

3.4. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МИКРО-МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕН ФИНАНСОВЫХ АКТИВОВ В ПРОЦЕССАХ РЫНОЧНОГО ОБМЕНА

Петров С.С., к.ф.-м.н., доцент каф. «Финансы»
Нижегородского государственного университета
им. Н.И. Лобачевского, зам. декана финансового
факультета ННГУ им.Н.И. Лобачевского;

Володина О.Н., соискатель
ННГУ им. Н.И. Лобачевского, начальник отдела
экономического анализа, бизнес-планирования и
консолидированной отчетности
ОАО «Арзамасский машиностроительный завод»

В целях прогнозирования инвестиционных характеристик активов на фондовой бирже в работе предложен метод теоретического описания их ценообразования на основе подходов микроэкономической теории обмена. Проведено сопоставление результатов развитой «динамически равновесной» модели оценивания с классической моделью оценивания финансовых активов (САРМ). Выявлены микроскопические факторы состояния рынка, влияющие на цены активов. Показана и апробирована принципиальная возможность опытной проверки предложенной теоретической модели оценивания, а также ее применения для инвестиционного менеджмента.

Введение

Проблема оценивания рискованных финансовых активов привлекает внимание исследователей уже на протяжении нескольких десятилетий. Несмотря на то, что этой тематике посвящено огромное количество публикаций (упомянем здесь лишь классические работы [1,2], а также известный учебник [3]), интерес к ней в научной литературе не ослабевает (отметим опубликованные в последние годы работы [4-6]) в связи с тем, что существующие теоретические модели функционирования рынка капиталов ограничены более или менее жесткими допущениями, вследствие чего многие важные для инвестиционной практики вопросы не находят ответов в рамках этих моделей.

В числе наиболее известных методов исследования равновесных цен рискованных активов выделяют обычно [2] два подхода:

- основанный на принципе максимизации ожидаемой полезности (модель оценивания финансовых активов (ниже – САРМ) и ее дальнейшие модификации);
- базирующийся на идее исчерпания возможностей безрискового арбитража (модель арбитражного ценообразования (ниже – АРТ)).

Существенно отметить, что оба подхода описывают статически равновесные состояния (в отличие от рассматриваемых ниже динамических равновесий) финансового рынка. Как известно (см., например, [7-9]), статическое равновесие характеризуется отсутствием тенденций к изменению с течением времени. Применительно к условиям финансового рынка это возможно при таком распределении активов (иногда говорят о «распределении риска») между различными держателями, при котором портфель каждого из них максимизирует ожидаемую полезность его богатства. В этой связи с микроэкономической точки зрения обсуждаемые модели тесно связаны с теорией спроса на рискованные активы (см. классическую статью [10])¹.

Одним из основных результатов упомянутых моделей ценообразования является установление закономерностей между ожидаемой доходностью активов и характеристиками их риска в статически равновесном состоянии рынка капиталов (в случае модели АРТ результат формулируется несколько иначе). В хорошо разработанной теории САРМ в центре вни-

мания оказывается «рыночный портфель», по отношению к которому рассматриваются характеристики отдельных активов. На практике рыночный портфель часто [3] соотносится с рыночным индексом – усредненным показателем фондовой биржи.

При этом решение практически важной проблемы описания поведения самого индекса (по сути – среднерыночных цен акций) с позиций упомянутых теоретических моделей ценообразования активов вряд ли может быть признано удовлетворительным. Отметим вкратце некоторые факторы, затрудняющие объяснение динамики цен финансовых активов в рамках классической теории рынка капиталов:

1. В реальных условиях на финансовые рынки постоянно воздействуют информационные сигналы, «возмущающие» предпочтения держателей активов. В этой связи весьма сомнительно (несмотря на высокую информационную прозрачность рынка), что статически равновесные решения для цен активов будут адекватны наблюдаемым на практике явлениям. Иначе говоря, можно ожидать, что фактические цены определяются не статическим равновесием на рынке («контракт» между держателями активов и отсутствие потоков капитала), а динамическим равновесием спроса и предложения (стационарные потоки капитала). Если в случае статического равновесия цены активов получаются как решение проблемы выбора портфеля инвестором [1-3], то при исследовании динамического равновесия должна рассматриваться задача обмена [8,9] между держателями активов.
 2. В классической теории [3] предполагается, что цены активов складываются под воздействием спроса всех держателей. В то же время очевидно, что в реальной ситуации процесс торгов на фондовой бирже, в котором определяются рыночные цены, отражает перестройку портфелей лишь части инвесторов. Капиталы другой части держателей активов, занимающих «выжидательную» позицию, не принимают участие в ходе ценообразования активов. Таким образом, влияние на цены несомненно значимого в практических условиях фактора – рыночной активности держателей активов – также ускользает из поля зрения классической теории.
 3. В модели САРМ ключевыми факторами оценивания активов оказываются прогнозные (ex ante) представления инвесторов об ожидаемых значениях и стандартных отклонениях доходностей ценных бумаг, корреляциях их доходностей, а также толерантность инвесторов к риску. При этом простые и наглядные результаты удается получить лишь в приближении «однородных ожиданий» держателей активов [1-3], правдоподобие которого вызывает сомнение. Неоднородность ожиданий, касающихся инвестиционных характеристик активов, например, проявляется в объяснении существования трендов цены с позиций технического анализа: обычно считают [11], что восходящий или нисходящий тренды связаны с постепенным (протяженным во времени) «подключением» участников торгов к поступающей информации. В общем случае, если не ограничивать построение САРМ допущением однородности ожиданий инвесторов, модель заметно усложняется и во многом теряет наглядность и прозрачность.
- Из сказанного становится очевидным, что для объяснения динамики рыночных цен финансовых активов классическая теория «статически равновесного» ценообразования явно недостаточна. В настоящей работе намечен принципиальный путь построения более общей «динамически равновесной» модели ценообразования активов в условиях, в большей степени отвечающих практике торгов на фондовой бирже. Задача решается на основе подходов, развитых в микроэкономической теории обмена [8,9]. В простейшем случае двух участников, обменивающихся товарами двух типов, методика допускает геометрическую интерпретацию, известную в литературе под названием «коробки Эджуорта» [8,9]; подобная методика была предложена авторами ранее [12] при теоретическом исследовании проблемы в более узкой постановке.

¹ Для дальнейшего целесообразно уточнить, что, следуя терминологии [3], речь в данном случае идет о «спросе на владение» ценными бумагами.

1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Предположим, на рынке капитала присутствуют k держателей, которые могут обмениваться активами двух типов: «деньгами» и «акциями». Под последними понимаются ниже «обобщенные» активы фондовой биржи, в качестве измерителя цен которых может выступать, например, биржевой индекс (в общем случае, когда имеется набор различных (однотипных) рискованных активов, задачу обмена следует аналогично [9] рассматривать в векторной форме; мы ограничиваемся в дальнейшем «обобщенным» рискованным активом, во-первых, чтобы избежать громоздких выкладок и, во-вторых, следуя сформулированной выше цели описания поведения среднерыночных цен акций²). «Деньги» без ограничения общности рассматриваются как безрисковый актив с нулевой доходностью³ (в краткосрочном периоде).

«Богатство» i -го держателя активов W_i ($i = 1, \dots, k$) сосредоточено в портфеле из двух компонент; обозначим принадлежащий ему капитал в акциях и в деньгах соответственно S_i и M_i :

$$W_i = S_i + M_i, \quad (1)$$

пусть

$$\alpha_i \equiv \frac{S_i}{W_i} \quad (2)$$

есть стоимостная доля его богатства, вложенного в рискованные активы (акции)⁴.

В условиях неопределенности каждый держатель активов стремится максимизировать ожидаемую полезность EU своего богатства в некоторый будущий момент времени (временные горизонты инвесторов, подобно [1,2], предполагаются одинаковыми) путем изменения структуры портфеля. В качестве функции ожидаемой полезности, описывающей поведение инвесторов, избегающих риск, воспользуемся модельным представлением [2]

$$EU = \bar{r} - \frac{\sigma^2}{\tau}, \quad (3)$$

где

τ – толерантность к риску, индивидуальная для каждого инвестора;

\bar{r} и σ – ожидаемая доходность портфеля и стандартное отклонение его доходности, предполагаемые инвестором.

Ожидаемая доходность и риск портфеля, очевидно, зависят от соответствующих показателей рискованного актива \bar{r}_i и σ_i (показатели рыночного индекса, так-

же предполагаемые инвестором), а также от его доли в портфеле α :

$$\bar{r} = \alpha * \bar{r}_i;$$

$$\sigma = \alpha * \sigma_i.$$

Выражая при помощи последних соотношений ожидаемую полезность портфеля (3) как функцию доли в нем рискованных активов α , находим целевое (желаемое данным инвестором) значение α (обозначаемое $\tilde{\alpha}$), максимизирующее ожидаемую полезность:

$$\tilde{\alpha} = \frac{\bar{r}_i * \tau}{2\sigma_i^2}. \quad (4)$$

С учетом (1) и (2) тогда можно связать спрос i -го инвестора на владение капиталом в акциях \tilde{S}_i и в деньгах \tilde{M}_i (символами с тильдами в дальнейшем обозначены целевые значения переменных) с его фактическим богатством

$$\tilde{S}_i = \tilde{\alpha}_i * (S_i + M_i); \quad (5a)$$

$$\tilde{M}_i = (1 - \tilde{\alpha}_i) * (S_i + M_i). \quad (5b)$$

Соотношения (5a) и (5b) для спроса получены с учетом бюджетного ограничения инвестора на выбор портфеля.

1.1. Формирование цен в случае «статического» равновесия на рынке

Очевидно, состояние рынка будет статически равновесным лишь в том случае, если фактическая структура портфеля каждого инвестора совпадает с целевой; иными словами, в равновесии индивидуальный спрос на капитал в обоих активах \tilde{S}_i и \tilde{M}_i и фактические значения капиталов (соответственно S_i и M_i) должны совпадать:

$$\tilde{S}_i = S_i, \quad (6a)$$

$$\tilde{M}_i = M_i, \quad (6b)$$

что позволяет соотнести спрос инвестора на владение акционерным капиталом и его спрос на денежные активы:

$$\tilde{S}_i = \frac{\tilde{\alpha}_i}{1 - \tilde{\alpha}_i} * \tilde{M}_i. \quad (7)$$

Для описания ценообразования на рынке активов (в особенности это касается ценообразования в условиях обмена, см. следующий параграф) удобно перейти от представления акционерного капитала в денежных единицах к натуральному, вводя соответствующие количества акций у инвесторов n_i и рыночную цену акций p :

$$S_i = p * n_i. \quad (8)$$

Рассматривая цену как экзогенную, по отношению к отдельному инвестору, переменную (что отвечает условиям совершенно конкурентного рынка) и комбинируя последнее соотношение с уравнением (7), выражаем индивидуальный спрос на владение акциями i -го держателя активов в натуральном (физическом) представлении \tilde{n}_i :

$$p * \tilde{n}_i = \frac{\tilde{\alpha}_i}{1 - \tilde{\alpha}_i} * \tilde{M}_i. \quad (9)$$

² В общем случае необходимо рассматривать задачу, учитывая возможность перетока капиталов между рынком акций и рынками иных активов (это могут быть недвижимость, драгоценные металлы, акции зарубежных фондовых бирж и т.д.).

³ Строго говоря, следует учитывать возможность получения ненулевой доходности без риска r_f . Мы положили $r_f = 0$ в целях, во-первых, упрощения формульных построений (в противном случае следовало бы разграничить, с одной стороны, запас у инвестора безрисковых долговых активов с доходностью r_f , а с другой – запас денег как наиболее ликвидных активов с нулевой доходностью), во-вторых, в реальных условиях биржевой торговли влияние величины безрисковой ставки на цены акций, вероятно, не столь уж велико.

⁴ Величина $\alpha_i > 1$ (при этом $M_i < 0$) означает построение портфеля с кредитным плечом.

Аналогично сказанному выше, в состоянии равновесия (статического) индивидуальный спрос любого инвестора \tilde{n}_i равен фактически имеющемуся у него количеству акций n_i . Выполняя суммирование по индексу i равновесных уравнений (7) и (9) для спроса отдельных держателей, находим совокупную капитализацию акций как агрегированный спрос инвесторов на рискованные активы (в денежных единицах)

$$V = \sum_{i=1}^k \tilde{S}_i = \sum_{i=1}^k \frac{\tilde{\alpha}_i}{1 - \tilde{\alpha}_i} * \tilde{M}_i, \quad (10)$$

а также цену акций P , устанавливающую на рынке статическое равновесие:

$$P = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \frac{\tilde{\alpha}_i}{1 - \tilde{\alpha}_i} * \tilde{M}_i, \quad (11)$$

где

через N обозначено общее количество акций ($N = \sum_{i=1}^k n_i$)⁵.

Соотношения (10) и (11) описывают капитализацию и цену акций в состояниях «контрактов» между держателями. В микроэкономической теории такие состояния называются Парето-эффективными. Легко видеть, что приведенные соотношения выражают тот же механизм ценообразования активов, который лежит в основе CAPM, и путем несложных преобразований могут быть выведены из формул этой модели [1,2].

Рассмотрим более внимательно основные «ограничительные» допущения изложенной теории и их экономический смысл.

При выводе соотношений (10), (11) формально предполагается, что портфель каждого инвестора имеет оптимальную структуру (максимизирующую функцию ожидаемой полезности его богатства)⁶. В результате рыночные цены акций выражаются через распределение денежных активов \tilde{M}_i между держателями, взвешенных по параметру $\frac{\tilde{\alpha}_i}{1 - \tilde{\alpha}_i}$, отражающему (см. форм. (4)):

- предположения держателя относительно риска σ_i и ожидаемой доходности \bar{r}_i активов в будущем;
- толерантность τ держателя активов к риску.

Основная предпосылка описанной теории ценообразования активов о целевой структуре портфеля каждого (или «почти каждого») инвестора⁷ обосновывается в принципе теми же соображениями, которые приводят к концепции ценовой эффективности рынка капиталов [3]. Не вдаваясь в детали, отметим, что финансовые рынки приобретают черты эффективности за счет информа-

⁵ В случае, когда в качестве цены «обобщенных» активов рассматривается биржевой индекс I (см. начало раздела 1), совокупная капитализация всех активов V должна быть рассчитана как сумма капитализаций акций, входящих в индекс. При этом под количеством акций у отдельного инвестора n_i можно «условно» понимать отношение его акционерного капитала к биржевому индексу $n_i = s_i / I$, а под общим количеством акций N – отношение совокупной капитализации рынка активов к величине индекса $n = V / I$.

⁶ Очевидно, при строгом соблюдении этого условия обмен активами на рынке отсутствует. В этой связи во Введении данная модель оценивания активов названа «статической».

⁷ Подразумевается, что биржевые сделки между перестраивающими свои портфели держателями активов возникают, по существу, за счет малых флуктуаций около целевой структуры портфеля.

ционной прозрачности, близости к условиям совершенной конкуренции, малости трансакционных издержек и пр. Заметим, однако, что вопрос о степени (иногда говорят о «формах») ценовой эффективности рынков является очень спорным; он широко обсуждался [3] (и обсуждается поныне) в литературе, и до сих пор у экономистов нет единого мнения по этой проблеме.

Одно из наиболее уязвимых, на наш взгляд, мест изложенной статической теории ценообразования активов заключается в следующем.

Представление о совокупной капитализации акций как суммарном спросе на рискованные активы держателей капитала, поддерживающих эффективную (оптимальную) структуру своих портфелей, опирается на микроэкономическую гипотезу полноты предпочтений [8,9]. Применительно к рассматриваемой проблеме это означает, что держатель в любой момент времени делает рациональный выбор оптимальной структуры портфеля, касающийся долей в нем безрисковых активов и акций; его решение зависит от величины коэффициента $\tilde{\alpha}_i$, определяемого соотношением (4).

Между тем на практике гипотеза полноты предпочтений инвесторов имеет ограниченную применимость. При колебаниях цен активов далеко не все инвесторы перестраивают свои портфели, содержащие эти активы. Это означает, что та часть держателей, которые занимают «выжидательные» позиции при вариациях стоимости своего акционерного капитала (и вызванных ими вариациях структуры портфеля), не придерживаются строго определенного выбора между инвестированием в рискованные и безрисковые активы (представления их о целевой структуре портфеля, по-видимому, следует признать в большей или меньшей степени «размытыми»⁸). Очевидно, акции и капиталы этих инвесторов не должны подлежать суммированию при выводе формулы (11) (и аналогичной ей формулы (10)). В такой ситуации количество инвесторов k , денежные активы \tilde{M}_i , которых суммируются в формуле (11), а также количество N принадлежащих им акций, становится неопределенным.

В реальных условиях биржевых торгов доля «выжидателей» («не определившихся» с выбором портфеля) держателей активов, по всей видимости, может сильно варьироваться как для определенной фондовой биржи (в различные моменты времени), так и для фондовых рынков различных стран. От количества таких инвесторов, вероятно, должна зависеть применимость «статически равновесных» моделей оценивания активов для описания поведения рыночного индекса⁹. Окончательный ответ об адекватности таких моделей, однако, может быть получен лишь опытным путем (некоторые подходы к подобным исследованиям рассматриваются в разделе 2).

1.2. Ценообразование в условиях обмена активами между держателями

Предположим теперь, что фактическая структура портфеля i -го инвестора, определяемая соотношени-

⁸ В известной степени на эту «размытость» влияют трансакционные издержки биржи, а также налогообложение доходов инвесторов от прироста капитала при продаже акций.

⁹ Мы рассматриваем здесь равновесную теорию ценообразования активов на основе подхода, связанного с максимизацией ожидаемой полезности портфеля инвесторами. Аналогичные в принципе результаты дает подход теории арбитражного ценообразования [3].

ем (1), не отвечает целевой (соотношения (6а) и (6б) не выполняются). Такая ситуация может сложиться, например, в результате изменения ожидаемых инвестиционных показателей индекса \bar{r}_i и σ_i , а также предпочтений инвестора относительно риска и доходности, характеризуемых толерантностью τ (выше уже отмечалось, что существенным фактором, воздействующим на ожидания и предпочтения держателей активов, являются нестационарные информационные потоки). В этом случае инвестор, стремясь перестроить портфель в соответствии со своими предпочтениями, создает «спрос на покупку» активов¹⁰

$$ds_i = \tilde{S}_i - S_i,$$

подавая на биржу заявки на покупку (продажу). Используя уравнение (5а), находим величину этого спроса в денежном выражении:

$$ds_i = \tilde{\alpha}_i * M_i - (1 - \tilde{\alpha}_i) * S_i. \quad (12a)$$

Представляя акционерный капитал S_i через рыночную цену и натуральное количество акций согласно формуле (8), выражаем индивидуальный «спрос на покупку» i -го держателя («микроскопический спрос») через параметры его фактического портфеля M_i и n_i , желаемой структуры $\tilde{\alpha}_i$ и рыночную цену p :

$$ds_i = \tilde{\alpha}_i * M_i - (1 - \tilde{\alpha}_i) * pn_i. \quad (12b)$$

Между инвесторами, перестраивающими портфели, возникает обмен активами обоих типов (рыночные сделки). Для целей настоящей работы особый интерес представляет нахождение равновесной цены, уравнивающей спрос на покупку и предложение на продажу на рынке. Равновесие такого типа является «динамическим», (в микроэкономической теории обмена его называют равновесием по Вальрасу [8,9]), так как характеризуется равенством потоков заявок на покупку и на продажу акций на бирже. Как известно [8,9], равновесная цена может быть найдена из условия равенства нулю совокупного («макроскопического») «спроса на покупку»

$$Ds = \sum_{i=1}^q ds_i$$

всех держателей активов, участвующих в торговле (их общее число обозначено через q).

Основное уравнение (12б) описываемой микромоде- ли дает возможность выразить макроскопический «спрос на покупку» Ds путем агрегирования вкладов отдельных держателей:

$$Ds = \sum_{i=1}^q (\tilde{\alpha}_i * M_i - (1 - \tilde{\alpha}_i) * pn_i). \quad (13)$$

Приравнявая $Ds = 0$, для цены (динамического) равновесия спроса и предложения на рынке акций тогда получаем:

$$P = \frac{\sum_{i=1}^q \tilde{\alpha}_i * M_i}{\sum_{i=1}^q (1 - \tilde{\alpha}_i) * n_i}. \quad (14)$$

Соотношению (14) можно придать несколько иную форму, представляя его числитель и знаменатель через усредненные по ансамблю держателей активов,

непосредственно участвующих в торговле (ансамбль состоит из q держателей), комбинации

$$\langle \tilde{\alpha} * M \rangle = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \tilde{\alpha}_i * M_i; \quad (15a)$$

$$\langle (1 - \tilde{\alpha}) * n \rangle = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q (1 - \tilde{\alpha}_i) * n_i. \quad (15b)$$

В формулах (15а) и (15б) угловыми скобками $\langle \rangle$ обозначено усреднение по указанному ансамблю; с учетом этих формул выражаем цену активов в динамически равновесном состоянии рынка через денежные капиталы M , рискованные активы n , ожидания и предпочтения (коэффициент α) «среднерыночного» инвестора:

$$P = \frac{\langle \tilde{\alpha} * M \rangle}{\langle (1 - \tilde{\alpha}) * n \rangle}. \quad (16)$$

Во многих случаях более удобной для практического анализа оказывается величина доходности актива r , отражающая относительное (процентное) изменение его цены за некоторый период времени. Если p_1 и p_2 – соответственно начальное и конечное значения цены, доходность часто определяют как логарифм ценовых отношений

$$r = \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (17)$$

(в этом случае доходность оказывается аддитивным во времени показателем).

Пользуясь соотношением (16) для равновесной цены, можно связать доходность за период с изменением состояния рынка активов:

$$r = \ln \frac{\langle \tilde{\alpha} * M \rangle_2}{\langle \tilde{\alpha} * M \rangle_1} - \ln \frac{\langle (1 - \tilde{\alpha}) * n \rangle_2}{\langle (1 - \tilde{\alpha}) * n \rangle_1}. \quad (18)$$

2. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОГО СМЫСЛА РЕЗУЛЬТАТОВ И ОПЫТНАЯ ПРОВЕРКА МОДЕЛИ

Заметим, во-первых, что модель ценообразования активов в условиях динамического равновесия на рынке (равенства потоков капитала на покупку и на продажу), выражаемая формулой (14), описывает значительно более общую ситуацию, чем изложенная в параграфе 1.1 «статически равновесная» (структура портфеля каждого инвестора удовлетворяет его предпочтениям, ввиду чего спрос на покупку и предложение на продажу на рынке отсутствуют) модель оценивания, эквивалентная CAPM. В частном случае, когда распределение богатства любого держателя между безрисковыми и рискованными активами оптимизировано (в рамках бюджетного ограничения достигается максимум ожидаемой полезности), цена акций при динамическом равновесии рынка совпадает с ценой статического равновесия (осуществляется предельный переход от формулы (14) к формуле (11)).

Во-вторых, модель динамического равновесия по Вальрасу приводит к выводу о гораздо большей неустойчивости цен фондовой биржи, чем вытекает из CAPM. Согласно статически равновесной модели (формула (11)) изменения цен активов возникают вследствие:

- вариаций ожиданий и предпочтений держателей (коэффициенты $\tilde{\alpha}_i$);

¹⁰ В литературе применяется также термин «чистый спрос» [8]. Подразумевается, что при отрицательной величине «спроса на покупку» держатель активов будет на стороне предложения.

- перераспределения капиталов между инвесторами (денежные активы \tilde{M}_i);
- изменений совокупной денежной массы ($\sum_{i=1}^k \tilde{M}_i$) в руках всех держателей активов (их число обозначено через k).

Между тем развитая в параграфе 1.2 динамически равновесная модель оценивания, помимо перечисленных причин колебаний рыночных цен, указывает еще один существенный фактор ценообразования. Согласно формуле (14), цены акций формируются в зависимости от ожиданий, предпочтений и капиталов не всех инвесторов, а лишь их «активной» части (тех, которые в данный момент непосредственно вовлечены в биржевую торговлю; их количество обозначено через q). Известно, что с течением времени рыночная активность держателей капитала сильно варьируется (подтверждением могут служить значительные колебания объема торгов на бирже). В результате происходят притоки либо оттоки денег ($\sum_{i=1}^q \tilde{M}_i$) на рынок («приход» или «уход» инвесторов, изменяющий количество q участников торгов), вариации ожиданий и предпочтений $\tilde{\alpha}_i$ за счет «ротации» участников, а также количества «потенциально участвующих» в торговле акций $\sum_{i=1}^q n_i$.

Все это в соответствии с формулой (14) приводит к значительной изменчивости (волатильности) рыночных цен акций, не объясняемой статически равновесной моделью CAPM. Эта изменчивость может носить как «регулярный» характер (ценовые тренды), так и хаотический (случайные блуждания). В частности, соотношения (14), (16) и (18) для цены и доходности акций на рынке в состоянии динамического равновесия, по-видимому, должны описывать эффекты возникновения «мыльных пузырей» на рынке и их «коллапс» (биржевые кризисы).

В связи со сказанным особый интерес представляет исследование возможностей практического применения развитой модели ценообразования для объяснения динамики рыночных цен активов в целях прогнозирования движения рынка. В общем случае такое исследование наталкивается на значительные проблемы ввиду сложности мониторинга среднерыночных предпочтений и ожиданий (коэффициент α), а также определения денежных капиталов M и рискованных активов n «усредненного держателя» (из числа непосредственно участвующих в торговле), и могло бы составить предмет отдельной работы.

Можно ожидать, однако, что «микроскопический» показатель количества рискованных активов n , принадлежащих «среднерыночному» участнику обмена, прямо (хотя и не обязательно пропорционально) влияет на объем биржевых торгов в единицу времени (например, за день), выраженный в натуральных единицах (количество акций, участвовавших в сделках). Известно, что в период преобладания спекулятивных настроений на рынке (например, в ходе «надувания мыльного пузыря»), проявляется характерное ограничение предложения: держатели активов не хотят участвовать в обмене – не выставляют их на продажу, ожидая дальнейшего повышения цен.

В таком случае можно попытаться «проверить» на опыте описанную в параграфе 1.2 модель динамически равновесного ценообразования, анализируя зависимость рыночных цен активов от объема рыночных тор-

гов в натуральном выражении (в соответствии с соотношением (16) эта зависимость при постоянстве прочих факторов формирования цен – ожиданий «усредненного» участника, его отношения к риску, а также его денежных капиталов – должна быть обратной). Более удобна для тестирования на соответствие наблюдаемым результатам¹¹ зависимость доходности актива за период от логарифма отношений объемов торгов в настоящем и предшествующем периоде, выражаемая формулой (18). Подобная проверка, однако, затрудняется тем обстоятельством, что в действительности, изучая динамику интересующих переменных, проследить «чистую» зависимость цены (или доходности) и объема торгов, элиминировав влияние прочих факторов ценообразования, вообще говоря, невозможно.

Эти соображения, в основном, подтвердились в ходе эконометрического исследования взаимосвязи доходности индекса ММВБ (рассматриваемой в качестве доходности «среднерыночных» акций) с объемами торгов на этой бирже в период с 6 июня 2005 года по 15 февраля 2007 года. Выбор границ анализируемого временного интервала связан соответственно с моментом приблизительного начала «бычьего» тренда на российском фондовом рынке в 2005 году и подготовкой практической части настоящей статьи. В качестве исходных данных брались ежедневные значения индекса [13] на момент закрытия торгов, а также ежедневные показатели объемов торгов по акциям, включенным в индекс, выраженные в денежных единицах (в млрд. руб.). При помощи формулы (17) был построен временной ряд зависимой переменной модели – ежедневной доходности индекса r_t ; в качестве начальной и конечной цен брались значения индекса на закрытие соответственно в предыдущий и в текущий дни. Объясняющая переменная в соответствии со сказанным выше должна быть связана с объемом торгов в натуральном выражении $Q^{(nat)}$ (количество акций, с которыми совершались сделки за день); переход к «условному» количеству акций от объема торгов за день в денежном выражении $Q^{(руб)}$ (в млрд. руб.) осуществлялся аналогично сказанному в сноске 5 путем деления последнего на текущую величину индекса

$$Q^{(nat)} = Q^{(руб)} / I.$$

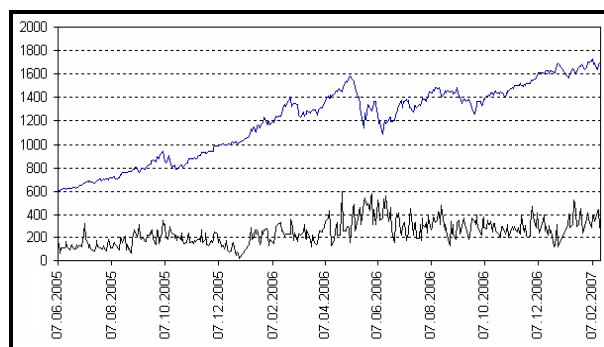


Рис. 1. Динамика индекса ММВБ и объема торгов в «натуральном» выражении в период с 06.06.2005 по 15.02.2007

¹¹ Во-первых, временные ряды цен существенно нестационарны, так как содержат очевидный тренд, и в силу этого менее удобны для эконометрического анализа. Во-вторых, хорошо известно, что относительные изменения цен, отражаемые показателем доходности, имеют больший экономический смысл, чем абсолютные.

Рис. 1 иллюстрирует сравнительные изменения индекса ММВБ в пунктах (верхний график) и объема торгов на этой бирже в натуральном выражении (нижний график). В целях сопоставимости в пределах одного рисунка значения «натурального» объема умножены на 10 000.

На основе полученных данных формировался ряд динамики объясняющей переменной модели – логарифма отношений объемов торгов акциями индекса в натуральном выражении $\ln \frac{Q_2^{(нам)}}{Q_1^{(нам)}}$ за два следующих друг за другом дня.

Далее методами корреляционно-регрессионного анализа [14] верифицировалась зависимость между доходностью индекса r_t и логарифмом отношений «натуральных» объемов торгов $\ln \frac{Q_2^{(нам)}}{Q_1^{(нам)}}$, которая согласно формуле (18) и высказанным ранее соображениям, должна при неизменности остальных переменных ожидать обратную. Сформулируем кратко основные выводы численного исследования, проведенного авторами при помощи электронных таблиц (Microsoft Excel).

В долгосрочном периоде (на всем временном интервале, охватывающем 420 торговых дней) зависимость выбранных переменных практически не обнаруживается (корреляция между ними близка к нулю). Этот результат представляется вполне естественным, так как наряду с предложением акций «активно участвующими» в торговле инвесторами с течением времени хаотично изменяются и другие факторы ценообразования (притоки и оттоки денег на рынок, колебания ожиданий инвесторов и их отношения к риску – см. выше); их случайные вариации, по всей вероятности, должны «маскировать» корреляцию доходности индекса с изменениями объемов торгов, если рассматривается длительный промежуток времени.

Иная картина наблюдается, если зависимость между интересующими переменными анализируется на более коротких временных интервалах. Авторами были построены «скользящие» взаимные корреляционные функции ежесуточной доходности индекса ММВБ и логарифма отношений объемов торгов за текущий и предыдущий дни, рассчитанные на базе 30, 20, 15 и 10 предшествующих торговых дней (при расчете корреляций на основе меньшего количества дней не обеспечивается состоятельность оценки согласно критерию t -статистики [14]).

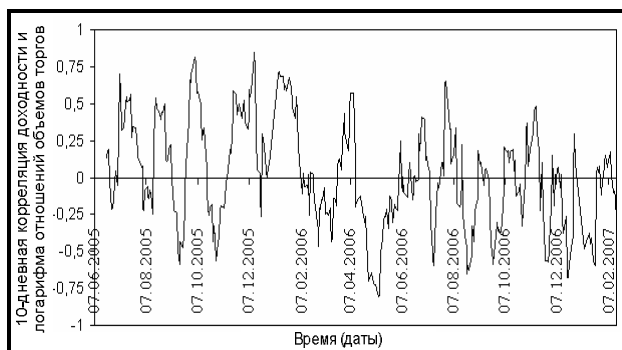


Рис. 2. Изменение со временем 10-дневной корреляции доходности индекса и логарифма отношений объемов торгов на бирже

Динамика 10-дневной корреляции переменных в течение исследуемого интервала показана графически на рисунке 2; анализ показал, что корреляция с большей базой расчета выглядят аналогично, но являются более «гладкими» функциями. Указанные корреляционные функции испытывают существенные перепады с течением времени, принимая как отрицательные, так и положительные значения (показатели 10-дневной корреляции варьируются в пределах приблизительно от $-0,8$ до $+0,8$); при этом их средние величины чуть больше нуля и не превосходят 0,026.

Полученные результаты, по-видимому, можно интерпретировать следующим образом. В общем случае между динамикой цен акций и объемами торгов не должно существовать однозначной устойчивой связи, так как колебания рыночной конъюнктуры влияют на цены и объемы торгов различным образом. Заметим, в частности, что равновесные цены определяются согласно уравнению (16) средними по ансамблю «активных» держателями комбинациями параметров $\tilde{\alpha}, M$ и n , тогда как объемы торгов на бирже, характеризующие интенсивность процессов обмена, очевидно, будут зависеть и от характерного разброса этих параметров по указанному ансамблю¹².

Однако в отдельные периоды времени зависимость между доходностью активов и логарифмом отношений объемов торгов может вырисовываться более или менее четко.

Эту зависимость, как вытекает из теории, приведенной в параграфе 1.2, следует ожидать прямой (хотя и не обязательно пропорциональной, как указывалось выше)¹³, если изменение «отрицательно воздействующего» фактора ценообразования – рыночной активности владельцев акций – (приводящее к притоку либо оттоку акций на рынок) происходит однонаправленно с изменением одного из двух (либо обоих сразу) «положительно воздействующих» факторов:

- склонности участников торгов вкладывать в рискованные активы;
- «денежного запаса» участников, колебания которого отражают притоки или оттоки денег на рынок.

При этом изменение «положительно воздействующих» факторов должно доминировать.

Такая ситуация складывалась на рынке, например, в период приблизительно с 13.09.2005 по 06.10.2005, когда корреляционные функции выбранных переменных достигали высоких положительных значений (10-дневная корреляция временами превышала 0,81). Анализ показал, что простая модель парной линейной регрессии доходности индекса от логарифма отношений объемов торгов (построенная на базе 15-дневных наблюдений с 13 сентября по 3 октября) описывает более 58% вариаций доходности при достаточно высокой статистической значимости коэффициента регрессии (t -статистика коэффициента более 4,2). На рис. 3 на плоскости указанных переменных маркерами изображены комбинации доходности и логарифма отношений объемов торгов за эти дни; пунктиром показана линия регрессии. Несмотря на разброс изображающих точек относительно линии, прямая статистическая зависимость анализируемых переменных не вызывает сомнений.

¹² Теоретическое исследование эволюции объемов торгов является, на наш взгляд, еще более сложной задачей, чем описание ценообразования на рынке активов.

¹³ Разумеется, речь идет лишь о статистической зависимости выбранных переменных.

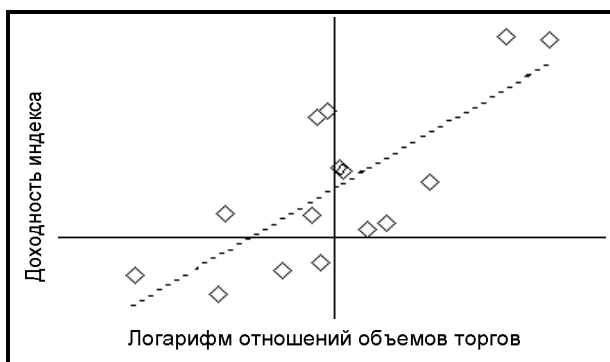


Рис. 3. Регрессионная зависимость доходности и логарифма отношений объемов торгов в период с 13.09.2005 по 03.10.2005

Если же преобладающее влияние на процессы ценообразования имеет фактор притоков или оттоков акций на рынок (изменение остальных факторов менее значимо), зависимость доходности и логарифма отношений объемов торгов должна быть обратной.

Наиболее ярко это проявилось в ходе «драматических» для рынка событий апреля – мая 2006 года, когда после «надувания мыльного пузыря» произошел его коллапс (резкое падение котировок акций индекса более чем на 25%). Наблюдение за динамикой анализируемых переменных показало, что, начиная со второй декады апреля, величина индекса и объем торгов в натуральном выражении менялись преимущественно в противоположных направлениях (10-дневная корреляция их устойчиво снижалась и достигла перед обвалом рынка 11 мая пикового значения $-0,8$). Причиной, по-видимому, послужило ограничение притока денег на рынок и склонности инвесторов вкладывать в рискованные активы¹⁴.

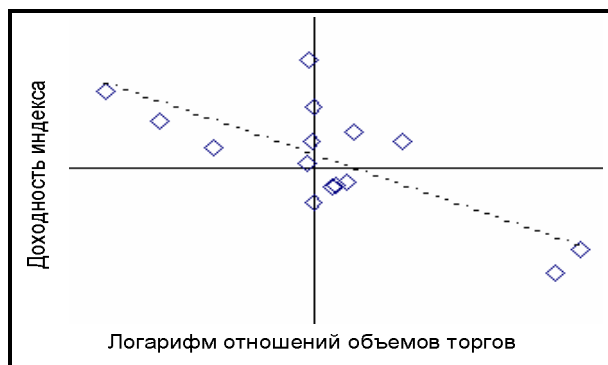


Рис. 4. Регрессионная зависимость доходности и логарифма отношений объемов торгов в период с 18.04.2006 по 11.05.2006

На рис. 4 показаны эмпирические соотношения доходности индекса и логарифма отношений объемов торгов за 15-дневный период с 18 апреля по 11 мая 2006 года. Отрицательная (обратная) зависимость переменных, выражаемая пунктирной линией тренда, очевидна визуально¹⁵ и подтверждается на статистиче-

¹⁴ Возможно, это произошло из-за ощущения «перегретости» биржи (несколько раньше – 26-27 февраля – биржа «не выдержала» отметки индекса в 1400 пунктов: после стремительного взлета последовала глубокая 12-процентная коррекция).

¹⁵ Значительное отклонение верхней точки на графике от линии тренда может быть объяснено трехдневным перерывом в работе

ски значимом уровне (коэффициент детерминации линейной модели регрессии составляет $R^2=0,55$ при t – статистике коэффициента регрессии, близком к -4)¹⁶.

Обратная зависимость изменения цен и объемов торгов является характерным признаком «слабости» рынка – «истощения» потока денег новых инвесторов и их склонности покупать акции. Вероятно, владение акциями в подобные периоды сопряжено с особенно высоким риском: в зависимости от активности их держателей возможны как стремительные взлеты, так и падения рыночных цен. Анализ показал, что такие «полосы» наблюдались в течение проанализированного промежутка времени неоднократно, однако описанная выше ситуация продемонстрировала «падающую» зависимость изменений цен и объемов продаж наиболее рельефно.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование наблюдаемых на опыте закономерностей изменения цен акций и объемов торгов на бирже приводит к выводу о том, что формирование цен в общем согласуется с результатами теории динамически равновесного ценообразования, развитой в параграфе 1.2. В ходе анализа установлено, что в реальных условиях наблюдается (хотя и не всегда) взаимосвязь цен акций с объемами торгов, предсказываемая теорией динамического равновесия (соотношения (16), (18)). Подчеркнем, что в рамках классической статически равновесной теории (параграф 1.1) этот факт не находит объяснения. Особенно ценным, на наш взгляд, явилось подтверждение обратной зависимости изменений цен и объемов торгов в условиях формирования и разрушения «мыльного пузыря» (спекулятивного взлета цен на бирже и их обвала).

Есть основания ожидать, что методика корреляционно-регрессионного анализа доходности и логарифма отношений объемов торгов (относящаяся, по существу, к области технического анализа), предложенная в работе, может быть развита в последующем для диагностики рыночной конъюнктуры и прогнозирования поведения рынка (держатель активов может ставить для себя ориентиры, когда покупать и продавать акции). Достижение прогресса в решении этой сложной задачи представляет большой интерес как в теоретическом, так и в практическом плане.

Литература

1. Sharpe W. Capital assets prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk// Journal of Finance. 1964. V.19. pp. 425-442.
2. Sharpe W. Capital assets prices with and without negative holdings. Journal of Finance. 1991. V.46. pp. 489-509.
3. Шарп У.Ф., Александер Г.Дж., Бэйли Дж.В. Инвестиции: пер. с англ. – М.: «ИНФРА-М». 1998. – XII, 1028 с.
4. Pástor L. Portfolio Selection and Asset Pricing Models// Journal of Finance. 2000. V. 55. Issue 1. pp 179-223.
5. Constantinides G. M. Rational Asset Prices //Journal of Finance. 2002. V. 57. Issue 4. pp. 1567-1591.

биржи, связанным с майским праздником в 2006 году (эта точка описывает скачок цены и объема торгов, произошедший 02.05.2006 по сравнению с 28.04.2006), и существенно изменившимися за это «долгое» время настроениями инвесторов.

¹⁶ При анализе более краткосрочной (10-дневной) регрессии переменных коэффициент детерминации модели оказывается еще выше: вариации логарифма отношений объемов торгов объясняют около 65 % вариаций доходности при достаточной статистической значимости коэффициента регрессии (t-статистика коэффициента равна $-3,8$).

6. Guo H., Whitelaw R. F. Uncovering the Risk–Return Relation in the Stock Market // *Journal of Finance*. 2006. V. 61. Issue 3. pp. 1433-1463.
7. Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн. Теория игр и экономическое поведение: пер. с англ. – М.: «Наука». 1970. – 708 с.
8. Вэриан Х.Р. Микроэкономика. Промежуточный уровень. Современный подход. – М.: ЮНИТИ. 1997.
9. Mas-Colell A., Whinston M., Green J. *Microeconomic Theory*. – Oxford University Press, Inc. 1995.
10. Irwin Friend and Marshall E. Blume, The Demand for Risky Assets // *American Economic Review*. December 1975. V. 65 (5). pp 900-922.
11. Мэрфи Дж.Дж. Технический анализ фьючерсных рынков: Теория и практика – М.: Сокол. 1996. – 592с.
12. Володина О.Н., Петров С.С. Исследование ценообразования рискованных активов в нестационарных процессах на фондовом рынке// *Вестник Нижегородского университета им. Н.И.Лобачевского. Серия Экономика и финансы*. Выпуск 1(8), с.40 – 44. Н.Новгород: Изд-во ННГУ. 2006.
13. www.micex.ru/
14. Доугерти К. Введение в эконометрику: Учебник. 2-е изд./ Пер. с англ.- М.:ИНФРА-М. 2004.- 432 с.

Петров Сергей Сергеевич

Володина Ольга Николаевна

ОТЗЫВ

Предложенная авторами работа посвящена теме, актуальность которой для инвестиционной практики не вызывает сомнений. Хорошо известно, что классическая теория доходности и риска инвестиций в ценные бумаги, находя широкое применение при формировании портфеля инвестиционными фондами, мало пригодна для принятия оперативных решений об изменении портфельной стратегии в условиях нестабильной конъюнктуры финансового рынка. Это связано с тем, что известные в литературе модели оценивания финансовых активов носят сугубо «статический» (равновесный) характер. В результате целый ряд факторов рыночной конъюнктуры (например, объем торгов на бирже) не учитываются при описании ценообразования активов в рамках существующих моделей.

В этой связи разработанный в настоящей статье подход, при котором проблема оценивания активов рассматривается в более широком приближении (методами микроэкономической теории обмена), представляется интересным и своевременным. Он позволил авторам теоретически описать совместное влияние на ценообразование акций таких важнейших факторов, как рыночная активность покупателей и продавцов на бирже (притоки и оттоки акций и денег на рынок), их ожидания относительно будущих перспектив ценных бумаг и отношение к риску.

Практическая часть работы связана с попыткой тестирования предложенной теории на основе анализа событий на российском фондовом рынке 2005-2006 годов. Авторам удалось показать, что косвенным подтверждением разработанной модели оценивания акций можно считать обнаруженное ими на опыте существование связи между доходностью индекса ММВБ и логарифмом отношений ежедневных объемов торгов на бирже в краткосрочном периоде.

Работа удачно сочетает в себе теоретическую новизну подхода и научных результатов с очевидной практической направленностью и экспериментальной обоснованностью. Она интересна для специалистов по управлению инвестициями и рекомендуется к публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Кокин А.С., д.э.н., профессор, заведующий кафедрой «Финансы» ННГУ им .Н.И. Лобачевского

3.4. THEORETICAL MICROSCOPIC MODEL OF ASSET PRICING IN THE EXCHANGE PROCESSES

S.S. Petrov, Candidate of Science (Physico-Mathematical), the Senior Lecturer of faculty «Finance» of the Nizhny Novgorod State University it.

N.I. Lobachevsky;

O.N. Volodina, the Competitor of the Nizhny Novgorod State University it. N.I. Lobachevsky, the Chief of Department of Economic Analysis, Business-planning and Consolidate the Papework of Open Society «Arzamas Engineering Works»

We have developed a method of theoretical description of the stock market asset pricing based on the microeconomic theory of exchange approach. The method can be applied for investment characteristics of assets forecasting. The results of developed “dinamically equilibrium” pricing model are compared to the capital asset pricing model (CAPM) ones. Market state microscopic factors affecting on the stock prices have been revealed. We have shown an opportunity of developed theoretical model empirical verification and it’s application for investment management.