самым важным своим достижением и именно его закодировал в письме к Лейбницу 24 октября 1676 года, в котором описал анализ.

Ньютон понимал под *анализом* исследование уравнений при помощи бесконечных рядов. Основное открытие Ньютона, иными словами, заключается в том, что все функции раскладываются в бесконечные степенные ряды, ряды подставляются друг в друга, приравниваются коэффициенты при одинаковых степенях и один за другим находят коэффициенты неизвестной функции.

Ньютон изобрел ряды Тейлора – основное орудие анализа.

### 1. ПРОСТРАНСТВО ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Любое экономическое событие должно происходить в некоем пространстве. Значит, первым шагом в построении модели экономической системы должно быть определение пространства, на котором задана система. С пространством связывают некую систему отсчета координат (экономических переменных), позволяю-

щих определить положение любой точки относительно начала координат (точки отсчета).

Экономические переменные желательно выбрать так, чтобы они были сравнимы между собой, т.е. чтобы для них было возможно определить общую единицу измерения. В этом случае пространство будет *метрическим*, и в нем можно ввести понятие расстояния и направления, например, от начала координат до заданной точки, т.е. задать *радиус-вектор*. Будем считать, что наши *координаты явно зависят только от времени и независимы друг от друга*.

Представляется самым простым *определить в качестве координат  $(q_i, i = 1, \dots, n)$  пространства экономической системы  $R^n$  количества благ (активов, товаров) нашей системы, выраженные в неких условных единицах*. Положение точки в пространстве задает соответствующие количества активов, существующие в системе в данный момент времени. Ясно, что наши координаты могут принимать только положительные значения.

Если количества благ неизменны, то точка неподвижна (система покоится), однако, это состояние неинтересно для анализа. Если количества благ начинают изменяться, то система приходит в движение. В этом случае мы должны учесть скорость и направление движения системы, вводя с этой целью дополнительные координаты  $(\dot{q}_i, i = 1, \dots, n)$ , *количества благ (активов, товаров) нашей системы, которые производятся и потребляются в системе за определенный промежуток времени (единицу времени)*. Тем самым мы вводим в качестве дополнительных координат производные от количества блага по времени, которые дают скорость изменения благ в системе. В дальнейшем, когда мы будем говорить о количестве какого-либо блага, которое было произведено (выпуске продукции) или потреблено, мы будем понимать это количество, как произведенное или потребленное за определенное время. В отличие от количеств благ, которые могут принимать только положительные значения, наши дополнительные координаты могут принимать любые вещественные значения. Следует сказать, что в экономической литературе существует определенная путаница в этом вопросе. Дело в том, что очень часто говорят о выпуске как о количестве блага и обозначают это количество как  $Q$ , забывая упомянуть, что имеют в виду количество блага, произведенное в единицу времени, т.е. скорость  $\dot{q}$ .

Пространство  $R^{2n}$  координат  $(q_i, \dot{q}_i)$  называется *фазовым пространством*. Выбранные значения координат *полностью* определяют *состояние* системы или точку в пространстве, называемую *изображающей точкой*. Движение системы (ее изображающей точки) в пространстве описывается *фазовой траекторией* – геометрическим местом точек, где система побывала за время своего движения. Не следует путать фазовую траекторию с интегральной кривой, описываемой точкой  $(t, q_i, \dot{q}_i)$  в пространстве  $R^{2n+1}$ . Траектории пространства  $R^n$  могут пересекаться, так как в заданной точке система может иметь разные скорости, и ее состояние определено не полностью. Фазовые траектории никогда не пересекаются, так как в каждой точке состояние системы определено однозначно, и, следовательно, однозначно задано дальнейшее движение.

Таким образом, не требуется задания никаких производных более высокого (чем нулевой и первый) порядка, например  $\ddot{q}_i, \ddot{q}_j$ , для полного описания движения системы. Этот нетривиальный факт является законом природы. Когда координаты полностью определяют систему (полностью описывают именно те характеристики системы, которые важны для нас), то говорят, что выбранные координаты *существенны*.

Рассматривая цены  $p_i$  благ в качестве координат, мы можем произвести замену координат в нашей системе. Мы можем перейти от координат  $(\dot{q}_i, q_i)$  к координатам  $(\dot{q}_i, p_i)$  или координатам  $(q_i, p_i)$ , которые также будут независимыми и существенными. Какую систему координат использовать в дальнейшем, будет определяться только соображениями удобства рассмотрения.

Замена координат, гладкая, вместе с обратной заменой называется *диффеоморфизм* [1, с. 55].

Разложим новые координаты  $(q_i, p_i)$  в ряд Тейлора в произвольной точке (которую примем за начало координат). Тогда координаты любого другого положения системы характеризуют отклонение этого положения от начала координат и потому сами называются *отклонениями* системы. Если отклонения достаточно малы, то мы можем ограничиться членами первого порядка, тогда

$$p_i = \sum_j \left( \frac{\partial p_i}{\partial q_j} q_j + \frac{\partial p_i}{\partial \dot{q}_j} \dot{q}_j \right),$$

$$q_i = \sum_j \left( \frac{\partial q_i}{\partial q_j} q_j + \frac{\partial q_i}{\partial \dot{q}_j} \dot{q}_j \right); \quad (1)$$

или в матричном виде:

$$(p_i, q_i) = \frac{\partial (p_i, q_i)}{\partial (q_j, \dot{q}_j)} = J_{ij}(q_j, \dot{q}_j). \quad (2)$$

Фигурирующую здесь матрицу, элементами которой служат частные производные функций, называют *матрицей Якоби* или *Якобианом*.

Так как координаты являются независимыми, то определитель Якобиана отличен от нуля. В противном случае матрица имеет, по крайней мере, два совпадающих собственных значения и часть координат будут зависимы.

Такая замена координат называется *каноническим преобразованием*. Канонические преобразования иногда называют также *контактными преобразованиями*, так как разложение в ряд Тейлора образует касательную (или контактную) гиперплоскость к функциям новых координат в выбранной точке.

Если в фазовом пространстве последовательно выполнить два канонических преобразования, то результирующее преобразование снова будет каноническим. Преобразование, обратное некоторому каноническому преобразованию, всегда является каноническим. Все канонические преобразования в совокупности образуют *группу* [3].

Если  $q_i$  остались прежними, то часть элементов Якобиана будет равна нулю или единице. Так как новые координаты  $(q_i, p_i)$  также являются независимыми, то цена будет представлять собой линейную функцию от выпуска благ

$$p_i = \sum_j \alpha_{ij} \dot{q}_j. \quad (3)$$

Объем выпущенной и предлагаемой к продаже продукции  $\dot{q}$  (объем предложения) зависит от цены  $p$ . Объем предложения увеличивается при повышении и уменьшается при снижении цены блага. Указанная зависимость называется – *закон предложения*.

Из закона предложения следует, что все  $\alpha_{ij}$  положительно определены.

## 2. ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ И ОБЩЕЙ ВЫРУЧКИ

Совокупность приобретенных благ задает *функцию полезности*  $U(q_i)$ . При этом равнополезные наборы благ дают один уровень благосостояния. Значит, имея определенный набор благ, потребитель делает однозначный вывод о значении функции полезности этого набора. В этом случае говорят, что функция полезности определена *однозначно*, т.е. имеет только одно значение в каждой точке.

Совокупность точек пространства, где поле имеет одинаковые значения  $U(q_i) = \text{const}$ , образует *поверхность уровня* этого поля (или *поверхность безразличия*). Из однозначности функции следует, что поверхности уровня не пересекаются друг с другом. В противном случае в точке пересечения функция имела бы несколько значений.

Рассмотрим движение изображающей точки в пространстве экономической системы. Скорость изменения функции  $U$  в этой точке вычисляется по правилу для производной сложной функции:

$$\frac{dU}{dt} = \sum_i \frac{\partial U}{\partial q_i} \frac{dq_i}{dt} + \frac{\partial U}{\partial t}. \quad (4)$$

Так функция полезности задается совокупностью, благ, то  $\partial U / \partial t = 0$ . Функция, для которой выполняется это условие, не меняется со временем в каждой точке пространства. Такие функции называют *стационарными*. Оставшиеся справа слагаемые дают скорость изменения  $U$ , полученную только за счет перехода изображающей точки вдоль траектории от одних значений  $U$  к другим.

При изменении количества какого-либо блага в наборе мы переходим с одной поверхности уровня на другую. При этом отношение  $\partial U / \partial q_i$  дает компоненту некоторого вектора, называемого *градиентом поля*  $U$ . Этот вектор *grad U* направлен в сторону наибольшего возрастания поля. Следовательно, градиент поля всегда будет перпендикулярен любой поверхности уровня в каждой ее точке. Направление перпендикулярное поверхности называется *нормалью* этой поверхности.

Согласно первому закону Госсена – *предельная полезность блага*  $u_i = \partial U / \partial q_i$ , *убывает при возрастании количества блага*, следовательно поверхность безразличия выпукла к началу координат. Это означает, что каждая следующая единица уменьшающегося блага равнополезна все большему количеству увеличивающегося блага.

Функции полезности  $U(q_i)$  задают поверхности в пространстве экономической системы, а бюджетная функ-

ция  $\sum_i p_i q_i = const$ , называемая условием, задает гиперплоскость с вектором нормали  $p = \sum_i p_i$  в этом же пространстве. Изменение бюджета соответствует перемещению гиперплоскости относительно функции вдоль вектора нормали. Если поверхности безразличия выпуклые, то максимизация функции полезности означает поиск поверхности, которая касается гиперплоскости в самой крайней точке. Эта точка называется условным экстремумом. Действительно, градиент  $U$  в этой точке перпендикулярен обеим поверхностям и направлен в сторону возрастания  $U$ . Иными словами, по одну сторону гиперплоскости (а именно по ту сторону, в которую обращен градиент) значения  $U$  больше, чем на самой гиперплоскости, а по другую сторону – меньше. Если бы теперь гиперплоскость не касалась в этой точке поверхности  $U$ , а пересекала ее, то гиперплоскость заходила бы в обе области, и в этой точке функция  $U$  не достигала бы ни максимума, ни минимума.

Заметим, что вектор  $grad U$  направлен по нормали к поверхности  $U$ , а вектор цен  $p$  – по нормали к гиперплоскости. Так как обе поверхности касаются в рассматриваемой точке, то оба наших вектора в этой точке направлены по одной прямой, т.е. существует такое число  $\lambda$ , что:

$$grad U = \lambda p$$

или

$$u_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} = \lambda p_i, \tag{5}$$

где

$\lambda$  – предельная полезность денег.

Этот вывод называется вторым законом Госсена.

Можно говорить о том, что функция полезности  $U$  задает поле оптимальных цен в пространстве экономической системы, либо наоборот – поле оптимальных цен задает величину этой функции.

Производную поля по времени удобно представить в виде скалярного произведения двух векторов

$$\dot{U} = grad U \dot{q} = \lambda p \dot{q} = \lambda TR, \tag{6}$$

Скалярное произведение двух векторов опять дает скаляр  $TR$ .

Полученная величина  $TR$  понимается в экономической науке как произведение объема проданной за определенный период продукции  $\dot{q}$  на ее цену  $p$  и называется *общая выручка (доход)*.

Тогда с учетом (3) мы можем записать выражение для общей выручки, при этом без ограничения общности считаем, что  $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ :

$$TR = \sum_{i,j=1}^n \alpha_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j. \tag{7}$$

### 3. ФУНКЦИЯ ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСКОЙ СПОСОБНОСТИ

Под *предпринимательской способностью* обычно понимают деятельность по координации и комбинированию всех остальных факторов производства для создания благ и услуг. Мы будем понимать это поня-

тие шире – как любую деятельность людей, направленную на получение дохода.

Очевидно, что по своему смыслу любая деятельность имеет направление ее приложения. Величины, имеющие направление, называются векторами. С другой стороны, функцией, характеризующей производство благ и услуг в денежном выражении, является функция общей выручки, т.е. скаляр. В силу изотропии пространства функция общей выручки не может зависеть от направления вектора предпринимательской способности  $g$ , так что является функцией лишь от его абсолютной величины  $g$ , т.е. от квадрата  $g^2 = g^2$ :

$$TR = TR(g^2), \tag{8}$$

где  $g$  – функция предпринимательской способности (англ. get-up, go-aheadism – предприимчивость).

Было бы правильней назвать эту функцию предпринимательской активностью, так как смысл слова «способность» предполагает лишь теоретическую возможность осуществления действия, а не само действие. Но термин «предпринимательская активность» не имеет распространения в экономической литературе, в отличие от термина «предпринимательская способность».

Самое простое предположение заключается в том, что функция общей выручки прямо пропорциональна квадрату предпринимательской способности. Так как никаких единиц для измерения предпринимательской способности не существует, мы можем выбрать их из соображений удобства.

Запишем:

$$TR = g^2 = \sum_{i,j=1}^n \alpha_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j. \tag{9}$$

Введем метрику в координатном пространстве  $(q_1, \dots, q_n)$ , определив квадрат длины дуги  $ds^2$  с помощью положительно определенной квадратичной дифференциальной формы

$$ds^2 = \sum_{j,k=1}^n a_{jk}(q_1, \dots, q_n) dq_j dq_k, \tag{10}$$

тогда

$$TR = \left( \frac{ds}{dt} \right)^2. \tag{11}$$

Следовательно

$$g = \dot{s}, \tag{12}$$

Величина дуги кривой, соединяющей две точки координатного пространства (0) и (1), определится равенством:

$$s = \int_{(q_j^0)}^{(q_j^1)} ds = \int_{(q_j^0)}^{(q_j^1)} \sqrt{\sum_{j,k=1}^n a_{jk}(q_1, \dots, q_n) dq_j dq_k} = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{TR} dt = \int_{t_0}^{t_1} g dt. \tag{13}$$

Мы можем рассматривать нашу кривую как путь экономической системы. В этом случае предпринимательская способность определяет скорость движения по этой кривой.

Скорость движения экономической системы по траектории есть величина предпринимательской способности, а вектор скорости в каждой точке пути направлен вдоль траектории. Это означает, что *задача управления экономической системой* состоит в том, чтобы

задать правильное направление вектора предпринимательской способности. Или, другими словами, задача управления экономической системой состоит в том, чтобы направить усилия людей в нужную сторону.

#### 4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ РАВНОВЕСИЕ

Состояние системы в данный момент времени полностью определено, если известны значения всех ее координат  $(q_i, \dot{q}_i)$  или  $(p_i, q_i)$ . Определенное таким образом состояние называется в статистической физике *микроскопическим состоянием*.

С другой стороны, экономическая система по своему смыслу ввиду большого количества субъектов и разнообразности отношений между ними является очень сложной и запутанной системой, и если мы будем пытаться смоделировать сложные цепочки этих отношений, то вряд ли добьемся существенных результатов. Очевидно, что нужно искать другие подходы. Подобные ситуации встречаются не только в социальных науках. Физика зачастую сталкивается с очень сложными и запутанными системами, в которых параллельно происходят разнообразные процессы, кроме того, оказывают влияние внешние условия и различные «шумы». Для описания таких моделей с огромным числом степеней свободы неприменимы методы, используемые в механике, т.е. путем составления и решения всех дифференциальных уравнений движения при данных начальных условиях. Однако, именно чрезвычайная запутанность состояний системы позволяет подойти к решению задачи с другой стороны.

Предположим, что мы наблюдаем экономическую систему в течение весьма длительного промежутка времени. В каждый из моментов наблюдения рассматриваемая система изображается точкой в фазовом пространстве. Мы знаем, что последовательность полученных точек образует траекторию в фазовом пространстве, которая может получиться чрезвычайно запутанной. Поэтому мы можем рассмотреть не последовательность, а совокупность полученных точек. Вместо того, чтобы рассматривать точки, изображающие состояние одной системы в различные моменты времени, можно формальным образом ввести в рассмотрение одновременно очень большое (в пределе – бесконечное) число совершенно одинаково устроенных систем. Такую воображаемую совокупность одинаковых систем Гиббс и Эйнштейн назвали *представляющим ансамблем*.

Гиббс определил это понятие следующим образом: «... Можно представить себе огромное число систем одной и той же природы, но отличающихся конфигурациями и скоростями, которыми они обладают в данный момент, и отличающихся не только бесконечно мало, но так, что они охватывают все мыслимые комбинации конфигураций и скоростей...».

В отношении отдельной подсистемы (отдельного экономического субъекта) это означает, что можем не рассматривать весь его путь в системе. Мы можем сразу представить все возможные ситуации, в которых может оказаться наш субъект, и рассматривать эти ситуации одновременно. При рассмотрении совокупности субъектов мы можем считать, что каждый из них находится в одном из вероятных состояний, следовательно, ситуация, справедливая для каждого субъекта, справедлива и для их совокупности.

Основная идея введения ансамбля состоит в том, чтобы вместо одной динамической системы рассматривать множество систем, соответствующих разным начальным условиям. Гиббсовский ансамбль систем можно представить в виде «облака» точек в фазовом пространстве.

Если начальные условия заданы однозначно, то ансамбль сосредоточен в какой-то области фазового пространства с четко различимой границей. Если начальные условия допускают известный произвол, то ансамбль распределен по широкой области фазового пространства с размытой границей. В пределе, когда каждая область содержит много точек, эту область можно считать непрерывной средой, плотность которой равна плотности функции распределения в фазовом пространстве.

Выделим мысленно из нашей экономической системы некоторую часть, весьма малую по сравнению со всей системой, но в то же время макроскопическую. Такие относительно малые, но макроскопические части будем называть подсистемами. В силу чрезвычайной сложности и запутанности со стороны остальных частей за достаточно большой промежуток времени выделенная нами подсистема побывает достаточно много раз во всех возможных своих состояниях. Обозначим посредством  $\Delta p \Delta q$  некоторый малый участок «объема» фазового пространства подсистемы, соответствующий значениям ее координат  $q_i$  и цен  $p_i$ , лежащим в некоторых малых интервалах  $\Delta q_i$  и  $\Delta p_i$ . Можно утверждать, что в течение достаточно большого промежутка времени чрезвычайно запутанная фазовая траектория много раз пройдет через всякий такой участок фазового пространства.

Переходя к бесконечно малому элементу фазового объема  $dq dp = dq_1 \dots dq_n dp_1 \dots dp_n$ , мы можем ввести вероятность  $dP$  координатам и ценам иметь значения, лежащие в заданных бесконечно малых интервалах

$$dP = \rho(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n) dp dq. \quad (14)$$

Функцию  $\rho$ , играющую роль «плотности» распределения вероятности в фазовом пространстве, называют *функцией статистического распределения* (или просто функцией распределения) данной системы. Функция распределения должна, очевидно, удовлетворять *условию нормировки*

$$\int \rho dq dp = 1. \quad (15)$$

(интеграл берется по всему фазовому пространству), выражающему просто тот факт, что сумма вероятностей всех возможных состояний должна быть равна единице.

Чрезвычайно существенным для статистики является следующее обстоятельство. Статистическое распределение не зависит от начального состояния системы. Нахождение статистического распределения для любой подсистемы и является основной задачей статистики.

Если указанная задача решена и статистическое распределение данной подсистемы известно, то можно вычислить вероятности различных значений любых функций, зависящих от состояния этой подсистемы (т.е. от значений  $q$  и  $p$ ). Мы можем также вычислить среднее значение любой такой функции, получающееся путем умножения ее возможных значений на соот-

ветствующие вероятности и интегрирования по всем состояниям. Обозначая усреднение угловыми скобками, можно написать формулу

$$\langle f \rangle = \int f(p, q) \rho(p, q) dp dq. \quad (16)$$

Усреднение с помощью функции распределения (или, как говорят, *статистическое усреднение*) освобождает нас от необходимости следить за изменением истинного значения функции со временем. Из изложенного ясно, что выводы и предсказания о поведении функций, которые позволяет делать статистика, имеют вероятностный характер. Этим статистика отличается от классической механики, выводы которой имеют вполне однозначный характер.

Следует, однако, подчеркнуть, что вероятностный характер результатов статистики сам по себе отноуд не лежит в природе рассматриваемых функций, а связан лишь с тем, что эти результаты получаются на основании гораздо меньшего количества данных, чем это нужно было бы для полного описания системы.

Тот факт, что различные подсистемы можно считать слабо взаимодействующими друг с другом, приводит к выводу, что их можно считать независимыми также и в статистическом смысле. *Статистическая независимость* означает, что состояние, в котором находится одна из подсистем, никак не влияет на вероятности состояний других подсистем. Согласно математическому определению вероятности это означает, что функция распределения системы является произведением функций распределения составных подсистем

$$\rho = \rho_1 \cdot \dots \cdot \rho_n. \quad (17)$$

Можно, очевидно, утверждать и обратное: если распределение вероятностей для сложной системы распадается на произведение множителей, каждый из которых имеет отношение к одной из частей системы, то эти части статистически независимы.

Из определения средних значений непосредственно следует, что среднее значение произведения функций для разных подсистем равно произведению средних значений:

$$\langle f_1 \cdot \dots \cdot f_n \rangle = \langle f_1 \rangle \cdot \dots \cdot \langle f_n \rangle. \quad (18)$$

В любой, даже равновесной системе существуют случайные отклонения от средних величин, которые называются *флуктуациями*:

$$\Delta f = f - \langle f \rangle.$$

Так как флуктуация может быть как положительной, так и отрицательной, то среднее значение флуктуации равно нулю:

$$\langle \Delta f \rangle = \langle f - \langle f \rangle \rangle = \langle f \rangle - \langle f \rangle = 0. \quad (19)$$

Поэтому для количественной оценки величины флуктуации можно использовать средний квадрат флуктуации:

$$\begin{aligned} \langle (\Delta f)^2 \rangle &= \langle (f - \langle f \rangle)^2 \rangle = \langle f^2 \rangle - 2\langle f \rangle \langle f \rangle + \langle f \rangle^2 = \\ &= \langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Величину  $\sqrt{\langle (\Delta f)^2 \rangle}$  называют *средней квадратичной флуктуацией* величины  $f$ .

Отношение  $\sqrt{\langle (\Delta f)^2 \rangle} / \langle f \rangle$  называют *относительной флуктуацией* величины  $f$ . Чем это отношение мень-

ше, тем более ничтожную часть времени система проводит в таких состояниях, в которых отклонение величины  $f$  от ее среднего значения составляет заметную часть этого последнего.

Большинство функций, представляющих интерес, являются аддитивными, т.е. значение этой функции для всей системы равно сумме значений для отдельных подсистем:

$$f = \sum_i f_i. \quad (21)$$

В силу статистической независимости отдельных частей системы средние значения произведений

$$\langle \Delta f_i \Delta f_j \rangle = \langle \Delta f_i \rangle \langle \Delta f_j \rangle = 0, \quad (22)$$

где

$$i \neq j \text{ (поскольку каждое } \langle \Delta f_i \rangle = 0 \text{).}$$

Следовательно,

$$\langle (\Delta f)^2 \rangle = \left\langle \left( \sum_i \Delta f_i \right)^2 \right\rangle = \sum_i \langle (\Delta f_i)^2 \rangle. \quad (23)$$

Отсюда следует, что при увеличении числа подсистем  $n$  средний квадрат  $\langle (\Delta f)^2 \rangle$  тоже будет расти пропорционально  $n$ . Относительная же флуктуация будет, таким образом, обратно пропорциональна  $\sqrt{n}$ :

$$\frac{\sqrt{\langle (\Delta f)^2 \rangle}}{\langle f \rangle} \sim \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (24)$$

Полученный результат говорит о том, что относительная флуктуация любой аддитивной функции в системе очень быстро стремится к нулю при увеличении системы. Практически это означает, что вероятностный характер результатов статистики обычно совершенно не проявляется, так как в макроскопических системах функция распределения имеет чрезвычайно резкий максимум, и макроскопические функции с большой относительной точностью равны своим средним значениям. В этом смысле предсказания статистики имеют вполне определенный, а не вероятностный характер. В этом случае говорят, что система находится в состоянии *статистического равновесия*. (Имея все это в виду, мы в дальнейшем при употреблении средних значений макроскопических величин почти никогда не будем пользоваться угловыми скобками.)

Если в какой-нибудь начальный момент времени замкнутую макроскопическую систему вывести из состояния статистического равновесия, то в дальнейшем она обязательно перейдет в состояние равновесия. Промежуток времени, в течение которого должен обязательно произойти переход к статистическому равновесию, называют *временем релаксации*. Теорию процессов, связанных с переходом в состояние равновесия, называют *кинетикой*.

Оказывается, несмотря на сложность и запутанность взаимодействия (отношений) между различными подсистемами (например, экономическими субъектами), мы можем не рассматривать всю совокупность этих взаимоотношений, а сразу перейти к рассмотрению некой общей ситуации (некой функции распределения), которая должна возникнуть независимо от пути, которым система придет к этому состоянию.

Рассмотрим теперь, как функция распределения меняется с течением времени. Чисто формальным образом совокупность точек в фазовом пространстве можно рассматривать как совокупность молекул некоего «газа». Функцию  $\rho$ , играющую роль «плотности» распределения вероятности в фазовом пространстве, в этом случае можно рассматривать просто как плотность точек. В таком случае мы можем применить к нему известное уравнение непрерывности для стационарного течения газа, которое выражает в дифференциальной форме закон сохранения числа частиц в пространстве

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \dot{x}_i) = 0; \quad (25)$$

где

$\mathbf{v}$  – скорость «газа», в нашем случае  $\dot{q}_i, \dot{p}_i$ ;

$x_i$  – координаты фазового пространства, в нашем случае  $q_i, p_i$ .

Таким образом, имеем

$$\sum_i \left[ \frac{\partial}{\partial q_i} (\rho \dot{q}_i) + \frac{\partial}{\partial p_i} (\rho \dot{p}_i) \right] = 0 \quad (26)$$

Раскрывая производные, пишем

$$\sum_i \left[ \dot{q}_i \frac{\partial \rho}{\partial q_i} + \dot{p}_i \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \right] + \rho \sum_i \left[ \frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} + \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i} \right] = 0. \quad (27)$$

В аналитической механике доказано уравнение

$$\frac{\partial \dot{q}_i}{\partial q_i} = \frac{\partial^2 H}{\partial q_i \partial p_i} = - \frac{\partial \dot{p}_i}{\partial p_i}, \quad (28)$$

где

$H$  – гамильтониан системы.

Поэтому второй член в (27) тождественно обращается в нуль.

Первый же член есть не что иное, как полная производная от функции распределения по времени. Таким образом имеем

$$\dot{\rho} = \sum_i \left[ \frac{\partial \rho}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial \rho}{\partial p_i} \dot{p}_i \right] = 0. \quad (29)$$

Мы приходим, следовательно, к существенному выводу, что функция распределения при движении вдоль фазовых траекторий сохраняет постоянные значения ( $\rho = \text{const}$ ), т.е. является интегралом движения. Этот вывод является содержанием так называемой теоремы Лиувилля.

Мы можем сделать вывод, что функция распределения не меняется при движении системы. Как бы не изменялись средние значения любой функции в системе, вероятность отклонения величины функции от этого среднего значения подчиняется одному и тому же закону распределения.

## 5. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

Мы выяснили, что закон распределения любой экономической функции по значениям координат и цен в фазовом пространстве экономической системы один и тот же, и, кроме того, этот закон не меняется при изменениях системы. Значит вместо  $2n$  координат и цен мы теперь можем рассматривать значительно меньшее количество экономических параметров (функций координат) – величин, характеризующих какие-либо

основные свойства системы. Совокупность этих параметров (экономических переменных) определяет состояние системы. Параметры дают «упрощенное описание» макроэкономической системы. Во многих случаях, представляющих интерес, такого упрощенного описания оказывается вполне достаточно.

Таким образом, мы перешли от микроскопического подхода в изучении явлений к феноменологическому (макроскопическому). Феноменологические теории описывают явление в наиболее общем виде, устанавливая основные закономерности явления. В этом – главное достоинство феноменологических теорий [9, с. 7]. В экономической теории также существует деление на две области исследования: микроэкономику и макроэкономику. Если микроэкономика связана с деятельностью отдельных экономических субъектов, то макроэкономика связана с совокупностью общих экономических показателей. Аналогия в переходе от микроскопического подхода к феноменологическому в естественных науках и переходе от микроэкономического анализа к макроэкономическому в экономической теории не является полной. Но в целом подобная аналогия имеет право быть принятой и рассмотренной.

Формально оба подхода рассматривают взаимодействие спроса и предложения. Но если в микроэкономическом подходе предложение потребительских благ поступает от фирм, а спрос на них предъявляют потребители, то при макроэкономическом подходе в качестве предложения рассматриваются первичные факторы производства (*труд, земля, капитал, предпринимательская способность*), поставляемые домохозяйствами, которые являются их собственниками, а спрос предъявляют предприятия. Термины «домохозяйства» и «предприятия» используются, соответственно, в макроэкономическом анализе, а «потребители» и «фирмы» – в микроэкономическом.

При этом предпринимательскую способность мы можем рассматривать как разновидность труда. Особые функции, которые приходится исполнять предпринимателю как таковому и которые выпадают на его долю как раз в отличие от рабочих и в противоположность рабочим, представляются как чисто трудовые функции. Он создает прибавочную стоимость не потому, что работает как предприниматель, а потому, что несмотря на свое качество предпринимателя, он тем не менее тоже работает.

Первичные факторы производства являются объектами длительного пользования, вследствие этого они имеют две цены – прокатную и капитальную.

Если в процессе изменения цен на блага осуществляется межотраслевой перелив капиталов, то в процессе изменения цен на факторы происходит распределение доходов их собственников. Поэтому теория ценообразования на факторы производства одновременно является теорией распределения национального дохода в рыночной экономике. Распределительная роль прокатных цен на первичные факторы производства проявляется, в частности, в том, что каждая из них имеет свое название: *заработная плата, земельная рента, ссудный процент*.

С одной стороны капитал и труд тождественны, ибо сами же экономисты признают, что капитал есть «накопленный труд». Таким образом, у нас остаются только две стороны: природная, объективная – земля, и человеческая, субъективная – труд, включающий в

себя капитал [20, с. 554]. Тем самым, способ производства есть процесс присвоения обществом природы. Сам этот способ производства определяется уровнем развития технологии и общественных отношений, который может быть назван научно-техническим прогрессом. С другой стороны можно говорить, что это капитал, а не труд делится на постоянный и переменный. При этом переменный капитал является простым показателем рабочей силы, а постоянный капитал – простым показателем массы средств производства, приводимых в движение этой рабочей силой [22, с. 151]. Пропорции, в которых происходит это деление, также определяются научно-техническим прогрессом. Обозначим функцию, характеризующую уровень научно-технического прогресса (способ производства), через  $a$  (advancement – прогресс, рост, продвижение, распространение).

Иозеф Шумпетер (Joseph Shumpeter) – известный экономист германской исторической школы первой половины XX в. – определил научно-технический прогресс с помощью производственной функции. Он считал, что производственная функция объясняет, как изменение затрат влияет на объем производства. Если производство изменяется независимо от затрат, то это вызвано научно-техническим прогрессом. В связи с этим Шумпетер выдвинул гипотезу, заключающуюся в том, что чем лучшие позиции на рынке занимает наиболее новаторская фирма, тем полнее она может использовать преимущества инноваций.

Таким образом, мы можем сказать, что способ производства определяется следующими экономическими параметрами (экономическими переменными) – труд, капитал, земля, научно-технический прогресс, – причем первые два параметра можно при необходимости объединить. Кроме того, при необходимости мы можем объединить второй и третий параметр – капитал и землю, если под количеством капитала понимать средства и предметы труда, включая предметы природы или природные ресурсы.

Указанные переменные не являются независимыми величинами, следовательно, они должны быть связаны неким соотношением

$$f(L, K, Z, a) = 0, \tag{30}$$

где

$L$  – труд;

$K$  – капитал;

$Z$  – земля (невоспроизводимые средства производства);

$a$  – научно-технический прогресс,

которое мы можем назвать *уравнением состояния* экономической системы.

Характер функциональной связи между этими переменными может быть индивидуален как для разных регионов мира, так и для разных отраслей экономики. Вполне возможно, что будет наблюдаться еще более дифференцированная индивидуальность. Тем самым перед нами встает проблема выделения «чистой» экономической системы, для которой можно было бы записать однозначное уравнение состояния.

Какую-нибудь из четырех переменных в уравнении состояния можно выразить как функцию трех других. Поэтому состояние системы полностью определяется какими-нибудь тремя из четырех этих величин.

В процессе развития (движения) экономической системы не все произведенные блага потребляются, некоторые могут накапливаться. В первую очередь это относится к тем благам, которые могут быть использованы многократно (ликвидные активы – наличные деньги, золото, депозиты; товары длительного пользования; недвижимость; земля и т.д.), однако, могут накапливаться и блага, используемые в потреблении только один раз, если они имеют достаточный срок хранения без потери их потребительских свойств. Совокупность этих накопленных активов, принадлежащих субъектам экономической системы, образует *богатство*. Общий запас богатства страны определяется показателем так называемого «реализуемого имущества», под которым понимаются физические и финансовые активы, характеризующиеся достаточно высоким уровнем ликвидности (быстрой реализуемости). *Величина накопленного со временем богатства вычисляется как функция  $\Phi$* . Функция богатства, как и функция полезности, является функцией координат. Следовательно, мы можем записать дифференциал функции в виде

$$d\Phi = \sum_i p_i dq_i = p_L dL + p_K dK + p_Z dZ, \tag{31}$$

где

$p_L, p_K, p_Z$  – цены соответствующих факторов производства.

Уравнение состояния может быть представлено в пространстве параметров (переменных) в виде *поверхности состояния*. Проекция этой экономической поверхности на координатные плоскости называются *диаграммами состояния*. Одной из известных диаграмм состояния является изокванта – линия равного выпуска

$$f(L, K) = 0 \text{ при } \dot{q} = const. \tag{32}$$

До сих пор мы предполагали, что вся замкнутая система находится в статистическом равновесии. Другими словами, мы рассматривали ее в течение времени, больших по сравнению с ее временем релаксации. Для больших систем это оказывается возможным благодаря существованию наряду с полным статистическим равновесием всей системы так называемых неполных (или локальных) равновесий.

Дело в том, что время релаксации растет с увеличением размеров системы. В силу этого обстоятельство отдельные малые части системы сами по себе приходят в равновесное состояние значительно быстрее, чем происходит установление равновесия между различными малыми частями. В таком случае говорят, что система находится в *неполном (локальном) равновесии*.

Назовем *равновесным состоянием* или *состоянием общего экономического равновесия*, такое состояние экономической системы (подсистемы), когда богатство системы остается неизменным, т.е.  $d\Phi = 0$ . В равновесном состоянии все произведенные блага потребляются и накопление богатства не происходит.

Тогда имеют место два случая

$$d\Phi = 0 \text{ (для равновесного состояния);} \tag{33}$$

$$d\Phi > 0 \text{ (для неравновесного состояния).} \tag{34}$$

Нужно отметить, что богатство может как накапливаться, так и расходоваться, но процесс уменьшения богатства носит частный (индивидуальный) характер, наблюдаемый для отдельных экономических субъектов

тов или для отдельных групп субъектов. Если рассматривать систему в целом (или в любой достаточно большой ее части), то для нее на всем наблюдаемом историческом периоде характерно непрерывное увеличение богатства.

Указанное утверждение легко продемонстрировать на примере количества потребляемой человечеством энергии [21], которое определяет объем мирового промышленного производства. На протяжении 140 лет мировое производство энергии выросло в 19 раз, с 0,68 ТВт ( $10^{12}$  Вт) в 1850 году до 13,2 ТВт в 1990 году, т.е. средний темп роста составил около 2% в год.

## 6. ПРИНЦИП ЛЕ-ШАТЕЛЬЕ

Рассмотрим подсистему, статистически независимую от всей экономической системы.

Допустим, что богатство является функцией двух экономических параметров  $V = V(L, K)$ . В данном случае принимаются обычные для микроэкономического анализа предпосылки, когда научно-технический прогресс полагают фиксированным, а под количеством капитала понимают средства и предметы труда, включая предметы природы или природные ресурсы.

Рассмотрим следующие выражения

$$X = -\partial\Phi/\partial K, \quad Y = -\partial\Phi/\partial L, \quad (35)$$

где

$L, K$  – экономические параметры, относящиеся к подсистеме.

Если  $\partial\Phi/\partial L = 0$ , то подсистема сама по себе находится в локальном равновесии, не находясь при этом обязательно в равновесии со всей системой. В этом случае говорят о коротком периоде, в течение которого можно изменить количество труда, в то время как количество капитала остается неизменным. Если при этом  $\partial\Phi/\partial K = 0$ , то подсистема находится также и в равновесии со всей системой. Т.е. речь идет о длинном периоде, в течение которого возможно изменить как количество труда, так и количество капитала.

При общем экономическом равновесии богатство принимает максимальное значение. Для этого кроме условий

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad (36)$$

должны выполняться также неравенства

$$\left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_L > 0, \quad \left(\frac{\partial Y}{\partial L}\right)_K > 0, \quad (37)$$

причем

$$\left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_L \left(\frac{\partial Y}{\partial L}\right)_K - \left(\frac{\partial X}{\partial L}\right)_K^2 > 0. \quad (38)$$

Предположим теперь, что незначительное внешнее воздействие нарушает равновесие подсистемы со всей системой, причем изменяется величина  $K$  и нарушается условие  $X = 0$ ; о величине же  $L$  предполагаем, что она данным воздействием непосредственно не затрагивается. Причины нарушения равновесия в связи с изменением количества капитала в системе могут быть самыми разными, и в данный момент мы их не рассматриваем.

$$(\Delta X)_L = \left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_L \Delta K.$$

Изменение  $K$  при постоянном  $L$  приводит, конечно, к нарушению также и условия  $Y = 0$ , т.е. локального равновесия подсистемы. После того как, произойдет перераспределение трудовых ресурсов, и это равновесие снова восстановится, величина  $X \equiv \Delta X$  будет иметь значение

$$(\Delta X)_{Y=0} = \left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_{Y=0} \Delta K. \quad (39)$$

Сравним оба значения  $\Delta X$ . Пользуясь свойствами якобианов, имеем

$$\left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_{Y=0} = \frac{\partial(X, Y)}{\partial(K, Y)} = \frac{\partial(X, Y)}{\partial(K, Y)}_L = \left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_L - \frac{\left(\frac{\partial X}{\partial L}\right)_K}{\left(\frac{\partial Y}{\partial L}\right)_K}.$$

Знаменатель второго члена в этом выражении положителен согласно условию (37); учитывая также неравенство (38), находим, что

$$\left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_L > \left(\frac{\partial X}{\partial K}\right)_{Y=0} > 0 \quad (40)$$

или

$$|(\Delta X)_L| > |(\Delta X)_{Y=0}|. \quad (41)$$

Будем рассматривать изменение  $\Delta K$  величины  $K$  как меру внешнего воздействия на подсистему, а  $\Delta X$  – как меру изменения свойств подсистемы под влиянием этого воздействия. Неравенство (41) показывает, что при восстановлении внутреннего равновесия подсистемы после внешнего воздействия, выводящего его из этого равновесия, значение  $\Delta X$  уменьшается.

Неравенства (40) или (41), составляют содержание так называемого *принципа Ле-Шателье*: внешнее воздействие, выводящее систему из равновесия, стимулирует в ней процессы, стремящиеся ослабить результаты этого воздействия.

Принцип смещения равновесия при изменении температуры установил Я. Вант-Гофф (J. Van't Hoff) в 1884 году. Общий принцип, отражающий влияние различных факторов на положение термодинамического равновесия, сформулировали Анри Ле Шателье (H. Le Chatelier) в 1884 и Карл Фердинанд Браун (C. Braun) в 1887. Они применяли главным образом индуктивный метод, рассмотрев большое число примеров термодинамических равновесий, которые, по их мнению, являются частными случаями сформулированного ими общего правила, и пытались представить эти примеры в форме, похожей на правило Ленца в электродинамике. Данная ими формулировка была, однако, столь туманной, что не допускала в каждом конкретном случае однозначного применения правила. В нашем случае мы исходим из принципа Ле-Шателье, сформулированного для термодинамического равновесия (см. например [4, 8]), и применяем его к условиям, которые существуют в экономической системе.

Обсудим теперь причины, которые могут служить причиной нарушения равновесия в связи с изменением количества капитала в системе.

В первую очередь такой причиной может быть изменение функции  $a$ . Научно-технический прогресс приводит к периодическому обновлению оборудования на более современное и эффективное. Период обновления оборудования является неравновесным промежуточным состоянием системы, хотя в течение всего пе-



риода может наблюдаться локальное равновесие, связанное с достаточно быстрым перераспределением трудовых ресурсов.

Еще одной причиной могут служить колебания котировок акций фондовой биржи, которые приводят к изменению цены используемого капитала, и, как следствие, к его перераспределению.

Колебания цены на товарных и сырьевых рынках могут приводить к изменению доходности различных отраслей экономики (или отраслей промышленности) и вызывать перелив капитала из одной отрасли в другую.

Принцип Ле-Шателье в сформулированном нами виде говорит о том, что указанные изменения будут происходить не так быстро, как бы этого хотелось участникам рынка. Паровоз под названием промышленное производство трудно разогнать, но и остановить его тоже непросто.

## 7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДОХОДА В ОБЩЕСТВЕ

Для отыскания функции распределения дохода в обществе пространство, в котором задана экономическая система, примем двумерным. Интуитивно пространство экономической системы подобно земной поверхности, на которой взаимодействуют ее участники.

По правилу скалярного произведения векторов получаем:

$$g^2 = g_x^2 + g_y^2. \tag{42}$$

Вероятность того, что величина предпринимательской активности какого-либо участника рынка попадет в интервал значений от  $g_x$  до  $g_x + dg_x$ , равна  $P(g_x)$ . Тогда можно ввести функцию распределения  $\rho(g_x)$ .

Функцию распределения по двум проекциям вектора предпринимательской активности можно представить в виде:

$$\rho(g) = \rho(g_x) \rho(g_y). \tag{43}$$

Прологарифмируем это уравнение

$$\ln \rho(g) = \ln \rho(g_x) + \ln \rho(g_y) \tag{44}$$

и сравним его с уравнением (42). Ясно, что единственно возможное выражение для функции распределения

$$\ln \rho(g) = \alpha + \beta g^2. \tag{45}$$

Соответственно

$$\ln \rho(g_x) = \alpha/2 + \beta g_x^2. \tag{46}$$

Для нахождения коэффициентов можно использовать интеграл Пуассона:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-bx^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{b}}, \tag{47}$$

применение которого с условием нормировки дает

$$\exp(\alpha/2) = \sqrt{b/\pi}, \quad b = -\beta.$$

Получаем функцию распределения:

$$\rho(g_x) = \sqrt{b/\pi} \exp(-\beta g_x^2),$$

$$\rho(g) = b/\pi \exp(-\beta g^2). \tag{48}$$

Мы получили так называемое нормальное или гауссовское распределение вероятностей случайных величин, справедливое для многих совершенно разных

по своей физической сути процессов. Это обстоятельство объясняется *центральной предельной теоремой*, гласящей, что нормальное распределение служит хорошим приближением каждый раз, когда рассматриваемая случайная величина представляет собой сумму большого числа независимых случайных величин, максимальная из которых мала по сравнению со всей суммой.

Кроме полученного выше распределения можно использовать распределение по абсолютным значениям предпринимательской способности. Для получения этого распределения запишем в общем виде вероятность того, что значения проекций предпринимательской способности в двумерном пространстве (на плоскости) лежат внутри элементарной площади  $d\sigma = dg_x dg_y$ . Учитывая, что на плоскости проекций эта вероятность зависит только от величины  $g$  и не зависит от направления в пространстве, элементарную площадь можно считать имеющей форму кругового слоя со средним радиусом  $g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$  и толщиной  $dg$ . Указанная возможность связана с тем, что в любой точке окружности, центр которой совпадает с началом координат в пространстве экономической системы, значения предпринимательской способности, а, следовательно, и функции распределения, одинаковые.

$$dP = \rho(g) 2\pi g dg = F(g) dg = 2bg \exp(-bg^2) dg \tag{49}$$

Функция (49) показывает вероятность того, что величина предпринимательской способности имеет значения от  $g$  до  $g + dg$ . Согласно условию  $dF/dg = 0$ ,  $F(g)$  имеет максимум при

$$g_0 = \sqrt{1/2b} \text{ (пункт 1).}$$

Найдем среднее значение  $g$ :

$$\langle g \rangle = \int_0^{\infty} g F(g) dg = \int_0^{\infty} 2bg^2 \exp(-bg^2) dg = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}}. \tag{50}$$

Можно также получить функцию распределения по величине общей выручки:

$$dP(TR) = F(TR) dTR = F(g) dg.$$

Используя подстановку  $g = \sqrt{TR}$  и  $dg = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{TR}} dTR$ ,

имеем:

$$F_{TR}(TR) = b \exp(-bTR)$$

$$\langle TR \rangle = 1/b;$$

$$\langle TR^2 \rangle = 2/b^2 \tag{51}$$

Вероятность того, что значение дохода при измерении попадет в интервал от нуля до определенной величины  $TR$ , определяется следующим уравнением:

$$P = \int_0^{TR} b \exp(-bx) dx = 1 - \exp(-bTR), \tag{52}$$

откуда

$$TR = -\frac{1}{b} \ln(1 - P). \tag{53}$$

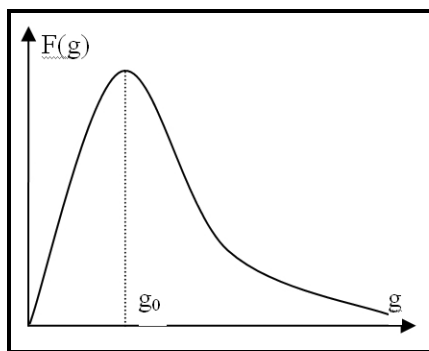


Рис. 1. Функция распределения по абсолютной величине предпринимательской способности

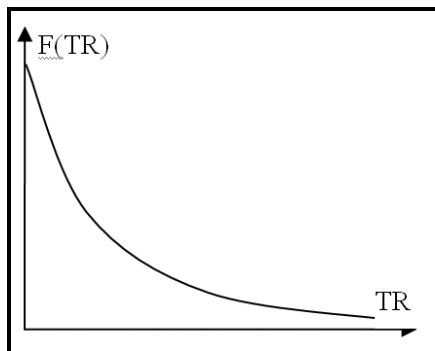


Рис. 2. Функция распределения по величине общей выручки (по доходу)

Доля дохода, входящая в этот интервал, соответственно равна:

$$D_{TR} = \frac{\int_0^{TR} bx \exp(-bx) dx}{\langle TR \rangle} = \frac{1}{b} \frac{[1 - (bTR + 1) \exp(-bTR)]}{1/b},$$

откуда

$$D_{TR} = P + (1 - P) \ln(1 - P). \quad (54)$$

Вероятность  $P$  эквивалентна доле граждан, располагающих соответствующей долей дохода  $D_{TR}$ . Полученная зависимость при построении дает так назы-

ваемую «кривую Лоренца», которая демонстрирует неравенство в распределении доходов.

Когда рассматривается интервал  $\Delta P = P_2 - P_1$ , доля дохода определяется как разница  $\Delta D = D_{TR_2} - D_{TR_1}$ .

Полученные результаты практически совпадают с реальным распределением доходов в обществе в отсутствии государственного вмешательства (табл. 1).

В табл. 1 все семьи в экономике, распределенные в соответствии с их годовым доходом, разделены на пять групп (квинтилей) и для каждой группы рассчитана доля совокупного дохода. Данные по России взяты из работ И.С. Березина. Причем автор приводит как данные Госкомстата России, так и экспертные оценки, которые он считает более объективными. Данные по другим странам взяты из [10]. Если элита общества использует власть для перераспределения доходов в свою пользу либо, наоборот, в пользу малоимущих слоев населения, то распределение может смещаться в ту или иную сторону. Однако система всегда пытается вернуться к равновесию.

На рис. 3 изображена теоретическая кривая Лоренца, а также кривая Лоренца для России по данным табл. 1.

Очевидно, если бы распределение доходов было абсолютно равномерным, то точки кривой Лоренца лежали бы на биссектрисе полученного квадрата (100%; 100%). Смещение этих точек вправо вниз свидетельствует об усилении неравномерности распределения. В результате площадь фигуры, ограниченной с одной стороны биссектрисой, а с другой стороны — кривой Лоренца, увеличивается. Отношение площадей этой фигуры и треугольника называется коэффициентом Джини. Максимально эта площадь может достичь размеров площади треугольника, в этом случае коэффициент Джини будет равен единице. Это будет означать абсолютное неравенство в распределении доходов — все доходы достаются самой богатой группе населения.

Теоретический коэффициент Джини, определяющий степень неравенства, вычисляется по формуле

$$J = \left( \frac{1}{2} - \int_0^1 [P + (1 - P) \ln(1 - P)] dP \right) / \frac{1}{2} = \frac{1}{2}. \quad (55)$$

Коэффициент Джини, рассчитанный по данным И.С. Березина, составляет 0,48, а по данным Госкомстата России — 0,40 – 0,41.

Таблица 1

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СОВОКУПНОГО ДОХОДА НАСЕЛЕНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ СТРАНАХ МИРА ПО ДОЛЯМ В ПЯТИ ДОХОДНЫХ ГРУППАХ<sup>1</sup>

%

Группа	D	Березин, II полугодие 2003 г.	Госкомстат России, 2002 г.	Березин, 2002 г.	Госкомстат России, 2000 г.	Япония, 1994 г.	Южная Корея, 1994 г.	Китай, 1994 г.	США, 1994 г.	Великобритания, 1994 г.	Мексика, 1994 г.	Бразилия, 1994 г.
1	2,1	4,5	5,6	4,5	5,8	8,7	7,4	6,4	4,7	4,6	4,1	2,1
2	7,2	8	10,4	9	10,4	13,2	12,3	11,0	11,0	10,0	7,8	4,9
3	14	13	15,4	12	15,1	17,5	16,3	16,4	17,4	16,8	12,3	8,9
4	24,5	20	22,8	17,3	21,9	23,1	21,8	24,4	25,0	24,3	19,9	16,8
5	52,2	54,5	45,8	57,3	46,8	37,5	42,2	41,8	41,9	44,3	55,9	67,5

<sup>1</sup> Группы расположены в порядке возрастания дохода

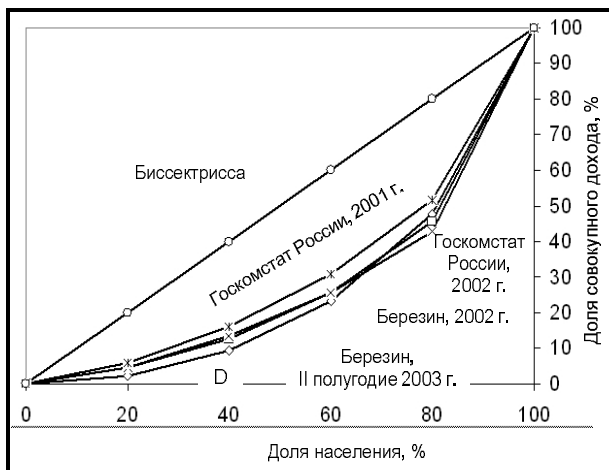


Рис. 3. Кривая Лоренца: значение удельных весов доходов групп и соответствующих групп по численности населения нарастающим итогом

Полученная нами зависимость в принципе коррелирует с известным эмпирическим законом Парето, полученным на основании обширного статистического материала и имеющим степенную зависимость. Парето пришел к выводу, что параметры этого распределения примерно одинаковы и не различаются принципиально в разных странах и в разное время. «Кривая распределения доходов отличается замечательной устойчивостью, она меняется незначительно, хотя сильно преобразуются обстоятельства времени и места, при которых ее наблюдают», – писал Парето в «Социалистических системах». Парето считал, что форма этой кривой зависит от биологически заданного распределения психологических особенностей людей.

Приведенные здесь рассуждения показывают, что полученная закономерность никакого отношения к психологии не имеет, а зависит от общих статистических закономерностей, которые имеют место, например в газах и жидкостях. Или, другими словами, отношения между людьми являются общественными. В этом качестве они опосредуют человека с его деятельностью, а, следовательно, обретают по отношению к нему самостоятельность, власть над ним. Независимо от психологии человеческих взаимоотношений индивид всего лишь песчинка в игре законов больших чисел.

Если в какой-нибудь начальный момент времени замкнутую макроскопическую систему вывести из состояния статистического равновесия, то в дальнейшем она обязательно перейдет в состояние равновесия. Промежуток времени, в течение которого должен обязательно произойти переход к статистическому равновесию, называют *временем релаксации*.

Оказывается, несмотря на сложность и запутанность взаимодействия (отношений) между различными экономическими субъектами, мы можем не рассматривать всю совокупность этих взаимоотношений, а сразу перейти к рассмотрению некой общей ситуации (равновесного состояния), которая должна возникнуть независимо от пути, которым система придет к этому состоянию.

Мы видим, что распределение дохода в обществе является равновесным (наперед заданным), и любое отклонение от этого равновесия может быть только искусственно вызванным и неоптимальным с точки зрения принципа наименьшего действия. Из получен-

ных закономерностей можно делать разнообразные и полезные выводы.

В обществе есть истеблишмент (англ. *establishment* – господствующая верхушка), копивший состояние столетиями, и нувориши (англ. *new-rich, nouveau riche* – богатый выскочка) – добывшие себе состояние везением, силой или талантом, однако они подчиняются одному и тому же распределению. Каждый человек может в силу различных обстоятельств стать богатым или бедным, но количество бедных и богатых подчиняется нашему распределению  $D_{TR} = P + (1 - P)ln(1 - P)$  и всегда будет сохраняться. На место разорившихся или умерших богатых придет такое же количество других. Поговорка «Свято место пусто не бывает» выражает этот закон на обыденном уровне.

Если государство (точнее, элита) предпринимает действия, приводящие к распределению богатства в сторону богатых, например изъятие накоплений населения путем денежной реформы или приватизация государственного имущества, то равновесие смещается только на определенное время. Богатые подтягивают другие социальные слои и распределение становится прежним.

Также, например, оказывается, что социальная политика государства и социальные трансферты – это всего лишь попытки вывести систему из состояния равновесия. Система релаксирует через конечное время и бедные останутся по-прежнему бедными, а богатые – богатыми. Бедные и богатые существовали всегда, в том числе и во время советской власти.

После первых итогов приватизации постоянно звучат призывы пересмотреть эти итоги. Ставится вопрос: Когда достояние будет возвращено народу? Однако вернуть достояние народу в принципе невозможно. В этом смысле даже деятельность Робин Гуда, отнимавшего деньги у богатых и раздававшего их бедным, подобно деятельности по заполнению водой дырявой бочки.

## 8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОРГАНИЗАЦИЙ ПО РАЗМЕРАМ

Если мы найдем способ измерять различные человеческие таланты и подсчитаем, какое количество граждан обладает той или иной величиной таланта, то мы получим функцию распределения населения по размеру таланта. Так, например, функция распределения по абсолютной величине предпринимательской способности (49) имеет ярко выраженный максимум при  $g_0 = \sqrt{1/2b}$  (где  $b$  – параметр) и ниспадающий «хвост».

Данный вид распределения означает, что, во-первых, людей, совершенно не способных зарабатывать себе на жизнь, очень мало; во-вторых, большинство населения обладает некими средними предпринимательскими способностями; и, наконец, в третьих, людей обладающих экстраординарными способностями к ведению бизнеса не так много, причем чем выше способности, тем меньше мы встречаем таких талантов. В указанной зависимости нет ничего необычного. По-видимому, любые таланты среди людей распределены аналогичным образом.

С другой стороны, такая зависимость должна оказывать влияние на распределение организаций по их размерам.

Действительно, предпринимательская способность призвана объединять три других фактора производства для создания благ и услуг. Следовательно, мы можем пред-

положить, что чем больше предпринимательская способность, тем крупнее получится организация. Функция распределения предпринимательской способности должна коррелировать с функцией распределения организаций по размеру. В свою очередь, размер организации должен коррелировать со среднесписочной численностью работников. Очевидно, что эта зависимость должна отличаться для различных отраслей экономики, но вид кривой распределения должен быть один и тот же.

Ясно, что организация должна состоять хотя бы из одного работника. Следовательно, организаций с нулевой численностью не существует. Значит, наша кривая распределения выходит из начала координат. Так как крупных организаций всегда меньше, чем мелких, следовательно, мы имеем ниспадающий «хвост» распределения, стремящийся к нулевому значению. Очевидно, что где-то между нулевыми значениями должен находиться максимум.

Таблица 2

**КОЛИЧЕСТВО ОРГАНИЗАЦИЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ СРЕДНЕСПИСОЧНОЙ ЧИСЛЕННОСТИ РАБОТНИКОВ, ПО КРУПНЫМ И СРЕДНИМ ОРГАНИЗАЦИЯМ ЗА ДЕКАБРЬ 2004 г.<sup>2</sup>**

Наименование	Кол-во	<50	51-99	100-199	200-499	500-999	>1000
Всего	258 261	140 072	47 151	34 100	23 620	7 842	5 476
Промышленность	23 431	5 934	3 853	4 708	5 078	2 034	1 824
Сельское хозяйство	24 682	9 163	6 399	5 328	3 158	513	121
Сельхозпроизводство	19 890	5 629	5 482	5 082	3 082	502	113
Лесное хозяйство	2 355	857	766	603	111	8	10
Транспорт	7 905	2 217	1 800	1 359	1 452	612	465
Железнодорож. транспорт	1 254	97	102	171	438	224	222
Трамвайный транспорт	75	3	2	3	22	20	25
Автомобильное хозяйство	3 339	1 207	892	522	468	175	75
Троллейбусный транспорт	98	3	4	5	32	28	26
Магист. труб. транспорт	274	28	18	33	96	58	41
Морской транспорт	183	54	32	25	46	7	19
Внутр. водный транспорт	306	66	43	65	83	35	14
Авиационный транспорт	510	145	86	84	96	55	44
Связь	2 439	731	675	467	330	97	139
Почтовая связь	859	196	316	189	74	29	55
Электро и радиосвязь	1 501	487	338	272	256	66	82
Строительство	9 908	3 304	2 117	2 335	1 604	370	178
Строительные работы	7 424	2 044	1 673	1 949	1 323	293	142
Кап.ремонт произв.назнач.	233	59	28	42	71	21	12
Ремонт и строит. жилищ	268	139	56	47	24	2	0
Эксплуатацион. бурение	92	20	7	14	17	20	14
Проектно-изыскат. организ.	1 291	623	253	232	149	28	6
Торговля и общ.питание	16 802	9 154	3 813	2 239	1 237	252	107
Оптовая торговля	2 947	1 069	851	628	302	62	35
Розничная торговля	11 405	6 836	2 287	1 290	784	158	50
Общественное питание	1 961	985	556	258	122	27	13
Внешняя торговля	105	45	27	18	9	1	5
МТС и сбыт	2 157	1 119	495	314	166	47	16
Заготовки	869	397	260	164	43	5	0
Инф.-выч.обслуживание	884	569	182	70	50	13	0
Недвижимость	1 649	1 011	391	165	63	18	1
Общая комерч.деятельн.	2 265	1 487	531	140	74	23	10
Геология и разведка	1 110	571	168	163	148	48	12
Прочее матер.производ.	4 329	1 986	1 102	631	453	99	58
ЖКХ	13 588	5 302	3 053	2 398	1 972	587	276
Жилищное хозяйство	5 550	1 820	1 491	1 061	787	273	118
Коммунальное хозяйство	8 038	3 482	1 562	1 337	1 185	314	158
Быт.обслуж.населения	1 997	1 424	377	128	59	7	2
Здрав.физкульт. и соц.	23 243	12 643	3 390	2 994	2 701	910	605
Туризм	199	119	24	32	19	4	1
Народное образование	40 478	23 305	8 900	4 139	1 789	1 280	1 065
Культура и искусство	20 738	16 068	2 235	1 535	729	105	66
Научные организации	3 996	1 419	782	763	602	243	187
Финансы, кредит, пенс.	7 618	4 565	1 467	860	451	170	105
Управление	43 208	34 546	4 206	2 519	1 319	394	224
Гос. и местн. самоупрavl.	36 713	31 498	3 032	1 500	514	124	45
Обществ.объединения	2 603	2 296	188	77	30	7	5

<sup>2</sup> Данные Росстата

Статистика распределения малых предприятий по размерам в России не публикуется и не ведется. Известна средняя численность работающих в расчете на одно малое предприятие по отраслям экономики. Средняя численность в разные годы варьируется от 4 до 16 человек. В целом для малых предприятий средняя численность демонстрирует большую устойчивость и по данным с 1999 по 2003 год составляет 9 человек. Следовательно, максимум распределения для малых предприятий находится в районе семи человек (50).

$$g_0 = \sqrt{2/\pi} \langle g \rangle \approx 0,8 \cdot 9 \approx 7. \quad (56)$$

Статистика по количеству организаций в зависимости от среднесписочной численности работников по крупным и средним предприятиям существует. При этом учитывается количество организаций с численностью до 50, 51-99, 100-199, 200-499, 500-999, 1 000 и более человек. Данные за 2004 год приведены в табл. 2.

В тех отраслях экономики, где размер организации не критичен, максимум распределения лежит в области меньше 50 человек, и мы наблюдаем ниспадающую кривую. Для отраслей экономики, где максимум достигается при численности значительно больше 50 человек, мы наблюдаем спектр, аналогичный функции распределения предпринимательской способности и имеющий выраженный максимум. В промежуточной ситуации мы наблюдаем смешанную картину, когда два вида спектра накладываются друг на друга.

По данным табл. 2 отрасли экономики распределились на три указанные группы следующим образом:

1. Сельское хозяйство, сельскохозяйственное производство, лесное хозяйство, автомобильное хозяйство, ремонт зданий и сооружений непроизводственного назначения и ремонт и строительство жилищ по заказам населения, проектно-изыскательские и изыскательские организации, оптовая торговля, розничная торговля, общественное питание, внешняя торговля, материально-техническое снабжение и сбыт, заготовки, информационно-вычислительное обслуживание, операции с недвижимым имуществом, общая коммерческая деятельность по обеспечению функционирования рынка, жилищное хозяйство, непроизводственные виды бытового обслуживания населения, здравоохранение, физическая культура и социальное обеспечение, туризм, народное образование, культура и искусство, финансы, кредит, страхование, пенсионное обеспечение, государственное управление и местное самоуправление, общественные объединения.
2. Железнодорожный транспорт, трамвайный транспорт, троллейбусный транспорт, магистральный трубопроводный транспорт, почтовая связь.
3. Промышленность, морской транспорт, внутренний водный транспорт, авиационный транспорт, электро и радиосвязь, строительные, монтажные и другие работы подрядным и хозяйственным способом, организации, осуществляющие капитальный ремонт зданий и сооружений производственного назначения, организации осуществляющие эксплуатационное бурение, геология и разведка недр, геодезическая и гидрометеорологическая службы, коммунальное хозяйство, научные организации.

Мы видим, что во вторую группу с ярко выраженным максимумом попали организации, которые являются естественными монополиями.

На рис. 4-6 изображены графики построенные для первого, второго и третьего случая. По оси абсцисс брались средние значения численности работников: 25, 75, 150, 350, 700, 2 000. По оси ординат брались доли предприятий от их общего количества.

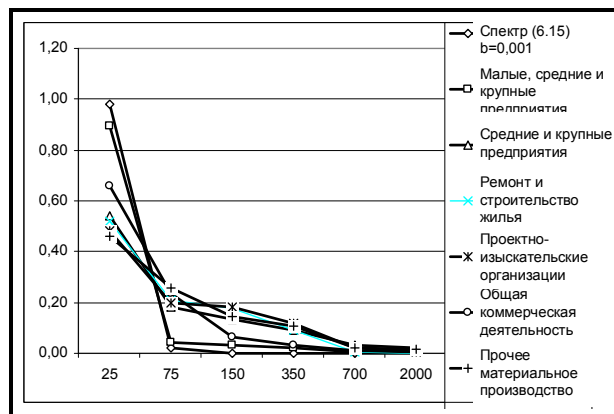


Рис. 4. Графики распределения организаций первой группы

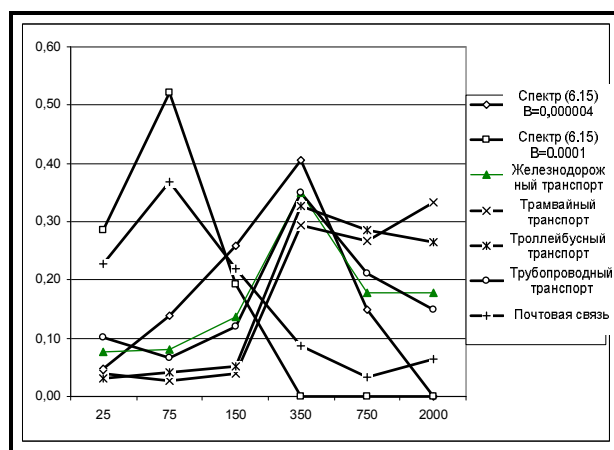


Рис. 5. Графики распределения организаций второй группы

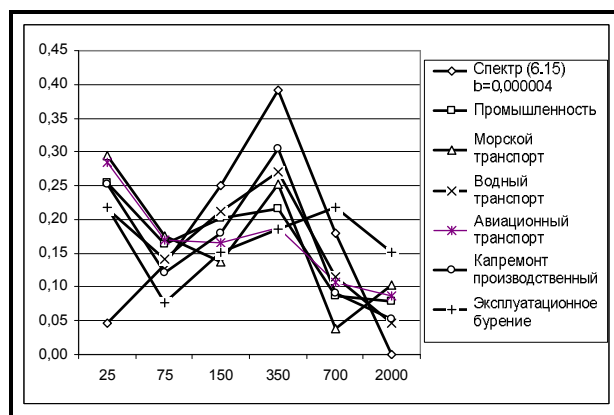


Рис. 6. Графики распределения организаций третьей группы

При сравнении с данными за 1999 год распределение практически не изменилось за некоторыми исключениями.

Из второй в первую группу перешли следующие отрасли: сельское и лесное хозяйство, сельскохозяйственное производство.

Из второй в третью – электро и радиосвязь, строительные, монтажные и другие работы подрядным и хозяйственным способом, организации, осуществляющие проектное бурение.

Из третьей в первую – автомобильное хозяйство, проектно-изыскательские и изыскательские организации, жилищное хозяйство.

Таким образом, распределение предприятий становится все более равномерным.

Стоит упомянуть о «законе распределения конкурентов», который впервые был сформулирован Баршелем. В 1890 г. Луис Баршелье защитил в Сорбонне диссертацию «Теория спекуляции», где он рассмотрел колебания биржевых цен акций, предполагая, что их отклонения от средней цены подчиняются нормальному распределению Гаусса. В 1997 году М.Шоулзу и Р.Мертону была присуждена Нобелевская премия по экономике за большой вклад в теорию Баршелем. В данной работе показано, что большое число «макроэкономических» распределений описываются дифференциальными и интегральными спектрами

$$\frac{dn}{dx} = \frac{A}{x^2} \exp\left(\frac{a}{x}\right),$$

$$n(> x_{max}) = \frac{A}{a} \left( \exp \frac{a}{x} - \exp \frac{a}{x_{max}} \right), \quad (57)$$

где  $A, a, x_{max}$  – три параметра.

В пределе  $a \rightarrow 0$  это распределение переходит в чисто гиперболическое.

$$n = A \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{x_{max}} \right). \quad (58)$$

Эту формулу можно назвать «законом распределения числа конкурентов  $n$  по их «массивности»  $x$ ».

Указанная функция распределения была подробно исследована группой российских ученых [17] применительно к самым разнообразным «сообществам конкурентов». Так было установлено, что города США, слова в тексте (закон Эсту-Ципфа-Мандельброта), фирмы США по работникам, работники по доходам, ученые по статьям (закон Альфреда Лотки), статьи по ссылкам, малые космические тела по их массам и частицы пепла вулкана по массам подчиняются этому закону распределения. Кроме того, упоминается, что по данным канадских ученых, все обитатели мирового океана «от бактерий до китов» распределены по весу по приближенной формуле

$$\frac{dn}{dx} = \frac{A}{x^2}, \quad (59)$$

так что их суммарный вес можно считать равным. И поскольку отношение  $x_{max}/x_{min} \approx 10^{20}$  весьма велико, то это свидетельствует о высокой устойчивости такого распределения. В книге [12] приведено около 500 примеров гиперболических распределений.

Мы могли бы получить такое же гиперболическое распределение если бы к 258 тыс. крупных и средних организаций добавили 890 тыс. малых предприятий (рис. 4, график 2). В этом случае график распределения малых, средних и крупных предприятий и график теоретического гиперболического распределения в логарифмических координатах практически совпадают (рис. 7).

Здесь, к данным первой строки таблицы 2 добавлена дополнительная точка: 890 тыс. малых предприятий с численностью работающих 7 человек, т.е. с той численностью, которая вычислена по формуле (56).

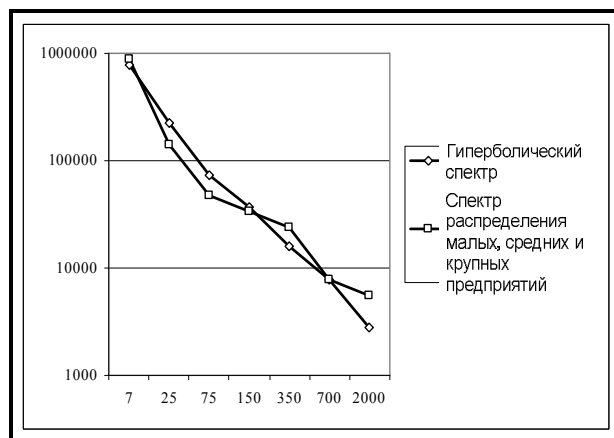


Рис. 7. Спектр распределения предприятий в России

Мы получили, что распределение общего количества российских предприятий по числу работников подчиняется «закону распределения конкурентов». Однако в том случае если мы хотим исследовать «тонкую структуру» распределения предприятий в конкретной отрасли экономики, нам значительно больше подходит распределение (49).

## 9. ДИНАМИКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДА В РОССИИ

Независимые эксперты с регулярной периодичностью пытаются доказать, что уровень денежных доходов населения России существенно выше тех оценок, которые делает Росстат. Разброс экспертных оценок составляет от 30 до 100% превышения над официальными данными. Обычно Росстат эти выпадает просто игнорирует.

В сентябре 2002 года в газете «Ведомости» появился материал, в котором со ссылкой на исследование маркетингового агентства Interactive Research Group, говорилось о том, что потребительский рынок России на 100 миллиардов долларов (на 60-70%) больше, чем его оценивает Госкомстат России. На это «Ведомостям» счел необходимым ответить сам председатель Госкомстата Владимир Соколин: «Непонятно, по какой методике они считают. Если полагаться на их выводы, то ВВП России должен оказаться примерно в два раза больше, равно как и объем денежной массы, рассчитываемый Центральным банком».

Динамика ВВП (табл. 3) и доходов населения (табл. 4), отличаются чудовищной волатильностью (изменчивостью).

Если верить Госкомстату России мы уже несколько раз пережили удвоение ВВП (номинализованного в долларах США): в 1993 году по сравнению с 1992-м, в 1995-м по сравнению с 1993-м, в 2002-м по сравнению с 1999-м. Два раза мы пережили чудовищное, более чем в два раза, снижение этого показателя: в 1991/92 и в 1998/99. Такие изменения макроэкономических показателей не могут не вызывать сомнений в адекватности статистического отражения действительности. Для сравнения во время Великой Депрессии в США в 30-е годы прошлого века ВВП сократился на 35%, а доходы населения и промышленное производство почти вдвое. Но это произошло не за один год, а за четыре. А вот для того, чтобы восстановиться на уровне 1929 года потребовалось более 10 лет.

Таблица 3

ВВП 1992-2004 годы

Год	ВВП, млрд.руб.	ВВП, млрд.USD	Темп роста, %
1992	19 006	80	
1993	171 510	160	+100
1994	610 745	270	+69
1995	1 540 493	332	+23
1996	2 145 655	386	+16
1997	2 478 594	416	+8
1998	2 741	260	-37
1999	4 757	176	-32
2000	7 306	259	+47
2001	8 994	298	+19
2002	10 818	340	+14
2003	13 201	448	+32
2004	16 779	604	+35

Таблица 4

КОНЕЧНОЕ ПОТРЕБЛЕНИЕ ДОМОХОЗЯЙСТВ  
1992-2004 годы

Год	Доходы, млрд.руб.	Доходы, млрд.USD	Доля в ВВП, %	Темп роста, в USD, %
1992	7 879	33	41	
1993	90 831	85	53	+158
1994	345 454	153	57	+80
1995	942 344	203	61	+33
1996	1 313 134	236	61	+16
1997	1 596 630	268	64	+14
1998	1 810	170	66	-37
1999	2 901	107	61	-37
2000	3 814	135	54	+26
2001	5 014	166	56	+23
2002	6 395	201	59	+21
2003	7 702	262	58	+30
2004	9 375	334	56	+27

Всеми статистиками мира, и российскими в том числе, признается, что часть ВВП создается в «тени» и не поддается строгому количественному учету. Эту часть экономики называют «серой», «теневой», «ненаблюдаемой» и т.д. Учесть ее вклад можно лишь методами экспертных оценок. Специалисты Росстата оценивают теневую часть ВВП в 20-25% от его общего объема. Существует весьма четкая связь между долей ВВП, находящейся в тени, и общим уровнем экономического развития страны. Так в бедных и очень бедных странах большая часть ВВП находится в тени. В «несостоявшихся» странах не налажена даже сама процедура сбора статистической информации об экономических процессах в хозяйстве. В странах со средним уровнем экономического развития в тени находится, как правило, 30-45% ВВП, в богатых странах – 15-25%, в очень богатых – 7-15%. Немногочисленные исключения из этого правила, типа Италии (страна с высоким уровнем экономического развития, но и с относительно высокой долей теневой экономики, около 25% ВВП), не позволяют считать его строгим законом, но и не отрицают общей весьма устойчивой закономерности.

В отличие от изменчивых показателей ВВП и доходов населения, распределение общего объема денежных доходов населения весьма устойчиво, и в его динамике прослеживаются определенные закономерности (табл. 5).

В табл. 5 все семьи в экономике, распределенные в соответствии с их годовым доходом, разделены на

пять групп (квнтилей) и для каждой группы рассчитана доля совокупного дохода. Первая группа – с наименьшими доходами, пятая – с наибольшими. Индекс концентрации доходов определяется коэффициентом Джини J. Когда J равен нулю – доходы распределены абсолютно равномерно, когда – единице, это означает абсолютное неравенство в распределении доходов – все доходы достаются очень немногочисленной самой богатой группе населения.

Таблица 5

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЩЕГО ОБЪЕМА  
ДОХОДОВ НАСЕЛЕНИЯ

Год	Группа	I	II	III	IV	V	J
1970	1	7,8	14,8	18,0	22,6	36,8	0,305
1975	2	9,5	14,8	18,6	23,3	33,8	0,272
1980	3	10,1	14,8	18,6	23,1	33,4	0,264
1985	4	10,0	14,6	18,3	23,1	34,0	0,270
1990	5	9,8	14,9	18,8	23,8	32,7	0,263
1991	6	11,9	15,8	18,8	22,8	30,7	0,225
1992	7	6,0	11,6	17,6	26,5	38,3	0,357
1993	8	5,8	11,1	16,7	24,8	41,6	0,378
1994	9	5,3	10,2	15,2	23,0	46,3	0,414
1995	10	5,5	10,2	15,0	22,4	46,9	0,415
1996	11	6,2	10,7	15,1	21,6	46,4	0,401
1997	12	5,9	10,2	14,8	21,6	47,5	0,414
1998	13	6,0	10,4	14,8	21,2	47,6	0,411
1999	14	6,1	10,4	14,7	20,9	47,9	0,412
2000	15	6,0	10,4	14,8	21,2	47,6	0,411
2001	16	5,6	10,4	15,4	22,8	45,8	0,407
2002	17	5,6	10,4	15,4	22,8	45,8	0,407
2003	18	5,5	10,3	15,3	22,7	46,2	0,411
2004	19	5,5	10,2	15,2	22,7	46,4	0,412
2003	20	4,5	8	13	20	54,5	0,479
2002	21	4,5	9	12	17,3	57,3	0,485
<b>D</b>	22	2,1	7,2	14,0	24,5	52,2	0,500

Данные официальной статистики приведены в 1-19 строке. В 20 и 21 строке приведены данные экспертных оценок [2], в 22 строке – данные теоретического распределения доходов. Теоретическое распределение доходов в обществе вычисляется из общих статистических соображений и отражает картину, которая будет присутствовать в обществе без государственного вмешательства в перераспределение доходов населения. Теоретический коэффициент Джини равен 0,5.

Указанное распределение дохода в обществе является равновесным, и любое отклонение от этого равновесия может быть только искусственно вызванным и неоптимальным. Промежуток времени, в течение которого должен обязательно произойти переход к статистическому равновесию, называют *временем релаксации*.

На рис. 8 мы можем наблюдать изменение коэффициента Джини в течение длительного промежутка времени.

Спад J в течение 1970-1990 годов отражает, по-видимому, тот факт, что борьба за сближение города и деревни, рабочих и интеллигенции приводила к элементарной уравниловке в заработной плате. Хотя к этим данным нужно относиться с известной степенью осторожности. По некоторым оценкам около 18% ВВП страны «брежневской эпохи» находилось в теневом секторе.

После 19 августа 1991 г. произошла смена способа производства и наступил период «дикого капитализма» в варианте Гайдара-Бурбулиса. Система распре-

деления доходов населения вышла из под жесткого контроля государства, и коэффициент Джини двинулся к своему теоретическому значению.

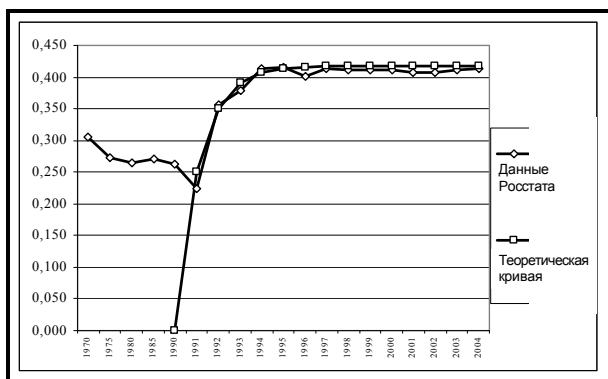


Рис. 8. Динамика изменения коэффициента Джини

Процесс установления равновесия хорошо описывается кинетическим уравнением

$$J = J_0 [1 - \exp(-t/\tau)], \quad (60)$$

где  $J_0 = 0,418$ ,

$\tau = 1,1$  года (рис. 9).

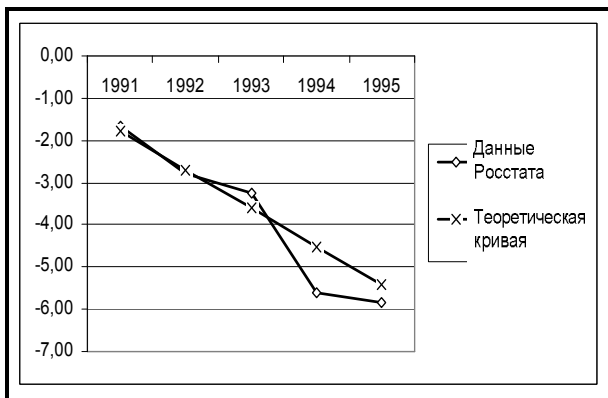


Рис. 9. Сравнение теоретической кинетики и кривой изменения  $J$  по данным Росстата в логарифмическом виде:  $\ln(y_0 - y)$ .

Тангенс угла наклона прямой равен  $\tau$

За время релаксации порядка  $3\tau$ , т.е. где-то за 3,5 года, система пришла в равновесие. Примерно в это же время в основном произошло перераспределение собственности и можно было подводить первые итоги приватизации.

Тот факт, что коэффициент Джини достиг значения 0,4, а не теоретического значения 0,5, может иметь два объяснения. Во-первых, какая-то социальная политика, направленная на снижение социального неравенства, государством все-таки ведется. Во-вторых, официальные данные отражают картину распределения только «наблюдаемых» доходов, в то время как «ненаблюдаемые» с очевидностью распределяются существенно более неравномерно.

Распределение доходов населения в 2002 и 2003 годах на основании экспертных оценок [2] дают коэффициенты Джини в районе 0,48 (табл. 5, строки 20, 21), т.е. значительно ближе к теоретическому равновесному значению.

Согласно этим оценкам, в том числе по проекту «Стиль жизни среднего класса» в конце 2003 года в России наблюдалась следующая картина распределения доходов населения:

В России около 1,5 миллионов очень богатых людей, включая долларовых миллионеров. Для того, чтобы войти в эту группу семье из трех человек необходимо иметь доход, превышающий 50 тысяч долларов в год. Основными источниками дохода подавляющего большинства представителей этой группы являются доходы от собственности, предпринимательской деятельности и управления финансовыми потоками. Более половины представителей этой социальной группы проживают в Москве, составляя чуть менее 10% населения столицы, и своим потреблением, в том числе - демонстрационным создавая ей славу одного из самых дорогих городов мира. Именно они приобретают элитную недвижимость, дорогие иномарки, домашние кинотеатры, антиквариат и произведения искусства. Они посещают модные концерты и дорогие рестораны. Являются постоянными клиентами российских и иностранных домов моды. Их дети учатся в Европе и США. Норма сбережений в таких семьях может составлять 30% и выше.

Около 6 миллионов человек имеют доход в пределах от 500 до 1 250 долларов в месяц на каждого члена семьи. 20-45 тысяч долларов в год на семью из трех человек. В этой группе примерно в равной степени представлены как граждане, получающие доходы от собственности и предпринимательской деятельности, так и высокооплачиваемые профессионалы. Более трети представителей этой группы проживают в Москве, составляя 20-25% населения столицы. Более половины *up-middles* (представителей среднего класса) живут в 20 крупнейших городах страны. Они покупают типовое жилье массовой застройки, недорогие иномарки и новые российские автомобили, дорогую бытовую технику и одежду. Посещают театры, концерты, клубы и рестораны. Их дети учатся в престижных российских вузах. 15-20% своих доходов эти семьи не тратят на текущее потребление, а сберегают в той или иной форме. В этой группе преобладают либеральные настроения.

22 миллиона человек имеют доход от 250 до 500 долларов в месяц на каждого члена семьи. 10-20 тысяч долларов в год на семью из трех человек. В этой группе преобладают относительно высокооплачиваемые профессионалы, наемные работники: менеджеры, инженеры, аудиторы, консультанты и т.п. На долю Москвы приходится только чуть более 10% представителей этой социальной группы – около 2,5 миллионов человек, что составляет около четверти жителей столицы. Правда, в столице, с ее дороговизной и высокой концентрацией обеспеченных граждан, такие семьи относятся скорее к нижней части среднего класса. Они покупают слегка подержанные автомобили, бытовую технику среднего ценового сегмента. Они бывают в кино и театре, кафе и барах, недорогих клубах и ресторанах. Норма сбережений у этой группы семей составляет около 12%. Они против прямого вмешательства государства в экономику, но не возражают против более активной социальной политики.

Около 30 миллионов человек зарабатывают от 160 до 250 долларов в месяц на каждого члена семьи. 6-10 тысяч долларов в год на семью. Она достаточно равномерно представлена в различных городах страны. Ее формируют рядовые работники относительно бла-



гополучных организаций в следующих отраслях народного хозяйства: нефтяная промышленность, энергетика, транспорт, связь, машиностроение и т.д. Они приобретают недорогую бытовую технику. Редко бывают в барах и ресторанах. Норма сбережения у этой группы семей составляет около 8%. Многие представители этой группы выступают за проведение государством активной промышленной политики, гарантии занятости, перераспределения доходов и собственности.

Около 45 миллионов человек живут по российским понятиям бедно. Их доход составляет от 75 до 150 долларов в месяц, а семейный – 3-6 тысяч в год. В эту группу попали работники неблагополучных предприятий промышленности, социальной сферы, работающие пенсионеры. Все текущие доходы представителей этой группы уходят на приобретение продуктов питания и товаров повседневного спроса. При выборе они вынуждены ориентироваться на самые низкие цены. Сбережений эти семьи практически не делают. Часть представителей группы мечтают о возвращении к плановой экономике по образцу позднего СССР.

Около 40 миллионов человек (более четверти населения страны) живут в нищете. Их доход меньше прожиточного минимума. В эту группу помимо «заслуженных» маргиналов (алкоголики, тунеядцы и т.д.) попали неработающие пенсионеры, инвалиды, работники социальной сферы, имеющие большие семьи.

Возвращаясь к рассмотрению графика на рис. 8 можно сделать вывод, что ни дефолты, ни «удвоения ВВП» не приводят к изменению распределения доходов в обществе. Распределение демонстрирует высокую устойчивость. Налоговая и социальная политика государства, по-видимому, могут изменить это распределение. Но это приводит к возникновению чистых потерь общества, и развитие экономической системы становится менее оптимальным. Задача перераспределения дохода также может быть решена организационными (административными «будет сидеть, я сказал» и регламентационными «закон суров, но это закон») методами времен СССР. Правда, при этом должно произойти существенное подавление предпринимательской активности населения.

В развитой экономической системе самый эффективный путь для снижения уровня бедности состоит в увеличении среднего дохода на душу населения. Это означает, что за счет уничтожения богатых искоренить бедность не удастся.

## Литература

1. Арнольд В.И. Теория катастроф. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990. – 128 с.
2. Березин И.С. Распределение доходов населения России – 2003, 2002, 2001. [http://www.marketologi.ru/publ.html].
3. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике. М.: Наука, 1966. – 300 с.
4. Ферми Э. Термодинамика. Изд. Харьковского университета: Харьков, 1969. – 139 с.
5. Сычев В.В. Дифференциальные уравнения термодинамики. – М.: Высш. шк., 1991. – 224 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика т. V. Статистическая физика. М.: Наука, 1976. – 584 с.
7. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации. – М.: Мир, 1973. – 280 с.
8. Кубо Р. Термодинамика. – М.: Мир, 1970. – 304 с.
9. Гуров К.П. Феноменологическая термодинамика необратимых процессов (физические основы). – М.: Наука, 1978. – 128 с.
10. Мэнкью Н.Г. Принципы экономикс. – СПб.: Питер Ком, 1999. – 784 с., с. 430.
11. Березин И.С. Распределение доходов населения России – 2003, 2002, 2001. [http://www.marketologi.ru/publ.html].
12. Кудрин Б.И. Введение в технетику. Томск, 1993.
13. Российский статистический ежегодник: Стат. сб./Госкомстат России. – М., 2001. – 679 с.
14. Россия в цифрах. 2005: Крат. стат. сб./Росстат – М., 2005. – 477 с.
15. Трубников Б.А. Закон распределения конкурентов по массам как результат самоорганизации в природе и обществе// Природа. 1993. Т.11, №3.
16. Трубников Б.А., Румынский И.А.// Докл.АН СССР. – 1991. – Т.321., №2, с. 270.
17. Трубников Б.А., Трубникова О.Б. Пять великих распределений вероятностей// Природа. 2004. №11, с. 13-20.
18. Трубникова О.Б., Куснер Ю.С., Трубников Б.А. Законы распределения конкурентов по массам// Наука и жизнь. – 1992. – № 7. – С. 116 – 118.
19. Царев И.Г. Физико-математические аналогии в экономике. – М.: ФГУП ЦПП, 2005. – 215 с.
20. Энгельс Ф. наброски к критике политической экономии Соч., т.1.
21. Holdren J. Population and the energy probem// Population and Environment. J. Interdiscipl. Stud. 1991. Vol.12, №3.
22. Маркс, Капитал, Т. III
23. Арнольд В.И. Гюйгенс и Барроу, Ньютон и Гук – первые шаги математического анализа и теории катастроф, от эвольвент до квазикристаллов – М.: Наука. Гл.ред.физ.-мат.лит. – 1989 – 96 с.

*Царев Игорь Геннадьевич*