3.2. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ КРЕДИТНЫХ ИНСТИТУТОВ

Грачёв И.Д., к.ф-м. н., член Национального совета РФ по оценочной деятельности, депутат Государственной Думы РФ

В настоящей статье выполнено комплексное исследование проблемы эффективного функционирования кредитных институтов, начиная от общего вероятностного представления о возможных типах рисков через динамические модели разного уровня сложности к конкретным оценкам возникающих ошибок. Рассмотрены причины первоочередного выбора именно данного сегмента рыночной системы; выделены различия в деятельности российских и зарубежных банков, которые в целом связаны с риском, с иным уровнем погрешностей оценивания рисков; проанализированы различные классификации рисков, их достоинства и недостатки с точки зрения возможностей организации управления рисками. Показана эффективность использования теории динамических систем при анализе финансовых потоков и в управлении банками. Рассмотрены линейные и нелинейные модели процесса кредитования; с целью сохранения общей логики изложения иногда воспроизводятся известные решения.

ВВЕДЕНИЕ

По мере построения общей статистической теории рынка нарабатываются методы и техника, применимые к решению ряда практических задач отдельных его сегментов. В настоящей статье рассматриваются вероятностные модели кредитных институтов.

Есть, по меньшей мере, три причины первоочередного подробного рассмотрения именно этого сегмента.

1. Товаром, с которым работают кредитные институты, являются деньги в их расширенном понимании. Следовательно, для кредитных институтов однотоварное приближение не вызывает серьезных оговорок.
2. В механизме перераспределения кредитные институты являются ключевым элементом. Следовательно, их масштабы и качество принципиально влияют на экономический прогресс.
3. В период разработки и продвижения ипотечного законодательства его разработчикам усиленно навязывали теоретические и законодательные решения, тождественные принятым в США, в частности, утверждение о возможности ослабить ограничения на размеры ипотечного кредита в соотношении с рыночной стоимостью объекта залога.

Сегодня ипотечный кризис США вылился в полномасштабный кризис кредитных институтов, и общие потери оцениваются в 2 600 млрд. долл. Интегральная причина – неверные оценки рисков. Нет особых сомнений в том, что в рамках американских законов использовали имеющиеся теоретические результаты. Они оказались неадекватными реальному миру. Требуется их серьезная доработка.

1. БАНКОВСКОЕ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАПИТАЛА

Одной из важнейших структур, практически реализующей две функции рыночной экономики, является банковская система. Выдача кредитов предприятиям относится к числу самых существенных и – исторически – первых банковских услуг. В то же время предоставление кредитов, то есть продажа кредитных ресурсов, – самый сложный вид банковской деятельности в смысле оценок ошибок и рисков.

Кредитные институты проникают в различных формах во все сферы хозяйственной жизни страны, обеспечивают трансформацию денежного капитала в ссудный, решают задачу перераспределения капитала, разрешают противоречие между необходимостью перехода капитала из одних отраслей производства в другие и закрепленностью производственного капитала в определенной форме, позволяют преодолевать ограниченность индивидуального капитала, т.е. по сути превращают рынок в однотоварную систему. В конечном итоге банковский кредит активно стимулирует развитие производительных сил, способствует расширению производства на основе достижений научно-технического прогресса, следовательно, оказывает существенное влияние на решение важнейшей задачи рынка – перераспределения ресурсов от «плохих» оценщиков к «хорошим». В современных условиях кредит может использоваться как средство регулирования рыночной экономики, прямо или косвенно влияя на перераспределительные процессы.

В целом кредитная система Российской Федерации постепенно трансформируется к функционированию на тех же принципах, что и в странах с развитой рыночной экономикой. На данный момент имеют место и существенные различия между функционированием кредитных отношений в нашей стране и в развитых странах. В отличие от РФ, в развитых странах составляют:

- краткосрочные кредиты (до года) – 30%;
- средние (семь лет) и долгосрочные (свыше семи лет) – более 50%.

При этом наибольшая сумма кредитов приходится на частный сектор (компании и личные хозяйства). По данным [5], он составил:

- 52% – в Италии;
- 78% – в Германии;
- 87% – в США;
- 88% – во Франции.

Банковским кредитом активно пользуется и население. Так, практически 70% американцев в возрасте от 25 до 34 лет широко используют потребительский кредит; 25% жителей США, имеющих возраст более 65 лет, также используют займы на потребительские нужды. Следует отметить, что при этом банки предъявляют высокие требования к уровню личного дохода заемщика, виду и стоимости залога, социальному статусу клиента. Для некоторых видов кредитов частным лицам в качестве гаранта может выступать государство, защищая интересы малоимущих граждан, создавая при этом условия более стабильного развития частного бизнеса и выступая гарантом ссуд, выдаваемых частными банками определенным категориям заемщиков.

В РФ в настоящее время структура кредитных вложений иная. Нерешенность проблемы оценки рисков кредитования и ответственности заемщиков ведут к тому, что кредиты в РФ в основном предоставляются на короткие сроки.

Необходимо отметить, что деятельность зарубежных банков, по сравнению с российскими, носит более разнообразный характер. Так, кредитование текущей деятельности предприятий осуществляется в различных формах:

- учет коммерческих векселей;
- кредитование нужд предприятий;
- кредитование экспортной и импортной деятельности;
- выдача кредитов, рефинансируемых в центральных банках.

Для кредитования частных лиц также существует ряд форм:

- выдача персональных кредитов;
- предоставление потребительских кредитов;
- выдача кредитов для жилищного строительства;
- многие банки осуществляют международные кредитные операции.

Большие различия наблюдаются и в способе формирования активов. Западные банки стараются обеспечить свои активы за счет собственных средств и привлечения средств населения и предприятий. К межбанковским кредитам они прибегают редко, обычно в период денежных кризисов, когда у многих банков наблюдается острая нехватка собственных ресурсов и им на помощь приходят более крупные банки, в том числе, и центральный банк, который рассматривается как банк последней инстанции, приходящий в пределах своих возможностей и прав на помощь нормально функционирующим банкам лишь в критической ситуации. При этом межбанковский кредит используется в максимально ограниченных объемах и, по возможности, на короткий срок (нередко на день). Для многих российских банков межбанковский кредит стал постоянным явлением. К нему очень часто прибегают мелкие и средние банки, у которых не хватает собственных ресурсов. Довольно охотно предоставляют им кредит крупные банки, благодаря наличию больших ресурсов, которые они могут предложить своим клиентам, особенно если у них ограниченная филиальная сеть. В больших размерах и на постоянной основе прибегает к кредитованию коммерческих банков центральный банк.

Безусловно, такие различия, отличающие деятельность зарубежных банков от российских, вызваны рядом не зависящих от банковской системы РФ обстоятельств, основными из которых являются следующие:

- переходные процессы к рыночной экономике;
- незавершенность формирования банковской системы;
- отсутствие или несовершенство некоторых основных законодательных актов, несоответствие между правовой базой и реально существующей ситуацией;
- отсутствие развитого рынка земли;
- сохранение достаточно высокого уровня инфляции;
- в отличие от Запада, у нас маленький рынок ценных бумаг, нет реальных инвестиционных банков, слабы страховые компании.

В целом различия связаны с риском, с иным уровнем погрешностей оценивания рисков [5]. С учетом вышеизложенных факторов риски кредитования в РФ существенно выше, чем в стационарных странах. Это обстоятельство важно отметить потому, что и для стационарных стран риски и ошибки могут стать большими.

Последствия неверных оценок рисков или отсутствия возможности противопоставить действенные меры могут быть самыми непредсказуемыми. Приведем несколько соответствующих примеров из практики западных банков.

В 1989 г. Британский Midland Bank потерял 116 млн. ф. ст. в результате ошибочного прогноза в отношении уровня ссудного процента по кредитам.

В феврале 1990 г. после неудачной попытки найти финансовую поддержку рухнул крупный американский банк Drexel Burnham Lambert, который доминировал на рынке так называемых сомнительных облигаций небольших и малоизвестных фирм, капиталовложения в акции которых были связаны с большим риском, но с повышенным дивидендом. Крах рынка в результате финансовых злоупотреблений привел к краху самого банка, а также поставил под угрозу существование целого ряда сберегательных банков, поместивших свои средства в эти акции под гарантии DBL.

В январе 1991 г. американский Bank of New England предупредил своих клиентов, что после списания невозвратных кредитов в 4-м квартале 1990 г. его потери составили 450 млн. долл. В последовавшей затем панике его клиенты изъяли со счетов более 1 млрд. долл., и банк обанкротился. Потребовалось вмешательство федерального правительства и оказание банку помощи в размере 2,3 млрд. долл., чтобы предотвратить цепную реакцию банковских крахов по стране. Банк сохранил свое существование, но полностью утратил независимость.

Сегодня мировая финансовая система переживает последствия вышеупомянутого кризиса американской ипотеки, который вызван неверными оценками рисков массового невозврата кредитов. Как отмечалось выше, прямые потери кредитных институтов оцениваются в 2 600 млрд. долл. Косвенные – для глобальной экономики – больше на порядок.

Во всех случаях риск должен быть определен и измерен. Теории и законы, принятые в стационарных странах, оказались не вполне адекватными, даже для самоприменения. Тем более они недостаточны для России с ее существенно более высокими рисками.

2. КЛАССИФИКАЦИИ РИСКОВ

Риском можно управлять, т.е. предпринимать действия, позволяющие в определенной степени прогнозировать наступление рискового события, и принимать меры к снижению степени риска. Эффективность оценок и организации управления рисками частично зависит от классификации. Имеется множество различных классификаций банковских рисков.

Различаясь положенными в их основу критериями, эти классификации роднит то, что все они однозначно полагают кредитный и процентный риски основными для банков.

На основе анализа известных классификаций, в работе [4] нами предложена достаточно подробная классификация по сфере действия рисков (внутренние, внешние, страховые), по составу клиентов (мелкие, средние, крупные), по степени (полные, умеренные, низкие), по времени (ретроспективные, текущие, перспективные), по характеру учета операций (балансовые, забалансовые), по возможности регулирования (открытые, закрытые). Далее, внутренние риски (т.е. связанные с деятельностью самого банка) разбиваются на группы, связанные с активами (кредитные, расчетные, лизинговые, факторинговые, кассовые и т.д.), связанные с пассивами (по вкладам, по межбанковским кредитам и т.д.), связанные с качеством управления банком (процентный риск, риск несбалансированной ликвидности, структуры капитала и т.д.), связанные с риском практической реализации финансовых услуг (операционные, технологические, бухгалтерские, административные, инновационные и т.д.).

Дальнейшее разбиение рассмотрим на примере последней группы.

- Операционные риски банка включают в себя риски увеличения стоимости услуг банка и возрастания текущих затрат (например, риски, связанные с неспособностью возмещать административно-хозяйственные расходы).
- К технологическим относятся риски сбоя технологии операций:
  - риски сбоя компьютерной системы;
  - потери документов из-за отсутствия хранилища и железных шкафов;
  - сбоя в системе ***SWIFT***;
  - ошибки в концепции системы;
  - несоизмеримые инвестиции;
  - стоимость потерянного или испорченного компьютерного оборудования;

- утрата или изменение системы электронного аудита или логического контроля;
- уязвимость системы;
- компьютерное мошенничество;
- уничтожение или исчезновение компьютерных данных.

- Риски безопасности состоят из рисков общей безопасности банка, внутренней и пожарной безопасности.
- Риски инноваций состоят из проектных рисков (риск уникальных проектов, внутрибанковский риск, рыночный или портфельный риск), селективного риска (риск неправильного выбора инноваций), временнóго риска (неправильное определение времени для инновации), рисков отсутствия необходимых средств, риска изменения законодательства в сторону отмены нового для банка вида деятельности.
- Стратегические риски – это риски неполучения запланированной прибыли в результате превышения допустимого риска, неправильного выбора и неверной оценки размера и степени риска, неверного решения банка (например, риск неоднократной пролонгации одной и той же ссуды), неверного определения сроков операций, отсутствия контроля за потерями банка, неверного финансирования потерь, неверного выбора способов регулирования рисков (например, получение гарантии юридического лица вместо оформления договора залога) и пр. Все они с определенных позиций характеризуют качество управления банком.
- Бухгалтерские риски включают в себя:
  - риски потери денег из-за неправильных или несвоевременных начислений;
  - ущерба репутации банка в глазах третьих лиц, а также риски мошенничества из-за большого количества неконтролируемых проводок,
  - легкого доступа к ведению бухгалтерии и ее упрощенной схемы.
- Административные риски обычно возникают в связи с утратой платежных и иных документов. Такие риски тесно связаны с рисками банковских злоупотреблений, которые вызваны валютной спекуляцией, спекуляцией ценными бумагами, регулированием объемов кредитов и процентных ставок с целью «нажима» на клиента, возможностью оказания воздействия на финансовое состояние своего клиента, нарушением кредитных и договорных отношений со стороны банка с преднамеренной целью, участием в сговоре, неверной экспертизой проектов и консультированием с умыслом кражи, растраты, обмана.

Приведенная классификация и элементы, положенные в ее основу, имеют целью не столько перечисление всех видов банковских рисков, сколько демонстрацию наличия определенной детализированной системы, позволяющей банкам не упускать отдельные разновидности при определении совокупного размера рисков в коммерческой и производственной сфере.

Характерная сравнительная оценка рисков при инвестировании в экономику различных стран (страновой риск) приведена на рис. 1. Данные получены (на начало 1997 г.) исследовательской группой журнала The Economist на основе 27 факторов (политическая стабильность, экономическая политика, рост валового внутреннего продукта и др.) по 82 странам мира, максимальный риск – 100%. Даже беглого взгляда на эту таблицу достаточно для понимания условности полученных интегральных процентов рисков, так как их буквальная интерпретация в смысле вероятности потери вложений означала бы полную невозможность инвестиций в страны выше Турции.

С точки зрения настоящей работы важно подчеркнуть то, что при сколь угодно подробных классификациях рисков, они будут содержать не только не управляемые, но и плохо контролируемые элементы.

В целом кредитный риск обусловлен возможностью возникновения одного из следующих событий:

- несвоевременного возвращения кредита;
- частичного возвращения кредита (в неполном объеме);
- полного невозврата кредита.

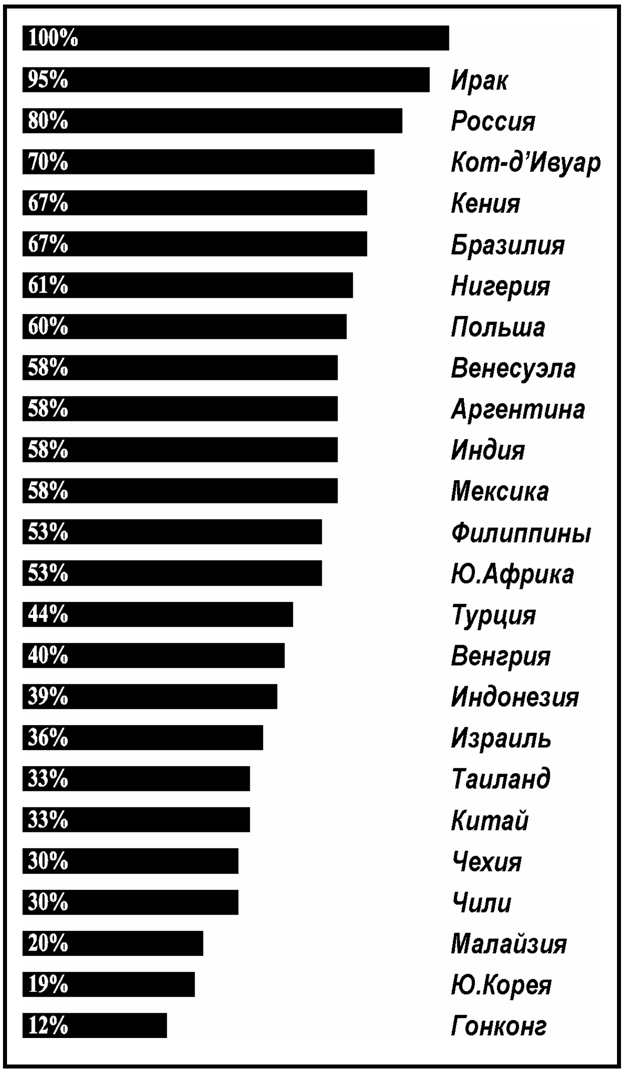

Рис. 1. Сравнительная оценка рисков при инвестировании в экономику стран

Для количественной оценки кредитных рисков используются вероятности наступления данных событий.

Как правило, кредит может быть выдан одновременно нескольким клиентам. По каждому из них существует риск невозврата. Наиболее просто задача решается в предположении, что клиенты действуют независимо друг от друга. При этом достаточно рассмотреть работу банка с одним клиентом. При данном предположении распространение полученных результатов на случай многих некоррелированных клиентов не составляет труда. Введенное предположение соответствует реальной стационарной практике, но требует далее отдельного анализа сильно коррелированных клиентов.

В качестве основного варианта будем рассматривать кредитование под залог. Залоговое имущество условно делят на твердое (фиксированное) и плавающее. К твердому залогу относят имущество, которое может быть передано как собственность кредиторам при невозможности заемщика оплатить свои обязательства. Передача залога всегда сопровождается издержками.

Чаще всего к твердому залогу относится ипотека, реже – дебиторская задолженность, стоимость акций, облигации и другие ценные бумаги на имущество. К плавающему залогу относятся прежде всего запасы товаров, материальных ценностей и готовая продукция. С точки зрения настоящей работы они различаются уровнем погрешностей оценивания рыночной стоимости залога и трансакционными издержками.

Для формирования показателей риска кредитования рассмотрим две стадии, через которые проходят выданные в кредит деньги для реализации того или иного проекта.

На первой стадии деньги выдаются с простого ссудного счета и зачисляются на расчетный счет предприятия-заемщика или направляются непосредственно на оплату предъявленных им расчетно-денежных документов. При этом предполагается, что на счету у клиента имеются только кредитные средства, а на балансе – залоговое имущество.

На второй стадии пущенные в оборот деньги должны дать, по мнению клиента, прибыль. Из этой прибыли клиент оплачивает банку проценты за кредит. Банк в свою очередь полученные проценты пускает в оборот для получения прибыли. Этот процесс успешно развивается, если оценки точны и клиент смог организовать реализацию своего кредита, получил прибыль и возвратил полученные в кредит деньги, а также оплатил вовремя и в полном объеме проценты по кредиту. Однако в реальной жизни это не всегда так. Возможна ситуация, когда финансируемый банком проект не реализовался. В этом случае банк вынужден продавать залоговое имущество, стоимость которого должна покрывать как кредит, так и проценты по нему, что не всегда выполняется.

Таким образом, во всех случаях результат зависит от погрешности оценки залогового имущества и риска (вероятности) невозврата кредита, которую обозначим $P_{нк}$. Рассмотрим возможные реальные ситуации процесса кредитования и возврата кредита.

Проанализируем первую стадию, на которой для получения необходимых соотношений все события рассматриваются в момент времени t_0. При этом проценты по кредиту приравняем нулю, а вероятность $P_{нк}$ свяжем с оценкой залогового имущества.

Введем основные обозначения и определения, используемые на первом этапе. Обозначим величину стоимости залогового имущества клиента в момент времени t_0 через $S_З^ф(t_0)$. При этом, очевидно, должно выполняться неравенство:

$$S_З^ф(t_0) > S,$$

где S – сумма кредита банка.

Выделим критический случай, когда

$$S = S_З^ф(t_0).$$

Величину кредита для этого случая будем называть критической и обозначим ее через $S_{кр}$. Введем также допустимую величину кредита – $S_{доп}$. Разность

$$\Delta_1 = S_{кр} - S_{доп}$$

представляет собой запас на непредвиденные обстоятельства. Эта величина должна регламентироваться сверху (законом или нормативами центрального банка), являясь внешней по отношению к кредитору и заемщику. Так, во Франции размер предоставляемого кредита ограничен величиной, составляющей не более 75% от суммы обеспечения заемщиком получаемого кредита.

Введем рабочие понятия фактической и оценочной стоимости залогового имущества. В рассматриваемых условиях фактическая стоимость такого имущества – это стоимость, за которую можно его продать на рынке в момент времени

$$t = t_0 + \tau,$$

где

τ – время пользования кредитом;

t_0 – момент времени выдачи кредита.

Обозначим эту стоимость через $S_З^ф(t)$. Именно она должна обеспечивать покрытие кредита, выданного банком.

Стоимость нового имущества (товара), реализуемого при $t = t_0$, отличается от стоимости товара (имущества), реализуемого при $t = t_0 + \tau$. Это отклонение определяется законами рынка, связанными с изменением стоимости сырья, комплектующих изделий и готового изделия. Эти законы изменяются случайным образом и независимо от нас и обычно прогнозируются только в вероятностном смысле. Такие величины или процессы являются случайными. При этом имеем:

$$S_З^ф(t) = M_З^ф(t) + \Delta S_З^ф,$$

где

$M_З^ф(t)$ – математическое ожидание стоимости залогового имущества, в общем случае – функция времени;

$\Delta S_З^ф$ – отклонение $S_З^ф$ от своего среднего значения, случайная функция времени.

Ясно, что $S_З^ф(t)$ и $S_З^ф(t_0)$ отличаются, и это отличие обусловлено прежде всего внешними факторами среды. Однако существуют и внутренние факторы, присущие залоговому имуществу, из-за которых его стоимость изменяется. Учет этих факторов приводит к необходимости ввода новой стоимости залогового имущества, которую назовем оценочной и обозначим $S_З^0$ В результате получим соотношение

$$S_З^0 = S_З^ф + \delta S_З.$$

При этом $\delta S_З$ – погрешность оценки стоимости залогового имущества, зависящая от таких факторов, как старение товара за время τ пользования кредитом, в том числе ухудшение характеристик залогового имущества, его товарного вида, выхода из строя и т.д., что обесценивает залоговое имущество. А это в свою очередь означает, что допустимую величину кредита следует уменьшать. В силу того, что $\delta S_З$ имеет не определенное заранее значение, т.е. является случайной величиной, стоимость $\delta S_З$ $S_З^0$ залогового товара также является случайной.

Для того чтобы обеспечить компенсацию возможных потерь, обусловленных влиянием $\delta S_З$, банку необходимо вводить дополнительный запас или резерв залогового имущества:

$$\Delta = S_{доп} - S_{доп}^0,$$

где

$S_{доп}^0$ – допустимая оценочная величина кредита.

Таким образом, если залоговое имущество представлено на сумму $S_З$, которую назовем критической и обозначим через $S_{кр}$, то банк может выдать кредит на сумму, не превышающую $S^0_{доп}$.

Отметим, что величина Δ должна быть изменена с увеличением погрешностей, возникающих при оценке залогового имущества. Кроме того, при уменьшении $S^0_{доп}$ уменьшается и степень банковского риска, но при этом могут быть ущемлены интересы клиента (для банка это может уменьшать вероятность заполучить клиента, вплоть до его потери). Поэтому существуют Δ, а следовательно и $S^0_{доп} < S$, зависящие от случайных характеристик товара и среды. При этом как величина $S^0_з$, так и $S^ф_з$, являющиеся случайными, имеют некоторые законы распределения $W_1(S^0_з)$ и $W_2(S^ф_з)$. На числовой оси данные величины расположены следующим образом (рис. 2).

Рис. 2. Порядок расположения критериальных стоимостей

Анализируя возможные события, связанные с выдачей кредита под залог, выделим те из них, которые ведут к особым ситуациям, снижающим эффективность банка. Указанные события будем оценивать с помощью соответствующих вероятностей. Очевидна возможность применения рассматриваемых вероятностей в качестве показателей кредитного риска.

Классический анализ ситуации предполагает рассмотрение следующих гипотез.

- Гипотеза A_1. Стоимость (фактическая) залога не меньше затребованного кредита, то есть $S^ф_з \geq S_{доп}$.
- Гипотеза A_2. Стоимость (фактическая) залога меньше затребованного кредита, то есть $S^ф_з < S_{доп}$.

При этих двух гипотезах эксперт или менеджер банка, оценивая залог, принимает за истинное одно из двух событий – B_1 или B_2:

$$B_1 = \{S^0_з > S^0_{доп}\};$$

$$B_2 = \{S^0_з < S^0_{доп}\}.$$

Таким образом, при принятии решения с учетом введенных гипотез возможны комбинации из четырех событий, заключающихся в справедливости одной из гипотез и принятии одного из решений.

Ситуация, когда справедлива гипотеза A_1 и формулируется решение B_1, соответствует такой работе экспертов банка, при которой основная цель банка – получение прибыли – выполняется. Вероятность одновременного наступления этих двух событий является вероятностью их пересечения (рис. 3), которую обозначим следующим образом:

$$P_1 = P(A_1 \cap B_1).$$

Ситуация, когда реализуется гипотеза A_1 и формулируется решение B_2, соответствует неверной оценке эксперта или менеджера банка, при этом принимается решение, неправильное с точки зрения нормального функционирования банка. Введем вероятность пересечения данных событий:

$$P_2 = P(A_1 \cap B_2).$$

Ситуация, когда реализуется гипотеза A_2 и принимается решение B_2, соответствует такому решению эксперта (менеджера) банка о выдаче кредита, при котором вероятность возврата средств (другими словами, гарантия их возврата) резко снижается. Вероятность пересечения данных событий:

$$P_3 = P(A_2 \cap B_2).$$

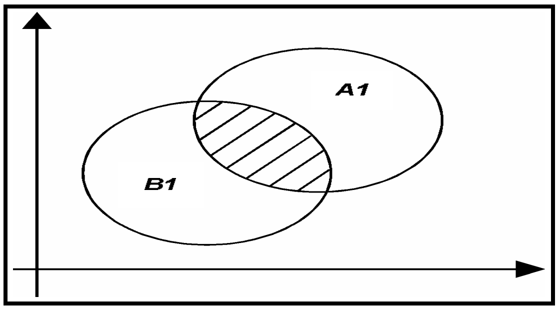

Рис. 3. Схема оценки вероятности верного кредитного решения

Наконец, реализация гипотезы A_2 и принятие решения B_1 означает, что фактическое значение стоимости залога меньше получаемого кредита, а оценочное значение залога меньше величины средств, получаемых по кредиту. Введем вероятность пересечения данных событий

$$P_4 = P(A_2 \cap B_1).$$

Четыре рассматриваемых пересечения событий образуют полную группу несовместных событий, следовательно,

$$\sum_{i=1}^{4} P_i = 1 .$$

На рис. 4 представлена диаграмма событий B_{ij}, A_j $(I = 1,2;\ j = 1,2)$.

Для того чтобы решить задачу анализа рисков по выдаче кредитов, нужно установить связь между вероятностями P_1, P_2, P_3, P_4, допустимыми значениями кредита $S_{доп}$ и $S^0_{доп}$, а также плотностями вероятностей фактической стоимости залога $S^ф_з$ и его оценочной стоимости $S^0_з$, которые являются случайными величинами.

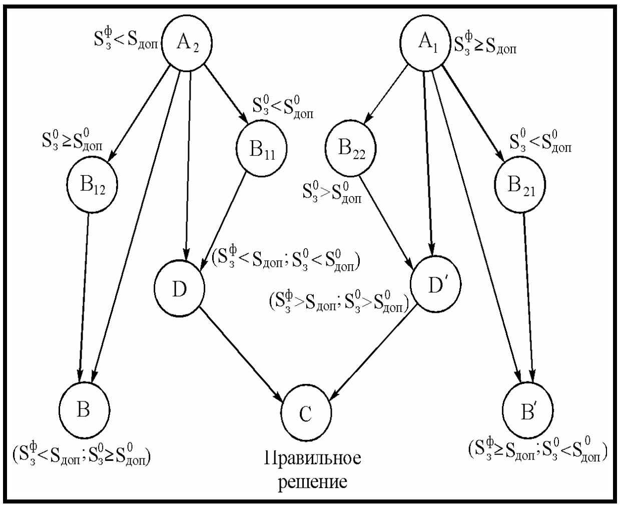

Рис. 4. Схема анализа рисков по выдаче кредита

Формализуем введенные определения:

$$A_1 = \{S_3^{ф}(t_0) \geq S_{доп}\}; \quad A_2 = \{S_3^{ф}(t_0) < S_{доп}\};$$
$$B_1 = \{S_3^{0}(t_0) \geq S_{доп}^{0}\}; \quad B_2 = \{S_3^{0}(t_0) < S_{доп}^{0}\}.$$

И представим искомые вероятности в виде

$$\begin{aligned} P_1 &= P\{S_3^{ф}(t_0) \geq S_{доп} \cap S_3^{0}(t_0) \geq S_{доп}^{0}\}; \\ P_2 &= P\{S_3^{ф}(t_0) \geq S_{доп} \cap S_3^{0}(t_0) < S_{доп}^{0}\}; \\ P_3 &= P\{S_3^{ф}(t_0) < S_{доп} \cap S_3^{0}(t_0) < S_{доп}^{0}\}; \\ P_4 &= P\{S_3^{ф}(t_0) < S_{доп} \cap S_3^{0}(t_0) \geq S_{доп}^{0}\}. \end{aligned} \qquad (1)$$

В качестве основных характеристик риска клиента и банка будем рассматривать вероятности P_2 и P_4. Вероятность P_4 характеризует потерю банком выданного кредита, поскольку соответствует ситуации его невозврата. Эту вероятность будем называть вероятностью пропуска критической (опасной) ситуации при невозврате кредита и обозначать $P_{ос}$ или $P_{нк}$ в зависимости от ситуации.

Вероятность P_2 характеризует потерю банком надежного клиента, которому было отказано в выдаче кредита, в то время как в действительности выдача ему кредита была банку выгодна. Эту вероятность будем называть ложным решением, или риском клиента, и обозначать $P_{лр}$ или $P_{рк}$ в зависимости от ситуации. В этом случае финансовые потери банка также необходимо определять, а вероятность $P_{лр}$ регламентировать (вводя на нее ограничения сверху). Следует заметить, что это классические для метрологии ошибки первого и второго рода для контрольно-измерительных систем.

При дальнейших рассуждениях и выводах будем использовать следующие представления и формульные зависимости для рассматриваемых вероятностей:

$$P_2 = P(A_1 \cap B_2) = P(A_1)\,P(B_2|A_1) = P(A_1)\overline{P_2};$$
$$P_4 = P(A_2 \cap B_1) = P(A_2)\,P(B_1|A_2) = P(A_2)\overline{P_4},$$

где

$P(B_2|A_1) = \overline{P_2}$ – условная вероятность ложного решения;

$P(B_1|A_2) = \overline{P_4}$ – условная вероятность опасной ситуации.

При этом P_2 и P_4 отличаются от $\overline{P_2}$ и $\overline{P_4}$ множителями $P(A_1)$ и $P(A_2)$, которые не зависят от того, насколько точно оценена стоимость залога.

Рассмотрим случай, когда величины $S_{доп}$ и $S_{доп}^{0}$ постоянны и детерминированы.

Согласно выражениям (1), вероятности P_i вычисляются с помощью одной и той же совместной плотности вероятностей:

$$W(x, y), \quad x = S_3^{ф}, \quad y = S_3^{0}.$$

При этом рассматривается задача о вычислении вероятности попадания случайной точки $M(X, Y)$ в пределы заданной области G на плоскости xOy (рис. 5).

Событие, состоящее в попадании случайной точки (X, Y) в область G, обозначим через $(X, Y) \subset G$. Тогда

$$P_2 = P((X, Y) \subset G_2),$$

где G_2 – область, заданная неравенствами в выражениях (1) для P_2. В этом случае вероятность P_2 можно выразить с помощью плотности $W(x, y)$ распределения системы двух случайных величин:

$$P_2 = \iint_{G_2} W(x, y)\,dx\,dy. \qquad (2)$$

В частном случае, когда G_2 представляет собой прямоугольник R, ограниченный абсциссами a и b и ординатами c и d, получим:

$$P_2 = \int_a^b \int_c^d W(x, y)\,dx\,dy.$$

Из формулы (2) в случае, когда область G_2 не является прямоугольником, следует, что

$$P_2 = \int_{\gamma 1} \int_{\gamma 2} W(x, y)\,dx\,dy.$$

Отметим, что внутренний интеграл может зависеть от x или y.

Для вероятностей P_3, P_4 имеем равенства

$$P_3 = \int_{\gamma 3} \int_{\gamma 4} W(x, y)\,dx\,dy;$$

$$P_4 = \int_{\gamma 5} \int_{\gamma 6} W(x, y),$$

которые перепишем в виде:

$$\begin{aligned} P_3 &= \int_{\gamma 3} \int_{\gamma 4} W(S_3^{ф}, S_3^{0})\,dS_3^{0}\,dS_3^{ф}); \\ P_4 &= \int_{\gamma 5} \int_{\gamma 6} W(S_3^{ф}, S_3^{0})\,dS_3^{0}\,dS_3^{ф}). \end{aligned} \qquad (3)$$

В этих формулах присутствует двухмерная плотность вероятности $W(S_3^{ф}, S_3^{0})$ совместного распределения случайных величин $S_3^{ф}$ и S_3^{0}, а γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 задают области интегрирования, зависящие от величин $S_{доп}$ и $S_{доп}^{0}$. При этом решение задачи о величине выдаваемого кредита S ищется, исходя из определенных соотношений между S и залоговой стоимостью имущества потребителя S_3.

Представим $S_3^{ф}$ и S_3^{0} в виде:

$$\begin{aligned} S_3^{ф} &= M_3^{ф} + \Delta S_3; \\ S_3^{0} &= S_3^{ф} + \delta S_3. \end{aligned} \qquad (4)$$

где $M_3^{ф}$ – среднее значение залога (математическое ожидание);

ΔS_3 – отклонение фактической стоимости залога от среднего значения;

δS_3 – погрешность оценки залога со стороны эксперта.

Такое представление позволит перейти от плотности вероятностей $W(S_3^{ф}, S_3^{0})$ к плотности $W(\Delta S_3, \delta S_3)$, в которую входят случайные величины, представляющие собой погрешности и имеющие гипотетически известный закон распределения.

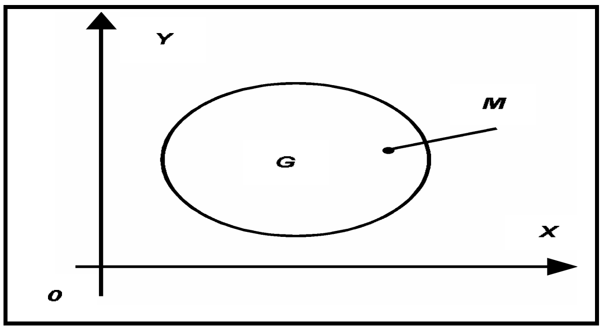

Рис. 5. Вероятность попадания случайной точки в пределы заданной области

3. КОРРЕКЦИЯ РИСКОВ КРЕДИТОВАНИЯ

На второй стадии прохождения кредита будем рассматривать задачу коррекции процентной кредитной ставки с учетом:

- риска банка;
- изменения стоимости залога;
- возможностей потребителя кредита реализовать финансовый проект.

Вторая стадия прохождения выданных в кредит денег начинается с момента получения их потребителем кредита и завершается возвратом либо невозвратом кредита и процентов за него в зависимости от того, как завершилась данная операция (проект). При этом будем оценивать надежность функционирования системы «банк – потребитель кредита», а также учитывать влияние рынка на работу такой системы.

В процессе реализации проекта потребитель кредита получает на свой расчетный счет не только вложенный капитал (кредит), но и прибыль от использования кредита. По этой причине контроль денег на счету клиента должен обеспечивать решение вопроса о неизменности ставки кредита или о срочном востребовании кредитных средств. В том случае, когда текущий контроль средств потребителя кредитов отсутствует либо по каким-то причинам его невозможно осуществить, для расчета вероятности невозврата кредита $P_{нк}$ следует воспользоваться материалами предыдущего раздела и на основании полученной величины $P_{нк}$ назначать проценты по кредиту.

Для предварительного анализа возможных ситуаций, возникающих при реализации полученной в кредит суммы, необходимо иметь модель системы «банк – потребитель кредита – рынок» или хотя бы модель потребителя. Наличие такой модели позволит прогнозировать сумму денег на расчетном счете получателя кредита в различные моменты времени и просчитать ожидаемую прибыль за период времени τ, в течение которого потребитель пользовался кредитом.

Для рассматриваемой второй стадии имеется в виду ситуация, при которой общая сумма средств S^* в каждый текущий момент времени t находится под контролем банка, при этом:

$$S^*(t) = S_з(t) + S_{рс}(t),$$

где

$S_{рс}(t)$ – деньги на расчетном счету получателя кредита в момент времени t.

Таким образом, фактическая величина средств $S^*(t)$ клиента представляет собой ту сумму, которую банк может взять у клиента в момент времени t для погашения кредита и процентов по нему (при возникновении, по мнению банка, критического положения клиента), о чем сказано в договорных условиях.

С другой стороны, деньги $S_в(t)$, подлежащие возврату клиентом в момент времени t, имеют следующие составляющие:

$$S_в(t) = S(t_0) + \Delta S(t),$$

где

$S(t_0)$ – величина кредита, выданного в момент времени t_0;

$\Delta S(t)$ – проценты по кредиту в момент времени t, подлежащие выплате клиентом банку.

Отметим, что в начальный момент времени t_0 второй стадии $S_в = S(t_0)$, а $S^* = S_з(t)$, поскольку кредит только вложен в проект. Данная ситуация, с одной стороны, соответствует первому этапу, а с другой – является переходной ко второй стадии прохождения кредитных средств. Разрабатываемый ниже метод позволит производить расчеты при следующих условиях:

- величина $S^0_{доп}$ остается неизменной, а кредитная ставка претерпевает изменения в сторону увеличения по отношению к безрисковой ставке, которая назначается без учета риска кредитования;
- банк оставляет безрисковую ставку для кредита, но уменьшает величину кредита $S_{доп}$, выдаваемого клиенту при неизменном первоначальном залоге.

При этом введенные ранее гипотезы A_1 и A_2 претерпевают изменения следующим образом.

- Гипотеза A^*_1. Фактическая величина $S^*(t)$ средств, имеющихся у потребителя кредита, больше или равна величине средств, подлежащих возврату в банк, то есть:
  $S^*(t) \geq S_в(t)$.
- Гипотеза A^*_2. Фактическая величина средств, имеющихся у потребителя кредита, меньше величины средств, подлежащих возврату в банк :
  $S^*(t) < S_в(t)$.

При каждой из этих двух гипотез эксперт (менеджер) банка может принять одно из двух решений

$$B^*_1 = \{S^*(t)^0 \geq S_в(t)\};$$
$$B^*_2 = \{S^*(t)^0 < S_в(t)\}.$$

где $S^*(t)^0$ – стоимость средств, имеющихся у потребителя кредита, которая оценена экспертом банка.

Таким образом, при формировании гипотез A^*_1 и A^*_2 в каждый момент времени t оценке подлежат стоимость залогового имущества и сумма денег на счету клиента в каждый момент времени t. При этом значение S^* должно быть больше, чем $S_в = S_{кр}$. На практике возможны непредвиденные ситуации, учет которых необходимо производить путем введения $S^*_{доп}$ – наименьшего допустимого значения величины средств, которые может иметь на своем расчетном счету клиент, получивший кредит. Величина $S^*(t)$ не должна опускаться ниже этой отметки, поскольку при этом банк может понести убытки. Однако кратковременные выбросы S^* в область [0; $S^*_{доп}$] допустимы, но только при условии, что они укладываются во временной интервал $[t_0, t_0 + \tau]$, где τ – время, на которое выдан кредит.

Погрешности, допускаемые экспертом банка, а также неконтролируемые изменения стоимости залогового имущества могут привести к потерям банка. Поэтому фактические значения средств клиента не должны быть меньше некоторой величины $S^{*0}_{доп}$, а разность $S^*_{доп} - S^{*0}_{доп}$ представляет собой запас, необходимый банку для компенсации данных потерь.

Соотношения введенных величин представлены на рис. 6.

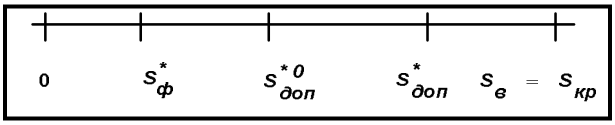

Рис. 6. Взаимное расположение денежных средств

Ситуация, когда справедлива гипотеза A_1^* и формируется решение B_1^*, соответствует такому функционированию рассматриваемой системы, при котором выполняется основная цель банка – возврат кредита и процентов по нему. По аналогии с предыдущим разделом обозначим вероятность пересечения данных событий через $P_1^* = P(A_1^* \cap B_1^*)$. Точно так же для рассматриваемого этапа будем иметь в виду вероятности

$$P_2^* = P(A_1^* \cap B_1^*);$$
$$P_3^* = P(A_2^* \cap B_2^*);$$
$$P_4^* = P(A_2^* \cap B_1^*).$$

С целью упрощения записи результатов индексы «звездочка» у $S_ф^*$, $S_{доп}^{*0}$, $S_{доп}^*$ будем опускать. Установим связь между областью допустимых значений стоимости залогового имущества $S_{доп}$, $S_{доп}^0$, дисперсией погрешностей оценки стоимости залогового имущества ΔS_3, дисперсией отклонений фактической стоимости залога δS_3 от среднего значения и вероятностей P_2, P_4, обуславливающих риск клиента и банка соответственно (рис. 6). При решении задачи воспользуемся соотношениями (4), а вероятности (3) запишем в виде:

$$\begin{aligned}
P_2^* &= P(M_3^ф + \Delta S_3^ф \le S_{доп};\ M_3^ф + \Delta S_3^ф + \delta S_3 \ge S_{доп}^0) = \\
&= P(\Delta S_3^ф \le S_{доп} - M_3^ф;\ \delta S_3 \ge S_{доп}^0 - M_3^ф - \Delta S_3^ф) = \\
&= \int_{S_{доп} - M_3^ф}^{\infty} d\Delta S_3^ф \int_{-\infty}^{S_{доп}^0 - M_3^ф - \Delta S_3^ф} W(\Delta S_3^ф, \delta S_3)\, d\delta S_3; \\
P_4^* &= P(M_3^ф + \Delta S_3 > S_{доп};\ M_3^ф + \Delta S_3\ \delta S_3 \le S_{доп}^0) = \\
&= P(\Delta S_3 \le S_{доп} - M_3^ф;\ \delta S_3 \ge S_{доп}^0 - M_3^ф - \Delta S_3) = \\
&= \int_{-\infty}^{S_{доп} - M_3^ф} d\Delta S_3 \int_{S_{доп}^0 - M_3^ф - \Delta S_3}^{\infty} W(\Delta S_3, \delta S_3)\, d\delta S_3,
\end{aligned} \tag{5}$$

где $W(\Delta S_3, \delta S_3)$ – совместная плотность вероятностей ΔS_3, δS_3.

При практических расчетах зависимости между погрешностями оценки δS_3 и отклонениями $S_3^ф$ от среднего значения на величину ΔS_3 можно пренебречь. В этом случае:

$$P_4^* = \int_{-\infty}^{\Delta_1} d\Delta S_3 \int_{\Delta_2}^{\infty} W_1(\Delta S_2) W_2(\delta S_3) d\delta S_3;$$

$$P_2^* = \int_{\Delta_1}^{\infty} d\Delta S_3 \int_{-\infty}^{\Delta_2} W_1(\Delta S_3)_2\ (\delta S_3) d\delta S_3;$$

где

$$\Delta_1 = S_{доп} - M_3^ф;\ \Delta_2 = S_{доп}^0 - \Delta S_3.$$

Таким образом, P_2^* и P_4^* и зависят от плотностей распределения отклонений стоимости залога от среднего значения $M_3^ф$ плотности распределения вероятностей суммарной погрешности δS_3 оценки стоимости залога; допустимых фактических и оценочных значений стоимости залога $S_{доп}$, $S_{доп}^0$ (рис. 7).

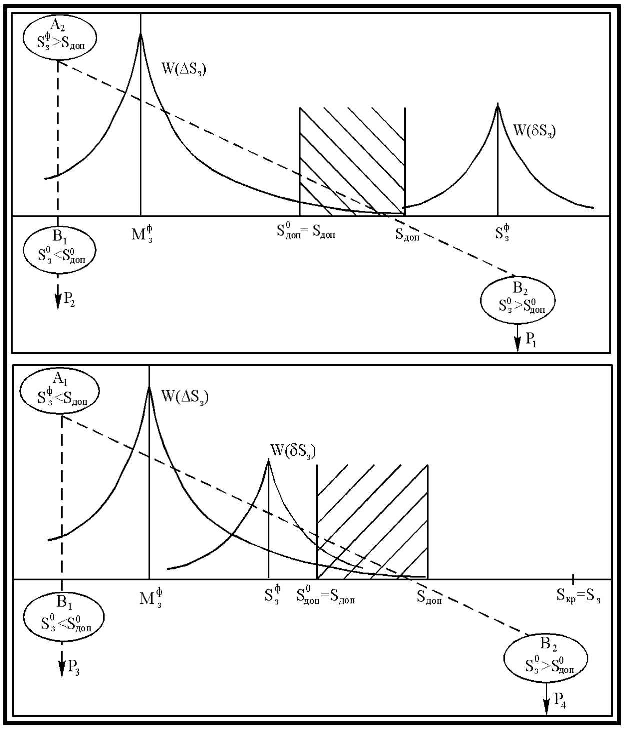

Рис. 7. Схема связи между анализируемыми показателями

В рассматриваемых условиях P_2^* представляет собой вероятность попадания точки $M(\Delta S_3, \delta S_3)$ в область G_1, ограниченную прямыми $\Delta S_3 = n = S_{доп} - M_3^ф$ и $\delta S_3 = S_{доп}^0\ M_3^ф - \Delta S_3$, если величина δS_3 изменяется от $-\infty$ до $m = S_{доп}^0 - M_3^ф$ (рис. 8). При этом P_4^* представляет вероятность попадания точки в область G_2.

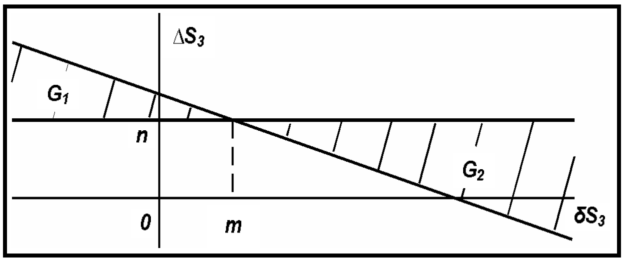

Рис. 8. Области интегрирования для вычисления

Введенные интегральные критерии P_2^* и P_4^* риска банка и клиента соответственно будем использовать при анализе проектов при следующих условиях: заданы $S_{доп}$, $S_{доп}^0$ и модель объекта (банка, фирмы-клиента), требуется определить P_2^* и P_4^*; заданы P_2^* и P_2^*, требуется определить $S_{доп}^0$, задана вероятность P_4^* (полученная по материалам расчета), требуется определить проценты по кредиту, обеспечивающие банку компенсацию кредитного риска.

Риск, возникающий при осуществлении кредитных операций коммерческими банками, побуждает последние повышать процентную ставку кредита $l(t-\tau)$ до значения $l^*(t-\tau)$, зависящего от уровня риска потерь кредитных средств [5]. При этом, естественно, банк исходит из тех соображений, что повышение процентной ставки обеспечит компенсацию ожидаемых потерь [5].

Разработаем модель учета вероятности $P_4^*(t)$ при расчете процентной ставки по кредиту в момент его выдачи, т. е. дадим экономический эквивалент риска банка. Представим возвратные средства $S_в$ в виде:

$$S_в = \left(1 + \frac{l(t-\tau)}{100} * \frac{\tau}{360}\right) S .$$

Обозначим через p_i вероятность, с которой в банк может поступить сумма S_{Bi}, составляющая k % от величины S_B. Величина S_{Bi} представляет собой дискретную случайную величину, принимающую возможные значения $S_{B1}, S_{Bi}, ..., S_{Bn}$ с вероятностями $p_1, p_2, ..., p_n$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$. Математическое ожидание $M[S_B]$ вычисляется по известной формуле:

$$M[S_B] = \frac{S_{B1}p_1 + S_{B2}p_2 + ... + S_{Bn}p_n}{p_1 + p_2 + ... + p_n} \sum_{i=1}^{n} S_{Bi}p_i . \qquad (6)$$

Выделим частный случай, когда $n = 2$, причем величина S_B принимает свои граничные значения – полный возврат и полный невозврат. Вероятности этих двух событий равны соответственно $(1 - P_4^*)$ и P_4^*. При этом, как следует из (6),

$$M[S_B] = (1 - P_4)S_B + P_4 * 0 ,$$

а формула для суммы средств, возвращаемых клиентом в банк, примет следующий вид:

$$M[S_B] = (1 - P_4^*)\left(1 + \frac{l(t-\tau)}{100} * \frac{\tau}{360}\right) S, \qquad (7)$$

где

S – исходная величина кредита;

P_4^* – вероятность невозврата кредита;

$l(t-\tau)$ – процентная ставка, назначенная за кредит с учетом его потерь;

τ – срок возврата кредита (в днях).

Отметим, что:

$$P_4^* = P_4 * P_4' ,$$

где P_4' – вероятность того, что кредитные деньги заемщика пропали во время реализации проекта, чему соответствует событие $S_B(t) \le 0$, а вероятность P_4 имеет представление (5).

В условии отсутствия риска кредит возвращается банку с процентами, ставка которых равна $l_0(t-\tau)$. При этом общая сумма возвращаемых средств S_{B0} выражается следующей зависимостью:

$$S_{B0} = \left(1 + \frac{l_0(t-\tau)}{100} * \frac{\tau}{360}\right) S \qquad (8)$$

Компенсация потерь, связанных с опасностью невозврата заемщиком кредита в данной сделке, имеет место при наличии условия $M[S_B] = S_{B0}$. Воспользовавшись для данного равенства формулами (7) и (8), получим:

$$(1 - P_4^*)\left(1 + \frac{L(t-\tau)}{100} * \frac{\tau}{360}\right) = \left(1 + \frac{L_0(t-\tau)}{100} * \frac{\tau}{360}\right). \qquad (9)$$

Введем обозначения:

$\hat{l} = l(t-\tau) / 100 ;$

$\hat{\tau} = \tau / 360 ;$

$\hat{l} = l_0(t-\tau) / 100 .$

Тогда равенство (9) примет вид:

$$(1 - P_4^*)(1 + \hat{l}\hat{\tau}) = (1 + \hat{l}_0\hat{\tau}) .$$

Из последнего соотношения легко определить искомую величину $\hat{l}$ – ставку процента, который должен взимать банк с целью возмещения своих убытков:

$$\hat{l} = \frac{1 + \hat{l}_0}{1 - P_4^*} - 1 = \frac{\hat{l}_0 + P_4^*}{1 - P_4^*} . \qquad (10)$$

Данная величина всегда положительна, поскольку вероятность P_4^* меньше единицы.

Если рассматривать выплачиваемый процент за кредит в качестве цены кредита, то зависимость (10) как раз и являет собой формулу кредитного ценообразования банка в условиях наличия риска невозврата кредита. Представим формулу (10) в виде

$$\hat{l} = \hat{l}_0 * \frac{1 + P_4^*\hat{l}_0^{-1}}{1 - P_4^*} , \qquad (11)$$

откуда следует, что процентная ставка кредита, которая, и фиксирует его цену, в условиях риска невозврата кредита увеличивается с ростом P_4^* со следующим коэффициентом пропорциональности:

$$k_ц = \frac{\hat{l}}{\hat{l}_0} = \frac{1 + P_4^* * \hat{l}_0^{-1}}{1 - P_4^*} , \qquad (12)$$

который назовем коэффициентом увеличения цены. Зависимость этого коэффициента от вероятности (риска) невозврата кредита P_4^* приведен на рис. 9.

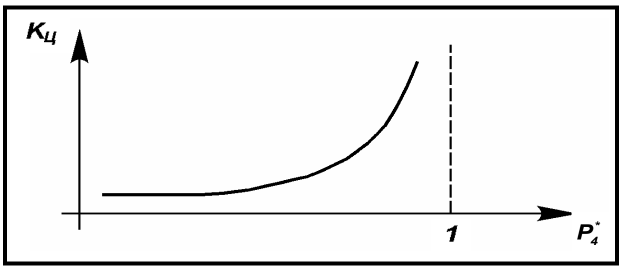

Рис. 9. Связь между риском невозврата и кредитным процентом

Из графика видно, что процент за «рисковый» кредит значительно увеличивается при росте вероятности невозвращения кредита.

Поскольку

$$\hat{l} = \hat{l}_0 + \frac{P_4^*}{1 - P_4^*}\left(1 + \hat{l}_0\right), \qquad (13)$$

то величина приращения кредитного процента будет иметь вид:

$$\Delta\hat{I} = \frac{P_4^*}{1 - P_4^*}\left(1 + \hat{I}_0\right). \quad (14)$$

Таким образом, наличие риска невозврата кредита приводит к необходимости повышения относительного кредитного процента на величину, нелинейно увеличивающуюся при росте вероятности невозврата. При стремлении данной вероятности к единице наблюдается резкое увеличение кредитного процента (см. рис. 9).

Если же величина $\hat{I}$ выбирается не из условия (9), а большей, то прибыль банка увеличивается. Однако при этом банк рискует потерять клиента. Приращение кредитного процента $\Delta\hat{I}$ является «премией банка за риск непогашения».

Таким образом, задача определения процентной компенсации возможных потерь банка свелась к отысканию вероятности невозврата кредита:

$$P_4^* = P_4 * P_4'.$$

При возврате кредита заемщик выплачивает банку сумму S_B, определяемую соотношением:

$$S_B = (1 + \hat{I} * \hat{\tau})S. \quad (15)$$

В эту сумму включены как размер самого кредита, так и начисленные по нему проценты. Подставив в (15) выражение (10) для относительной процентной ставки, исчисленной с учетом риска невозврата, получим формулу:

$$S_B = \left(1 + \frac{\hat{I}_0 + P_4^*}{1 - P_4^*}\hat{\tau}\right)S. \quad (16)$$

При этом общая сумма, которую заемщик должен возвратить в условиях безрискового кредита, равна:

$$S_{B0} = (1 + \hat{I}_0\hat{\tau})S. \quad (17)$$

С учетом последней зависимости формула (16) примет следующий вид:

$$S_B = \frac{1}{1 - P_4^*}S_{B0}. \quad (18)$$

Таким образом, возвращаемая банку сумма в условиях риска увеличивается по сравнению с условием отсутствия риска в k раз, где

$$k = S_B / S_{B0} = (1 - P_4^*)^{-1}. \quad (19)$$

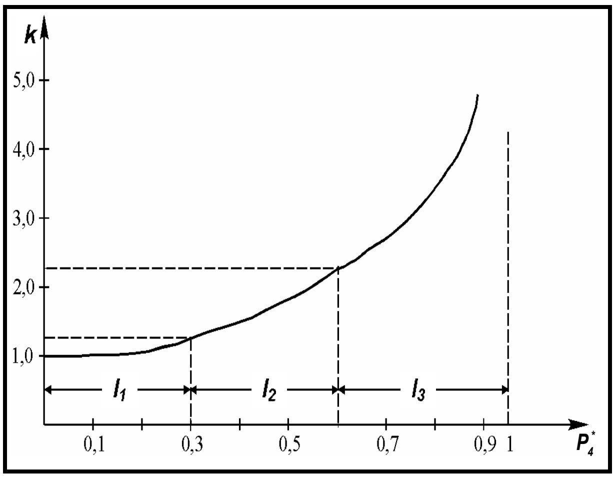

Рис. 10. Условное разбиение на зоны риска

Функция $k = k(P_4^*)$ (рис. 10) терпит разрыв второго рода при $P_4^* = 1$. При этом сумма выплаты заемщиком банку стремится к бесконечности, поскольку вероятность невозврата приближается к единице (превращая частичный невозврат в полный).

На рис. 10 приведены различные зоны риска l_1, l_2, l_3 (отметим, что такое разбиение условно). Их рассмотрение позволяет предложить следующие рекомендации. До значения $P_4^* = 0{,}3$ банк способен компенсировать риск, повышая общую величину возвращаемой заемщиком суммы не более, чем на 40% по сравнению с безрисковым кредитом. В дальнейшем будем считать такой риск «мягким» в том смысле, что угроза потери кредита не слишком велика, а увеличение цены кредита находится в допустимых пределах.

В том случае, когда P_4^* находится в пределах [0,3; 0,6], значительно возрастает не столько сам риск, сколько сумма возврата со стороны заемщика. Так, уже при $P_4^* = 0{,}5$ общая величина возвращаемой заемщиком суммы будет в два раза больше, по сравнению с безрисковым кредитом.

Если же $P_4^* > 0{,}6$ то кредитный процент и сумма, подлежащая выплате заемщиком, достигают нереальных размеров. Поэтому риск невозврата кредита, превышающий значение 0,6, будем считать недопустимым и называть «критическим».

Отметим, что введенное Центральным банком РФ ограничение по величине максимального риска на одного заемщика не связано непосредственно с величиной риска невозврата кредита в каждой конкретной сделке. В основу такого нормативного регулирования кредитов положено то предположение, что не следует предоставлять слишком большой кредит одному заемщику вне зависимости от уровня его надежности. Подобное регулирование никак не связано с ценообразованием, а нацелено на уменьшение суммарного риска, за счет закона «больших чисел».

Отметим, что полученные модели для банковского ценообразования в условиях риска включают в себя неявным образом наличие инфляции, что особенно актуально для реальных условий функционирования банков нашего государства. Этот факт нашел отражение в исходном условии компенсации потерь (9), так как ставка безрискового кредитного процента $\hat{I}_0$ исчислялась с учетом инфляции. Следовательно, ставка кредитного процента $\hat{I}$ вычисленная с учетом риска, включила в себя инфляцию через $\hat{I}_0$, с которой она непосредственно связана. Более того, в высокоинфляционной ситуации ставка $\hat{I}_0$ фактически близка к относительному проценту инфляции и непосредственно влияет на ставку рискового кредитного процента. Для пояснения сказанного рассмотрим следующий иллюстративный пример.

Пусть безрисковая банковская кредитная процентная ставка $\hat{I}_0$ составляет 200% в год и складывается из инфляционной составляющей, равной 190%, и безинфляционной, равной 10%. При этом мы исходим из простейшей модели суммирования ставок. Тогда относительная процентная ставка $\hat{I}_0$ равна 0,2. Допустим, что расчетное значение вероятности P_4^* находится на уровне 0,2. Тогда, согласно формуле, величина относительного кредитного процента равна ***2,0 + 0,9·(1 + 0,2) / (1 – 0,2) = 2,75.*** Таким образом, в данном случае банк вправе испрашивать у заемщика процентную ставку ***I*** = 275%. Рассмотрение этого примера при отсутствии инфляции (инфляционная составляющая кредитного процента равна нулю) дало бы следующие значения величин: $\hat{I}_0 = 0{,}1;\ \hat{I} = 0{,}375;\ I = 35{,}3\%$.

Влияние инфляции на величину возвращаемого кредита в условиях риска невозврата проявляется через безрисковый возврат, который, как видно из формулы (17), непосредственно зависит от безрисковой ставки $\hat{I}_0$, содержащей инфляционную составляющую. В зависимости от соотношения процента инфляции и процента риска тот или иной фактор способен оказывать решающее воздействие на цену кредита.

4. ДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА КРЕДИТОВАНИЯ. ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ

Использование теории динамических систем при анализе финансовых потоков и в управлении банками является перспективным направлением в теории и практике банковской деятельности. При этом главное условие успеха управления банками связано с учетом внешней среды, поскольку границы между ней и банком являются проницаемыми. Последнее обстоятельство есть следствие того, что банк как динамическая система не является самообеспечивающейся, ее состояние и деятельность зависят от таких внешних факторов, как, в частности, действия центрального банка, информация и ресурсы, поступающие извне и передаваемые за пределы банка, энергия, успехи предприятий, с которыми банк сотрудничает.

На основе вышеизложенного сформулируем требования к динамической модели, она должна:

- отражать влияние внешних потребителей финансовых средств (производства, торговли, сферы обслуживания и т.д.);
- содержать средства анализа поведения денежных потоков при введении различных управляющих воздействий;
- давать возможность прогнозировать прибыль в различные моменты времени;
- давать количество выходных параметров должно быть достаточным для формулировки показателей рейтинга и надежности банка.

При разработке математической модели будем рассматривать коммерческие банки, кредитные средства которых зависят от большого числа факторов. Коммерческие банки привлекают финансовые средства от вкладчиков и используют собственные средства от собственного имени на предоставление займов и кредитов и приобретение ценных бумаг. Вкладчики – физические и юридические лица – являются собственниками средств и предоставляют их банкам во временное пользование. Привлечение средств оформляется в виде чековых и сберегательных счетов, срочных вкладов, NOW и ATS счетов, различных счетов по заемным и принятым на хранение средствам. С точки зрения банка, все эти счета и вклады являются долговыми обязательствами под привлеченные средства и поэтому относятся к пассивам.

Обозначим через ***K = K(t)*** имеющийся суммарный капитал банка и разделим его на две составляющие части: приносящую прибыль в виде процентов и находящуюся в обороте в виде займов, кредитов и т.д. (обозначим ее через ***S = S(t)*** и назовем оборотным капиталом); и беспроцентную часть, не являющуюся источником прибыли – это вклады в центральный банк и другие коммерческие банки, наличности и т.д. (обозначим ее через $S_1 = S_1(t)$. При этом суммарный капитал:

$$K(t) = S(t) + S_1(t).$$

В модель банка включим размер капитального счета или «чистую» стоимость капитала банка. При этом будем иметь в виду, что размер капитального счета рассматривается после определения общих сумм активов $S_A(t)$ и пассивов $S_П(t)$ в виде:

Активы – Пассивы = Капитальный счет,

т.е.

$$K(t) = S_A(t) - S_П(t). \qquad (20)$$

Нормативы требуют, чтобы определенная часть активов $S_1(t)$ в форме наличности и на вкладе в центральном банке присутствовала в виде резервов коммерческого банка. Таким образом, норматив резервов $S_1(t)$ устанавливается центральным банком в виде доли от пассивов, т.е.

$$S_1(t) = k_1 S_П(t). \qquad (21)$$

В среднем, величина данного коэффициента колеблется в пределах от 0,08 до 0,1.

Для получения уравнения функционирования банка, выполняющего кредитные операции, используем баланс потоков финансовых средств, поступающих и выдаваемых банком в некоторый момент времени ***t***. Примем в первом приближении, что процесс поступления средств и выдачи кредитов происходит непрерывно по времени. Это вполне приемлемо, если в единицу времени происходит достаточно большое число операций, а рассматриваемый интервал времени значителен. Например, если единица времени – одни сутки, за которые происходят десятки операций, а общий интервал времени – десятки суток, то данное допущение вполне приемлемо. Таким образом, будем пользоваться средними значениями величин на малом, но конечном интервале времени. Эти величины будем считать непрерывными и дифференцируемыми по времени необходимое число раз без специальных оговорок. Принятые допущения аналогичны общепринятым допущениям в физике, механике, аэрогазодинамике, когда вводятся понятия плотности массы, зарядов и другие.

Обесценивание денег в разные моменты времени существенно влияет на товарно-денежные операции в некотором интервале времени, а через них – на производство товаров и на финансовое состояние банков и предприятий. Непосредственно на финансовые операции, а также на баланс финансовых потоков инфляция влияния не оказывает. Поэтому инфляция для рассматриваемого отрезка времени не учитывается.

Составим уравнение баланса финансовых потоков на входе и выходе объекта в произвольный момент времени ***t***. Термин «поток» в дальнейшем понимается как изменение величины в единицу времени, то есть, говоря математическим языком, как производная рассматриваемой величины по времени [5].

Имеют место следующие соотношения:

$$\begin{cases} \dfrac{dS(t)}{dt} = \varepsilon_n(t) - \varepsilon_e(t),\ S(t) > 0;\ S(t_0) = S_0; \\ S_g < S_0;\ t \ge t_0, \end{cases} \qquad (22)$$

где

$S = S(t)$ – объем оборотного капитала банка, имеющегося у него в данный момент времени, которым банк может свободно распоряжаться (назовем его оборотным фондом);

$\varepsilon_n = \varepsilon_n(t)$ – поток поступающих средств;

$\varepsilon_e = \varepsilon_e(t)$ – поток расходов, то есть выдаваемых средств;

S_g – гарантийный запас средств в банке, ниже которого объем средств банка опускаться не должен;

S_0 – объем наличного оборотного капитала в начальный момент времени $t = t_0$.

Система (22) описывает баланс финансовых потоков, который представляет одну из форм проявления фундаментальных законов сохранения энергии в сфере экономики.

Поток расходов ε_e представим в виде:

$$\varepsilon_e(t) = \varepsilon_k(t) + \varepsilon_r(t), \qquad (23)$$

где

$\varepsilon_r(t) = \varepsilon_s(t) + \varepsilon_{ca}(t) + \varepsilon_T(t) + \varepsilon_0(t)$;

$\varepsilon_k(t)$ – поток выдаваемого кредита;

$\varepsilon_s(t)$ – поток заработной платы;

$\varepsilon_{ca}(t)$ – поток расходов на развитие основных средств;

$\varepsilon_T(t)$ – поток налогов;

$\varepsilon_0(t)$ – поток средств на прочие расходы.

Поток поступлений средств в банк запишем как

$$\varepsilon_n(t) = \varepsilon_k(t-\tau)\left[1 + \frac{\tau\, p(t-\tau)}{360 * 100}\right], \qquad (24)$$

где

τ – время в днях, на которое выдается кредит ($\tau \ge 1$);

$\varepsilon_k(t-\tau)$ – поток кредита в момент времени $(t-\tau)$ его выдачи;

$p = p(t-\tau)$ – годовые проценты по кредиту, назначенные в момент времени ($t-\tau$) выдачи кредита.

В системе (22-24) время τ является величиной, зависящей как от пожеланий клиента, так и от возможностей банка, она назначается в момент времени ($t-\tau$). Проценты $p(t-\tau)$ определяются банком, исходя из соответствующей процентной ставки центрального банка и риска, который принимает на себя банк, работая с каждым конкретным клиентом. Поток прочих расходов $\varepsilon_0(t)$ заранее не известен, с помощью этого потока учитываются все внешние и внутренние непредвиденные возмущения.

Модель (20-24) адекватна реальному процессу, но она достаточно сложна для анализа. Для упрощения этой модели введем некоторые допущения, которые позволят получить аналитическое решение задачи.

Примем, что поток расходов ε_0 пропорционален объему оборотного фонда S. Эту зависимость представим в виде

$$S = \tau_D\, \varepsilon_e, \qquad (25)$$

где τ_D – коэффициент, характеризующий динамическую систему.

При постоянном значении τ_D это условие равносильно следующему:

$$S' = \tau_D\, \varepsilon_e',$$

где

$$S' = \frac{dS}{dt};\ \varepsilon_e = \frac{d\varepsilon}{dt}.$$

Тогда первое уравнение в системе (22) запишется в форме:

$$\tau_D\, \varepsilon_e' + \varepsilon = \varepsilon_n;\quad \varepsilon_e(t_0) = \varepsilon_{e0}, \qquad (26)$$

где $\varepsilon_{e0} = S/\tau_D$ – начальное значение $\varepsilon_e(t)$ при $t = t_0$. Здесь τ_D является инерционным запаздыванием потока расходов по отношению к потоку поступлений $\varepsilon_n(t)$. Введение инерционного запаздывания τ_D является параметризацией процесса, при котором довольно сложная зависимость между расходами и имеющимися средствами сводится к определению одного параметра τ_D. Если ситуация и свойства банка изменятся, то это учитывается рассмотрением τ_D как функции времени. Для установившихся процессов τ_D является постоянной величиной, характеризующей данный банк и среду, в которой он функционирует.

Чистое запаздывание аргумента τ в уравнении (24) также затрудняет анализ процесса. Заменим его приближенно инерционным запаздыванием. Для этого выражение (24) запишем в виде:

$$\varepsilon_n(t) = \varepsilon_k(t-\tau)\left[1 + p^*(t-\tau)\right], \qquad (27)$$

где

$$p^*(t-\tau) = \tau\, p(t-\tau)/(360 * 100). \qquad (28)$$

Введем обозначение $s = t - \tau$. В результате получим равенство:

$$\varepsilon_n(s+\tau) = \varepsilon_k(s)\left[1 + p^*(s)\right]. \qquad (29)$$

Разложив $\varepsilon_n = \varepsilon_n(s+\tau)$ по степеням τ и удержав члены до первого порядка включительно, будем иметь:

$$\varepsilon_n(s+\tau) \cong \varepsilon_n(s) + \frac{d\varepsilon_n(s)}{ds}\tau. \qquad (30)$$

Подставим последнее выражение в равенство (29) и в силу произвольности s заменим его на символ t. В результате получим:

$$\begin{aligned} &\tau\frac{d\varepsilon_n(t)}{dt} = -\varepsilon_n(t) + (1 + p^*(t))\varepsilon_k(t); \\ &\varepsilon_n(t_0) = \varepsilon_{n0}, \end{aligned} \qquad (31)$$

где ε_{n0} – начальное значение потока $\varepsilon_n(t)$.

Величина ε_r, согласно равенству (23), состоит из ряда слагаемых, которые представим в форме:

$$\varepsilon_s = \gamma_1\varepsilon_e,\quad \varepsilon_T = \gamma_2\varepsilon_e,\quad \varepsilon_{ca} = \gamma_3\varepsilon_e,\quad \varepsilon_o = \gamma_4\varepsilon_e, \qquad (32)$$

где γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 определяют доли, которые составляют от ε_e потоки $\varepsilon_e, \varepsilon_T, \varepsilon_{ca}, \varepsilon_o$ соответственно. Следовательно,

$$\varepsilon_r = \gamma\varepsilon_e\,, \qquad (33)$$

где $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4$.

Часть ε_e, равная $\varepsilon_k = (1-\gamma)\varepsilon_e$, идет на выдачу кредита. Поэтому неравенство $\varepsilon_k > 0$ будет характеризовать кредитоспособность банка, поскольку величина ε_k представляет собой объем средств, выдаваемых в кредит каждый день. При этом из соотношения $\varepsilon_k = (1-\gamma)\varepsilon_e > 0$ следует неравенство $\varepsilon_e > 0$, что также является условием кредитоспособности банка.

С учетом принятых допущений система (22-24) запишется в виде:

$$\begin{cases} \tau_D\varepsilon_e'\ \varepsilon_e(t) = \varepsilon_n(t); \\ \varepsilon_e(t_0) = \varepsilon_{e0}; \\ \tau_k\varepsilon_n'(t) = (1 + p^*(t))(1-\gamma)\varepsilon_e; \\ \varepsilon_n(t_0) = \varepsilon_{n0}; \\ \tau_D\varepsilon_e \le S_g,\ \varepsilon_{e0} = S_0/\tau_0,\ S_g \le S_0,\ 0 \le \gamma \le 1. \end{cases} \qquad (34)$$

Здесь величина τ, входящая в уравнение (31), заменена на τ_k. Это связано с тем, что чистое запаздывание τ и инерционное запаздывание τ_k не равны, а имеет место приближенное равенство [5]

$$\tau_k \approx 3\tau_k\,, \qquad (35)$$

которое следует из условия вхождения решения уравнения (31) в 5-процентную «трубку», т.е. совпадения решений уравнений при чистом и инерционном запаздываниях с точностью не менее 5%.

Система (34) является замкнутой относительно величин δ_e и ε_n. Управлением служит параметр γ, определяющий долю затрат всех средств, кроме тех, что идут на кредит.

В систему (34) входит ряд параметров – τ_D, τ_k, p^*, γ и другие. Из них p^* и γ так или иначе назначаются, то есть являются управляемыми, а два параметра – τ_D и τ_k – описывают свойства самого объекта (банка), и их следует идентифицировать. Тогда система (34) будет описывать именно данный банк. Величины τ_D и τ_k будем считать постоянными.

Кредиты выдаются на определенный срок, равный τ. Но эта величина меняется довольно сильно. Поэтому следует кредитные операции разделить на краткосрочные, среднесрочные и долгосрочные и каждую группу идентифицировать отдельно. При этом считается, что кредиты возвращаются в обговоренные сроки. За τ принимается среднее значение сроков выдачи в своей группе. Тогда инерционное запаздывание, согласно (35), определится по формуле $\tau_k = \tau/3$.

Величина τ_D также представляет собой инерционное запаздывание, и первое уравнение системы (34) можно записать через чистое запаздывание τ':

$$\varepsilon_e(t) = \delta_n(t - \tau').$$

Значит, τ' представляет собой время, в течение которого поступления ε_n, пришедшие за время t, израсходованы полностью. Оно включает в себя также время, необходимое для обработки документации, работы с клиентами, то есть зависит от состояния кредитного рынка. После определения чистого запаздывания τ' величина инерционного запаздывания τ_D вычисляется по формуле $\tau_D = \tau'/3$.

Сначала проанализируем статически равновесное состояние, когда ε_n и ε_e – постоянные величины. При этом $\varepsilon_e' = \varepsilon_n' = 0$. Тогда из (34) следует, что $\varepsilon_e = \varepsilon_n$, то есть расход всегда равняется поступлениям, и это будет иметь место, если

$$(1-\gamma)(1+p^*) = 1 \qquad (36)$$

или доля расходов γ удовлетворяет условию

$$\gamma = \frac{p^*}{1+p^*} = \frac{\tau p}{360 * 100} * \frac{1}{1 + \tau p/(360*100)} = \frac{1}{360*100 + \tau p}. \qquad (37)$$

Обобщенным параметром, определяющим допустимые расходы, выступает произведение τp. На рис. 11 представлен график зависимости (37).

Теперь, исключив величину ε_n из системы (34), получим одно дифференциальное уравнение второго порядка относительно $\varepsilon_e(t)$:

$$\begin{aligned} &\tau_D\tau_k\varepsilon_e'' + (\tau_D + \tau)\varepsilon_e' + [1 - (1-\gamma)(1\rho^*)]\varepsilon_e = 0; \\ &\varepsilon_e(t_0) = \varepsilon_{e0},\ \varepsilon_e'(t_0) = (\varepsilon_0 - \varepsilon_{e0})/\tau_D. \end{aligned} \qquad (38)$$

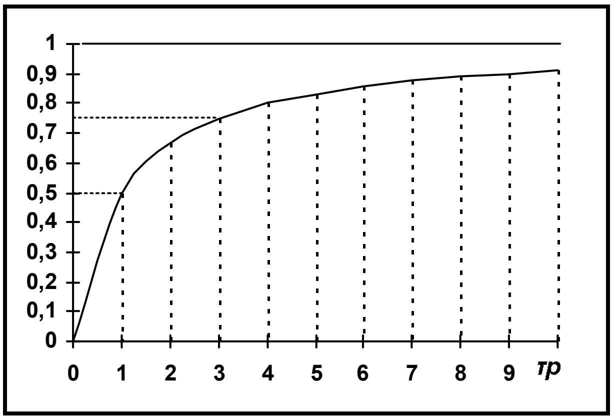

Рис. 11. Допустимые расходы в относительных единицах

После определения величины ε_e из уравнения (38) неизвестная величина ε_n может быть определена из первого уравнения (35). Если решение (38) получено численно, то для вычисления ε_n необходимо использовать третье уравнение из (34), поскольку численное дифференцирование ε_e приводит к появлению существенных погрешностей.

Если коэффициенты уравнения (38) постоянны, то несложно получить его аналитическое решение [5]. Для этого запишем характеристическое уравнение:

$$\tau_D\tau_k\lambda^2 + (\tau_D + \tau_k)\lambda + [1 - (1-\gamma)(1+p^*)] = 0, \qquad (39)$$

решения которого

$$\lambda_{1,2} = \frac{-(\tau_D + \tau_k) \pm \sqrt{\Delta}}{2\tau_D\tau_k};$$

$$\Delta = (\tau_D + \tau_k)^2 - 4\tau_D\tau_k\,[1 - (1-\gamma)(1+p^*)]. \qquad (40)$$

Если равенство (36) не выполняется, то в зависимости от величины и знака дискриминанта Δ корни $\lambda_{1,2}$ будут вещественными или комплексными. Введем следующие обозначения:

$$a = \tau_D + \tau_k;$$
$$b = 4\tau_D^2\tau_k^2\left[1-(1-\tau)(1+p^*)/(\tau_D\tau_k)\right]. \quad (41)$$

Тогда

$$\Delta = a^2 - b. \quad (42)$$

Величина a, как правило, положительна. Она будет отрицательна, если одна из величин – τ_D или τ_k – отрицательна и при этом $\tau_D + \tau_k < 0$. Это означает, что рассматривается процесс не с запаздывающим, а с опережающим аргументом. Например, выданные в кредит деньги возвращаются не после, а до выдачи кредита. Эти и аналогичные им случаи здесь не рассматриваются. Примем, что $a > 0$ всегда.

Величина b может быть как положительной, так и отрицательной. В зависимости от соотношения величин a^2 и b дискриминант Δ может иметь разный знак.

Рассмотрим следующие случаи.

При $a^2 > b$ дискриминант $\Delta > 0$ и оба корня уравнения (39) вещественны. В этом случае общее решение уравнения (38) имеет вид:

$$\varepsilon_e = exp(-at)\,[((c_1+c_2)/2)\,exp(ct) + ((c_1-c_2)/2)\,exp(-ct)], \quad (43)$$

где $c = \sqrt{\Delta} = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Постоянные c_1 и c_2 зависят от начальных данных ε_{e0} и ε'_e и параметров системы следующим образом:

$$c_1 = \varepsilon_{e0}, \quad c_2 = \frac{\varepsilon'_{e0} + a\varepsilon_{e0}}{\sqrt{a^2 - b}}. \quad (44)$$

Случай $b = 0$ соответствует равновесному состоянию рассматриваемой системы, при этом выполняется условие:

$$\Delta = a_2 \text{ и } \lambda_{1,2} = -a \pm a, \text{ т.е. } \lambda_1 = 0,\ \lambda_2 = -2a. \quad (45)$$

Тогда общее решение (43) запишется в виде:

$$\varepsilon_{e0} = (c_1+c_2)/2 + ((c_1-c_2)/2)\,exp(-2at). \quad (46)$$

Равновесное состояние $\varepsilon_e = (c_1 + c_2) / 2$ реализуется при любом значении t, если имеет место равенство $c_1 = c_2$. Если же $c_1 \neq c_2$, то в силу того, что $a > 0$, данное состояние реализуется для больших значений t, при этом:

$$\varepsilon_e \approx (c_1 + c_2) / 2, \quad (47)$$

а при t, стремящемся к бесконечности, условие $\varepsilon_e = (c_1 + c_2) / 2$ соблюдается независимо от значений c_1 и c_2. Таким образом, состояние $\varepsilon_e = (c_1 + c_2) / 2$ обладает устойчивостью финансового потока по отношению к начальным возмущениям (рис. 12).

При этом, независимо от того, какое из неравенств – $\varepsilon_e(0) > (c_1 + c_2) / 2$ или $\varepsilon_e(0) < (c_1 + c_2) / 2$ – имело место, с увеличением t соотношение (46) становится более точным.

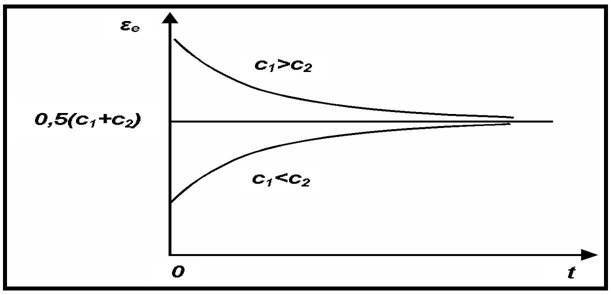

Рис. 12. Устойчивость финансового потока относительно начальных возмущений

Поведение системы меняется при $b \neq 0$. Если при этом условии $a > 0$ и $c > 0$, то для больших t, согласно (43), имеет место приближенная зависимость:

$$\delta_e(t) \approx ((c_1+c_2)/2)\,exp[-(a-\sqrt{a^2-b})\,t].$$

Здесь возможны следующие две ситуации:

$$(a - \sqrt{a^2 - b}) > 0$$

и

$$(a - \sqrt{a^2 - b}) < 0.$$

Условие $(a - \sqrt{a^2 - b}) > 0$ выполняется при $b > 0$, тогда ε_e уменьшается с увеличением t, что говорит о снижении кредитоспособности банка. В противном случае, когда $b < 0$, кредитоспособность банка с течением времени возрастает (рис. 13). Отсюда следует, что условие $b = 0$ при $\Delta > 0$ характеризует критическое состояние, разделяющее области увеличения и падения кредитоспособности банка.

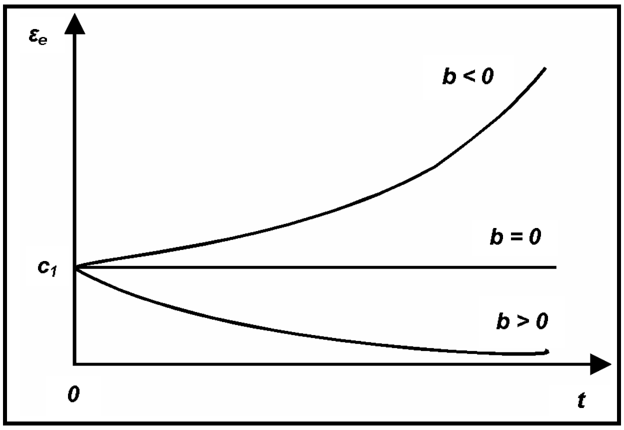

Рис. 13. Изменение кредитоспособности банка

При $\Delta < 0$ корни характеристического уравнения (39) являются комплексными, и общее решение уравнения (38) записывается в виде

$$\varepsilon_e = h\,exp(-at)\,sin(\sqrt{b - a^2}t + \Theta). \quad (48)$$

Постоянные h и Θ определяются из начальных условий по формулам:

$$h = \sqrt{\varepsilon_{e0}^2 + \frac{(\varepsilon'_{e0} + a\varepsilon_{e0})^2}{b - a^2}};$$
$$tg\Theta = \frac{\varepsilon_{e0}\sqrt{b - a^2}}{\varepsilon_{e0} + a\varepsilon_{e0}}. \quad (49)$$

Из (22) следует, что в начальный момент времени банк является кредитоспособным при выполнении неравенства:

$$\varepsilon_e(0) = h\,sin\Theta > 0.$$

Однако выполнение этого условия не означает сохранение кредитоспособности банка при любом $t > 0$. Как следует из (48), процесс изменения ε_e является колебательным с уменьшением амплитуды во времени (рис. 14). Поэтому при t, стремящемся к бесконечности, $\varepsilon_e(t)$ стремится к нулю, что говорит о падении кредитоспособности банка. Кроме того, в силу колебательного характера процесса для некоторых моментов времени t_n, $n = 1, 2, \ldots$, выполняется условие $\varepsilon_e(t_n) = 0$.

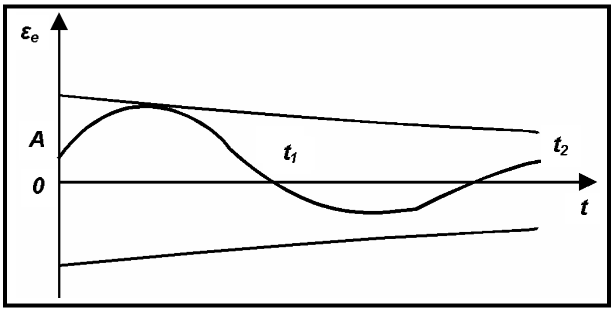

Рис. 14. Колебательный характер кредитоспособности банка

Таким образом, банк обладает кредитоспособностью при любом значении t, если $b < 0$, поскольку при этом параметры банка γ и p^* таковы, что $(1 - \tau)(1 + p^*) > 1$ и $\Delta \geq 0$. В противном случае кредитоспособность банка со временем падает.

5. ДИНАМИЧЕСКИЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА КРЕДИТОВАНИЯ

Дополнив соотношения (22) дифференциальным уравнением (31), получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{dS(t)}{dt} = \varepsilon_n(t), \tau \dfrac{d\varepsilon_n(t)}{dt} = \varepsilon_e(t) + (1 + A)\varepsilon_k(t); \\ S(t) > 0, S(t_0) = S_0, \ S_0 < K(t_0), \end{cases} \quad (50)$$

где $(1 + A) = (1 + p^*) / \tau$.

Отметим, что при заданном значении $\varepsilon_k(t)$ система (50), состоящая из двух дифференциальных уравнений, содержит три неизвестные функции – $S(t)$, $\varepsilon_n(t)$, $\varepsilon_e(t)$ – являясь, таким образом, незамкнутой. Это означает, что для ее решения, в частности, необходимо задать $\varepsilon_e(t)$. Однако в этом случае исключается возможность проведения всестороннего анализа кредитной политики. Поэтому предлагается пойти по следующему пути.

Система (50) включает в себя величину $\varepsilon_k(t)$, то есть кредитный поток, который может быть реализован по распоряжению руководства банка. При максимальном использовании финансовых ресурсов банка поток $\varepsilon_k(t)$ включает в себя поток возвратного кредита, а также часть прибыли банка и имеет, таким образом, следующий вид:

$$\varepsilon_k(t) = \varepsilon_k(t - \tau) + \gamma_1 A \, \varepsilon_k(t - \tau),$$

где γ_1 – коэффициент, характеризующий ту часть прибыли, которая отдана в кредит в момент времени t.

Изменяя коэффициент γ_1, можно получать различные значения $\varepsilon_k(t)$. При этом $\gamma_1 < 1$, поскольку расходная часть $\varepsilon_e(t)$ включает в себя и другие компоненты.

Введем коэффициенты γ_2, γ_3, γ_4 и γ_5, характеризующие части дохода банка $A \, \varepsilon_k(t - \tau)$, направленные на формирование финансовых потоков $\varepsilon_{зп}(t)$, $\varepsilon_н(t)$, $\varepsilon_{ос}(t)$ и $\varepsilon_{пр}(t)$ соответственно. При этом получим:

$$\begin{cases} \varepsilon_k(t) = \varepsilon_k(t - \tau) + \gamma_1 A\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_{зп}(t) = \gamma_2 A\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_н(t) = \gamma_3 A\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_{ос}(t) = \gamma_4 A\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_{пр}(t) = \gamma_5 A\varepsilon_k(t - \tau). \end{cases} \quad (51)$$

Обозначим через $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5$. Если вся прибыль направляется в оборот, то $\gamma = 1$, условие $\gamma < 1$ означает, что часть банка средств отправлена на накопление. В этом случае расходная часть ε_e в (50) должна включать в себя дополнительную компоненту $\varepsilon_{накопл} = A \, \varepsilon_k(t - \tau)$.

Соотношения (51) записаны для идеальной ситуации, когда поступившие деньги передаются внешним потребителям без запаздывания. В действительности, банк, как и любой другой реально функционирующий механизм, исполняет действия с запаздыванием (например, это время, необходимое для обработки документации). Обозначим его через τ_0. В общем случае τ_0 имеет различные значения при передаче различных составляющих ε_e различными службами и отделами.

Рассмотрим частный случай, когда величина τ_0 неизменна. При этом соотношения (24) примут форму

$$\begin{cases} \varepsilon_k(t) = (1 + \gamma_1 A)\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_{зп}(t) = \gamma_2 A\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_н(t) = \gamma_3 A\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_{ос}(t) = \gamma_4 A\varepsilon_k(t - \tau); \\ \varepsilon_{пр}(t) = \gamma_5 A\varepsilon_k(t - \tau_1). \end{cases} \quad (52)$$

где $\tau_1 = \tau + \tau_0$.

Если при этом выполняется условие $\gamma = 1$, то неконтролируемых расходов нет. Тогда с учетом полученных зависимостей равенства (23) и (24) примут вид:

$$\begin{aligned} &\varepsilon_e(t) = \gamma^* A\varepsilon_k(t - \tau); \\ &\varepsilon_n(t) = (1 + A)\varepsilon_k(t - \tau), \end{aligned} \quad (53)$$

где $\gamma^* = \gamma_1 + (1 + \gamma_2) + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5$ в общем случае не равно двум.

Преобразуем первое уравнение в (53). Для этого введем замену $s = t - \tau_1$ и разложим $\varepsilon_e(s + \tau_1)$ в ряд Тейлора. Ограничившись первым членом разложения в силу малости производных более высоких порядков, получим:

$$\varepsilon_e(S + \tau_1) = \varepsilon_e(S) + \varepsilon'^*(S)\tau_1 \ .$$

Тогда

$$\tau_1 \varepsilon_e'(t) + \varepsilon_e(t) = \gamma^* A\varepsilon_k(t). \quad (54)$$

Положим, что кредит выдан на срок, больший, чем одни сутки, запаздывание τ_0 по проведению банковских операций составляет не менее одних суток в силу выбранной системы отсчета. При этом система (50) с учетом (54) примет следующий вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d\varepsilon_n(t)}{dt} = a_1\varepsilon_n(t) + \dfrac{1}{\tau}(1 + A)\varepsilon_k(t); \\ \dfrac{d\varepsilon_e(t)}{dt} = a_2\varepsilon_e(t) + \dfrac{1}{\tau}\gamma^* A\varepsilon_k(t); \\ S(t) > 0, S(t_0) = S_0, S_0 < K_y(t_0); \\ \varepsilon_e(t_0) = \varepsilon_{e0}, \quad \varepsilon_n(t_0) = \varepsilon_{n0}, \end{cases} \quad (55)$$

где $a_1 = -1 / \tau$; $a_2 = -1 / \tau_1$; $\tau \geq 1$; $\tau_1 > 1$.

Система (55) содержит три уравнения и три неизвестных – $S(t)$, $\varepsilon_e(t)$ и $\varepsilon_n(t)$ – являясь, таким образом, замкнутой. В качестве управления выступает поток кредитных средств $\varepsilon_k(t)$. При заданных начальных условиях $S(t_0)$, $\varepsilon_e(t_0)$ и $\varepsilon_n(t_0)$ система (55) имеет решение ($\tau \neq 0$; $\tau_1 \neq 0$), если она совместна.

Для анализа полученной модели сведем рассматриваемую систему уравнений к одному уравнению третьего порядка

$$\begin{cases} S'''(t) + m_1 S''(t) + m_2 S'(t) + m_3 S(t) = Q(t); \\ S''(t_0) = S'(t_0) = 0; \quad S(t_0) = Q(t), \end{cases}$$

где

$Q(t) = B_1 \varepsilon'_k - B_2 \varepsilon'_k - (B_1 a_2 - B_2 a_1)\varepsilon_k;$

$B_1 = 1/\tau(1 + A);$

$B_2 = 1 / \tau_1 \gamma^* A;$

$m_1 = -(a_1 + a_2);$

$m_2 = a_1 a_2;$

$m_3 = 0.$

С учетом того, что $m_2 = 0$, запишем это уравнение в форме:

$$\frac{d(S''(t))}{dt} + m_1 \frac{d(S'(t))}{dt} + m_2 \frac{d(S(t))}{dt} = Q(t) \qquad (56)$$

или

$$d(S''(t)) + m_1 d(S'(t)) + m_2 d(S(t)) = Q(t)dt.$$

Проинтегрировав (56), получим:

$$S''(t) + m_1 S'(t) + m_2 S(t) - (S''(t_0) + m_1 S'(t_0) + m_2 S(t_0)) = \int_{t_0}^{t} Q(\mu)d\mu,$$

где $S''(t_0) = 0$.

Окончательно имеем:

$$S''(t) + m_1 S'(t) + m_2 S(t) = \int_{t_0}^{t} Q(\mu)d\mu + m_2 S(t_0), \qquad (57)$$

где

$$\int_{t_0}^{t} Q(\mu)d\mu = (B_1 - B_2)\varepsilon_k(t) - (B_1 - B_2)\varepsilon_k(t_0) - (B_1 a_2 - B_2 a_1)\varepsilon_k(t) \int_{t_0}^{t} \varepsilon_k(\mu)d\mu .$$

Применим модель (57) для анализа финансового состояния банка. Для этого запишем ее в следующем виде:

$$\begin{cases} S''(t) + 2nS'(t) + k^2 S(t) = Q^*(t); \\ S'(t_0) = 0; \quad S(t_0) = S_0, \end{cases} \qquad (58)$$

где

$2n = m_1 = (\tau_1 + \tau) / \tau\,\tau_1;$

$k^2 = m_2 = 1 / \tau\,\tau_1;\ \tau_1 = \tau + \tau_0;$

$$Q^*(t) = \int_{t_0}^{t} Q(\mu)d\mu + m_2 S_0.$$

Очевидно, что модель (58) пригодна для использования в качестве математической модели только в том случае, если она устойчива. Покажем, что это так. Для этого проанализируем состояние банка без влияния внешних воздействий ($Q^*(t) = 0$), при этом уравнение (58) представим в виде

$$\begin{cases} S''(t) + 2nS'(t) + k^2 S(t) = 0; \\ S'(t_0) = 0; \quad S(t_0) = S_0, \end{cases}$$

где

$2n = (\tau_D + \tau_K) / \tau_0\,\tau_K;\ k^2 = [1 - (1 - \gamma)(1 + p^*)].$

Это уравнение описывает свободные изменения оборотного капитала $S(t)$. В общем случае при малых начальных возмущениях процесс $S(t)$ может быть либо сходящимся (к $S(t_0)$), что будет означать устойчивость, либо расходящимся – в противном случае.

Уравнение (58) при $Q^*(t) = 0$ имеет [5] общее решение:

$S(t) = c_1 \exp(\lambda_1 t) + c_2 \exp(\lambda_2 t),$

где λ_1 и λ_2 – корни характеристического уравнения:

$\lambda^2 + 2n\lambda + k^2 = 0.$

Покажем, что эти корни действительны и различны, т.е.:

$(n^2 - k^2) > 0.$

С учетом того, что

$n = (2\tau + \tau_0) / (\tau(\tau + \tau_0))$

и

$k^2 = 1 / (\tau(\tau + \tau_0)),$

разность

$\tau\, n^2 - k^2 = 4\tau^2 + 4\tau\tau_0 + \tau_0^3 > 0$

поскольку

$\tau > 1,\ \tau_0 \geq 1.$

Кроме того, полученным значениям n и k соответствуют отрицательные собственные значения.

Сказанное говорит об устойчивости системы (58) в соответствии с теорией систем. Это означает, что при принятых условиях банк устойчив. При этом оборотный капитал банка при $\varepsilon_k(t) = 0$ останется неизменным, то есть банк, не выделяющий кредиты, не может быть убыточным или прибыльным. При отсутствии прибыли нет и всех тех расходов, которые включены в расходную часть $\varepsilon_e(t)$. Отметим, что, в соответствии с существующим законодательством, не все налоги оплачиваются, исходя от прибыли. Это, в свою очередь, означает, что модель (52) не совсем верна, поскольку при $\varepsilon_k(t) = 0$ выполняется условие $\varepsilon_H(t) = 0$. Для более тщательного анализа необходимо принять:

$\varepsilon_H(t) = \gamma_3 A \varepsilon_k(t - \tau) + c_1,$

где c_1 – постоянная величина, определенная с учетом действующего законодательства.

С учетом сделанных выводов решение запишем в виде:

$$S(t) = \left[S_0\, ch(\lambda t) + S'_0 + nS_0\right) sh(\lambda t)/\lambda\big]e^{-nt} + 1/\lambda \int_{0}^{t} Q^*(\eta)e^{-n(t-\eta)} sh(\lambda(1 - \eta))d\lambda, \qquad (59)$$

где $ch()$ и $sh()$ – гиперболические косинус и синус соответственно.

Первое слагаемое:

$$S_1(t) = \left[S_0\, ch(\lambda t) + S'_0 + nS_0\right) sh(\lambda t)/\lambda\big]e^{-nt}$$

в терминах теории систем описывает свободные колебания, что для банка означает изменения оборотного капитала. В силу устойчивости системы (58) эти изменения удовлетворяют следующим условиям:

$$S_1(t)\big|_{t=0} = S_0; \quad \lim_{t\to\infty} S_1(t) = 0. \qquad (60)$$

С их учетом второе слагаемое $S_2(t)$ в (59) примет форму:

$$S_2(t) = \frac{1}{\lambda}\int_{0}^{t} Q^*(\eta)e^{-n(t-\eta)} sh(\lambda(t - \eta))d\eta = \frac{1}{\lambda}\int_{0}^{t}\left[\int_{t_0}^{t} Q()\mu\, d\,\mu\right]e^{-n(t-\eta)} sh\big[\lambda(t - \eta)\big] + \frac{1}{\lambda} m_2 S_0 \int_{0}^{t} e^{-n(t-\eta)} sh(t - \eta)d\eta. \qquad (61)$$

Определим, при каких ограничениях, накладываемых на параметры системы, и каких управлениях имеют место:

- прибыльность банка $S'(t_1) > 0$, где t_1 – момент времени, начиная с которого банк начал давать прибыль;
- убыточность банка $S'(t_2) < 0$, где t_2 – момент времени, начиная с которого банк стал убыточным;
- крах банка $\left\lfloor K_y(t_0) + S(t_3) \right\rfloor \le 0$, где t_3 – момент времени, начиная с которого капитал банка за счет оборотных средств стал нулевым или отрицательным.

Определим условия, при которых банк является прибыльным. Для этого рассмотрим (59) и представим $S'(t)$ в виде:

$$S'(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} = \\ + \lim_{\Delta t \to 0} 1/\lambda \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} Q^*(\eta) e^{-n(t-\eta)} sh(\lambda(t-\eta))\, d\eta = \\ \lim_{\Delta t \to 0} 1/\lambda \int_{t}^{t+\Delta t} Q^*(\eta) e^{-n(t-\eta)} sh(\lambda(t-\eta))\, d\eta, \\ \mu \in [t, t+\Delta t]. \tag{62}$$

Поскольку в данном выражении подынтегральная функция положительна, условие $S'(t_1) > 0$ выполняется, если $Q^*(\eta) > 0$. Очевидно, при этом $Q^*(t) > 0$ и, следовательно,

$$\int_0^t Q^*(\tau) dt + m_2 S(t_0) > 0. \tag{63}$$

Осуществим в последнем неравенстве замену:

$$Q(t) = (B_1 - B_2)\varepsilon_k'(t) - (B_1 a_2 - B_2 a_1)\varepsilon_k(t),$$

при этом получим неравенство:

$$(B_1 - B_2)\varepsilon_k(t) - \\ -(B_1 a_2 - B_2 a_1)\int_0^t \varepsilon_k(t) d\tau + m_2 S(t_0) > 0. \tag{64}$$

Задача анализа прибыльности банка заключается, таким образом, в выборе такой совокупности параметров $\varepsilon_k(t)$, τ, τ_0, P_1, γ_1, γ_2, γ_3, γ_4, γ_5, при которой выполняется данное условие.

В общем случае величина τ_1 не равна τ. Если $\tau_1 < \tau$, то банк при выдаче кредита может обойтись депозитным вкладом, не превышая при этом объем вложений клиента 2.

Представленные математические модели позволяют анализировать процесс функционирования банка во времени при различных кредитных процентах, оценивать роль инфляции, учитывать влияние внешней среды на формирование кредитной политики. Получаемая в результате расчетов величина безрискового кредитного процента служит исходным материалом для вычисления банковского процента с учетом риска невозврата кредита.

6. УЧЕТ КОЛЕБАНИЙ ПОТОКА КЛИЕНТОВ

Представленные выше статические и динамические модели позволяют анализировать деятельность банков в условиях малых отклонений от планов или на коротких временных интервалах. Как и для классических моделей, упомянутых во вводной части работы, их прямая рандомизация вызывает серьезные технические затруднения.

Для того чтобы их обойти, воспользуемся логикой дисконтирования денежных потоков [17], которая позволяет сравнивать и анализировать ситуации, развернутые на различных временных интервалах, в некоторые фиксированные моменты времени. Тогда полное нормированное описание дебитора сведется к тому, что он отдал банку в момент времени $t = 0$ единицу (1) денег, а банк в момент времени $t = 1$ вернет ему $(1 + d)$ денег, где d – депозитная нормированная ставка, или в векторной форме $[+1, -(1+d)]$. В свою очередь взаимоотношения банка с нормированным кредитуемым лицом будут заданы векторным соотношением $[-1, 1+k]$, где k – нормированная кредитная ставка.

Приведение любой кредитной и депозитной истории к двухточечному векторному виду может быть выполнено в смысле равной эффективности (доходности) в момент времени $t = 1$ с использованием либо классических методов дисконтированной доходности, либо с применением вышеизложенной теории (1-64).

Тогда сводный вектор денежных потоков $\overline{S}$ может быть записан в следующей матрично-векторной форме:

$$\overline{S}^T = \overline{I}^T * diag(\overline{\varphi_d}) * D + \overline{I}^T * diag(\overline{\varphi_k}) K, \tag{65}$$

где

$$D = (E - (1+d) * H_1); \tag{66}$$

$$K = (-E + (1+k) * H_1), \tag{67}$$

где, как и ранее,

E – единичная матрица;

H_1 – единичная наддиагональная матрица;

$$\varphi_d = \mu_d + \xi_d, \tag{68}$$

случайный поток депозиторов с колебаниями $\overline{\xi_d}$,

$$\overline{\varphi_k} = \overline{\mu_k} + \overline{\xi_k} \tag{69}$$

случайный поток кредитуемых с колебаниями $\overline{\xi_k}$.

Для того чтобы яснее представить себе роль случайных ошибок, из формул были убраны все трансакционные издержки.

В этом варианте при стремлении случайных ошибок к нулю гарантированная сбалансированность системы требует выполнения условия $\overline{\mu} = \overline{\mu_d} = \overline{\mu_k}$ и соотношение (65) после транспонирования преобразуется к виду:

$$\overline{S} \cong (k - d) * H_1 * \mu - (E - (1+k)) * H_1 * \overline{\xi_k}) + \\ + (E - (1+d)) * H_1 * \overline{\xi_d}). \tag{70}$$

С учетом (70) и справедливым с точностью до краевых эффектов [6] соотношением

$$\overline{I}^T * H_1 \cong \overline{I}^T. \tag{71}$$

получим в каждый конкретный фиксированный момент N накопленным итогом

$$\overline{I}^T * \overline{S} \cong \Delta(\overline{I}^T \overline{\mu}) + (\overline{I}^T \overline{\xi_d}) d - (\overline{I}^T \overline{\xi_k}) k, \tag{72}$$

где $\Delta = (k = d)$ – эффективная маржа банка.

Для оценок прежде всего интересен стационарный режим, который в рамках вышеприведенных приближений (65-72) эквивалентен:

$$\overline{\mu} = \overline{I}. \tag{73}$$

При этом уровень дисперсий случайных величин $\left[\overline{\xi_d}\right]_i$, $\left[\overline{\xi_k}\right]_i$ должен со значимой вероятностью допускать «обнуление» потока вкладчиков, т.е. иметь в нормированном варианте порядок $\left(\frac{1}{3}\right)^2$.

Если к этому добавить обычное предположение о некоррелированных нормальных $\left[\overline{\xi_k}\right]$, $\left[\overline{\xi_d}\right]$ с диагональной ковариационной матрицей, то (72) сведется к

$$Q(N) = \overline{I^T} * \overline{S} \cong \Delta * N + \frac{1}{3} * \sqrt{d^2 + k^2} * \sqrt{N} * \eta_1. \quad (74)$$

где η_1 – нормированная $(\sigma = 1)$ нормально распределенная случайная величина.

Для того чтобы эта величина с $P \geq 0{,}99$ была неотрицательна, необходимо выполнение условия:

$$\Delta * N > 3 * \frac{1}{3} * \sqrt{d^2 + k^2} * \sqrt{N} * 1. \quad (75)$$

где N, Δ, d, k – взаимоувязанные величины.

Выбирая годичный вариант дискретизации для текущих российских условий, можно приблизительно зафиксировать $k \cong 0{,}10,\ d \cong 0{,}08,\ \Delta \cong 0{,}02$ и преобразовать соотношение (75) к неравенству на N (число лет):

$$0{,}02 * N \geq 0{,}14\sqrt{N}. \quad (76)$$

Соответственно $\sqrt{N} \geq 7 \Rightarrow N \geq 49.$

Т.е. в этом варианте банк выходит с $P \geq 0{,}99$ на режим гарантированных положительных накопленных итогов через 49 лет. Разумеется, в данной модели некоторые условия (например, $d = 0{,}02$) чуть более жесткие, чем в реальной жизни. Тем не менее, выполненный вероятностный анализ, так же как и вышеприведенные классические оценки компенсации рисков, показывают, что риски случайных колебаний потоков вкладчиков очень в небольшом диапазоне могут быть компенсированы эффективной маржой, т.к. ее рост ограничен влиянием на систематическую составляющую потока $\overline{\mu}(\Delta)$.

Следует также заметить, что с точки зрения как статистики, так и бизнес-анализа следовало потребовать не просто накопленной неотрицательности с $P \geq 0{,}99$ потока Q, но неотрицательности случайного вектора $\overline{S}$ по (65) во всех временных точках. Задача вполне может быть решена в рамках техники [6] но, безусловно, это выходит за рамки настоящей работы. Отметим только, что это условие (всюду неотрицательность в N-мерном пространстве) выполняется при существенно более высоких требованиях чем (75).

В сущности, соотношения (65-76), которые демонстрируют невозможность компенсировать риски больших колебаний потоков вкладчиков, управляя только маржой, являются теоретической основой эффективного залога, в частности, ипотеки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках общей статистической теории рынка [4] в настоящей работе рассмотрена вероятностная модель кредитных институтов. С учетом сложности рандомизации динамических моделей процесса кредитования выполнена трехэтапная последовательность решения проблемы. На первом этапе выполнен общий анализ рисков кредитования с учетом реально измеряемых характеристик ошибок оценивания рыночных стоимостей, а также формальная оценка компенсирующих эти риски дополнительных процентов. На втором этапе построены динамические модели потоков в кредитных институтах в квазидетерминистском предположении. Построенные модели, в сочетании со стандартными методами дисконтирования потоков, позволили для любых реалистических ситуаций построить методы оценки рисков банкротства кредитных институтов при больших и/ или сильно коррелированных потоках вкладчиков и кредитуемых. Развитием выполненного анализа являются оценки высочайшей устойчивости строительных сберегательных касс к большим и (или) коррелированным колебаниям потока клиентов.

Литература

1. Волынский В.С. Кредит в условиях современного капитализма [Текст] / В.С. Волынский. – М. : Финансы и статистика, 1991. – 176 с.
2. Галасюк В.В. Учет экономических рисков: от традиций к здравому смыслу [Текст] / В.В. Галасюк, В.В. Галасюк // Вопросы оценки. – 2007. – №2. – С. 43-53.
3. Грачев И.Д. Внутрирегиональное развитие и тарифы на жилищно-коммунальные услуги [Текст] / И.Д. Грачев // Проблемы человеческого риска. – 2007. – №2. – С. 13-29.
4. Грачев И.Д. Законодательное обеспечение экономического прогресса: экономико-математические основы [Текст] / И.Д. Грачев. – Казань : Изд-во Казанск. гос. ун-та, 2008. – 264 с.
5. Грачев И.Д. Оценка микроэкономических рисков и безопасности [Текст] / И.Д. Грачев. – М. : Мастер-Лайн, 2003. – 279 с.
6. Грачев И.Д. Статистическая регуляризация при обработке эксперимента в прикладной спектроскопии [Текст] / И.Д. Грачев, М.Х. Салахов, И.С. Фишман. – Казань : Изд-во Казанск. ун-та, 1986. – 186 с.
7. Грядовая О. Кредитные риски и банковское ценообразование [Текст] / О. Грядовая // Российский экономический журнал. – 1995. – №9. – С. 22-29.
8. Долан Э.Дж. Деньги, банковское дело и денежно-кредитная политика [Текст] : [Пер. с англ.] / Э. Дж. Долан, Р. Дж. Кэмпбелл. – М. ; Л. : Худож. лит., Ленинград. отд-е, 1991. – 446 с.
9. Живетин В.Б. Введение в теорию риска и безопасности [Текст] / В.Б. Живетин. – М. : Ин-т проблем риска, 2006. – 321 с.
10. Карась Л. Кредитный риск в банковском менеджменте [Текст] / Л. Карась, В. Конторович // Хозяйство и право. – 1995. – №1. – С. 55-66.
11. Качалов Р.М. Развитие институциональной среды риск-менеджмента [Текст] / Р.М. Качалов, А.И. Ставчиков, Е.А. Завьялова // Экономика: теория и практика: науч.-образоват. журнал. – 2007. – №14.
12. Качалов Р.М. Управление хозяйственным риском [Текст] / Р.М. Качалов. – М. : Наука, 2002. – 192 с. (Экономическая наука современной России).
13. Клейнер Г.Б. Микроэкономика знаний и конкурентоспособность предприятий [Текст] / Г.Б. Клейнер // Современная конкуренция. – 2007. – №3.
14. Ларионова И. Кредитные риски [Текст] / И. Ларионова // Экономика и жизнь. – 1994. – №41. – С. 6-12.
15. Лейард Р. Макроэкономика : курс лекций для российских читателей [Текст] / Р. Лейард. – М., 1994. – 160 с.
16. Найт Ф. Х. Риск, неопределенность и прибыль [Текст] / Ф.Х. Найт; пер. с англ. М.Я. Каждана; Акад. нар. хоз-ва при Правит. РФ; Россия, центр эвол. экономики. – М. : Дело. – 2003. – 359 с.
17. Первозванский А.А. Финансовый рынок: расчеты и риск [Текст] / А.А. Первозванский, Т.Н. Первозванская. – М. : ИНФРА-М, 1994. – 191 с.
18. Пересецкий А.А. Методы оценки вероятности дефолта банков [Текст] / А.А. Пересецкий // Экономика и математические методы. – 2007. – №43 (3).
19. Севрук В.Т. Банковские риски [Текст] / В.Т. Севрук. – М. : Дело ЛТД, 1994. – 72 с.
20. Синько В. Экономические риски [Текст] / В. Синько // Экономист. – 1995. – №12. – С. 68-72.

Ключевые слова

Вероятностная модель; рыночная стоимость; ошибки оценивания; кредитные институты; банковское перераспределение капитала; кредитование под залог; линейные модели; нелинейные модели; рандомизация; большие колебания потоков вкладчиков.

Грачев Иван Дмитриевич

РЕЦЕНЗИЯ

При анализе развивающегося «великого кризиса» как экономистами, так и руководителями стран фиксируется в качестве главных причин – рассогласование «реальных» и «виртуальных» экономик и неадекватность сложившейся системы их государственного регулирования.

Провал крупнейших финансовых структур, располагавших мощными аналитическими службами, провал американской ипотеки, гордившейся тонкими расчетами рисков, означало, кроме того, фундаментальное расхождение применявшихся теорий и методов анализа экономических систем с практикой.

Данный феномен находится в центре внимания социально-экономических, экономико-правовых, экономико-математических исследований последнего времени. Рецензируемая статья, в этом смысле, яркий тому пример.

И.Д. Грачев предлагает свой оригинальный подход к решению проблем, разработав «вероятностную модель рыночной экономики». Поскольку основы ее построения излагаются в других авторских источниках, считаю необходимым кратко изложить суть авторского подхода, так как он лежит в основе анализа представленной в рецензируемой статье темы.

Рынок рассматривается автором как естественная статистическая машина, главная задача которой – определение рыночных стоимостей перераспределяемых (обращающихся на рынке) ресурсов. Ошибки в оценке стоимостей или неточные оценки отдельными участниками приводят к неоптимальному распределению ресурсов в системе и, следовательно, к их потерям, пропорциональным ошибкам оценивания рыночных стоимостей. Другое важнейшее и нашедшее отражение в модели свойство рынка – автопрогресс через механизм банкротств, или, в рамках предложенной статистической модели рынка, дискриминация неэффективных «оценщиков».

В качестве предмета анализа в рецензируемой статье выбраны вероятностные модели кредитных институтов. Подобный выбор автор обосновывает особым местом данного сегмента в рыночной экономике: кредитные институты являются ключевым элементом в механизме распределения, следовательно, их масштабы и качество принципиально влияют на экономический прогресс.

Область исследования И.Д. Грачева – это, прежде всего, российская экономика (что, безусловно, не исключает обращения автора к экономикам ряда других стран). Автор дает квалифицированный анализ отличия банковской системы Российской Федерации от зарубежной, обусловливая это, в частности, рядом не зависящих от банковской системы обстоятельств, одним из важнейших из которых считает отсутствие или несовершенство некоторых основных законодательных актов, несоответствие между правовой базой и реально существующей ситуацией. И здесь, безусловно, будет не лишним отметить особенность представленной работы – как в смысле чрезвычайной компетентности автора в области самого предмета изложения, так и в части поиска автором – практиком-законодателем, эффективных мер оптимизации сложившейся ситуации в процессе законотворчества. Следует подчеркнуть, что одной из задач автора было применение методов и техник, созданных при разработке указанной выше модели, при анализе практических задач, возникающих, в частности, в сфере банковской системы. С одной стороны, это возможность проверки их (методов) научной эффективности, с другой – одно из условий получения практически полезных качественных выводов в других ситуациях, когда математические формулы оказываются слишком абстрактными. Это вытекает из изначального предназначения разработки И.Д. Грачевым вероятностной модели рыночной экономики:

- исследования движущих «мотивов» поведения рынка;
- возможности анализа и оценки эффективности («прогрессивности») законодательных норм и правил его (рынка) регулирования.

Основной акцент при анализе финансовых потоков и в управлении банками автор делает на использовании теории динамических систем, отмечая перспективность данного направления в теории и практике. Примененные в статье методы рассуждений и аргументации оказываются полезным дополнением и продолжением современного научного инструментария анализа кредитных институтов.

Конструктивной в плане эффективности процесса восприятия текста, иногда довольно сложного для чтения, представляется предложенная автором трехэтапная последовательность решения поставленной проблемы.

- На первом этапе выполнен общий анализ рисков кредитования с учетом реально измеряемых характеристик ошибок оценивания рыночных стоимостей, а также формальная оценка компенсирующих эти риски дополнительных процентов.
- На втором этапе построены динамические модели потоков в кредитных институтах в квазидетерминистском предположении.

Это, в свою очередь, позволило для ряда реальных ситуаций построить методы оценки рисков банкротства кредитных институтов при больших и/или сильно коррелированных потоках вкладчиков и кредитуемых.

В рецензируемой статье предложен нетрадиционный взгляд на экономическую динамику – взгляд ученого, привыкшего подкреплять словесные выкладки измерениями и математическими формулами, и в то же время обладающего обширным опытом политика и бизнесмена.

Считаю, что работу можно считать несомненно интересной – и в теоретическом, и в практическом плане, а потому она, безусловно, заслуживает опубликования в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Хрусталев Е.Ю., д.э.н., профессор, ведущий научный сотрудник Центрального экономико-математического института Российской Академии наук

3.2. STOCHASTIC MODELS OF CREDIT ORGANIZATIONS

I.D. Grachev, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Member of National Advice of Russian Federation on Evaluation Activity, Deputy of State Duma of Russia

The present article provides the complex research of a problem of effective credit organizations functioning, starting with the general stochastic overview about possible types of risks using dynamic models of different level of complexity for specific estimated values of arising errors. We have considered the reasons of the top-priority choice of the given market system segment; determined the distinctions in activity of the Russian and foreign banks which are connected with risk, as a whole, and with other level of errors in the risks estimation; analyzed various risks classifications, their advantages and disadvantages from the point of view of possibility of risk management implementation. We have demonstrated the efficiency of use of the dynamic systems theory for the cash flows analysis and bank management. We have considered linear and nonlinear models of credit process; in order to keep the general logic of statements we reproduce the well-known decisions sometimes.

Literature

1. V.S. Volynskey. The credit in the conditions of modern capitalism / V.S. Volynskey. – Moscow: Finance and statistics, 1991. – 176 p.
2. V.V. Galasuck. Economic risks calculation: from traditions to common sense / V.V. Galasuck // Problems of estimation. – Moscow: Institute for the risk problems, 2007. – № 2. – P. 43 – 53.
3. I.D. Grachev. Intraregional development and tariffs for housing-and-municipal services / I.D. Grachev // Problems of human risk. – Moscow: Institute for the risk problems, 2007. – №2. – P. 13-29.
4. I.D. Grachev. Legislative provision of economic progress: economic-mathematical bases. – Kazan: Publishing house Kazan State University, 2008. – 264 p.
5. I.D. Grachev. Valuation of microeconomic risks and safety / I.D. Grachev. – Moscow: Master-Line, 2003. – 279 p.
6. I.D. Grachev. Statistical normalization at experiment processing in applied spectroscopy / I.D. Grachev, M.H. Salahov, I.S. Fishman. – Kazan: Publishing house Kazan State University, 1986. – 186 p.
7. O. Grjadovaja. Credit risks and bank pricing // Russian economic journal, 1995. – № 9. – P. 22-29.
8. E.J. Dolan. Money, banking and monetary and credit policy: [translation from English] / E.J. Dolan, R.J. Campbell. – Moscow, Saint-Petersburg: Belles-lettres, Saint-Petersburg branch, 1991. – 446 p.

9. V.B. Ghivetin. Introduction in the risk and safety theory / V.B. Ghivetin. – Moscow: Institute for the risk problems, 2006. – 321 p.
10. L. Karas. Credit risk in bank management / L. Karas, V. Kontorovich // Economy and law. – 1995. – № 1. – P. 55-66.
11. R.M. Kachalov, A.I. Stavchikov, E.A. Zavyalov. The development of the institutional environment of risk-management // Economy: theory and practice. Scientific-educational magazine, 2007. – № 14.
12. R.M. Kachalov. Management of economic risk. – Moscow: Science, 2002. – 192 p. (Series «Economic science of modern Russia»).
13. G.B. Klejner. Microeconomics of knowledge and competitiveness of the enterprises // Modern competition, 2007. – №3.
14. I. Larionova. Credit risks // Economy and life, 1994. – № 41. – p. 6-12.
15. R. Lejard. Macroeconomics: the Course of lectures for the Russian readers / R. Lejard. – Moscow, 1994. – 160 p.
16. F.Ch. Nait. Risk, uncertainty and profit / F.Ch. Nait [translation from English M.J.Kazhdana] The Academy of National Economy under the Government of the Russian Federation; Russia, the Centre of evolutionary Economy. – Moscow: Delo, 2003. – 359 p.
17. A.A. Pervozvanskey. Financial market: calculations and risk / A.A. Pervozvanskey, T.N. Pervozvanskaya. – Moscow: INFRA-M, 1994. – 191 p.
18. A.A. Resetsky. Astimation methods of banks default probability // Economy and mathematical methods, 2007. – № 43 (3).
19. V. T. Sevruk. Bank risks / V.T.Sevruk. – Moscow: Delo LTD, 1994. – 72 p.
20. V. Sinko. Economic risks // Economist, 1995. – № 12. – P. 68-72.

Keywords

Stochastic model; market value; estimation errors; credit organisations; redistribution of the banking capital; crediting under pledge; linear models; nonlinear models; randomization; sharp fluctuations of depositor inflows.