

### 3.4. МЕТОДОЛОГИЯ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ОЦЕНКИ РЫНОЧНЫХ СТОИМОСТЕЙ КАК ОСНОВЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И РЕГУЛИРОВАНИЯ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ<sup>1</sup>

Грачёв И.Д., к.ф-м. н., член Национального  
Совета РФ по оценочной деятельности,  
депутат Государственной Думы России

Рассматривается концептуальный подход к исследованию макроэкономической системы, в основе которого вероятностная модель рынка и статистический инструментарий измерения обращающихся на нем стоимостей объектов собственности. Инструментарий настроен на минимизацию погрешности измерения стоимостей в изначальном предположении, что ошибки измерения влекут за собой недопустимое смещение в оценках рынка и в мерах его регулирования, тем самым создаются предпосылки для возникновения финансово-экономических кризисов. Предлагаемая методология позволяет решать задачу оптимизации смешанных (переходных) экономических систем и их автопрогресса путем перетока стоимостей (вследствие обменно-рыночных операций) к более эффективным собственникам, что автоматически снижает риски кризисных проявлений. Барьером для возникновения рисков должны стать нормы федерального законодательства, содержательная база которых, как показано в статье, может формироваться с использованием результатов данного исследования.

#### ВВЕДЕНИЕ

Происходящий в настоящее время мировой финансово-экономический кризис чрезвычайно актуализировал реформенные проблемы соотношения частной инициативы и государственного регулирования, взаимодействия финансовой системы и реальной экономики, и ряд других.

По этим проблемам, на наш взгляд, несмотря на проводимые многие годы исследования, пока нет фундаментальных научных результатов, позволяющих объективно обосновывать различные концепции, в том числе законодательные, формирования экономического пространства и рынка собственности в Российской Федерации, нет адекватного аналитического инструментария анализа взаимосвязей финансовых и экономических рынков, финансовой системы и реальной экономики [11].

В научном аспекте глобальный финансово-экономический кризис продемонстрировал неспособность доминирующих экономических теорий не только предвидеть последствия масштабных трансформаций национальных финансовых систем и рынков, осуществляемых в последние десятилетия, но и объяснить причины повторяющихся кризисов. При наблюдаемом серьезном обострении проблемы взаимодействия финансовых систем и реальной экономики выяснилось, что, несмотря на десятилетия исследований, действенный аналитический инструментарий анализа проблемы отсутствует, а сама проблема только начинает формулироваться. Такие результаты исследований являются отражением как объективной сложности современных финансовых и экономических рынков, так и неадекватности используемого для целей их анализа инструментария меняющимся реалиям. Мировая финансовая система слабо предсказуема – в отсутствие объективной меры стоимости (типа золотого стандарта, мультивалютного набора крупнейших экономик мира, другого общепризнанного стандарта, не привязанного к конкретной валюте, что снизило бы риски функционирования системы) она поддерживала свою стабильность главным образом на факторе доверия инвесторов к институтам и инструментам финансового рынка [17].

Как утверждают эксперты и показывают расчеты, объем ежедневных сделок на мировых финансовых рынках давно

превысил совокупный объем резервов всех центральных банков планеты, а объем введенных в оборот финансовых ресурсов и инструментов многократно превышает мировой валовой внутренний продукт. И, например, завышенная биржевая капитализация многих компаний (вроде широко известной «Майкрософт») есть следствие ожиданий акционеров, а не хозяйственной деятельности этих компаний и их обеспеченности материальными активами.

Но в отсутствие доверия и выгодных условий для инвестирования созданная таким образом система быстро теряет устойчивость и впадает в коллапс.

Расхождение классической теории и процессов, реально наблюдающихся в экономике, отмечается многими учеными и исследователями. Так, на опасность давно образовавшегося разрыва между реальным сектором экономики и финансовыми потоками последовательно обращал внимание акад. Д.С. Львов, который задолго до кризиса утверждал, что «...разрыв между финансовыми и товарными рынками настолько усилился, что первые теряют непосредственную связь со вторыми. Каждый из них как бы живет своей жизнью. Что собой представляет современная мировая финансовая система? Это своеобразная перевернутая пирамида. Узкое ее основание – финансы, обслуживающие реальный сектор или поток товарных благ. На их долю сейчас приходится не более 10-12% от общего оборота мировых финансовых ресурсов. Весь остальной денежный капитал находится в свободном плавании, не имеет реального материального наполнения. Это рынок, где деньги делают деньги» [9].

Акад. В.Л. Макаров видит расхождение теории и практики следующим образом: «Теория общего экономического равновесия, которая в настоящее время доминирует как в науке, так и в экономическом образовании, как известно, не вполне согласуется с реальностью, по крайней мере, в ее классическом варианте. ...В реальном экономическом мире наблюдается огромное разнообразие в эффективности, в частности, в прибыльности фирм, отраслей, регионов. Это разнообразие отнюдь не уменьшается со временем, а скорее, наоборот, возрастает. Теория общего экономического равновесия не объясняет этот феномен. По классике должен происходить перелив капитала и труда от менее эффективных областей к более эффективным, что уравнивает эффективность» [11].

В представлении акад. В.И. Маевского расхождения теории и практики проявляются в том, что «существующие модели общего равновесия, как и теория стационарного экономического роста, не отражают свойства сильной неустойчивости, неравномерности, нелинейности поведения систем и отраслей. Нужны другие подходы, и нелинейные науки подсказывают их» [10].

Основной причиной приведенных и им подобных расхождений и, следовательно, кризиса современных экономических теорий ряд исследователей (см., например, [15]) видит в том, что концептуальные основы этих теорий и используемый ими аналитический и математический аппарат окончательно сформировались в начале прошлого века и не соответствуют современным экономическим реалиям. За прошедшее время существенно изменилась структура большинства отраслей, национальных хозяйств и мировой экономики в целом. Ее глобализация, стремительность перемещения капиталов внутри и через границы государств, информатизация, возросшая стоимость знаний и другие факторы оказывают количественное и качественное влияние на формирование взаимоотношений между хозяйствующими субъектами на рынке. Научно-технический прогресс, изменение взглядов на природу устойчивости и неустойчивости экономических систем повлияли на представления о поведении агентов на рынке и поставили теорию и практику экономической науки перед новыми проблемами принятия управленческих решений, прежде всего стратегического характера.

Выход из сложившегося положения эти исследователи связывают с двумя формирующимися научными направлениями: эконофизикой<sup>2</sup> и эволюционной экономикой. Предметом ис-

<sup>1</sup> Статья подготовлена при поддержке РФФИ (проект №07-06-00196).

<sup>2</sup> Эконофизика (от экономика и физика) – наука, которая применяет методологию физики к анализу экономических данных и процессов.

следования обоих направлений являются развивающиеся, эволюционирующие экономические системы. В эконофизике основной акцент делается на математическом моделировании процессов развития и эволюции, которое в перспективе [19] может привести к построению экономики по образу и подобию точных и естественных наук (другой акцент в развитии эконофизики – исследование физических явлений в экономических системах). Эволюционная экономика уделяет основное внимание исследованию предметной, содержательной стороны экономической динамики на длительных интервалах времени, когда проявляются нелинейные свойства эволюционирующих экономических систем (например, смена технологических укладов в результате научно-технического прогресса и инновационной деятельности, приводящая к естественному отмиранию целых отраслей).

Эконофизика использует современный математический аппарат нелинейной динамики и статистической физики. В настоящее время преимущества современных физических концепций используются для описания и анализа финансовых систем многими исследователями. Интерес физиков и экономистов к совместным исследованиям оказался обеспеченным большим количеством экономических данных (доступных в Интернет) и появлением новых физических результатов и парадигм, таких как критические явления, неупорядоченные системы, системы с нелинейной динамикой. Эконофизическое направление оформилось к концу 1990-х гг. с появлением работы [20], сейчас это направление исследований представлено многими работами и конференциями, в том числе и отечественными, например [3, 16].

Усилия исследователей направлены на анализ больших массивов эмпирических данных по ценам акций, обменным курсам валют, функционированию отдельных секторов финансового рынка. Математический аппарат включает методики корреляционного анализа, выявление тренда, и т.д. Приложение к управлению рисками и прогнозированию осуществляется путем определения ранних симптомов обвала рынка.

В нашем представлении такому обвалу может способствовать случайный характер оценок стоимостей бизнесов, собственности и других объектов рынка, возможность весьма чувствительных смещений этих оценок, переводящих бизнесы в разряд неэффективных в условиях чрезмерной виртуализации ресурсов мировой финансовой системы, несбалансированность государственного регулирования различных сегментов финансового рынка, прежде всего деривативных.

Исходя из анализа общей картины глобального кризиса, резкий спад мировой экономики следует рассматривать как следствие существенной деформации системы измерения рыночных стоимостей недвижимости, бизнесов, интеллектуальной собственности и других объектов рынка. Одним из наиболее значимых негативных результатов этой деформации стало нерациональное распределение и потребление финансовых и иных ресурсов, что и привело мировую экономику к катастрофе.

В свою очередь возникшие в связи с кризисом экономические проблемы чрезвычайно актуализировали необходимость поиска новых концепций и идейных подходов к решению задач развития отечественной экономики, ее институциональной и организационной структуры. Эти подходы, на наш взгляд, могут быть проанализированы и решены в рамках вероятностной макроэкономической модели [3], которая была нами построена, исходя из собственного видения проблем и барьеров на пути развития российской экономики, ее структурной трансформации и реформирования, улучшения условий хозяйствования.

Причем, как показал анализ, проведенный в [15], одно из современных научных направлений – эволюционная экономика – способна предметно поставить задачу, а другое – эконофизика – обеспечить ее решение адекватным математическим аппаратом. С учетом того, что в области эконофизики работают преимущественно профессиональные физики и математики, а в области эволюционной экономики – профессиональные экономисты, объединение обоих направлений является перспективной задачей, решение которой обещает дать синергетический эффект в области создания современных технологий управления экономикой.

Очевидная сложность современных рынков требует для их исследования построения строго формализованной модели функционирования смешанных экономических систем, описывающей в качестве крайних случаев плановую и рыночную системы хозяйствования, а в качестве промежуточных случаев – весь спектр их сочетаний. Эта модель должна быть достаточно адекватной и простой для того, чтобы на идеальном уровне ее можно было объяснить здравомыслящему законодателю, который в свою очередь смог бы на ее основе оценивать, сравнивать (не только на качественном, но и количественном уровне) различные варианты экономических реформ и их законодательного обеспечения.

По мнению автора, есть глубинное сходство проблемы измерения эффективности экономического реформирования с проблемами использования измерительной информации при решении некорректных задач обработки статистики научно-технических экспериментов [4]. Сходство заключается главным образом в том, что игнорирование малых ошибок измерений влечет за собой «разбалтывание» как технических, так и экономических систем и сильную неустойчивость получаемых решений в обоих случаях.

Это сходство определило идейные основы будущей модели. В нашем представлении рынок – это сложный хозяйственный механизм, имеющий в своем составе естественную статистическую машину, главной задачей которой является определение рыночных стоимостей обращающихся на рынке объектов. На основе этих стоимостей, в свою очередь, хозяйственный механизм производит в экономической системе, в которой он функционирует, последующее оптимальное распределение ограниченных ресурсов.

Характер собственности – частная, государственная, смешанная – не имеет значения, важно, чтобы оценки рыночных стоимостей осуществлялись с учетом их конкурентоспособности. При этом предполагается, что неточные оценки рыночных стоимостей приводят к неоптимальному распределению ресурсов в этой системе, а следовательно, к их потерям, линейным или нелинейным образом связанным с ошибками оценивания рыночных стоимостей. В такой постановке главная задача рынка – распределение ресурсов – не может быть решена без максимально точного оценивания рыночных стоимостей.

В указанной статистической машине цены сделок по объектам собственности – это и есть исходная измерительная информация. Ее лобовое использование (то есть без выверенного анализа рыночных стоимостей) в реальных экономических системах приводило и приводит к их неустойчивости, следствием и результатом которой стали «великая депрессия» в США в 1930-е гг. и нынешний глобальный кризис.

Государство, располагая некоторой априорной по отношению к текущим сделкам информацией, формализованной в виде теорий, баз данных, стандартных процедур, алгоритмов, законов, выступает в роли стабилизатора, то есть «регуляризует» решения и действия всех других участников рынка.

Такая постановка позволяет свести поставленные выше реформенные проблемы к тем, на которые уже выработаны ответы в естественных науках, – об оптимальном сочетании априорной и апостериорной информации с точки зрения устойчивости и несмещенности, об эффективности и погрешности решений в зависимости от числа измерений (сделок) и их коррелированности и т.д.

В своем стремлении дойти до количественных критериев, облегчающих выбор вариантов реформ и их законодательного обеспечения, мы неизбежно приходим к вопросу об экономическом прогрессе, который можно сформулировать следующим образом: что значит улучшение экономической системы в результате реформ?

В настоящей работе прогресс экономической системы определяется нами как монотонный в среднем рост накопленной собственности, включая ее вещную, информационную и энергетическую форму. Данное определение прогресса, на наш взгляд, в достаточной степени увязано с общепризнанным определением сути общественного развития [5].

Для того чтобы подвести наше определение к рынку, надо добавить, что этот прогресс, это накопление осуществлялись

задолго до построения научных экономических теорий, до осознания их индивидами. Простейшее объяснение этого факта предполагает индивидуальное увеличение вероятности выжить методом индивидуального накопления людьми «копий, знаний и огня», что и составляет суть инстинкта частной собственности. Разнообразие, во всем присущее природе, в среднем предполагает успешное накопление одним индивидом знаний, а другим – вещей, что последовательно приводит к разделению труда и обмену им, то есть к рынку.

Далее мы явно или неявно предполагаем, что эта система обмена, этот рынок функционирует оптимально, если все его участники точно знают некие «рыночные стоимости». И в этом смысле мера ошибок измерения (оценивания) рыночных стоимостей может служить мерой эффективности экономической системы, мерой скорости накопления системой собственности, то есть прогресса. Близкие идеи развиты еще в трудах С.Ю. Витте [2]. В качестве измеримого прогресса он понимал «накопление капиталов», а главными условиями прогресса считал:

- использование естественных преимуществ;
- порядок и ясность в отношениях собственности;
- эффективное расценивание (оценивание) имущества.

Обеспечение и оценивание прав собственности считают основой экономического развития многие современные экономисты, в частности Макаров В.Л., Зоидов К.Х., Смит В.Л. [6, 7, 12, 18].

При этом мы не предъявляем к моделям завышенных требований. Мы не ставим задачей построение неких всеобъемлющих моделей, позволяющих просчитывать нормы экономического законодательства во всех деталях. На сегодня уровень нашего понимания переходных экономик вообще, переходной экономики РФ в частности, требует прежде всего учета ее фундаментальных свойств.

Одним из главных фундаментальных свойств рыночной экономики, которое должно подлежать учету при анализе ее трансформации, является стохастичность оценок стоимостей. С.Ю. Витте отмечал, что отличительная черта дохода предпринимателя заключается в его полной неопределенности. В современной интерпретации это соответствует модной концепции «непредвидимо возникающей стоимости» [18]. Вслед за Витте и современные экономисты неявно приходят к выводу о случайном, субъективном характере всех экономических суждений и оценок. Это важно учитывать при построении моделей переходных экономик, так как здесь мы располагаем на порядки меньшей информацией (о сделках), чем оценщики стран со стационарной экономикой<sup>3</sup>. Соответственно, малые (пренебрежимые) ошибки оценивания перестают быть малыми и пренебрежимыми для РФ.

Из-за высоких относительных погрешностей оценивания в переходных экономиках случайная природа всех рыночных суждений и оценок является важнейшим фактором, который должен быть учтен в моделях.

Безусловно, другим важнейшим свойством рынка, которое должно быть учтено при моделировании переходных экономик, является его автопрогресс, связанный с автоматическим перетоком собственности от неэффективных к эффективным оценщикам.

Мы не располагаем на сегодня экономико-математическими моделями, отражающими два отмеченных нами фундаментальных свойства рынка.

Известным и опробованным формализованным способом определения рыночной стоимости объектов произвольной природы (товаров и услуг) является их оценка независимыми профессиональными оценщиками.

Характерно, что улучшение и оптимизация оценок рыночной стоимости развивается полностью аналогично обработке измерений в естественных науках – от элементарных усреднений через «взвешивание» результатов к стихийной регуляризации решений с учетом всей полноты априорной информации.

Здесь же для нас важно еще раз зафиксировать, что независимые профессиональные оценщики, основной задачей которых является априорное предсказание в любой фиксированный момент времени рыночной стоимости любого объекта, явно или неявно моделируют работу рынка обыкновенным или взвешенным усреднением по уже состоявшимся сделкам. И работоспособность этой модели, ее соответствие реальной работе рынка проверена множеством оценщиков множеством раз.

Ставя во главу угла категорию «рыночная стоимость» и методологию измерения рыночной стоимости экспертами-оценщиками, мы отождествляем хозяйственный механизм рынка как такового с взаимодействием статистической совокупности оценщиков, существенно расширяя в целях настоящей работы само понятие «оценщик». При таком понимании рынка в качестве оценщика может рассматриваться любой агент, любой участник обменных операций на рынке, любой предприниматель, который на основании интуитивных или явно выполненных оценок рыночной стоимости предпринимает и осуществляет некоторые действия со своим капиталом, результатом которых будут его изменения, прямо зависящие от точности оценки.

В терминологическом плане представление рынка как механизма реализации обменных операций стоимостями предполагает использование (везде, где это не вызывает противоречий) таких отождествляемых нами понятий, как «оценщик», «агент», «предприниматель», «участник рынка», под которыми понимается в основной массе малое предприятие.

В русле такого понимания решения современных проблем методологии исследований рынка в настоящей статье принята попытка, главным образом, развития математического инструментария анализа рыночных стоимостей, положенных в основу вероятностной модели рынка. Для полноты картины кратко излагается и общая логика построения этой модели. Следует подчеркнуть, что целью разработки модели были вовсе не конкретные расчеты эффективности неких реальных проектов. Ее изначальное предназначение заключалось в исследовании движущих мотивов поведения рынка, в возможностях анализа и оценки эффективности («прогрессивности») законодательных норм и правил его регулирования.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РЫНОЧНОЙ ОЦЕНКИ ОБЪЕКТА СОБСТВЕННОСТИ

Под прогрессом экономической системы нами понимается монотонный, в среднем, рост накопленной собственности, включая ее вещную, информационную и энергетическую формы, которые и определяют «живучесть» системы.

В таком понимании прогресса экономики его базовым условием является рост вероятности выживания ее субъектов путем накопления вещей, информации и энергии, то есть с помощью «инстинкта частной собственности».

Далее, мы полагаем, что общая оптимизация индивидуальных накоплений осуществляется через специализацию и рыночный обмен, а оптимальному эквивалентному обмену соответствуют точные рыночные стоимости. И наоборот: ошибки измерения рыночных стоимостей приводят к отклонениям от оптимального обмена, неоптимальному распределению ресурсов и в этом смысле могут служить мерой эффективности экономической системы.

Непосредственно в качестве экспериментально проверенной модели измерения рыночных стоимостей нами используются базовые модели и алгоритмы, принятые независимыми профессиональными оценщиками [13].

Разумеется, у самих оценщиков есть разные мнения о нюансах измерения рыночных стоимостей. Бесспорным фактом является норма российского федерального закона [1], которая констатирует: «Под рыночной

<sup>3</sup> О свойствах и особенностях стационарных и нестационарных макроэкономических систем см. в работе [8].

стоимостью понимается наиболее вероятная цена, за которую объект ... может быть продан на открытом рынке...». Пропущенные дополнительные слова, замеченные многоточием, в содержательном плане означают независимость продавцов и покупателей, ограниченность ошибок их индивидуальных оценок и т.д.

И действительно, издавна существует профессия независимых профессиональных оценщиков, которые отвечают на вопрос: какова рыночная стоимость этого объекта? Разумеется, нельзя утверждать, что оценщики располагают безупречно точной, объективной формулой исчисления рыночных стоимостей. Но можно и нужно зафиксировать, что никто иной не имеет столь же мощной экспериментальной проверки измерений рыночных стоимостей, как оценщики. И в этом смысле модель измерения рыночных стоимостей реальными рынками, используемую оценщиками, следует рассматривать как наилучшую из имеющихся<sup>4</sup>.

Так же, как и экспериментаторы в других областях, оценщики начали с параметризации  $\varphi$  по  $x, y, t$ , используя, например, квадратично радиально падающие функции, экспоненты и т.д.

В линейном или линеаризованном варианте такая параметризация дает приближение:

$$c_0 * \bar{I} + K * \bar{\varphi} + \bar{\psi} + \bar{\xi} = \bar{f}, \quad (1)$$

где:

$c_0$  – искомая рыночная стоимость оцениваемого объекта;

$\bar{f}$  – цены реальных сделок по объектам, аналогичным оцениваемому;

$\bar{I}$  – вектор, все элементы которого равны единице;

$\bar{\xi}$  – неустраняемые ошибки оценивания рыночной стоимости, которые почти всегда предполагаются некоррелированными нормально распределенными;

$K$  – матрица, отражающая установленные из общих соображений или в результате линеаризации зависимости результатов сделок от места, времени и обстоятельств. Например, для часто применяемой в оценках

<sup>4</sup> В частности, например, простейшая задача оценивания рыночной стоимости 1 кв. м площади квартиры в городе, удаленной от его центра на координаты  $x_0, y_0$ , в момент времени  $t_0$  может быть записана в виде:

$$\varphi = (x_i, y_i, t_i, \gamma) + \xi_i = f_i;$$

$$\varphi = (x_0, y_0, t_0, \gamma) = c_0,$$

где  $i$  – номер сделки, принадлежащий вполне конечному счетному множеству  $I$ ;

$\varphi$  – некоторая функция, отражающая известную из теоретических и экспериментальных соображений связь между ценой сделки и вышеперечисленными параметрами места  $x_i, y_i$ , времени  $t_i$  и

рядом других возможных существенных обстоятельств  $\gamma$ , например, с этажностью квартиры, ее планировкой, качеством используемых при строительстве дома материалов (кирпич, панель, монолит и т.д.), удобством городского транспорта и т.д.;

$f_i$  – цены реальных сделок для квартир-аналогов с координатами  $x_i, y_i$ , выполненных в момент времени  $t_i$ ;

$\xi_i$  – ошибки оценивания;

$c_0$  – рыночная стоимость искомого объекта. Строго говоря, это задача интерполяции многомерной случайной функции, измеренной с ошибками на одной (нерегулярной) системе точек, на другую систему точек.

радиальной зависимости рыночной стоимости объекта недвижимости от центра города соответствующий столбец матрицы  $K$  будет состоять из элементов:

$$(\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2)^{-1} - (\bar{x}_0^2 + \bar{y}_0^2)^{-1};$$

$\bar{\varphi}$  – вектор подгоночных параметров, конкретизирующий общую закономерность для сделок с аналогами данного объекта;

$K * \bar{\varphi}$  – параметризованная часть цены, учитывающая отклонение цены аналога от цены искомого объекта;

$\bar{\psi}$  – остаточная непараметризованная, но закономерная часть отклонения цены объекта от искомого.

Учет вектора  $\bar{\psi}$  – задача изначально некорректная, поэтому, как правило, его просто приравнивают нулю и задача сводится к виду:

$$\hat{K} * \hat{\varphi} + \bar{\xi} = \bar{f},$$

где блочный вектор  $\hat{\varphi}$  имеет вид  $\hat{\varphi} = c_0 / \bar{\varphi}$ , а матрица  $\hat{K}$  образована из матрицы  $K$  добавлением слева единичного вектора  $\bar{I}$ .

Решение  $\hat{\varphi}_R$ , включающее оценку  $c_R$  рыночной стоимости  $c_0$ , можно найти, используя методы наименьших квадратов, или линейной регрессии, или другим, им подобным методом, в виде:

$$\hat{\varphi}_R = (\hat{K}^T * \hat{K})^{\theta} * \hat{K}^T * \bar{f}, \quad (2)$$

где  $\theta$  – символ обобщенного обращения матриц, которое при качественной параметризации аналогов и достаточном объеме сделок тождественно обычному обращению.

Собственно, интересующая нас оценка  $c_R$  получается из (2) умножением слева на вектор  $\bar{I}_1^T = (1, 0, \dots, 0)$  размерности  $N$ :

$$c_R = \bar{I}_1^T * (\hat{K}^T * \hat{K})^{\theta} * \hat{K}^T * \bar{f}. \quad (3)$$

Некорректные задачи учета  $\bar{\psi}$  и  $\bar{\varphi}$  рассматриваются нами как переход от «аналогичных объектов» к тождественным.

Тогда простейшая модель измерения стоимости рынком предполагает  $N$  равновесных и равноошибочных участников (оценщиков), ошибки определения которыми рыночных стоимостей задаются  $N$ -мерным вектором  $\bar{\xi}$ . В этом приближении измерения рыночной стоимости товара рынком моделируются обычным усреднением

$$c_R = \frac{\bar{I}_1^T * \bar{f}}{\bar{I}_1^T * \bar{I}}, \quad (4)$$

где

$\bar{f} = c_0 * \bar{I} + \bar{\xi}$  – вектор оценок рыночной стоимости товара участниками рынка, а  $c_0$  – его рыночная стоимость;

$\bar{I}_1^T$  – транспонированный единичный вектор.

Общая погрешность измерения рыночной стоимости данным рынком из  $N$  участников будет равна

$$\Delta c = c_R - c_0 = \frac{\bar{I}^T * \bar{\xi}}{\bar{I}^T * \bar{I}} \quad (5)$$

Соответственно эффективность рынка в смысле выполнения главной функции может быть оценена функционалом от  $\bar{\xi}$ , например, дисперсией средней по рынку оценки стоимости товара

$$\Delta^2 = \langle (\frac{1}{N} * \bar{I}^T * \bar{\xi})^2 \rangle, \quad (6)$$

где

$\Delta^2$  – дисперсия,

$\langle \rangle$  – символ усреднения.

Используя вышеприведенные обозначения, нетрудно показать, что:

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= \frac{1}{N^2} \langle \bar{I}^T * \bar{\xi} * \bar{\xi}^T * \bar{I} \rangle = \frac{1}{N^2} \bar{I}^T * \langle \bar{\xi} * \bar{\xi}^T \rangle * \bar{I} = \\ &= \frac{1}{N^2} \bar{I}^T * Cov(\bar{\xi}) * \bar{I}, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$Cov \bar{\xi}$  – ковариационная матрица случайного вектора  $\bar{\xi}$ , то есть матрица с элементами  $\langle \xi_i * \xi_j \rangle$ , где  $i$  и  $j$  – номера оценщиков.

Для диагонального  $Cov \bar{\xi}$  формула (7) дает хорошо известный как в статистике, так и в экономике результат, определяющий рост эффективности оценивания с ростом  $N$  и катастрофическое влияние коррелированных оценок на точность при больших  $N$ .

В широком смысле получается, что в смешанных экономиках, где велико число  $N$  участников (малых предприятий) и они существенно преобладают над числом других, именно малые предприятия – основные поставщики апостериорной информации о рыночных стоимостях, то есть малые предприятия являются основой рынка, его статистической машины.

Государство в этом рынке рассматривается как крупный собственник, крупный субъект, участник процедуры оценивания рыночных стоимостей. Последовательное включение государства предполагает его регулизирующую роль с использованием всей имеющейся в его распоряжении априорной информации. В простейшем приближении все особенности смешанной экономики должны быть отражены в структуре  $Cov \bar{\xi}$ .

Государству в рамках предложенной техники и уровня приближения проще всего «отдать» часть вектора  $\bar{f}$ , то есть представить государство как совокупность из  $k < N$  участников, стопроцентно коррелированных между собой (можно показать, что это эквивалентно введению в модель одного собственника, контролирующего  $\alpha = k / N$  собственности системы).

Тогда начальная постановка модели (6-7) полностью сохраняется. Однако структура ковариационной матрицы  $Cov \bar{\xi}$  по сравнению с «чистым рынком» в связи с блочной структурой  $\bar{\xi}$  существенно изменится:

$$Cov \bar{\xi} = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 * \bar{I} * \bar{I}^T & (\sigma_s * \sigma_p * \beta * \bar{I}) * \bar{I}^T \\ \sigma_s * \sigma_p * \beta * \bar{I} * \bar{I}^T & \sigma_p^2 * E \end{bmatrix}, \quad (8)$$

где

$E = diag \bar{I}$  – диагональная единичная матрица;

$\sigma_s^2$  – дисперсия ошибок в оценках государственных предприятий;

$\sigma_p^2$  – дисперсия ошибок в оценках частных предприятий;

$\beta$  – коэффициент корреляции между частными и государственными предприятиями;

$k$  – число предприятий, принадлежащих государству.

Подставляя (8) в (6), получим:

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= \frac{k^2 * \sigma_s^2}{N^2} + \frac{2\sigma_s * \sigma_p * \beta * k * (N - k)}{N^2} + \\ &+ \sigma_p^2 * \frac{N - k}{N^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Максимальная эффективность системы достигается при  $\beta = 0$ . Тогда формулировки совпадают, и (9) преобразуется с точностью до замены параметров к виду

$$\Delta^2 = \sigma_p^2 * [x^2 + p * (1 - x)], \quad (10)$$

где

$x = \frac{k}{N}$  – доля собственности, принадлежащая государству;

$p = \frac{\sigma_p^2}{N * \sigma_s^2}$  – параметр относительной информированности рынка и государства.

Здесь следует заметить, что отношение (10) остается справедливым и в том случае, когда ошибка оценивания рыночной стоимости государством является чисто систематической с точностью до замены  $\sigma_s$  на  $\sigma_c$ .

Простейшая формула (10) уже допускает оценку оптимального соотношения частной и государственной собственности

$$x_{opt} = p/2. \quad (11)$$

Следующее из (9) утверждение о том, что оптимальное соотношение частной и государственной собственности зависит от соотношения ошибок представителей данных форм собственности в оценках ими состояния рынка, вполне согласуется как с практикой, так и со здравым смыслом.

Соотношение (9) можно использовать и обратным способом. Мировая практика позволяет оценить порядок хозяйственного участия государства в успешных (следовательно, близких к оптимуму) странах на уровне:

$$0,5 \geq x_{opt} \geq 0,3.$$

При оценке числа  $N$  мы склонны считать полноценными оценщиками владельцев фирм, то есть предпринимателей, вкладывающих в оценку свой капитал и, соответственно, теряющих или наращивающих его в зависимости от погрешностей оценивания всего комплекса обстоятельств, определяющих рыночную стоимость. Тогда  $N$  имеет порядок общего числа фирм, функционирующих в данной стране.

- Для США  $N \approx 30 * 10^6$  и  $x_{opt} \approx 0,3$ .

- Для Германии  $N \approx 10 * 10^6$  и  $x_{opt} \approx 0,5$ .

Учитывая, что  $\frac{\sigma_p}{\sigma_s} = \sqrt{N * 2 * x_{opt}}$ , получим с учетом меньших стран грубую оценку:

$$10^3 \leq \frac{\sigma_P}{\sigma_s} \leq 4 * 10^3. \quad (12)$$

Для анализа других ситуаций запишем в общем виде сводные ошибки оценивания рыночной стоимости товара соответственно оптимальной смешанной системы, чистым рынком и чистым государством:

$$\Delta^2(x_{opt}) = \sigma_s^2 * \left[ \left( \frac{p}{2} \right)^2 + p \left( 1 - \frac{p}{2} \right) \right] = \sigma_s^2 * \left( p - \frac{p^2}{4} \right); \quad (13)$$

$$\Delta^2(0) = \sigma_s^2 * (p); \quad (14)$$

$$\Delta^2(1) = \sigma_s^2 * (1). \quad (15)$$

Если предположить, что американская экономика функционирует в режиме, близком к оптимальному, то для нее, согласно (13-15), полная национализация, то есть переход в режим «чистое государство», ухудшает эффективность примерно в 3,5 раза.

Более существенно, что для экономики с такими параметрами, как у США, переход от оптимального состояния к чисто рыночному приводит, согласно тем же (13-15), к снижению эффективности всего на 8%. Заметим, что не слишком сильное различие в эффективности оптимальной смешанной и чисто рыночной экономики для стран такого типа, вероятно, и является скрытой причиной применения ими радикально либеральных экономических теорий.

Однако даже достаточно слабое изменение базовых условий, например, переход к экономике Германии, дает совсем другие оценки. Так, при  $x_{opt} \approx 0,5$  «чистый» рынок оказывается при сравнении с оптимальной смешанной экономикой столь же неэффективен, что и «чистое» государство:

$$\frac{\Delta^2(x_{opt})}{\Delta^2(0;1)} \approx 0,75. \quad (16)$$

Соотношения (15-18) свидетельствуют, что для стран такого типа чисто либеральные рецепты сомнительны, то есть они, как минимум, не являются универсальными.

Анализ также показывает, что при оптимальных долях госсобственности  $0,3 \leq x_{opt} \leq 0,5$ , что достаточно характерно для современного мирового хозяйства, эффективность чисто плановой экономики оказывается в 1,5-3 раза ниже оптимальной смешанной.

Возвращаясь к промежуточному соотношению (7), отметим еще раз уменьшение погрешности  $\Delta^2$ , а следовательно, рост эффективности с ростом числа  $N$  (фирм на рынке). Именно это обстоятельство, наряду с причинами социального и инновационного характера, определяет отношение к малому бизнесу во всех успешных странах. С некоторыми оговорками, исходя из (7-13), можно утверждать, что эффективность экономики страны пропорциональна числу функционирующих в ней малых предприятий.

## МОДЕЛИ АВТОПРОГРЕССА ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Важнейшее свойство рынка, как уже отмечалось, – его автопрогресс через механизм дискриминации не-

эффективных собственников. На интуитивном уровне понятно, что строить адекватную и практически применимую модель рынка путем попарного взаимодействия достаточно сложно.

В аналогичных по сложности ситуациях физики используют идею «самосогласования полей». Эта идея в применении к рынку с его функцией «естественной статистической машины» выглядит следующим образом.  $N$  участников (оценщиков), взаимодействуя между собой, образуют некое новое качество – «рынок», обладающий некоторыми известными свойствами, в частности, способностями формирования рыночной стоимости. Тогда, так же как и в физике, мы можем перейти от анализа попарных или групповых взаимодействий к анализу пары «оценщик – рынок» и на основе этого анализа, с одной стороны, проследить судьбу оценщика, а с другой, – уточнить статистические параметры рынка в статике и динамике.

Используем эту идею для построения простейшей модели рыночного перераспределения. Будем полагать, по аналогии с концепцией «самосогласования полей», что случайное взаимодействие участников приводит к формированию новой сущности, именуемой «рынок». Рынок как статистический ансамбль характеризуется средним значением  $C_0$  рыночной стоимости и погрешностью ее измерения  $\Delta C_R$ . В свою очередь,  $j$ -участник характеризуется своей индивидуальной оценкой рыночной стоимости  $C_j$  и погрешностью ее оценивания  $\Delta C_j = \xi_j$ .

Судьба  $j$ -участника при его взаимодействии с «полем» рынка зависит от соотношения погрешностей  $\Delta C_j$  и  $\Delta C_R$ . Если участник ошибается больше, чем рынок в среднем, то он будет терять капитал, и наоборот. Одновременно с таким перераспределением должны меняться и свойства всего ансамбля участников, то есть рынка. Тогда простейшая перераспределительная модель, отражающая это свойство рынка, это взаимодействие, может быть записана в виде:

$$\bar{A}_{i+1} = \bar{A}_i - \text{diag}(\bar{S}) * \bar{A}_i + \frac{\bar{A}_i^T * \bar{S}}{\bar{A}_i^T * \bar{I}} * \bar{A}_i, \quad (17)$$

где

$\bar{A}_i$  – вектор распределения капитала между участниками на  $i$ -цикле, второй член отражает ошибки участников, а третий – взвешенную среднюю ошибку рынка;

$\bar{S}$  – вектор средних квадратичных ошибок.

Смысл соотношения (17) достаточно очевиден. Здесь

$\bar{A}_{i+1}$  – новое распределение капитала по участникам после  $i$ -го экономического цикла.

$\bar{A}$  – стартовое распределение капитала на входе в  $i$ -й цикл.

Второй член суммы характеризует «плату» каждого участника за ошибки в оценивании рыночной стоимости: вполне естественно, что она в первом приближении пропорциональна ошибке  $S_j$  в цене и вложенному с этой ошибкой капиталу. Третий член отражает условие сохранения полного капитала системы:

$$\bar{A}_{i+1}^T * \bar{I} = \bar{A}_i^T * \bar{I}. \quad (18)$$

Несложно показать и то, что заданный перераспределительный механизм от цикла к циклу уменьшает

сумму среднеквадратичных ошибок оценок стоимостей (рынок прогрессирует):

$$\bar{A}_{i+1}^T * \bar{S} \leq \bar{A}_i^T * \bar{S}. \quad (19)$$

Следовательно, предложенный нами простейший перераспределительный механизм обеспечивает автотрегресс рынка в смысле уменьшения его ошибок оценивания рыночных стоимостей.

Далее естественно предположить, что повышение эффективности решения главной проблемы рынка – проблемы оценивания – должно как-то сказываться на росте его суммарного капитала. Простейший результат можно получить, используя предположение о подсистемном характере рассматриваемого нами рынка и его взаимодействии с другими подсистемами, например, ресурсными рынками, которые мы условно обозначим **A**-рынок и **B**-рынок.

Пусть на **A**-рынке действуют участники с распределением капитала  $\bar{A}_0$  и средними квадратичными ошибками оценивания рыночной стоимости товара  $\bar{S}_a$ . На **B**-рынке действуют участники с распределением капитала  $\bar{B}_0$  и средними квадратичными ошибками оценивания рыночной стоимости товара  $\bar{S}_b$ .

В момент времени  $t_0$  рынки объединяются и далее функционируют в рамках общей перераспределительной модели (17):

$$\bar{A}_{i+1} = \bar{A}_i - \text{diag}(\bar{S}_a) * \bar{A}_i + \frac{\bar{A}_i^T * \bar{S}_a + \bar{B}_i^T * \bar{S}_b}{\bar{A}_i^T * \bar{I} + \bar{B}_i^T * \bar{I}} * \bar{A}_i, \quad (20)$$

$$\bar{B}_{i+1} = \bar{B}_i - \text{diag}(\bar{S}_b) * \bar{B}_i + \frac{\bar{A}_i^T * \bar{S}_a + \bar{B}_i^T * \bar{S}_b}{\bar{A}_i^T * \bar{I} + \bar{B}_i^T * \bar{I}} * \bar{B}_i. \quad (21)$$

При этом, используя технику блочных матриц, возможен отдельный анализ судьбы **A**-рынка и **B**-рынка с учетом перекрестного взаимодействия.

Напомним, что исходная перераспределительная модель предполагала сохранение суммарного капитала для любого из замкнутых рынков **A** и **B**. Естественно, это условие сохраняется для суммарного капитала объединенного рынка **A + B**.

Но при этом между ними происходит перераспределение капиталов в зависимости от их суммарных средних ошибок оценивания.

Для примера рассмотрим судьбу **A**-рынка:

$$\begin{aligned} \bar{A}_{i+1}^T * \bar{I} &= \bar{A}_i^T * \bar{I} - \bar{S}_a^T * \bar{A}_i + \frac{\bar{A}_i^T * \bar{S}_a + \bar{B}_i^T * \bar{S}_b}{\bar{A}_i^T * \bar{I} + \bar{B}_i^T * \bar{I}} * \bar{A}_i^T * \bar{I} = \\ &= \bar{A}_i^T * \bar{I} + \frac{\bar{B}_i^T * \bar{S}_b * \bar{A}_i^T * \bar{I} - \bar{A}_i^T * \bar{S}_a * \bar{B}_i^T * \bar{I}}{\bar{A}_i^T * \bar{I} + \bar{B}_i^T * \bar{I}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Нетрудно заметить, что при

$$\bar{B}_i^T * \bar{S}_b * \bar{A}_i^T * \bar{I} < \bar{A}_i^T * \bar{S}_a * \bar{B}_i^T * \bar{I},$$

то есть при больших средневзвешенных ошибках оценок

$$\frac{\bar{B}_i^T * \bar{S}_b}{\bar{B}_i^T * \bar{I}} < \frac{\bar{A}_i^T * \bar{S}_a}{\bar{A}_i^T * \bar{I}},$$

таким образом, **A**-рынок теряет свой суммарный капитал.

В моделях важен реальный уровень погрешностей оценивания. Отдельные результаты дублированных оценок рыночной стоимости идентичных объектов недвижимости представлены автору российскими оценщиками и риэлторами. Для Москвы и Московской

области порядок разбросов этих результатов составляет 10% и 30% соответственно.

Нам неизвестны систематизированные исследования в этой области. Тем не менее, автор располагает тремя источниками, позволяющими оценить реальные погрешности, как минимум, для унифицированного товара типа недвижимости. Прежде всего, это расхождение оценок независимых профессиональных оценщиков по тождественным объектам в судах стационарных стран. В частных беседах с автором высшие должностные судебные лица Сиднея, Парижа и Нью-Йорка дали оценки случайных расхождений на уровне 10-15% и, безусловно, подозрительные на заказной характер, оценки при уровне расхождений 50%. Достаточные для данного исследования экспериментальные результаты можно получить на основании сопоставления оценок, выполненных наилучшими профессиональными оценщиками будущей рыночной стоимости акций. В табл. 1 представлен типичный пример результатов оценивания стоимости акций регулярно торгуемых российских бизнесов ведущими зарубежными и российскими оценочно-консалтинговыми структурами. Собраны докризисные прогнозные оценки на год вперед. Достаточно очевидно, что дисперсия разброса этих оценок будут оценками снизу реальных дисперсий оценивания, так как в лучшем случае (в отсутствие коррелированных смещений) реальные стоимости акций через год будут близки к средним значениям прогнозов всех дееспособных оценочных фирм.

Анализ результатов, представленных в таблице, показывает, что избранный нами в основных моделях отношений уровень относительных погрешностей (~10%) вполне соответствует российским результатам. Если учесть, что коэффициент вариации 10% характерен и для оценок европейской недвижимости, его использование в моделях является вполне оправданным.

Таблица 1

**РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНИВАНИЯ АКЦИЙ КОМПАНИИ «ВОЛГА ТЕЛЕКОМ» ВЕДУЩИМИ ЗАРУБЕЖНЫМИ И РОССИЙСКИМИ ОЦЕНОЧНО-КОНСАЛТИНГОВЫМИ СТРУКТУРАМИ (рыночная цена акции 6,2 долл.)**

Компани-оценщики	Цена, долл.	Рекомендация	Потенциал роста рыночных цен, %	Дата обновления
Алор-Инвест	5,20	Покупать	- 16,13	01.02.2007
Тройка Диалог	8,03	Покупать	29,52	31.01.2007
Файненшл Бридж ИК	6,16	Держать	- 0,65	23.03.2007
УРАЛСИБ ФК	7,00	Покупать	12,90	26.02.2007
Открытие БД	6,48	Держать	4,52	26.01.2007
Метрополь ИФК	7,07	Держать	14,03	14.02.2007
МДМ-Банк	6,31	Покупать	1,77	20.02.2007
КИТ Финанс Инвестиционный банк	3,77	Продавать	- 39,19	28.02.2007
ВЕЛЕС Капитал ИК	6,01	Покупать	- 3,06	06.03.2007
Банк Москвы	6,53	Держать	5,32	02.03.2007
Банк ЗЕНИТ	7,50	Покупать	20,97	28.03.2007
АТОН ИГ	6,59	Держать	6,29	22.03.2007
Альфа-Банк	8,10	Покупать	30,65	12.02.2007
UBS	7,10	Покупать	14,52	09.03.2007
Merrill Lynch	5,00	Покупать	- 19,35	14.02.2007
ING Group	5,65	Держать	- 8,87	05.02.2007

На рис. 1 воспроизведена ситуация «догоняющего присоединения» через 50 циклов рынка, разбитого на 10 подгрупп с погрешностями оценивания соответствующими российским (~10%) – к аналогичному. С некоторыми оговорками мы можем рассматривать эту модель как схему инерционного присоединения к Всемирной торговой организации. Результатом является уменьшение за 20 циклов внутреннего суммарного капитала примерно в три раза:

$$(\bar{A}_{20}^T * \bar{I}) \approx \frac{1}{3} (\bar{A}_0^T * \bar{I}).$$

Кардинально меняет ситуацию появление на присоединяющемся рынке групп инноваторов (10% от общего числа участников) с минимальными погрешностями оценивания (~2%), реально имеющих место в российских компаниях. При этом в полном соответствии с реальными данными мы предполагаем, что средняя и средневзвешенная ошибки системы с инноваторами ухудшилась примерно в два раза по сравнению с начальной (без инноваторов) (рис. 1).

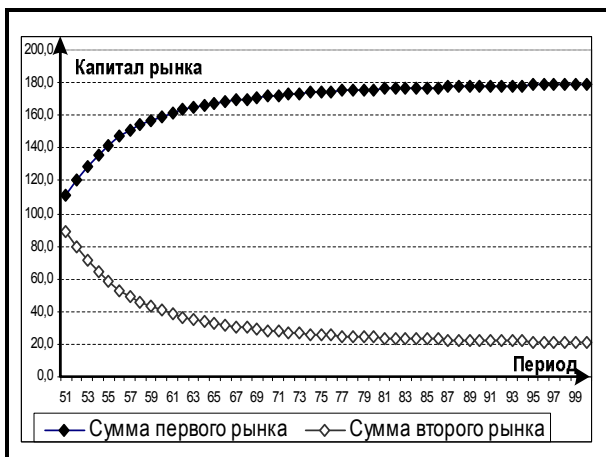


Рис. 1. Изменение суммарного капитала развитого (1-го) и догоняющего (2-го) рынков со сходными одинаковыми участниками после их объединения

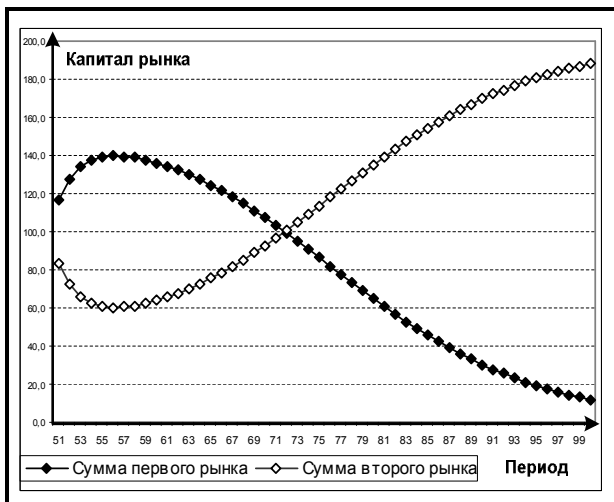


Рис. 2. Изменение суммарного капитала развитого (1-го) и догоняющего (2-го) рынков после их объединения с добавлением к развивающемуся рынку 10% инноваторов

Суммарный внутренний капитал такой подсистемы при объединении с «продвинутым» рынком убывает первые два-три цикла даже быстрее, чем в инерционном варианте, но уже через пять-восемь циклов ситуация выравнивается, и через 20-25 циклов ситуация не только восстанавливается, но и начинается подавление традиционного рынка рынком с участием инноваторов. Характерные результаты представлены рис. 2.

Наличие в этом распределении совсем плохих оценщиков с очень высокими погрешностями не имеет принципиального значения, так как они в кратчайшие сроки вымываются рынком; важно, чтобы были хотя бы в небольших количествах сверхсредние оценщики, которые через несколько циклов перераспределений обеспечивают прирост суммарного капитала догоняющей системы.

При этом модели показывают, что риски вложений в такие предприятия частным инвестором, не умеющим априори отличить «плохого» оценщика от «сверхсреднего», будут выше рисков вложений в средние стационарные предприятия. Это предопределяет необходимость государственной инновационной политики, основные элементы которой представлены ниже. С точки зрения предложенной модели инноваторы вносят в бизнес знания, то есть дополнительную информацию, уменьшающую, в конечном счете, через более точные оценки и суждения погрешности распределения ресурсов. А их успешное генерирование и развитие является единственным способом обеспечения «догоняющему» рынку в перспективе выгодного для себя «глобального» перераспределения капитала. Такой подход требует, как уже было сказано, узкого определения инновационной деятельности, опирающегося на научные, доказуемые, формализованные знания.

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для нахождения приближенного аналитического описания процесса перераспределения собственности запишем (17) в индексированной форме с учетом всегда возможной нормировки  $\bar{A}_0^T * \bar{I} = 1$ :

$$a_{j+1}(i) = a_j(i) - a_j(i) * S_j + \sum_{k=1}^N a_k(i) * S_k * a_j(i), \quad (23)$$

что для приращений эквивалентно:

$$\frac{\Delta a_j}{a_j} = \left( -S_j + \sum_{k=1}^N a_k(i) * S_k * a_j(i) \right) * \Delta i, \quad (24)$$

где  $j = \overline{1, N}$ .

Вычитая из  $N - 1$  уравнений (24) первое и переходя от приращений к дифференциалам, получим:

$$d \left( \ln \frac{a_j}{a_1} \right) = (S_1 - S_j) * di. \quad (25)$$

Откуда получим общее аналитическое решение системы:

$$a(i) = \text{const} * a_1(i) * e^{(S_1 - S_j) i} \quad (26)$$

или с учетом начальных условий



$$a_j(i) = \frac{a_j(0)}{a_i(0)} * a_i(i) * e^{(S_i - S_j) * i}, \quad (27)$$

что окончательно с учетом  $\bar{A}_i^T * \bar{I} = 1$  дает

$$a_j(i) = \frac{a_j(0) * e^{-S_j * i}}{\sum_{k=1}^N a_k(0) * e^{-S_k * i}}. \quad (28)$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что (28) является решением (23), удовлетворяет начальным условиям  $[\bar{A}(0)]_j = a_j(0)$  и условиям нормировки по суммарному капиталу, а также условию «прогресса», то есть  $(\bar{A}_i^T * \bar{S}) > (\bar{A}_{i+1}^T * \bar{S})$ . Полученное решение справедливо всюду, где справедлив переход от дискретного уравнения (17) к его непрерывному аналогу (23), то есть для больших  $i$  или малых  $\Delta a_j$ .

Сопоставление прямых расчетов (17) с аналитическим решением по (28) для модельного примера с погрешностями, заимствованными из реальных экспериментальных данных, отражающего наиболее сложную кривую перераспределения, показало хорошую работу аналитического приближения (28) по всем  $i$ .

Рассмотрим случай перераспределения для участников с произвольными случайными ошибками оценивания. Примененная нами замена реальной случайной ошибки  $\bar{\xi}$  оценивания рыночной стоимости на вектор средних квадратичных  $\bar{S}$  не является бесспорной прежде всего потому, что при такой замене теряется статистическая природа решения. Однако она не является и недопустимой, так как в практическом плане она, по сути, эквивалентна неизменности ошибки оценщиков в течение ряда экономических циклов и зависимости потерь и приобретений от модулей ошибок. То есть в рамках этого предположения мы неявно исходим из того, что и недооценка, и переоценка рыночной стоимости товара оценщиком в равной мере приводит к потерям. Тем не менее, построение модели, применимой и к иным ситуациям, представляется необходимым.

Пусть замена случайных ошибок  $\bar{\xi}$  на средние квадратичные  $\bar{S}$  не является правомерной. Для построения общих оценок воспользуемся полученным нами аналитическим решением (28) на шаге  $i \rightarrow i+1$ , где погрешности оценивания  $N$ -участников рынка задаются  $i$ -й реализацией некоего случайного вектора  $\bar{\xi}_i$ . Следует заметить, что переход от формулы (26) к формуле (28) не предполагал никаких ограничений на  $\bar{S}$ , следовательно, рассматривая  $\bar{A}_i$  как  $\bar{A}_0$  на входе в  $i+1$  цикл, мы получили приближенное решение для  $i+1$  перераспределения в виде:

$$a_j(i+1) = \frac{a_j(i) * e^{-\xi_j(i)}}{\sum_{k=1}^N a_k(i) * e^{-\xi_k(i)}},$$

где

$\xi_j(i)$  – погрешность оценивания  $j$ -м участником рынка на  $i$ -м шаге.

Спускаясь еще на один шаг  $i-1$ , получим:

$$a_j(i+1) = \frac{\frac{a_j(i-1) * e^{-\xi_j(i-1)}}{\sum_{e=1}^N a_e(i-1) * e^{-\xi_e(i-1)}} * e^{-\xi_j(i)}}{\frac{\sum_{k=1}^N a_k(i-1) * e^{-\xi_k(i-1)}}{\sum_{e=1}^N a_e(i-1) * e^{-\xi_e(i-1)}} * e^{-\xi_k(i)}} = \frac{a_j(i-1) * e^{-(\xi_j(i-1) + \xi_j(i))}}{\sum_{k=1}^N a_k(i-1) * e^{-(\xi_k(i-1) + \xi_k(i))}}.$$

Продолжая рекурсию до  $\bar{A}_0$ , получим:

$$a_j(i+1) = \frac{a_j(0) * e^{-\sum_0^{i+1} \xi_j(i)}}{\sum_{k=1}^N a_k(0) * e^{-\sum_0^{i+1} \xi_k(i)}}$$

или в матричной форме:

$$\bar{A}(i+1) = \frac{\text{diag}(\exp(-(\xi * \bar{I})) * \bar{A}(0))}{\bar{I}^T * \text{diag}(\exp(-(\xi * \bar{I})) * \bar{A}(0))}, \quad (29)$$

где  $\xi$  – матрица ошибок оценивания, то есть матрица, элементы которой  $\xi_{ki}$  равны ошибкам оценивания  $k$ -м участником на  $i$ -м шаге цикла.

Формула (29) вполне пригодна для аналитической работы. Однако с учетом принятого уровня приближений можно построить ее квадратичное по ошибкам приближение:

$$\bar{A}_{i+1} = \bar{A}_0 - (1 + \bar{I}^T * \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0) * [\text{diag}(\xi * \bar{I}) - \bar{I}^T * \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0 * E] * \bar{A}_0 \quad (30)$$

или

$$\bar{A}_{i+1} = \bar{A}_0 - \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0 + (\bar{I}^T * \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0) * \bar{A}_0 - (\bar{I}^T * \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0) * \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0 + (\bar{I}^T * \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0)^2 * \bar{A}_0. \quad (31)$$

Заметим, что вывод (28), (30), (31) предполагал предварительную нормировку  $\bar{A}_0^T * \bar{I} = 1$ . С учетом этого условия нетрудно убедиться, что все полученные соотношения строго сохраняют два важнейших для перераспределительной модели свойства:

$$\bar{A}_i^T * \bar{I} = \bar{A}_0^T * \bar{I}$$

и

$$\bar{A}_{i+1}^T * \bar{S} < \bar{A}_i^T * \bar{S}.$$

Так как ошибки  $\xi$  в общем случае могут содержать как систематическую, так и случайную составляющие,  $\bar{A}_i$ , начиная с  $i=1$ , является случайным вектором.

Прямая оценка статистических характеристик  $\bar{A}_i$  по (29-31) требует работы со случайными матрицами  $\xi$ , формирования четырехмерных аналогов ковариационных матриц, т.е. статистической техники, которая не является стандартной и общеупотребительной. Представляется целесообразным их матрично-векторное преобразование до моделей, аналогичных векторному представлению метода наименьших квадратов [4].

Техника матрично-векторных преобразований модели (29-31) с целью ее упрощения и более удобного применения представлена ниже.

## МАТРИЧНО-ВЕКТОРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РЕШЕНИЯ

В задачах поиска оптимальных методов оценивания, оптимального планирования нередко возникают матричные уравнения вида:

$$B(X) = Y, \quad (32)$$

где

$Y$  – известная матрица;

$B(X)$  – заданная матричная функция;

$X$  – некоторая неизвестная матрица.

Частным, но одним из самых распространенных случаев (32) является матричное уравнение вида:

$$A * X * B = Y. \quad (33)$$

Методы решения уравнений вида (33) подробно исследуются в литературе. Однако при их практической реализации часто целесообразно перейти от уравнения на матрицы (33) к уравнению на вектора, составленные из их элементов. Для этого прежде всего необходимо формализовать правила преобразования произвольной матрицы  $F$  в вектор  $\bar{f}$ , включающий все ее элементы. Ниже мы рассмотрим эти методы, несколько видоизменив выводы.

Переход от матрицы  $F(m * n)$  к вектору  $\bar{f}(m * n * 1)$  по правилу:

$$\bar{f} = \sum_{k=1}^m (E \otimes \bar{I}_k) F \bar{I}_k \quad (34)$$

назовем столбцовой разверткой матрицы  $F$ .

Здесь  $\bar{I}_k$  – вектор размера  $(n \times 1)$ ;

$\otimes$  – символ прямого произведения матриц.

Обратное преобразование вектора  $\bar{f}$  в матрицу  $F$  имеет вид:

$$F = \sum_{k=1}^n (E \otimes \bar{I}_k^T) \bar{f} * \bar{I}_k^T. \quad (35)$$

Для доказательства (35) подставим в него  $\bar{f}$  из (34)

$$\begin{aligned} F &= \sum_{k=1}^n (E \otimes \bar{I}_k^T) \sum_{l=1}^n (E \otimes \bar{I}_l) * F \bar{I}_l \bar{I}_k^T = \\ &= \sum_{k,l=1}^n (E \otimes \bar{I}_k^T) (E \otimes \bar{I}_l) F \bar{I}_l \bar{I}_k^T = \\ &= \sum_{k,l=1}^n (E \otimes \bar{I}_k^T \bar{I}_l) F \bar{I}_l \bar{I}_k^T = \sum_{k=1}^n F \bar{I}_k \bar{I}_k^T = F. \end{aligned}$$

Приведем пример столбцовой развертки.

$$\text{Пусть } F = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \bar{f} &= \sum_{k=1}^2 (E \otimes \bar{I}_k) * F * \bar{I}_k = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Если применить к матрицам  $X$  и  $Y$  преобразование (34), то уравнение (33) примет вид:

$$\begin{aligned} \sum_i (E \otimes \bar{I}_i) \sum_j (E \otimes \bar{I}_j) X (\bar{I}_k B \bar{I}_i) &= \bar{Y} \Rightarrow \\ \Rightarrow \sum_{i,j} (E \otimes \bar{I}_i) (A \otimes 1) (E \otimes \bar{I}_j) \bar{X} (B^T)_{ij} &= \bar{Y} \Rightarrow \\ (A \otimes \sum_{i,j} \bar{I}_i \bar{I}_j^T (B^T)_{ij}) \bar{X} &= \bar{Y} \Rightarrow (A \otimes B^T) \bar{X} = \bar{Y}. \end{aligned} \quad (36)$$

Из соображений симметрии для решения системы линейных уравнений (33) иногда целесообразно провести строчную развертку матрицы  $F$  по правилу:

$$\bar{f}_s = \sum_{k=1}^m (E \otimes \bar{I}_k) F^T \bar{I}_k, \quad (37)$$

где  $\bar{I}_k$  – вектор размера  $(m \times 1)$ .

Связь между строчной и столбцовой разверткой может быть получена из (35), (37):

$$\begin{aligned} \bar{f}_s &= \sum_{k=1}^m (E \otimes \bar{I}_k) \left( \sum_{l=1}^n (E \otimes \bar{I}_l) \bar{f} \bar{I}_l^T \right)^T \bar{I}_k = \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n (E \otimes \bar{I}_k) \bar{I}_l \bar{f}^T (E \otimes \bar{I}_l) \bar{I}_k = \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n (\bar{I}_l \otimes \bar{I}_k) \bar{f}^T (\bar{I}_k \otimes \bar{I}_l) = \\ &= \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n (\bar{I}_l \otimes \bar{I}_k) (\bar{I}_k \otimes \bar{I}_l) \bar{f}^T = L_s * \bar{f}. \end{aligned}$$

При строчной развертке матриц  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  соотношение (36) преобразуется к виду:

$$(B \otimes A^T) \bar{X}_s = \bar{Y}_s.$$

Предложенная техника матрично-векторных преобразований позволяет получить более удобные формы перераспределительных моделей:

$$\xi * \bar{I} = (\bar{I}^T \otimes E) * \bar{\Psi},$$

где  $\bar{\Psi}^T = [\bar{\xi}_1^T, \bar{\xi}_2^T, \dots, \bar{\xi}_m^T]$ .

Тогда

$$\bar{I}^T * \text{diag}(\xi * \bar{I}) * \bar{A}_0 = \bar{A}_0^T * \xi * \bar{I} = (\bar{I}^T \otimes \bar{A}_0) * \bar{\Psi}.$$

Для математического ожидания  $M[\bar{\psi}] = 0$  получим:

$$\begin{aligned} M[\bar{A}_{i+1}] &= \bar{A}_0 - \text{diag}(\bar{A}_0) * (\bar{I}^T \otimes E) * M[\bar{\psi} \bar{\psi}^T] * \\ &* (\bar{I} \otimes E) * \bar{A}_0 + (\bar{I}^T \otimes \bar{A}^T) * M[\bar{\psi} \bar{\psi}^T] * (\bar{I} \otimes \bar{A}_0) * \bar{A}_0 = \\ &= \bar{A}_0 - \text{diag}(\bar{A}_0) (\bar{I}^T \otimes E) * V_{\Psi} (\bar{E} \otimes E) * \bar{A}_0 + \\ &+ (\bar{I}^T \otimes \bar{A}^T) * V_{\Psi} (\bar{I} \otimes \bar{A}) * \bar{A}_0, \end{aligned} \quad (38)$$

где  $V_{\Psi}$  – ковариационная матрица вектора  $\bar{\psi}$ .

Дальнейшее упрощение решения предполагает использование структуры матрицы  $V_{\Psi}$ , то есть знание характеристик последовательности случайных векторов  $\bar{\xi}_i$ . Наиболее простым и одновременно наиболее интересным в плане оценки пограничных свойств решения является частный случай некоррелированных по индексу  $i, i+1$  погрешностей, то есть:

$$M[\bar{\xi}_i * \bar{\xi}_k^T] = 0 \text{ для } i \neq k$$

и

$$M[\bar{\xi}_i * \bar{\xi}_k^T] = V_{\xi} \text{ при } i = k.$$

Для этого частного случая  $V_{\Psi} = (E \otimes V_{\xi})$ .

Тогда (38) преобразуется к виду:

$$M[\bar{A}_{i+1}] = \bar{A}_0 - \text{diag}(\bar{A}_0) * (\bar{I}^T * E * \bar{I}) \otimes (V_\xi)^* \bar{A}_0 + (\bar{I}^T * E * \bar{I}) \otimes (\bar{A}_0^T V_\xi^* \bar{A}_0)^* \bar{A}_0 = \bar{A}_0 - i * \text{diag}(\bar{A}_0)^* * V_\xi^* \bar{A}_0 + i(\bar{A}_0^T * V_\xi^* \bar{A}_0)^* \bar{A}_0.$$

Для того чтобы подчеркнуть универсальность полученного результата, заметим, что он воспроизводится для любых  $V_\Psi$ , представимых в виде:

$$V_\Psi = \sum_i (V_\xi^i(i) \otimes V_\xi) \quad (39)$$

с точностью до замены коэффициента  $i$  на параметр  $t(i)$

$$M[\bar{A}_{i+1}] = \bar{A}_0 - t(i)\text{diag}(\bar{A}_0)^* V_\xi \bar{A}_0 + t(i)^* (\bar{A}_0^T * V_\xi^* \bar{A}_0) \text{diag}(\bar{S}^2)^* \bar{A}_0. \quad (40)$$

В частности, для случая

$$\bar{\xi}_{i+1} = \alpha * \bar{\xi}_i + \beta * \bar{n}_i + \gamma * \bar{\Delta}, \quad (41)$$

где

$\bar{\xi}_i$  – составляющая  $i$ -ошибки, ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ), частично воспроизводимая в  $i+1$  цикле;

$\bar{n}_i$  – некоррелированный с  $\bar{\xi}_i$  и  $\bar{n}_k$  случайный вектор;

$\bar{\Delta}$  – систематическая ошибка, полностью воспроизводимая во всех циклах.

Учитывая, что ошибки, ковариационные матрицы которых принципиально не представимы в форме (39), никогда не используются на практике, полученное нами соотношение (40) означает универсальность ранее рассмотренных приближений (17) с точностью до замены дисперсий ошибок измерений рыночной стоимости товара, некоторыми эффективными дисперсиями, конкретный вид которых зависит от конкретного типа принятой нами зависимости от ошибок оценивания. В этом плане модель (41) представляется достаточной для описания любых реалистичных ситуаций.

Тем самым для наиболее интересных вариантов случайных ошибок ансамбля участников рынка мы показали, что с точностью до замены реальных среднеквадратических отклонений ошибок на некоторые эффективные ошибки правомерно использование простой перераспределительной модели (17) для описания динамики системы.

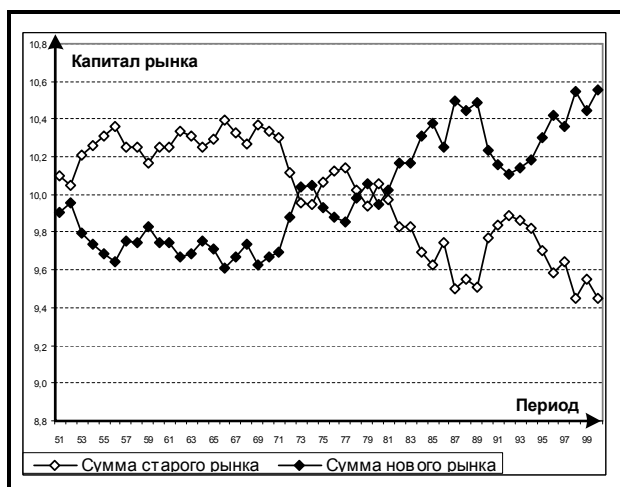


Рис. 3. Перераспределение капиталов при случайных ошибках оценивания

На рис. 3 представлены результаты численного моделирования перераспределительного процесса для статистического ансамбля участников рынка, разбитых на две группы, условно названных «старый рынок» и «новый рынок». Ошибки оценивания имеют положительную систематическую составляющую, в среднем, вдвое большую – для «нового» рынка – и средние квадратичные отклонения на уровне 1/2 от систематических составляющих. К «новому» рынку добавлены 0,5% участников (инноваторов) с наименьшими – среди полного ансамбля участников – ошибками оценивания.

Предложенная модель позволяет проанализировать причины нынешнего «великого кризиса». С точки зрения модели, это кризис измерения рыночных стоимостей с помощью виртуальных рынков.

Базовая идея виртуальных рынков – в ускорении «прогресса». «Смена индексов»  $i \Rightarrow i+1$  в реальном рынке  $\bar{A}$  – процесс медленный и мучительный. Для ускорения он дополняется виртуальным рынком  $\bar{B}$ , скроенным из «виртуальных  $m$ -долек»  $\bar{A}$  по принципу:

$$\bar{B} = \frac{1}{m} (\bar{I} \otimes E)^* \bar{A}.$$

В пределах одного цикла  $i \Rightarrow i+1$  на виртуальном рынке  $\bar{B}$  может быть выполнено в сотни и тысячи раз больше обменных операций  $\theta \rightarrow \theta+1$ , аналогичных реальным. Проблема возникает из-за коррелированности ошибок оценивания участниками  $\bar{B}$ -рынка, которые, безусловно, ориентируются в своих суждениях и действиях на  $\Delta \bar{A}_{i+1} = \bar{A}_{i+1} - \bar{A}_i$ .

Качественно это означает, что  $B$ -участники могут воспринимать случайные колебания (например, 67-69 или 89-92 шага на рис. 3) как закономерность и «стократно» усиливать между 67-69 или 89-92 циклами абсолютно «регрессивные» тенденции.

Во избежание такой турбулентности («разбалтывания») рынка, безусловно, необходимы законодательные ограничения как на масштабы  $B$ -рынка, так и на его взаимодействие с реальным  $\bar{A}$ -рынком, что приведенная модель и позволяет выполнить в числах.

### СИСТЕМА ГОСУДАРСТВЕННЫХ, ЧАСТНЫХ И СМЕШАННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Описание системы может быть представлено в виде блочного вектора, включающего ошибки оценивания государственными  $\bar{\varphi}_1$ , смешанными  $\bar{\varphi}_2$  и частными  $\bar{\varphi}_3$  субъектами рынка:

$$\bar{\xi} = \bar{\Psi} = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1 \\ \bar{\varphi}_2 \\ \bar{\varphi}_3 \end{bmatrix},$$

где

$k, l, m$  – размерности  $\bar{\varphi}_1, \bar{\varphi}_2, \bar{\varphi}_3$  соответственно,

$$k + l + m = N;$$

$$\bar{\varphi}_1 = n * \bar{I}_k;$$

$$\bar{\varphi}_2 = n * \bar{I}_l * (1 - \alpha) + \bar{\xi}_i * \alpha;$$

$$\bar{\varphi}_3 = \bar{\xi}_m;$$

$$\langle n^2 \rangle = \sigma_n^2;$$

$$\langle \bar{\xi}_l * \bar{\xi}_l^T \rangle = \sigma_\xi^2 * E_l;$$

$$\langle \bar{\xi}_m * \bar{\xi}_m^T \rangle = \sigma_\xi^2 * E_m;$$

$$\langle n * \bar{\xi}_l^T \rangle = \sigma_n * \sigma_\xi * \beta * \bar{l}_l^T.$$

Здесь

$1 - \alpha$  – доля государства в смешанных субъектах рынка;

$n$  и  $\sigma_n^2$  – ошибка оценивания государственного субъекта рынка и ее дисперсия;

$\beta$  – коэффициент корреляции между ошибками оценивания частным и государственным субъектом рынка.

К приведенным условиям добавляются:

$$\langle n * \bar{\xi}_m^T \rangle = 0; \quad \langle \bar{\xi}_l * \bar{\xi}_m^T \rangle = 0,$$

то есть мы предполагаем независимость всех частных собственников друг от друга и от государства.

Эффективность системы, как и ранее, определяется погрешностью среднего значения оценки, которая, в соответствии с ранее изложенным, вычисляется через ковариационную матрицу  $Cov(\bar{\psi}) = \langle \bar{\psi} \bar{\psi}^T \rangle$  блочного

вектора  $\bar{\psi}$  нижеследующим образом:

$$\Delta = \frac{1}{N} * \bar{l}_N^T * \bar{\Psi};$$

$$\Phi = \Delta^2 = \frac{1}{N^2} * \bar{l}^T * \langle \bar{\psi} \bar{\psi}^T \rangle * \bar{l};$$

$$\bar{\Psi} * \bar{\Psi}^T = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1 \\ \bar{\varphi}_2 \\ \bar{\varphi}_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1^T * \bar{\varphi}_2^T * \bar{\varphi}_3^T \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_1^T & \bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_2^T & \bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_3^T \\ \bar{\varphi}_2 * \bar{\varphi}_1^T & \bar{\varphi}_2 * \bar{\varphi}_2^T & \bar{\varphi}_2 * \bar{\varphi}_3^T \\ \bar{\varphi}_3 * \bar{\varphi}_1^T & \bar{\varphi}_3 * \bar{\varphi}_2^T & \bar{\varphi}_3 * \bar{\varphi}_3^T \end{bmatrix}; \quad (42)$$

$$\bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_1^T = n^2 * \bar{l}_k * \bar{l}_k^T;$$

$$\bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_2^T = n^2 * \bar{l}_k * \bar{l}_l^T * (1 - \alpha) + 0;$$

$$\bar{\varphi}_1 * \bar{\varphi}_3^T = 0;$$

$$\bar{\varphi}_2 * \bar{\varphi}_1^T = n^2 * \bar{l}_l * \bar{l}_k^T;$$

$$\bar{\varphi}_2 * \bar{\varphi}_2^T = n^2 * (1 - \alpha)^2 * \bar{l}_l * \bar{l}_l^T + \alpha^2 * \xi^2 * E_l;$$

$$\bar{\varphi}_2 * \bar{\varphi}_3^T = 0;$$

$$\bar{\varphi}_3 * \bar{\varphi}_1^T = 0;$$

$$\bar{\varphi}_3 * \bar{\varphi}_2^T = 0;$$

$$\bar{\varphi}_3 * \bar{\varphi}_3^T = \xi^2 * E_m;$$

$$\langle \bar{\psi} * \bar{\psi}^E \rangle = \begin{bmatrix} \sigma_n^2 * \bar{l}_k * \bar{l}_k^T & \sigma_n^2 * \bar{l}_k * \bar{l}_l^T * (1 - \alpha) & 0 \\ \sigma_n^2 * \bar{l}_l * \bar{l}_k^T * (1 - \alpha) & \sigma_n^2 * (1 - \alpha)^2 * \bar{l}_l * \bar{l}_l^T + \alpha^2 * \sigma_\xi^2 * E_l & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\xi^2 * E_m \end{bmatrix};$$

$$\Delta^2 = \sigma_n^2 * k^2 + 2 * \sigma_n^2 * k * l * (1 - \alpha) + \sigma_n^2 * (1 - \alpha)^2 * l^2 + \alpha^2 * \sigma_\xi^2 * l + \sigma_\xi^2 * m.$$

Как и ранее, полагаем:

$$k + l + m = N; \quad \frac{k}{N} = x; \quad \frac{l}{N} = y; \quad \frac{m}{N} = 1 - x - y;$$

$$\frac{\Phi}{\delta_n^2} = x^2 + 2 * x * y * (1 - \alpha) + y^2 * (1 - \alpha)^2 + y * 2 * p * \alpha^2 + 2 * p * (1 - x - y),$$

где

$$2 * p = \frac{\sigma_\xi^2 * 1}{\sigma_n^2 * N}.$$

Полученный результат  $\Phi$  позволяет оценить оптимальные – в смысле эффективности экономической системы – соотношения между частной и государственной собственностью, используя стандартные методы поиска экстремумов.

Производная

$$\Phi'_x = 2 * x + 2 * y * (1 - \alpha) + 2 * p * (-1). \quad (43)$$

$$\text{Из } \Phi'_x = 0 \text{ следует } x = p - y * (1 - \alpha). \quad (44)$$

Из

$$\Phi'_y = 2 * x * (1 - \alpha) + 2 * y * (1 - \alpha)^2 + 2 * p * \alpha^2 + 2 * p * (-1) = 0, \quad (45)$$

следует

$$x * (1 - \alpha) + y * (1 - \alpha)^2 - p * (1 - \alpha)^2 = (1 - \alpha) * [x + y * (1 - \alpha) - p * (1 - \alpha)] = 0, \quad (46)$$

что требует либо:

$$(1 - \alpha) = 0,$$

либо

$$x = p * (1 - \alpha) - y * (1 - \alpha). \quad (47)$$

Производная

$$\Phi'_\alpha = 2 * x * y * (-1) + 2 * y^2 * (1 - \alpha)^2 * (-1) + 2 * \alpha * y * 2 * p. \quad (48)$$

Из  $\Phi'_\alpha = 0$  получим

$$-x * y - y^2 + \alpha * y^2 + 2 * \alpha * y * p = 0; \quad (49)$$

$$y * (-x - y + \alpha * y + 2 * \alpha * p) = 0, \quad (50)$$

что выполняется либо при

$$y = 0, \quad (51)$$

либо при

$$-x - y + \alpha * y + 2 * \alpha * p = 0;$$

$$x = -y * (1 - \alpha) + 2 * \alpha * p. \quad (52)$$

Общие условия экстремума представлены комбинациями (43-52), которые в свою очередь дают два сливающихся решения:

$$x = p, \quad \alpha = 0, \quad y = 0;$$

$$x = p, \alpha = 1, y = 0,$$

так как при  $y = 0$   $\alpha$  не имеет значения (смешанная собственность отсутствует).

В отсутствие корреляций между частной и государственной собственностью мы получим случай оптимального соотношения, в котором нет места смешанной собственности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тем самым, исходя из изложенной выше формализации фундаментального свойства рынка как естественной статистической машины, мы получили аналитические результаты, которые позволяют сделать ряд важнейших выводов и проанализировать причины неудач российских реформ и, что еще более важно, осмыслить стратегические варианты их корректировки в законодательстве. Обобщение модели смешанных экономик с учетом неравномерного распределения собственности и ошибок оценивания, а также использование иных способов учета результирующих ошибок оценивания рыночных стоимостей – не меняет принципиально представленной картины. Сформулируем эти выводы.

1. На основании полученных результатов можно констатировать, что важнейшей задачей государства сегодня является уменьшение числа смешанных предприятий ( $y \rightarrow 0$ ).
2. В этих целях государство должно еще раз определиться, какие ценные хозяйствующие субъекты («1 000» предприятий) оно должно оставить за собой, в своей собственности. На этих предприятиях любым законным способом должно быть минимизировано влияние частной собственности. Среди остальных смешанных предприятий должна быть выделена группа, на акции которых есть платежеспособный спрос, с целью продажи их в кратчайшие сроки. Предприятия, не вошедшие в эту группу, к сожалению, будут достаточно долго находиться в смешанном состоянии. По отношению к ним должны быть предприняты специальные меры, исключающие или минимизирующие корреляцию между их совладельцами и государством. Это требует разработки для РФ особого законодательства об управлении государственными долями на смешанных предприятиях, а также совершенствования трастового и инсайдерского законодательства.
3. Учитывая, что проблема корреляций, согласно (42), актуальна не только для смешанных предприятий, можно утверждать, что в институциональном аспекте для РФ одной из главных задач является повсеместное проявление и прояснение отношений собственности, исключение из практики ее явного или скрытого перемешивания, которое служит основным источником корреляций в оценках и действиях субъектов рынка с катастрофическим снижением его эффективности.
4. Выполненные выше оценки позволяют также по-новому взглянуть на фундаментальную, системообразующую роль малого бизнеса. Принятые во всех динамично развивающихся странах меры по его поддержке обычно мотивируются относительной малозатратностью создания рабочих мест и их адаптивностью к изменяющимся требованиям рынка, интенсивным формированием среднего класса с вытекающей отсюда социальной стабилизацией общества, более эффективным освоением инноваций. Наш анализ в рамках представленных вероятностных моделей рынка показывает, что справедливо гораздо более жесткое утверждение о том, что малый бизнес – это и есть собственно рынок, поскольку нами аналитически доказано, что эффективность рыночной составляющей хозяйственной системы прямо пропорциональна количеству ее участников  $N$ . Это означает, что РФ для создания экономики, сопоставимой по эффективности с экономиками Японии, США, стран Евросоюза, необходимо располагать (самой или в рамках подобия общему рынку) сопоставимым количеством независимых хозяйствующих субъектов, то есть 10-15 млн малых предприятий.

Следовательно, ускоренное развитие малого бизнеса – это вторая важнейшая задача реформ в РФ с вытекающими отсюда выводами для законодательной и исполнительной власти.

Таким, образом, в целом, изложенные теоретические соображения и математический аппарат позволили проанализировать реальные смешанные экономики с участием государства. Не вызывает затруднений анализ с их помощью процессов приватизации и национализации, а также использование двухпартийного политического механизма для оптимизации таких экономических систем. В рамках приведенного в работе математического формализма  $\bar{A}$ -,  $\bar{B}$ -рынков может быть рассмотрена и смешанная реально-виртуальная экономика, хотя это и требует дальнейшего развития вероятностных перераспределительных моделей.

## Литература

1. Об оценочной деятельности в РФ [Электронный ресурс] : федер. закон от 29 июля 1998 г. №135-ФЗ (ред. от 24 июля 2007 г.). Доступ из справ.-правовой системы «КонсультантПлюс».
2. Витте С.Ю. Конспект лекций о народном и государственном хозяйстве, читанных Его императорскому высочеству великому князю Михаилу Александровичу в 1900-1902 годах [Текст] / С.Ю. Витте. – М. : Фонд экон. кн. «Начала», 1997.
3. Грачев И.Д. Законодательное обеспечение экономического прогресса : экономико-математические основы [Текст] / И.Д. Грачев. – Казань : КГУ, 2008.
4. Грачев И.Д.. Статистическая регуляризация при обработке эксперимента в прикладной спектроскопии [Текст] / И.Д. Грачев, М.Х. Салахов, И.С. Фишман. – Казань : КГУ, 1986.
5. Жеребин В.М. Феномен информации: еще одна попытка интерпретации [Текст] / В.М. Жеребин // Экономическая наука современной России. – 2007. – №2.
6. Зоидов К.Х. К проблеме исследования циклических процессов в советской и переходной российской экономике [Текст] : Ч. 1 / К.Х. Зоидов // Экономическая наука современной России. – 2007. – №4.
7. Зоидов К.Х. Уроки трансформации кризиса [Текст] / К.Х. Зоидов // Экономическая наука современной России. – 2005. – №4.
8. Лившиц В.Н., Лившиц С.В. Макроэкономические теории, реальные инвестиции и государственная российская экономическая политика [Текст] / В.Н. Лившиц, С.В. Лившиц. – М. : Изд-во ЛКИ, 2008.
9. Львов Д.С. Интеграционные процессы : научный аспект [Текст] / Д.С. Львов // Внешняя торговля. – 2000. – №4.
10. Маевский В.И. Макроэкономические аспекты теории эволюционной экономики [Текст] / В.И. Маевский // Эволюционный подход и проблемы переходной экономики : сб. – М. : ИЭ РАН, 1995.
11. Макаров В.Л. Эволюционная экономика: некоторые фрагменты теории [Текст] / В.Л. Макаров // Эволюционный подход и проблемы переходной экономики : сб. – М. : ИЭ РАН, 1995.
12. Макаров В.Л., Клейнер Г.Б. Микроэкономика знаний [Текст] / В.Л. Макаров, Г.Б. Клейнер. – М. : Экономика, 2007.
13. Микерин Г.И. Методологические основы оценки стоимости имущества [Текст] / Г.И. Микерин, В.Г. Гребенников, Е.И. Нейман. – М. : Интерреклама, 2003.
14. Панченков А.Н. Экономифизика [Текст] / А.Н. Панченков. – Казань : Поволжье, 2007.
15. Попков В.В., Берг Д.Б. Экономифизика и эволюционная экономика – перспективное направление исследований [Электронный ресурс] / В.В. Попков, Д.Б. Берг // Международный институт А. Богданова. – Режим доступа: <http://www.boginst.ru>.
16. Романовский М.Ю., Романовский Ю.М. Введение в экономифизику. Статистические и динамические модели [Текст] / М.Ю. Романовский, Ю.М. Романовский. – М. : ИКИ, 2007.
17. Смирнов А. Кредитный «пузырь» и перколяция финансового рынка [Текст] / А. Смирнов // Вопросы экономики. – 2008. – №10.

18. Смит В.Л. Экспериментальная экономика [Текст] / В.Л. Смит. – М.: Экономика, 2008.
19. Чернавский Д.С. О проблемах физической экономики [Текст] / Д.С. Чернавский, Н.И. Старков, А.В. Щербаков // Успехи физических наук. – Т. 172. – 2002. – №9.
20. Mantegna R.N., Stanley H.E. An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance [Text] / R.N. Mantegna, H.E. Stanley. – Cambridge University Press, 1999.

### Ключевые слова

Макроэкономика; рынок; методология оценки объектов собственности; автопрогресс экономической системы; ценовой механизм автопрогресса; законодательная база регулирования экономики.

*Грачёв Иван Дмитриевич*

### РЕЦЕНЗИЯ

Первой реакцией на кризис, поразивший финансовую систему США и принявший глобальный характер, было достаточно активное вмешательство государства в дела бизнеса, вплоть до национализации крупнейших системообразующих финансовых структур.

В научном аспекте сложившаяся в мировой экономике ситуация активизировала внимание ученых и специалистов не только к теоретическим основам антикризисного управления, но и к фундаментальным проблемам организации рыночной экономики. Под сомнение поставлен ее основополагающий принцип – свойство саморегулирования как наиболее оптимального способа управления экономикой, ее самоорганизующего начала. Дискуссия обострилась в вопросах соотношения частной инициативы и государственного регулирования, реальной и виртуальной экономик, законодательного обеспечения бизнеса в разных государствах, степени его общности и непротиворечивости законодательству других стран, в отношении ряда других возникших неопределенностей.

Проблемная область исследования И.Д. Грачёва, некоторые результаты которого представлены в рецензируемой статье, корреспондируя с перечисленными актуальными направлениями экономической теории, концентрируется на отечественной экономике, на ее сопоставлении с ведущими экономикami ряда других стран, на содержательной стороне федеральной законодательной базы ведения бизнеса.

Авторская концепция, направленная на позитивные изменения в экономическом климате в России, исходит из понимания рынка как хозяйственного механизма, снабженного своеобразной «статистической машиной», которая предоставляет массу информации об операциях с объектами собственности. В зависимости от восприятия этой информации всеми субъектами рынка, от ее адекватности, связанной с методологией и точностью ее измерения, по мнению автора, следует принимать меры экономического регулирования экономики и рынка. В авторском представлении в Российской Федерации в силу ряда особенностей трансформации ее переходной экономики реально существует проблема весьма существенных смещений оценок стоимостей бизнесов, собственности и других объектов рынка, что переводит бизнес в разряд неэффективных, влечет за собой несбалансированность государственного регулирования различных сегментов финансового рынка, прежде всего деривативных.

Автор, исходя из анализа общей картины глобального кризиса, обосновывает свое мнение, что резкий спад мировой экономики следует рассматривать как следствие существенной деформации системы измерения рыночных стоимостей недвижимости, бизнесов и других объектов рынка. Одним из наиболее значимых негативных результатов этой деформации стало нерациональное распределение и потребление финансовых и иных ресурсов.

Для повышения точности и степени адекватности измерения рыночной стоимости объектов собственности автор предлагает использовать теоретические положения экономифизики, в частности, математический аппарат нелинейной динамики и статистической физики.

По утверждению автора, у проблемы измерения эффективности экономического реформирования есть большое сходство с проблемами использования измерительной информации при решении некорректных задач обработки статистики научно-технических экспериментов. Сходство заключается в том, что игнорирование малых ошибок измерений влечет за собой сильную неустойчивость как технических, так и экономических систем.

Поскольку основной объект, подлежащий измерению в рыночной экономике, – это собственность, то от точности ее оценки, от достоверности статистики оценок и квалификации оценщиков (в их роли выступают все участники рынка, главным образом, малые предприятия – их на рынке должно быть больше всех) зависит эффективность хозяйственного механизма экономической системы, его основной функции: оптимально распределять ограниченные ресурсы – финансовые, материальные, трудовые.

Автор достаточно убедительно и подробно описывает как математический аппарат измерения обращающихся на рынке стоимостей, так и общую методологию исследования рыночной системы на его основе.

В заключение автор констатирует выводы по результатам своего исследования, анализирует их содержательную сторону применительно к усовершенствованию законодательных актов хозяйственной деятельности в РФ.

Считаю, что статья содержит элементы научной новизны и практической значимости. Рекомендую ее к публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

*Бендиков М.А., д.э.н., ведущий научный сотрудник Центрального экономико-математического института РАН*

## 3.4. METHODOLOGY OF A PROBABILISTIC ESTIMATION MARKET COSTS AS A FUNDAMENTALS OF RESEARCH AND REGULATION OF A MACROECONOMIC SYSTEM

I.D. Grachev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Member of National Advice of Russian Federation on Evaluation Activity, Deputy of State Duma of Russia

The conceptual approach to research of a macroeconomic system, in the basis which one a probabilistic market model and statistical toolkit of measurement addressed on it costs of objects of the property is esteemed. The toolkit is customized on minimization of a measuring error costs in the original supposition, that the measurement errors entail invalid displacement in estimations of the market and in measures of its regulation, thereby there are reasons for originating financial and economic crises. The tendered methodology allows to decide a problem of optimization of blended (transient) economical systems and their auto advance by crossflow costs (owing to exchange-market transactions) to more effective proprietors, that automatically reduces hazards of crisis developments. By barrier to originating become brave owe the norms of a federal legislation, the pithy base which one, as shown in the article, can form with usage of outcomes of the given research.

### literature

1. About evaluation activity in the Russian Federation [the Electronic resource]: feder. act from July, 29th, 1998 № 135-FA (ed. 24.07.2007). Access from refer.-legal system «Consultant-Plus».
2. Witte S.Ju The abstract of the lectures about national and state farm, read to His imperial wisochestvo to great prince to Michael Aleksandrovich in 1900-1902 years [Text] / S.Ju. Witte. – M. : Fund econ. book «Beginnings», 1997.
3. Grachev I.D. Legislative maintenance of economical advance: economic-mathematical fundamentals [Text]. – Kazan : KSU, 2008.
4. I.D. Grachev. A statistical regularization at processing of experiment in applied spectroscopy [Text] / I.D. Grachev, M.H. Salahov, I.S. Fishman. – Kazan : KSU, 1986.
5. V.M. Zherebin. A phenomenon of the information: still one attempt of interpretation [Text] / V.M. Zherebin // Economical science of modern Russia. – 2007. – №2.
6. K.C. Zoidov. Lessons of transformation of crisis [Text] / K.C. Zoidov // Economical science of modern Russia. – 2005.- №4.
7. K.C. Zoidov. To a problem of research of cyclical processes in the Soviet and transient Russian economics. A part 1 [Text] / K.C. Zoidov // Economical science of modern Russia. – 2007. – №4.

8. V.N. Livshiz, S.V. Livshiz. The macroeconomic theories, direct investments and state Russian economic policy / V.N. Livshiz, S.V. Livshiz.– M. : Publishing house LKI, 2008.
9. Lvov D.S. Integration processes: scientific aspect [Text] / D.S. Lvov // Foreign trade. – 2000. – № 4.
10. V.I. Maevsky. Macroeconomic aspects of the theory of developmental economics [Text] / V.I. Maevsky // In the accumulator cell «The Developmental approach and problems of transient economics ». – M.: IE RAS, 1995.
11. V.L. Mackarov. Evolutionary economy: some fragments of the theory [Text] / V.L. Mackarov // In the accumulator cell «The Developmental approach and problems of transient economics ». – M.: IE RAS, 1995.
12. V.L. Mackarov, G.B. Ckleyner. Microeconomics of knowledge [Text] / V.L. Mackarov, G.B. Ckleyner. – M. : Economics, 2007.
13. G.I. Mickerin. Methodological fundamentals of estimation of cost of property [Text] / G.I. Mickerin, V.G. Grebennikov, E.I. Neumann. – M. : Interreklama, 2003.
14. A.N. Pantchenkov. Econophysics [Text] / A.N. Pantchenkov – Kazan : Povolge, 2007.
15. V.V. Popkov, D.B. Berg. Econophysics and developmental economics – perspective direction of researches [Electronic resource] / V.V Popkov, D.B Berg // The international institute of A. Bogdanov. – Mode of access: <http://www.bogdinst.ru>.
16. M.U. Romanovsky, U.M. Romanovsky. The introducing in Econophysics. Statistical and dynamic models [Text] / M.U. Romanovsky, U.M. Romanovsky.- M. : IKI, 2007.
17. A. Smirnov. Credit «bladder» and perkolacja of the financial market // Problems of economics. – 2008. – №10.
18. V.L. Smith. Experimental economy [Text] / V.L.Smith.-: Economic, 2008.
19. D.S. Chernavsky. About problems of physical economics [Text] / D.S. Chernavsky, N.I. Starkov, A.B. Scherbakov // Successes of physical sciences. – T. 172. – 2002. – №9.
20. R.N. Mantegna, H.E. Stanley. An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance [Text] / R.N. Mantegna, H.E. Stanley // Cambridge University Press, 1999.

### Keywords

Macroeconomics; market; methodology of an estimation of objects of the property; auto advance of an economical system; price gear of auto advance; legislative base of regulation of economics.