

## 8.5. КОРРЕКТИРОВКА МОДЕЛИ DDM ПОСТОЯННОГО РОСТА НА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РИСКИ НЕ УЧТЕННЫЕ В МОДЕЛИ

Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, начальник управления оценки

ЗАО «Профессиональный центр оценки и экспертиз»

Рассматривается задача корректировки ставки дисконта в стохастической модели постоянного роста [1,2] на дополнительные риски, связанные с возможной зависимостью темпов. Для независимых темпов эта задача изучалась в [3,4]. В фундаментальной работе [3] был предложен стохастический аналог известной модели постоянного роста [2]. В работе [4] было предложено ее обобщение на модель переменного роста. Однако, в обоих случаях случайные темпы роста считались независимыми. В настоящей работе последовательность темпов считается стационарной, но возможно зависимой. В этих условиях выведены формулы для дополнительных рисков связанных с возможной зависимостью случайных темпов, которые можно использовать при построении ставки дисконта в рамках модифицированной CAPM [2].

### 1. СТОХАСТИЧЕСКИЙ АНАЛОГ МОДЕЛИ DDM ПОСТОЯННОГО РОСТА

Напомним основные положения стохастического аналога модели DDM постоянного роста, следуя [2]. Будем определять оценку текущей цены  $X_t$  актива в момент  $t$ , как условного математического ожидания приведенного потока доходов  $f_t$  по соответствующим ставкам дисконта  $i_t$ , которые считаются внешними параметрами модели DDM постоянного роста и предполагаются известными:

$$X_{t-1} = M \left( \sum_{i=t}^{\infty} \frac{f_i}{(1+i)^{i-t}} \middle| F_{t-1} \right), \quad (1)$$

где  $F_t$  –  $\sigma$ -алгебра, порожденная величинами  $f_0, \dots, f_t$  (ретроспективной информацией о потоке дохода до момента  $t$ ), в предположении, что

$$f_t = f_{t-1}(1+v_t), t=1, 2, \dots,$$

где  $\{v_t\}$  – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин (с.в.) со средним значением  $\bar{v}_t = v$ .

В силу независимости последовательности с.в. среднее значение величины  $f_t$  будет равно:

$$\bar{f}_t = f_0(1+v)^t, \quad (2)$$

где  $f_0$  – начальное значение чистого дохода, которое предполагается известным и неслучайным. Вместе с (1) уравнение (2) дает детерминированную модель DDM постоянного роста для средних цен  $\bar{X}_0$ , которые интерпретируются в модели как текущая инвестиционная стоимость актива:

$$\bar{X}_0 = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\bar{f}_i}{(1+i)^i} = f_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(1+v)^i}{(1+i)^i}.$$

Предположим, что выполнено условие

$$|v| < i. \quad (3)$$

Тогда ряд, полученный из (1) осреднением, будет сходиться, и справедлива формула Гордона для текущей инвестиционной стоимости:

$$\bar{X}_t = \bar{f}_t \frac{1+v}{i-v}.$$

### 2. МОДЕЛЬ CAPM ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕИЗВЕСТНОЙ СТАВКИ ДИСКОНТА

В силу последнего уравнения случайной оценкой текущей цены актива можно считать случайную величину

$$X_t = f_t \frac{1+v}{i-v},$$

в том смысле, что ее среднее значение совпадает с  $\bar{X}_t$ .

Имея случайную оценку цены актива, можно подсчитать его доходность по формуле

$$r_t = \frac{f_t + X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}} = \frac{i-v}{1+v} (1+v_t) + v_t = \frac{i-v}{1+v} + \frac{1+i}{1+v} v_t.$$

Мы видим, что доходность связана с темпом изменения дохода линейной зависимостью как случайная величина. Это обстоятельство позволит нам в дальнейшем свести оценку беты актива к вычислению ковариации темпа изменения дохода и доходности рыночного портфеля.

Среднее значение доходности равно

$$\bar{r}_t = \frac{i-v}{1+v} (1+\bar{v}_t) + \bar{v}_t = \frac{i-v}{1+v} (1+v) + v = i-v+v = i.$$

С другой стороны, по модели CAPM примененной к периоду  $t$ , средняя доходность должна быть связана с доходностью рыночного портфеля  $r$  уравнением

$$\bar{r}_t = r_f + \frac{\sigma(r_t, r)}{\sigma_r^2} (\bar{r} - r_f) = r_f + \frac{1+i}{1+v} \frac{\sigma(v_t, r)}{\sigma_r^2} (\bar{r} - r_f),$$

где

$\sigma(r_t, r)$  – ковариация с.в.  $r_t, r$ ;

$\sigma_r^2$  – дисперсия  $r$ ;

$\bar{r}$  – средняя доходность рыночного портфеля;

$r_f$  – безрисковая ставка дохода.

В общем случае  $r = r^t$  зависит от  $t$ . Однако мы будем опускать верхний индекс для простоты обозначений. Все дальнейшие выкладки остаются справедливыми и в общем случае для стационарных (в узком смысле) последовательностей  $\{r^t\}$  (например, последовательности независимых одинаково распределенных с.в.), что и предполагается далее. В этом случае, в частности, величина

$$\beta_v = \frac{\sigma(v_t, r^t)}{\sigma_r^2} \quad (4)$$

не зависит от  $t$ .

Сравнивая два выражения, полученных для средней доходности актива, приходим к уравнению для неизвестной ставки дисконта:

$$i = r_f + \frac{1+i}{1+v} \beta_v (\bar{r} - r_f).$$

Выражая отсюда  $i$ , приходим к искомой формуле для ставки дисконтирования:

$$i = \frac{r_f + \frac{\beta_v}{1+v} (\bar{r} - r_f)}{1 - \frac{\beta_v}{1+v} (\bar{r} - r_f)} \approx r_f + \frac{1+r_f}{1+v} \beta_v (\bar{r} - r_f). \quad (5)$$

Последнее приближенное равенство справедливо при малых значениях величины

$$\varepsilon = \frac{\beta_V}{1+\beta_V}(\bar{r} - r_t)$$

с точностью до  $O(\varepsilon^2)$ . В таком виде формула напоминает обычное уравнение для средней доходности актива в модели CAPM, но только бета вычисляется по формуле (4), в которой вместо доходности  $r_t$  используется скорость  $v_t$  изменения дохода. При сделанных предположениях ставка дисконта не зависит от  $t$ .

Заметим, что для корректности формулы (5) достаточно выполнения условия (3), которое необходимо проверять после определения ставки дисконта.

### 3. КОРРЕКТИРОВКА СТАВКИ НА ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ РИСКИ, ПРИСУЩЕ АКТИВУ

До сих пор предполагалось, что процесс  $\{v_t\}$  является последовательностью независимых одинаково распределенных с.в. На практике они могут быть зависимыми. Эффект зависимости не может быть учтен в модели CAPM, поскольку последняя является одношаговой. Поэтому учет зависимости последовательности темпов (скоростей) изменения дохода означает учет дополнительных рисков, присущих активу.

Следуя модели Блэка-Шоулза, предположим дополнительно логнормальность последовательности  $\{v_t\}$ , т.е. нормальность логарифмов  $w_t = \ln(1+v_t)$  со средним значением  $w$  и среднеквадратическим отклонением  $\sigma_w$  что будет обозначаться в виде [5]:

$$w_t = \ln(1+v_t) \in N(w, \sigma_w). \quad (6)$$

В силу сделанных предположений справедливо представление:

$$\begin{aligned} f_t &= f_0 \prod_{k=1}^t (1+v_k) = f_0 \exp\left(\sum_{k=1}^t \ln(1+v_k)\right) = f_0 \exp\left(\sum_{k=1}^t w_k\right) = \\ &= f_0 e^{W_t}, \end{aligned} \quad (7)$$

где обозначено для краткости

$$W_t = \sum_{k=1}^t w_k.$$

Подставляя (7) в (1), получим

$$X_0 = f_0 \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\exp(W_t)}{(1+i)^t}. \quad (8)$$

Предположим дополнительно, что последовательность  $\{w_t\}$  является гауссовской. Это означает, что для любого  $t$  набор  $(w_1, \dots, w_t)$  образует нормально распределенный вектор с неотрицательно определенной матрицей ковариаций  $\|\text{cov}(w_k, w_m)\|$ . Известно, что набор является гауссовским тогда и только тогда, когда любая линейная комбинация элементов является нормально распределенной с.в. Кроме этого понятие независимости равносильно понятию некоррелированности для гауссовской последовательности. Исходную последовательность  $\{v_t\}$  естественно теперь назвать логгауссовской по аналогии со свойством логнормальности. Заметим, что логгауссовость является более сильным предположением, чем логнормаль-

ность, и влечет последнюю. Обратное в общем случае не верно.

Ослабим наше предположение о независимости  $\{v_t\}$  и будем считать, что  $\{w_t\}$  – стационарная (в широком смысле) последовательность. В этом случае последовательность  $\{v_t\}$  естественно назвать логстационарной. Таким образом, последовательность  $\{v_t\}$  предполагается логгауссовской и логстационарной.

Стационарность в широком смысле последовательности  $\{w_t\}$  означает, что  $\bar{w}_t \equiv w$  и

$$\text{cov}(w_t, w_l) = R(|t-l|),$$

то есть зависит только от модуля разности номеров  $t$  и  $l$ . В частности,

$$\text{cov}(w_t, w_t) = \sigma_w^2 \equiv R(0).$$

Здесь  $R$  – ковариационная функция стационарной последовательности  $\{w_t\}$ . Корреляционной называется функция

$$\rho(|t-l|) = \frac{R(|t-l|)}{\sigma_w^2}. \quad (9)$$

В силу неравенства Коши-Буняковского справедливо неравенство

$$-1 \leq \rho(|t-l|) \leq 1. \quad (10)$$

В силу того, что последовательность  $\{w_t\}$  – гауссовская

$$W_t = \sum_{k=1}^t w_k \in N(tw, \sigma_t^w), \quad (11)$$

где

$$\sigma_t^w = \sqrt{D_t^w}.$$

Дисперсия суммы определяется по формуле:

$$\begin{aligned} D_t^w &= D\left(\sum_{k=1}^t w_k\right) = \\ &= \sum_{m,l=1}^t \text{cov}(w_m, w_l) = t\sigma_w^2 + 2\sum_{k=1}^{t-1} (t-k)R(k). \end{aligned} \quad (12)$$

Заметим, что в силу неравенства Коши-Буняковского из (12) следует неравенство

$$0 \leq D_t^w \leq t^2 \sigma_w^2.$$

В силу (12) отсюда следует оценка

$$-\frac{t\sigma_w^2}{2} \leq \sum_{k=1}^t (t-k)R(k) \leq \frac{t(t-1)}{2} \sigma_w^2. \quad (13)$$

Нам потребуется следующая лемма, установленная в [7].

**Лемма.** Пусть  $y \in N(y, \sigma_y)$ . Тогда

$$M(\exp Y) = \exp\left(y + \frac{\sigma_y^2}{2}\right).$$

Из леммы вытекает, в частности, равенство

$$v = \exp\left(w + \frac{\sigma_w^2}{2}\right).$$

Теперь из (12), (13) с учетом (8) и леммы получим неравенство:

$$\begin{aligned} \bar{X}_0 &= f_0 \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^t} \exp \left[ t(w + \frac{1}{2} \sigma_w^2) + \sum_{k=1}^{t-1} (t-k) R(k) \right] = \\ &= f_0 \sum_{t=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^t \exp \left[ \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{t-1} (t-k) \rho(k) \right] \geq f_0 \sum_{t=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^t \cdot e^{-\frac{t \sigma_w^2}{2}} = \\ &= f_0 \frac{1+v}{(1+i) e^{\frac{1}{2} \sigma_w^2} - 1 - v}. \end{aligned} \quad (14)$$

Эквивалентной ставкой, учитывающей автокорреляцию скоростей, естественно считать такую ставку  $i'$ , при которой остается справедливой формула Гордона

$$\bar{X}_0 = f_0 \frac{1+v}{i' - v}.$$

Сравнивая последнюю формулу с (18.14), приходим к оценке эквивалентной ставки дисконта:

$$i' \leq (1+i) \exp \left( \frac{\sigma_w^2}{2} \right) - 1, \quad (15)$$

которая справедлива, если выполняется ослабленное условие корректности

$$|v| < i', \quad (16)$$

гарантирующее сходимость последнего ряда в (14).

Практический смысл этого условия состоит в том, что когда оно выполняется для оценки текущей инвестиционной стоимости актива можно воспользоваться неравенством (14) даже в том случае, когда (3) неверно и модель DDM некорректна. При этом неравенство (14) остается справедливым в том смысле, что бесконечность больше конечного числа.

Если условие корректности (3) выполняется, то из (14) с учетом оценки (10) получим равенство

$$\bar{X}_0 = f_0 \sum_{t=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^t \left[ 1 + \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{t-1} (t-k) \rho(k) \right] + O(\sigma_w^4). \quad (17)$$

Из (17) следует, что

$$\begin{aligned} \bar{X}_0 &\approx f_0 \sum_{t=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^t \left[ 1 + \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{t-1} (t-k) \rho(k) \right] = \\ &= f_0 \left[ \frac{1+w}{i-w} + \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{\infty} \rho(k) \sum_{t=k+1}^{\infty} (t-k) \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^t \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Подсчитаем отдельно внутреннюю сумму в (18):

$$\begin{aligned} S_k &= \frac{(1+v)^{k+1}}{(1+i)^k} \sum_{t=k+1}^{\infty} (t-k) \frac{(1+v)^{t-k-1}}{(1+i)^{t-n}} = \\ &= \frac{(1+v)^{k+1}}{(1+i)^k} \left\{ \sum_{t=k+1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{t-k} \right\}'. \end{aligned}$$

Здесь штрих означает производную по  $v$ . Выражение в фигурных скобках от  $k$  не зависит и равно

$$Z_k = \sum_{t=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^t = \frac{1+v}{i-v}.$$

Производная от этого выражения равна

$$(Z_k)'_v = \frac{1 \cdot (i-v) - (1+v)(-1)}{(i-v)^2} = \frac{1+i}{(i-v)^2}.$$

Подставляя последовательно полученные формулы в исходное равенство (18), получим выражение

$$\begin{aligned} \bar{X}_0 &= f_0 \left[ \frac{1+v}{i-v} + \frac{(1+v)^2 \sigma_w^2}{(i-v)^2} \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{k-1} \rho(k) \right] = \\ &= f_0 \frac{1+v}{i-v} \left[ 1 + \frac{1+v}{i-v} \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{k-1} \rho(k) \right] = \\ &= f_0 \frac{1+v}{i-v} (1+\alpha). \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь для краткости обозначено

$$\alpha = \frac{1+v}{i-v} \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{k-1} \rho(k).$$

Заметим, что из условия корректности (3) следует сходимость последнего ряда в силу неравенства (10).

Эквивалентной ставкой  $i'$ , учитывающей эффект автокорреляции последовательности скоростей, можно считать ставку, удовлетворяющую уравнению

$$\bar{X}_0 = f_0 \frac{1+v}{i' - v} = f_0 \frac{1+v}{i - v} (1+\alpha),$$

что эквивалентно уравнению

$$i' - v = \frac{i - v}{1 + \alpha} = (i - v)(1 - \alpha) + O(\alpha^2).$$

Отсюда следует равенство

$$\begin{aligned} i' &= v + (i - v)(1 - \alpha) + O(\alpha^2) = \\ &= v + (i - v) \left( 1 - \frac{1+v}{i-v} \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{k-1} \rho(k) + O(\alpha^2) \right). \end{aligned}$$

Последнее влечет

$$\begin{aligned} i' &= i - (1+v) \sigma_w^2 \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{k-1} \rho(k) + O(\sigma_w^4) = \\ &= i - (1+v) \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{k-1} R(k) + O(\sigma_w^4). \end{aligned} \quad (20)$$

Это и есть искомая формула для корректировки ставки на самокорреляцию последовательностей скоростей.

#### 4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА

В силу стационарности, в широком смысле, последовательности  $\{w_t\}$ , характеристики этого процесса можно определить статистически по имеющейся ретроспективной информации. Приведем без доказательства соответствующие результаты из [6].

Пусть  $y_1, \dots, y_N$  – полученные в ходе наблюдения значения с.в.  $w_1, \dots, w_N$ . Положим

$$m_N(y) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y_k. \quad (21)$$

Тогда она является несмещенной оценкой среднего, т.е.

$$M(m_N(y)) = M \left( \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N w_k \right) = w.$$

Более того, при условии

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^N R(k) \rightarrow 0, N \rightarrow \infty,$$

рассматриваемая оценка математического ожидания является состоятельной в среднеквадратическом смысле. Это означает, что

$$M(|m_N(y) - w|^2) \rightarrow 0, N \rightarrow \infty.$$

Поскольку

$$R(n) = M(w_{n+k} - w)(w_k - w),$$

то в качестве оценки этой величины по результатам  $N$  наблюдений  $y_1, \dots, y_N (N > n \geq 0)$  естественно взять величину

$$R_N(n, y) = \frac{1}{N-n} \sum_{k=1}^{N-n} (y_{n+k} - w)(y_k - w). \quad (22)$$

Эта оценка является несмещенной в том смысле, что  $M(R_N(n, y)) = R(n), 0 \leq n < N$ .

Для ее состоятельности в гауссовском случае достаточно выполнения условия

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^N R^2(k) \rightarrow 0, N \rightarrow \infty.$$

Приведенные результаты показывают, что для стационарной, в широком смысле, последовательности  $\{w_t\}$  ее характеристики могут быть оценены по таким же формулам, что и для последовательности независимых одинаково распределенных с.в. В этом и состоит основной смысл введения понятия стационарной, в широком смысле, последовательности.

### 5. ПРИМЕР РАСЧЕТА СТАВКИ ДИСКОНТА ПО ДВУМ ИНДЕКСАМ

Приведем числовой пример определения поправки к ставке дисконта, являющийся продолжением примера из [3], для следующих исходных данных в пересчете на месяц:

$$v = 0.0041, r_f = 0.0058, \beta_v = -0.15$$

Мы можем вычислить ставку дисконта по формуле (5):

$$i \approx r_f + \frac{1+r_f}{1+v} \beta_v (r - r_f) = 0.0058 - \frac{1.0058}{1.0041} \cdot 0.15 \cdot (0.0075 - 0.0058) = 0.0055.$$

Годовой эквивалент полученной ставки можно найти по формуле [3]:

$$i(T) = i \frac{(1+v)^T - 1}{v} \approx T \cdot i = 12 \cdot 0.0055 = 0.066 = 6.6\%.$$

Заметим, что условие корректности (3) модели DDM выполнено:

$$|v| = 0.0041 < 0.0055 = i.$$

При этом ставка дисконтирования оказалась меньше, чем безрисковая. Это связано с отрицательной корреляцией доходностей индексов СМР и РТС.

Посмотрим к чему приведет корректировка полученной ставки на возможную самокорреляцию индекса СМР. В табл.1 приведен расчет первых трех значений корреляционной функции.

В графе 1 приведен месяц. В графе 2 разности текущей и средней скорости из графы 7 таблицы 2. В графах 3,4,5 приведены попарные произведения разностей из графы 2 со сдвигом, соответственно, на один, два и три элемента. Суммы этих произведений в процентах в квадрате приведены внизу таблицы. Там же указано количество значимых элементов в графах и частные от деления этих сумм на количество, представляющих статистическую оценку значений корреляционной функции по формуле (22). В последней строке результат, выраженный в процентах в квадрате, переведен в разы. Проценты использованы в табл. 1 для удобства, чтобы не работать со слишком малыми числами.

Таблица 1

КОРРЕКТИРОВКА ПОЛУЧЕННОЙ СТАВКИ НА ВОЗМОЖНУЮ САМОКОРРЕЛЯЦИЮ ИНДЕКСА СМР

№ мес.	$v_T - v, \%$	$(v_{T-1} - v) * (v_T - v), (\%)^2$	$(v_{T-2} - v) * (v_T - v), (\%)^2$	$(v_{T-3} - v) * (v_T - v), (\%)^2$
1	2	3	4	5
1	0,38	-	-	-
2	0,36	0,1368	-	-
3	-0,84	-0,3024	-0,3192	-
4	1,75	-1,4700	0,6300	0,6650
5	-9,81	-17,1675	8,2404	-3,5316
6	21,51	-211,013	37,6425	-18,0684
7	-9,84	-211,6584	96,5300	-17,2200
8	-2,07	20,3688	-44,5257	20,3067
9	-3,10	6,4170	30,5040	-66,6810
10	4,60	-14,2600	-9,5220	-45,264
11	-2,03	-9,3380	6,2930	4,2021
12	-2,43	4,9329	-11,1780	7,5330
13	3,46	-8,4076	7,0236	15,9160
14	-3,07	-10,6222	7,4601	6,2321
15	0,61	-1,8727	2,1106	-1,4823
16	-1,23	-0,7503	3,7761	-4,2558
17	-9,05	11,1315	-0,5521	27,7835
18	20,20	-182,8100	-24,8460	12,3220
19	-9,32	-188,2640	84,3460	11,4636
<b>Сумма, (%)<sup>2</sup></b>	0,00	-814	194	-50
Количество	19	18	17	16
<b><math>R(k), (\%)^2</math></b>	-	-45	11	3
<b><math>R(k)</math></b>	-	-0,0045	0,0011	-0,0003

Теперь мы можем воспользоваться формулой (20) для корректировки найденной ставки дисконта:

$$\begin{aligned}
 i' &= i - (1+v) \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^{k-1} R(k) + O(\sigma_w^4) \approx \\
 &\approx i - (1+v) \left( R(1) + \frac{1+v}{1+i} R(2) + \left( \frac{1+v}{1+i} \right)^2 R(3) \right) = \\
 &= 0,0055 - 1,0041 \left( -0,0045 + \frac{1,0041}{1,0055} \cdot 0,0011 - \right. \\
 &\quad \left. - \left( \frac{1,0041}{1,0055} \right)^2 \cdot 0,0003 \right) = 0,092
 \end{aligned}$$

Эквивалентная годовая ставка составит:

$$i(T) = i \frac{(1+v)^T - 1}{v} \approx T \cdot i = 12 \cdot 0,0092 = 0,1106 = 11,06\%.$$

Таким образом, с учетом корректировки на самокорреляцию индекса SMP итоговая ставка существенно больше безрисковой. Этот пример показывает, что эффект самокорреляции имеет существенное значение и должен, по возможности, учитываться при определении ставки дисконта. Возможность в данном случае означает наличие необходимой статистической информации для оценки корреляционной функции.

В заключение отметим, что настоящая работа возникла из [3], в которой был сконструирован стохастический аналог модели DDM постоянного роста типа логнормальной модели Блэка-Шоулза. Однако основное предположение модели о независимости случайных темпов роста может оказаться на практике достаточно обременительным. В связи с этим обстоятельством в настоящей работе выведена корректировка (20) к основной формуле (5), решающая проблему оценки дополнительных рисков в связи с возможной зависимостью темпов. Наконец, в работе рассматриваются практические вопросы статистической оценки параметров стационарных процессов, которые могут быть полезны при реализации предложенной методики в соответствующих XL-программах.

### Литература

1. Оценка бизнеса: Учебник / Под ред. Грязновой А.Г., Федотовой М.А. – М.: Финансы и статистика. – 2002.
2. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и/или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России». – Deloitte&Touche. – декабрь 2003-март 2005.
3. Перевозчиков А.Г., Смирнов С.А. Смешанная модель DDM и CAPM для оценки стоимости некотируемых активов. // Экономика и математические методы. – 2004, т. 40, № 3. – С. 118-123.
4. Перевозчиков А.Г. Стохастическая модель переменного роста для оценки стоимости некотируемых активов. Финансы и кредит. – № 27, 2004. – С. 22-26.
5. Меньшиков И.С. Финансовый анализ ценных бумаг. – М.: Финансы и статистика. – 1988.
6. Ширяев А.Н. Вероятность: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука. – 1989.
7. Иванов А.М., Иванова Н.С., Перевозчиков А.Г. Об аналоге формулы Блэка-Шоулза для акций. // Аудит и финансовый анализ. – 2001, №3. – С. 113-122.

*Перевозчиков Александр Геннадьевич*

### РЕЦЕНЗИЯ

В работе рассматривается задача корректировки ставки дисконта в стохастической модели постоянного роста на дополнительные риски, связанные с возможной зависимостью случайных темпов.

Автором получены формулы для дополнительных рисков, связанных с возможной зависимостью случайных темпов, которые можно использовать при построении ставки дисконта в рамках модифицированной системы.

Работа рекомендуется для публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

*Чистяков Ю.В., академик Академии проблем безопасности, обороны и правопорядка, главный редактор журнала*

## 8.6. METHODS OF PERFECTING OF A TECHNIQUE OF AN ESTIMATION OF REGIONAL EFFICIENCY OF CAPITAL INVESTMENT PROJECTS FORMING THE CAPITAL

A.K. Samoshkov, the Post-graduate Student of the International University «Nature, Company and the Person»

In the given article problems of an estimation of regional efficiency of real capital investment projects are observed and the resource approach of vector optimization for such estimation is offered