

# 11. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА

## 11.1. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ МЕТОДОМ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ: ПРОБЛЕМА УЧЕТА ВЛИЯНИЯ НАХОДЯЩИХСЯ НА ГРАНИЦАХ ОБЛАСТИ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОЦЕНОК ПРИ БОЛЬШОМ КОЛИЧЕСТВЕ КРИТЕРИЕВ И АЛЬТЕРНАТИВ

Гагарин А.Г., к.э.н., ст. преподаватель кафедры «Информационные системы в экономике»

*Волгоградский государственный технический университет*

В статье рассматриваются вопросы моделирования и анализа качества программного обеспечения. Представлена модель для проведения многокритериального оценивания программных продуктов методом анализа иерархий в соответствии со стандартом качества ISO 9126. Для учета влияния критических оценок при большом количестве критериев и альтернатив предлагается: установление диапазонов допустимых значений параметров альтернатив по всем критериям; сравнение альтернатив методом стандартов с помощью специальной шкалы, позволяющей учесть нелинейность влияния критериев.

Информатизация современной экономики делает одним из критериев ее эффективного развития использование качественной экономической информационной системы (ЭИС). ЭИС – автоматизированная система сбора, хранения и обработки экономической информации в процессах управления предприятием (рис. 1). Компонентами ЭИС являются:

- вычислительная техника;
- программное обеспечение (ПО);
- персонал и информация.

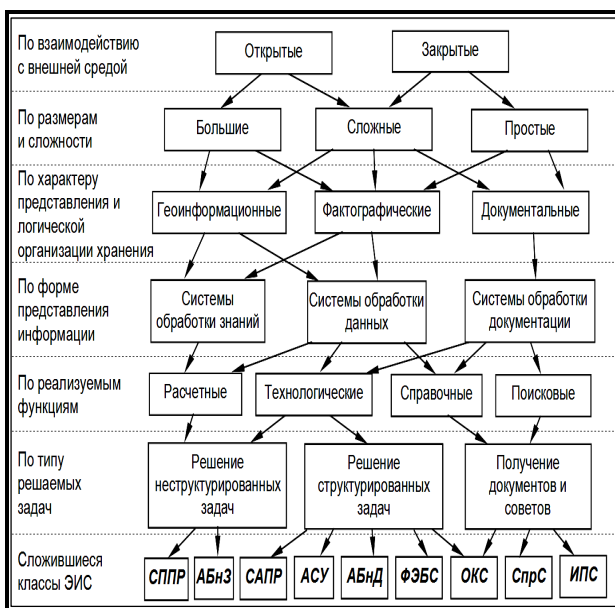


Рис. 1. Классификация ЭИС

Для оптимального функционирования ЭИС необходимо соблюдение баланса между компонентами системы, их функциональными возможностями и качеством. В настоящем исследовании основное внимание уделено моделированию и анализу качества ПО в целях совершенствования структуры ЭИС и процессов, протекающих при их функционировании на предприятиях различных отраслей и организационно-правовых форм.

Оценка качества программного продукта является одним из процессов в жизненном цикле разработки программного обеспечения. Качество программного обеспечения может быть оценено и по внутренним признакам (статические характеристики кода программных модулей), и по внешним признакам (поведение кода программы при его выполнении). Цель данного процесса состоит в достижении требуемого эффекта в определенном контексте использования (рис. 2).

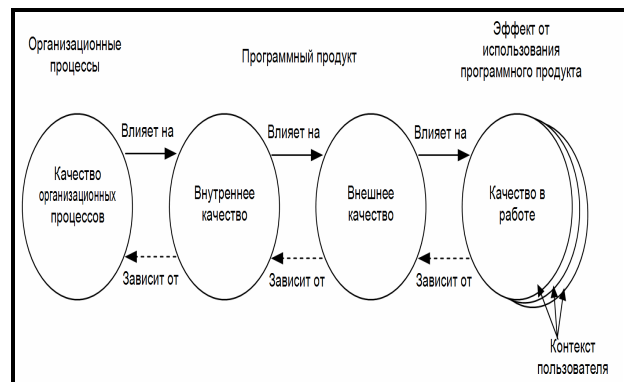


Рис. 2. Качество в процессе жизненного цикла ПО

Качество организационных процессов (качество любого из процессов жизненного цикла, определенных в ISO/IEC 12207 [9]) совершенствует качество программного продукта, и качество программного продукта вносит вклад в повышение качества в работе. Таким образом, оценка и повышение качества организационных процессов процесса позволяет улучшить качество программного продукта, и оценка и повышение качества программного продукта является одним из средств улучшения качества в работе. Точно так же оценка качества в работе может обеспечить обратную связь для повышения качества программного продукта, и оценка качества программного продукта может обеспечить обратную связь для повышения качества организационных процессов.

В соответствии со стандартом ISO 9126 «Информационная технология. Оценка программного продукта» модель внутренних и внешних характеристик качества программных средств состоит из шести групп базовых показателей, каждая из которых детализирована несколькими нормативными субхарактеристиками (рис. 3).

Дополнительно определяется круг пользователей ПО, которых в общем виде можно подразделить на разработчиков ПО, службу технической поддержки, покупателей ПО и конечных пользователей.

Метод анализа иерархий (МАИ) [1, 2, 3, 7, 8] предполагает декомпозицию проблемы на все более простые составляющие части и обработку суждений лица, принимающего решение (ЛПР). В результате определяется относительная значимость исследуемых альтерна-

тив относительно всех критериев, находящихся в иерархии. Относительная значимость выражается численно в виде векторов приоритетов. Полученные таким образом значения векторов являются оценками в шкале отношений и соответствуют так называемым жестким оценкам.

1. Функциональность		2. Надежность	
Функциональное соответствие		Завершенность	
Точность		Чувствительность к сбоям	
Совместимость		Восстановимость	
Безопасность		Соответствие стандартам	
Соответствие стандартам			
4. Эффективность		3. Удобство	
Быстродействие		Понятность	
Использование ресурсов		Простота обучения	
Соответствие стандартам		Управляемость и контролируемость	
		Привлекательность	
		Соответствие стандартам	
5. Техническая поддержка		6. Переносимость	
Анализируемость		Адаптируемость	
Изменчивость		Инсталлируемость	
Стабильность		Сосуществование	
Соответствие стандартам		Заменитель аналогов	
		Соответствие стандартам	

Рис. 3. Характеристики и субхарактеристики качества ПО

Можно выделить ряд модификаций МАИ, которые определяются:

- характером связей между критериями и альтернативами, расположенными на самом нижнем уровне иерархии;
- методом сравнения альтернатив.

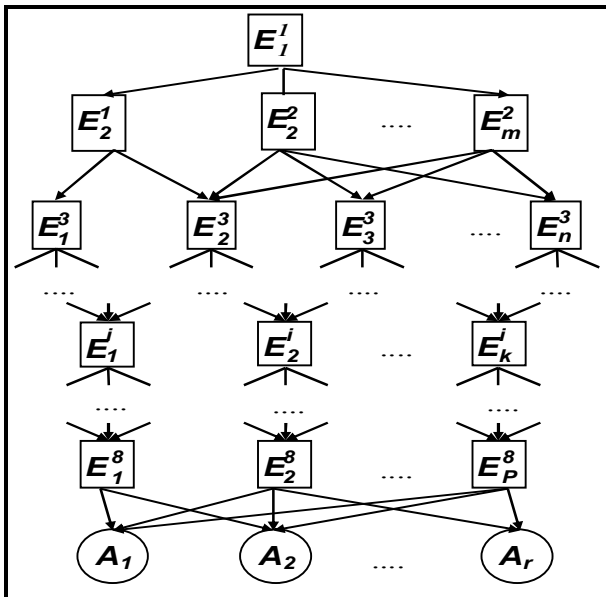


Рис. 4. Общий вид иерархии

По характеру связей между критериями и альтернативами определяется два типа иерархий. К первому типу относятся такие иерархии, у которых каждый критерий, имеющий связь с альтернативами, связан со всеми рассматриваемыми альтернативами (тип ие-

рархий с одинаковым числом и функциональным составом альтернатив под критериями). Ко второму типу иерархий относятся такие, у которых каждый критерий, имеющий связь с альтернативами, связан не со всеми рассматриваемыми альтернативами (тип иерархий с различным числом и различающимся функциональным составом альтернатив под критериями).

В МАИ имеется три метода сравнения альтернатив:

- метод попарного сравнения;
- метод сравнения альтернатив относительно стандартов;
- сравнение альтернатив методом «копирования».

Построение иерархии начинается с очерчивания проблемы исследования. Далее строится собственно иерархия, включающая цель, расположенную в ее вершине, промежуточные уровни (например критерии) и альтернативы, формирующие самый нижний иерархический уровень. На рис. 4 приведен общий вид иерархии, где  $E_j^i$  – элементы иерархии, а  $A_i$  – альтернативы. Верхний индекс у элементов указывает уровень иерархии, а нижний индекс – их порядковый номер.

Для установления относительной важности элементов иерархии используется шкала отношений (табл. 1). Данная шкала позволяет ЛПР ставить в соответствие степеням предпочтения одного сравниваемого объекта перед другим некоторые числа.

Таблица 1

ШКАЛА ОТНОШЕНИЙ (СТЕПЕНИ ЗНАЧИМОСТИ ДЕЙСТВИЙ)

Степень значимости	Определение	Объяснение
1	Одинаковая значимость	Два действия вносят одинаковый вклад в достижение цели
3	Некоторое преобладание значимости одного действия над другим (слабая значимость)	Существуют соображения в пользу предпочтения одного из действий, однако эти соображения недостаточно убедительны
5	Существенная или сильная значимость	Имеются надежные данные или логические суждения для того, чтобы показать предпочтительность одного из действий
7	Очевидная или очень сильная значимость	Убедительное свидетельство в пользу одного действия другому
9	Абсолютная значимость	Свидетельства в пользу предпочтения одного действия другому в высшей степени убедительны
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения между двумя соседними суждениями	Ситуация, когда необходимо компромиссное решение
Обратные величины приведенные выше ненулевых величин	Если действию $i$ при сравнении с действием $j$ приписывается одно из определенных выше ненулевых чисел, то действию $j$ при сравнении с действием $i$ приписывается обратное значение	Если согласованность была постулирована при получении $N$ числовых значений для образования матрицы

После построения иерархии устанавливается метод сравнения ее элементов. Если принимается метод попарного сравнения, то строится множество матриц парных сравнений. Пусть  $E_1, E_2, \dots, E_n$  – множество из  $n$  эле-

ментов (альтернатив) и  $v_1, v_2, \dots, v_n$  – соответственно их веса или интенсивности. Сравним попарно вес или интенсивность каждого элемента с весом или интенсивностью любого другого элемента множества по отношению к общему для них свойству или цели (по отношению к элементу-«родителю»). В этом случае матрица парных сравнений  $[E]$  имеет следующий вид (табл. 2).

Таблица 2

**МАТРИЦА ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ  $[E]$**

$[E] =$	$E_1$	$v_1/v_1$	$v_1/v_2$	...	$v_1/v_n$
	$E_2$	$v_2/v_1$	$v_2/v_2$	...	$v_2/v_n$
	...	...	...	...	...
	$E_n$	$v_n/v_1$	$v_n/v_2$	...	$v_n/v_n$

Ранжирование элементов, анализируемых с использованием матрицы парных сравнений  $[E]$ , осуществляется на основании правых собственных векторов, получаемых в результате обработки матриц.

Вычисление правого собственного вектора  $W$  положительной квадратной матрицы  $[E]$  проводятся на основании следующего равенства:

$$E * W = \lambda_{max} * W, \tag{1}$$

где

$\lambda_{max}$  – максимальное собственное значение матрицы  $[E]$ .

Для положительной квадратной матрицы  $[E]$  правый собственный вектор  $W$ , соответствующий максимальному собственному значению  $\lambda_{max}$  с точностью до постоянного сомножителя  $C$  можно вычислить по формуле:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{[E]^k * e}{e^T * [E]^k * e} = C * W, \tag{2}$$

где

$e = \{1, 1, 1, \dots, 1\}^T$  – единичный вектор;

$k = 1, 2, 3, \dots$  – показатель степени;

$C$  – константа;

$T$  – знак транспонирования.

Вычисления собственного вектора  $W$  по выражению (2) производятся до достижения заданной точности:

$$e^T * |W^{(l)} - W^{(l+1)}| \leq \xi, \tag{3}$$

где  $l$  – номер итерации, такой, что  $l = 1$  соответствует  $k = 1; l = 2, k = 2; l = 3, k = 4$  и т.д.;

$\xi$  – допустимая погрешность.

С достаточной для практики точностью можно принять  $\xi = 0,01$  независимо от порядка матрицы.

Максимальное собственное значение вычисляется по формуле:

$$\lambda_{max} = e^T * [E] * W. \tag{4}$$

Однородность суждений оценивается индексом однородности (ИО) или отношением однородности (ОО) в соответствии со следующими выражениями:

$$ИО = (\lambda_{max} - n) / (n - 1), \tag{5}$$

$$ОО = ИО / M(ИО). \tag{6}$$

где  $M(ИО)$  – среднее значение (математическое ожидание) индекса однородности случайным образом составленной матрицы парных сравнений  $[E]$ , которое основано на экспериментальных данных (табл. 3), полученных в работе [8].

В качестве допустимого используется значение  $ОО \leq 0,10$ . Если для матрицы парных сравнений отношение однородности  $ОО > 0,10$ , то это свидетельствует о существенном нарушении логичности суждений, допущенном экспертом при заполнении матрицы, поэтому

эксперту предлагается пересмотреть данные, использованные для построения матрицы, чтобы улучшить однородность.

Таблица 3

**СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ИНДЕКСА ОДНОРОДНОСТИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПОРЯДКА МАТРИЦЫ**

Порядок матрицы, $n$	$M(ИО)$	Порядок матрицы, $n$	$M(ИО)$	Порядок матрицы, $n$	$M(ИО)$
1	0,00	6	1,24	11	1,51
2	0,00	7	1,32	12	1,48
3	0,58	8	1,41	13	1,56
4	0,90	9	1,45	14	1,57
5	1,12	10	1,49	15	1,59

Иерархический синтез используется для взвешивания собственных векторов матриц парных сравнений альтернатив весами критериев (элементов), имеющих в иерархии, а также для вычисления суммы по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов нижележащего уровня иерархии.

На первом шаге определяются векторы приоритетов альтернатив  $W_{(E_j)}^A$  относительно элементов  $E_j^i$  пред-

последнего уровня иерархии ( $i = S$ ). Здесь через  $E_j^i$  обозначены элементы иерархии, причем верхний индекс  $i$  – указывает уровень иерархии, а нижний индекс  $j$  – порядковый номер элемента на уровне. Вычисление множества векторов приоритетов альтернатив  $W_S^A$  относительно  $S$  – уровня иерархии осуществляется по итерационному алгоритму, реализованному на основе соотношений (2) и (3) по исходным данным, зафиксированным в матрицах попарных сравнений. В результате определяется множество векторов:

$$W_S^A = \{W_{E_1^S}^A, W_{E_2^S}^A, \dots, W_{E_S^S}^A\}. \tag{7}$$

На втором шаге аналогичным образом обрабатываются матрицы попарных сравнений собственно элементов  $E_j^i$ . Данные матрицы построены таким образом, чтобы определить предпочтительность элементов определенного иерархического уровня относительно элементов вышележащего уровня, с которыми они непосредственно связаны.

В результате обработки матриц попарных сравнений определяется множество векторов приоритетов элементов:

$$W^E = \{W_{(E_j^i)}^E\}. \tag{8}$$

Полученные значения векторов  $W_{(E_j^i)}^E$  используются

впоследствии при определении векторов приоритетов альтернатив относительно всех элементов иерархии.

На третьем шаге осуществляется иерархический синтез, заключающийся в последовательном определении векторов приоритетов альтернатив относительно элементов  $E_j^i$ , находящихся на всех иерархических уровнях, кроме предпоследнего уровня, содержащего элементы  $E_j^S$ . Вычисление векторов приоритетов проводится в направлении от нижних уровней к верхним с учетом конкретных связей между элементами, принадлежащих различным уровням. Вычисление проводится путем перемножения соответствующих векторов и матриц.

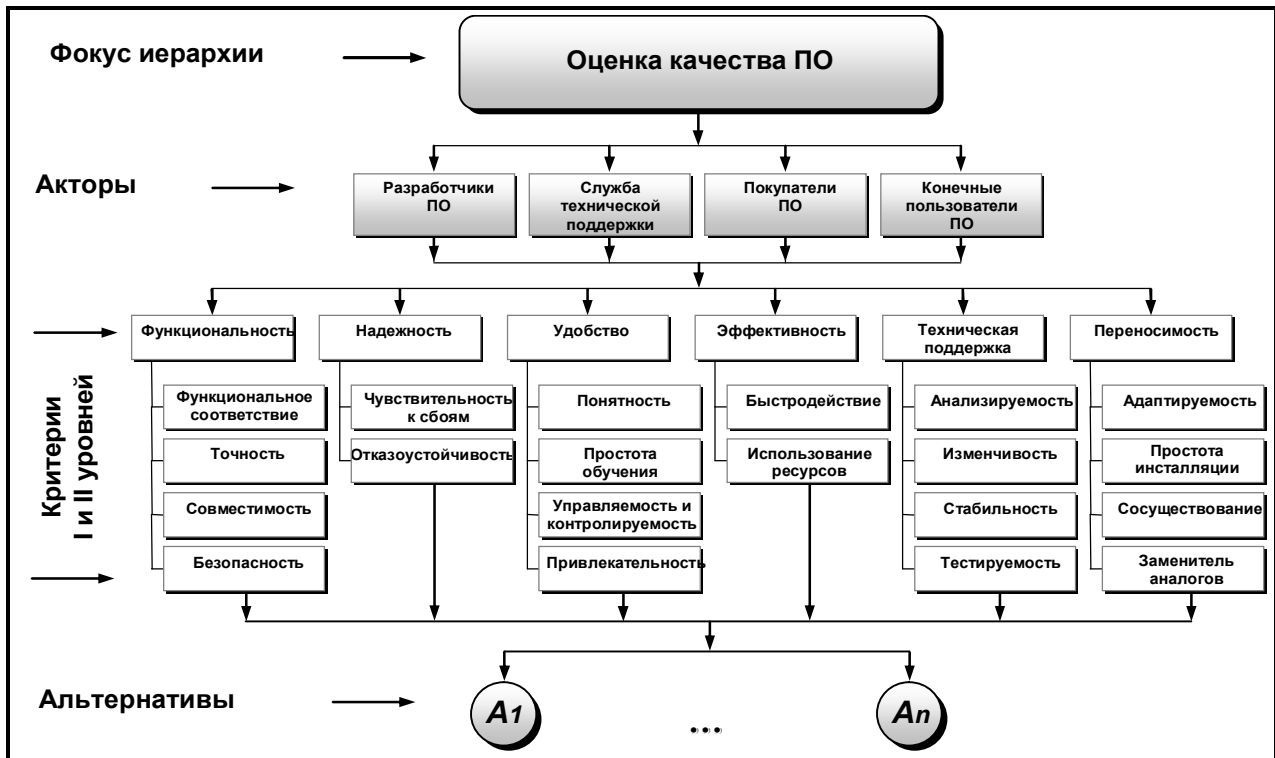


Рис. 5. Иерархия оценки качества ПО

Общий вид выражения для вычисления векторов приоритетов альтернатив определяется следующим образом:

$$W_{E_j^i}^A = [ W_{E_1^{i-1}}^A, W_{E_2^{i-1}}^A, \dots, W_{E_n^{i-1}}^A ] * W_{E_j^{i-1}}^E \quad (9)$$

В выражении (9) приняты следующие обозначения:

$W_{(E_j^i)}^A$  – вектор приоритетов альтернатив относительно элемента  $E_j^{i-1}$ , определяющий  $j$ -й столбец матрицы;

$W_{(E_j^{i-1})}^E$  – вектор приоритетов элементов  $E_1^{i-1}, E_2^{i-1}, \dots, E_n^{i-1}$ , связанных с элементом  $E_j^i$  вышележащего уровня иерархии.

Решение задачи анализа качества ПО с помощью МАИ может быть проведено на иерархии, представленной на рис. 5. Акторами являются разработчики ПО, служба технической поддержки (установка, настройка и обеспечение эффективного функционирования ПО), покупатель ПО (организация, приобретающая ПО для своих сотрудников, или, в частности, менеджер по информационным технологиям), конечные пользователи (использующие данное ПО как орудие труда). Критерии детализированы в соответствии с моделью качества по стандарту ISO 9126. В зависимости от целей исследования количество уровней критериев может варьироваться. Альтернативами являются сравниваемые программные продукты.

В целом можно сделать следующую оценку методу анализа иерархий в контексте анализа и прогнозирования качества ПО, выделив положительные моменты.

- Метод анализа иерархий является эффективным средством решения задач оценки и сравнения альтернатив, когда информация по различным критериям может носить и качественный, и количественный характер. Использо-

вание данного метода позволит использовать разработанные в стандартах качества программного обеспечения иерархические модели качества.

- Метод позволяет использовать нескольких экспертов как для оценки альтернатив по одним и тем же критериям (для получения более консервативных усредненных оценок), так и для параллельной оценки по разным критериям (для ускорения оценки за счет параллельной распределенной обработки).
- Использование методов стандартов при сравнении альтернатив по критериям делает возможным сопоставление результатов различных исследований качества программного обеспечения (при наличии общепринятых стандартов на классы программного обеспечения).

Решение задачи анализа и прогнозирования качества ПО требует учета десятков, сотен, а иногда и тысяч параметров систем, и значительное отклонение от нормы по любому параметру может оказать существенное влияние на качество всей системы (в первую очередь имеются в виду негативные влияния). Применение МАИ в такой ситуации сталкивается со значительными трудностями: при большом числе критериев их вес относительно фокуса иерархии достаточно мал (примерной оценкой может служить  $1 / \text{количество\_критериев}$ ), и существенное отличие одной из альтернатив по одному критерию может изменять итоговую оценку (в векторе приоритетов альтернатив) на незначительную величину (порядка  $1 / (\text{Количество критериев} * \text{Количество альтернатив})$ ), хотя в действительности влияние может быть существенным. Для ПО примерами подобных параметров могут являться:

- требования к аппаратному обеспечению – как известно, цены на наиболее производительное оборудование не прямо пропорциональны его техническим характеристикам (возможно пяти и более кратное соотношение: *Рост цены / Рост технической характеристики*);
- сложность и нестандартность интерфейса (переход на новое ПО требует переобучения, продолжительность ко-

того в значительной степени зависит от продуманности и привычности интерфейса);

- требования к знаниям и умениям пользователей (если для работы с программой требуется специалист (специалисты) во многих областях знаний, кроме прямого назначения ПО, содержание большого штата и согласование его работы потребует дополнительных затрат).

Для решения данной задачи средствами МАИ возможно использование следующих подходов:

- установление диапазонов допустимых значений параметров альтернатив по всем критериям;
- сравнение альтернатив методом стандартов с помощью специальной шкалы, позволяющей учесть нелинейность влияния критериев.

Первый подход не решает поставленной задачи, но позволяет до этапа сравнения альтернатив исключить альтернативы, оценка которых будет неадекватной. Такая фильтрация допустима только в случае действительно недопустимых или абсурдных значений параметров, не подлежащих численному сравнению по физическим, экономическим, моральным или иным причинам. Такой подход может использоваться специалистами по МАИ как полезный практический прием для получения обоснованных результатов.

Второй способ предполагает разработку такой шкалы стандартов, в которой оценка альтернативы «нормально» по какому-либо критерию имеет значение порядка **1 / Количество критериев**, тогда как значение оценки «плохо» близко к единице (при оценивании по иерархии «потери»). Для того, чтобы оценки альтернативы имели влияние на вес альтернативы относительно фокуса иерархии, необходимо не нормировать оценки альтернатив по критериям и не находить векторы приоритетов, а использовать абсолютные значения и нормировать оценки только относительно фокуса иерархии (используемые при этом шкалы стандартов могут строиться по различным принципам для различных групп критериев). Тогда при сворачивании множества векторов приоритетов альтернатив по критериям относительно фокуса иерархии альтернативы с «критичным» значением параметров получают значительно больший вес.

Реализация второго способа предполагает модификацию классического метода анализа иерархий, в результате которой алгоритм анализа альтернатив выглядит следующим образом:

- строится иерархия критериев качества альтернатив (с произвольным количеством уровней критериев и связей);
- одним из методов (парных сравнений, стандартов, копирования) сравниваются критерии, и в результате каждый критерий получает оценку (вес) относительно фокуса иерархии;
- относительно каждого критерия нижнего уровня методом стандартов производится сравнение альтернатив (для каждого критерия должен быть определен характер зависимости полезности оцениваемого по данному критерию свойства альтернативы от значения измеримого параметра альтернативы, соответствующего данному критерию), и векторы приоритетов альтернатив относительно критериев заполняются значениями стандартов и не нормализуются (таким образом, сумма оценок альтернатив по любому критерию может быть как меньше, так и больше единицы);
- результирующий вектор приоритетов альтернатив относительно фокуса иерархии вычисляется обычным способом по формуле (9).

Рассмотрим абстрактный пример анализа альтернатив с помощью предложенной модификации МАИ. Допустим, что количество критериев **E** нижнего уровня – **r**, и все критерии относительно фокуса иерархии име-

ют одинаковый вес –  $1 / r$ , число альтернатив **A** равно **g**. Будем считать рассматриваемую иерархию иерархией «потерь», и тогда шкала стандартов примет следующий вид (табл. 4 и 5).

Таблица 4

**ШКАЛА СТАНДАРТОВ ИЕРАРХИИ «ПОТЕРИ» ПРИ R КРИТЕРИЯХ И R АЛЬТЕРНАТИВАХ**

Лингвистическая оценка уровня потерь	Вес	Нормализованный вес
Высокий	1	$\frac{gp}{1+p+gp}$
Средний	$\frac{1}{r}$	$\frac{p}{1+p+gp}$
Низкий	$\frac{1}{gp}$	$\frac{1}{1+p+gp}$

Таблица 5

**ЗНАЧЕНИЯ СТАНДАРТОВ ИЕРАРХИИ «ПОТЕРИ» ПРИ РАЗЛИЧНОМ КОЛИЧЕСТВЕ КРИТЕРИЕВ И АЛЬТЕРНАТИВ**

Лингвистическая оценка уровня потерь	Значение $gp$			
	4 ( $r=2; p=2$ )	25 ( $r=5; p=5$ )	100 ( $r=10; p=10$ )	1000 ( $r=10; p=100$ )
Высокий	0,57143	0,80645	0,90090	0,90827
Средний	0,28571	0,16129	0,09009	0,09083
Низкий	0,14286	0,03226	0,00901	0,00091

Рассмотрим три случая, когда по критериям  $E_1 \dots E_{p-1}$  все альтернативы имеют оценку, равную стандарту:

1. **Высокий** =  $\frac{gp}{1+p+gp}$ ;
2. **Средний** =  $\frac{p}{1+p+gp}$ ;
3. **Низкий** =  $\frac{1}{1+p+gp}$ ,

и по критерию  $E_p$  одна из альтернатив  $A_r$  имеет оценку «высокий», а остальные альтернативы ( $A_1, \dots, A_{r-1}$ ) – оценку «низкий». Рассматриваемые ситуации представлены в таблицах (причем **B** соответствует оценке «высокий», **C** – «средний» и **H** – «низкий») (табл. 6-8).

Таблица 6

**ОЦЕНКИ АЛЬТЕРНАТИВ ПО КРИТЕРИЯМ ДЛЯ ПЕРВОГО СЛУЧАЯ**

Критерии	Альтернативы			
	$A_1$	...	$A_{r-1}$	$A_r$
$E_1$	<b>B</b>	...	<b>B</b>	<b>B</b>
...	...	...	...	...
$E_{p-1}$	<b>B</b>	...	<b>B</b>	<b>B</b>
$E_p$	<b>H</b>	...	<b>H</b>	<b>B</b>

Таблица 7

**ОЦЕНКИ АЛЬТЕРНАТИВ ПО КРИТЕРИЯМ ДЛЯ ВТОРОГО СЛУЧАЯ**

Критерии	Альтернативы			
	$A_1$	...	$A_{r-1}$	$A_r$
$E_1$	<b>C</b>	...	<b>C</b>	<b>C</b>
...	...	...	...	...
$E_{p-1}$	<b>C</b>	...	<b>C</b>	<b>C</b>
$E_p$	<b>H</b>	...	<b>H</b>	<b>B</b>

Таблица 8

ОЦЕНКИ АЛЬТЕРНАТИВ ПО КРИТЕРИЯМ ДЛЯ ТРЕТЬЕГО СЛУЧАЯ

Критерии	Альтернативы			
	$A_1$	...	$A_{r-1}$	$A_r$
$E_1$	H	...	H	H
...	...	...	...	...
$E_{p-1}$	H	...	H	H
$E_p$	H	...	H	B

Рассчитаем ненормированную оценку альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$  относительно фокуса иерархии для каждого из трех случаев ( $p - 1$  оценку «высокий», «средний» или «низкий» умножаем на вес критерия относительно фокуса иерархии  $- 1/p$  и прибавляем оценку по  $r$ -му критерию, также помноженную на вес критерия  $1/p$ ):

$$1. W_j^A = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \frac{1}{p} * \frac{rp}{1+p+rp} \right] + \frac{1}{p} * \frac{1}{1+p+rp} = \frac{(p-1)rp+1}{p(1+p+rp)} = \frac{rp^2 - rp + 1}{rp^2 + p^2 + p};$$

$$2. W_j^A = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \frac{1}{p} * \frac{p}{1+p+rp} \right] + \frac{1}{p} * \frac{1}{1+p+rp} = \frac{(p-1)p+1}{p(1+p+rp)} = \frac{p^2 - p + 1}{rp^2 + p^2 + p};$$

$$3. W_j^A = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \frac{1}{p} * \frac{1}{1+p+rp} \right] + \frac{1}{p} * \frac{1}{1+p+rp} = \frac{p-1+1}{p(1+p+rp)} = \frac{1}{rp+p+1};$$

где  $j \in [1; r-1]$ .

Ненормированную оценку альтернативы  $A_r$  найдем по формулам (отдельно для каждого случая):

$$1. W_r^A = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \frac{1}{p} * \frac{rp}{1+p+rp} \right] + \frac{1}{p} * \frac{rp}{1+p+rp} = \frac{(p-1)rp+rp}{p(1+p+rp)} = \frac{rp}{rp+p+1};$$

$$2. W_r^A = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \frac{1}{p} * \frac{p}{1+p+rp} \right] + \frac{1}{p} * \frac{rp}{1+p+rp} = \frac{(p-1)p+rp}{p(1+p+rp)} = \frac{r+p-1}{rp+p+1};$$

$$3. W_r^A = \sum_{i=1}^{p-1} \left[ \frac{1}{p} * \frac{1}{1+p+rp} \right] + \frac{1}{p} * \frac{rp}{1+p+rp} = \frac{p-1+rp}{p(1+p+rp)} = \frac{rp+p-1}{rp^2+p^2+p}.$$

Нормированный вес  $j$ -й альтернативы ( $j \in [1; r]$ ) найдем по формуле:

$$W_{j\ norm}^A = \frac{W_j^A}{\sum_{i=1}^{r-1} W_i^A + W_r^A} = \frac{W_j^A}{(r-1) * W_1^A + W_r^A}.$$

Нормированные веса альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$  приведены в табл. 9.

Таблица 9

НОРМИРОВАННЫЕ ВЕСА АЛЬТЕРНАТИВ  $A_1, \dots, A_{r-1}$  ПРИ РАЗЛИЧНОМ КОЛИЧЕСТВЕ КРИТЕРИЕВ И АЛЬТЕРНАТИВ

Лингвистическая оценка уровня потерь альтернатив по критериям $E_1, \dots, E_{p-1}$	Значение $rp$			
	4 ( $r=2; p=2$ )	25 ( $r=5; p=5$ )	100 ( $r=10; p=10$ )	1 000 ( $r=10; p=100$ )
Высокий	0,38462	0,19093	0,09891	0,09990
Средний	0,33333	0,16279	0,09019	0,09900
Низкий	0,28571	0,10204	0,05025	0,05003

Нормированные веса альтернативы  $A_r$ , имеющей оценку «высокий» в иерархии потерь по критерию  $E_p$ , при различных оценках альтернатив  $A_1 \dots A_{r-1}$  по остальным критериям даны в табл. 10.

Таблица 10

НОРМИРОВАННЫЕ ВЕСА АЛЬТЕРНАТИВЫ  $A_r$  ПРИ РАЗЛИЧНОМ КОЛИЧЕСТВЕ КРИТЕРИЕВ И АЛЬТЕРНАТИВ

Лингвистическая оценка уровня потерь альтернатив по критериям $E_1, \dots, E_{p-1}$	Значение $rp$			
	4 ( $r=2; p=2$ )	25 ( $r=5; p=5$ )	100 ( $r=10; p=10$ )	1 000 ( $r=10; p=100$ )
«Высокий»	0,61538	0,23629	0,10978	0,10091
«Средний»	0,66667	0,34884	0,18831	0,10899
«Низкий»	0,71429	0,59184	0,54774	0,54977

На рис. 6 данные таблиц 9 и 10 представлены в виде диаграмм.

Из проведенных расчетов видно, что даже при большом количестве критериев ( $p = 100$ ) – рис. 6 г) – вес критической альтернативы  $A_r$  при оценке «низкий» по критериям  $E_1, \dots, E_{p-1}$  существенно отличается от веса других альтернатив (0,54977 и 0,05003 соответственно).

Найдем соотношение нормированных весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  ( $j \in [1; r]$ ) для каждого из трех случаев в общем виде. Соотношение нормированных весов альтернатив равно соотношению ненормированных весов альтернатив:

$$\frac{W_{r\ norm}^A}{W_{j\ norm}^A} = \frac{W_r^A}{\sum_{i=1}^{r-1} W_i^A + W_r^A} * \frac{\sum_{i=1}^{r-1} W_i^A + W_r^A}{W_j^A} = \frac{W_r^A}{W_j^A} = A_j^r.$$

Тогда соотношение весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  ( $j \in [1; r]$ ) для каждого из трех случаев будет равняться:

$$1. \frac{W_{r\ norm}^A}{W_{j\ norm}^A} = \frac{rp}{rp+p+1} * \frac{rp^2+p^2+p}{rp^2-rp+1} = \frac{rp^2}{rp^2-rp+1};$$

$$\lim_{\substack{r \rightarrow \infty \\ p \rightarrow \infty}} \frac{rp^2}{rp^2-rp+1} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{\substack{r \rightarrow \infty \\ p \rightarrow \infty}} \frac{1}{1 - \frac{1}{p} + \frac{1}{rp^2}} = \frac{1}{1-0+0} = 1;$$

$$2. \frac{W_{r\ norm}^A}{W_{j\ norm}^A} = \frac{r+p-1}{rp+p+1} * \frac{rp^2+p^2+p}{p^2-p+1} = \frac{rp+p^2-p}{p^2-p+1};$$

$$\lim_{\substack{r \rightarrow \infty \\ p \rightarrow \infty}} \frac{rp+p^2-p}{p^2-p+1} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{\substack{r \rightarrow \infty \\ p \rightarrow \infty}} \frac{\frac{r}{p} + 1 - \frac{1}{p}}{1 - \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2}} = \frac{1+1-0}{1-0+0} = 2;$$

$$3. \frac{W_r^A}{W_j^A} = \frac{rp + p - 1}{rp^2 + p^2 + p} * (rp + p + 1) =$$

$$= \frac{rp + p - 1}{p} = r + 1 - \frac{1}{p}, \lim_{\substack{r \rightarrow \infty \\ p \rightarrow \infty}} (r + 1 - \frac{1}{p}) = \infty$$

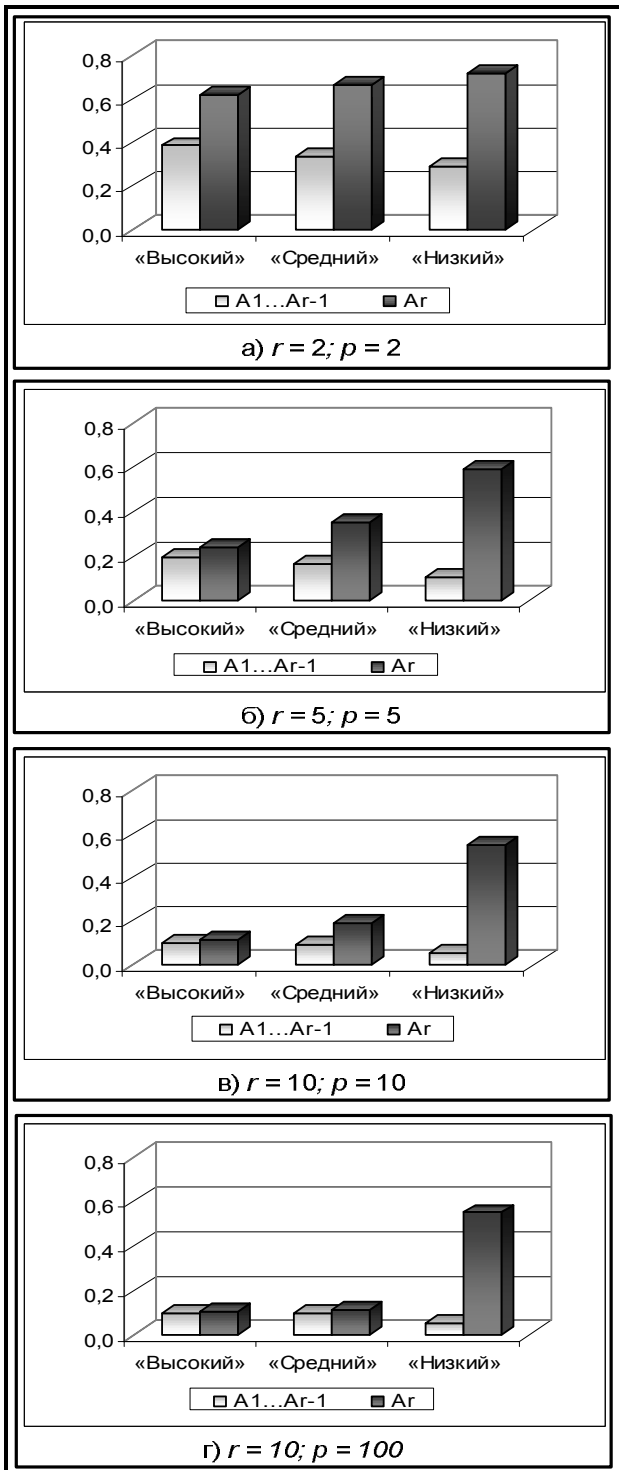


Рис. 6. Нормированные веса альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$  и альтернативы  $A_r$  при различном количестве критериев  $p$  и альтернатив  $r$  и оценках уровня потерь по критериям  $E_1, \dots, E_{p-1}$  («высокий», «средний», «низкий»)

Итак, при достаточно большом числе критериев и альтернатив (несколько десятков и более) – а в рассматриваемой нами задаче анализа и качества программного обеспечения именно так обстоит дело – для каждого из трех случаев можно дать приблизительную оценку соотношения весов критической альтернативы и любой из оставшихся альтернатив:

В первом случае, когда по критерию  $E_p$  альтернативы  $A_1, \dots, A_{r-1}$  имеют оценку «низкий», и альтернатива  $A_r$  – оценку «высокий», а по остальным критериям  $E_1, \dots, E_{p-1}$  все альтернативы имеют оценку «высокий», соотношение нормированных весов альтернативы  $A_r$  и альтернативы  $A_j (j \in [1; r - 1])$  приблизительно равно единице

$$\Delta_j^r(r, p) = \frac{rp^2}{rp^2 - rp + 1}$$

(график  $\Delta_j^r(r, p) = \frac{rp^2}{rp^2 - rp + 1}$  приведен на рис. 7).

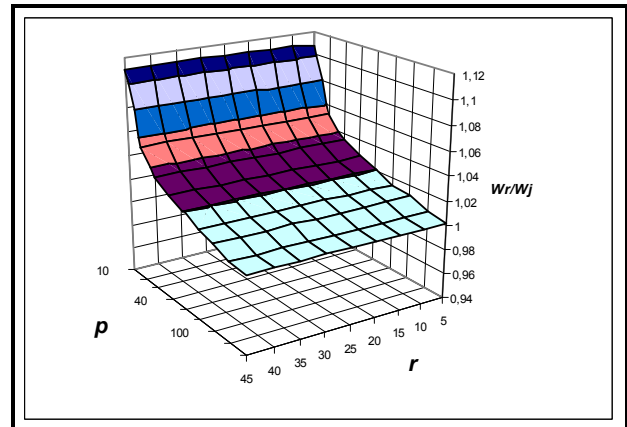


Рис. 7. Соотношение нормированных весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  для первого случая

Во втором случае, когда по критерию  $E_p$  альтернативы  $A_1, \dots, A_{r-1}$  имеют оценку «низкий» и альтернатива  $A_r$  оценку «высокий», а по остальным критериям  $E_1, \dots, E_{p-1}$  все альтернативы имеют оценку «средний», соотношение нормированных весов альтернативы  $A_r$  и альтернативы  $A_j (j \in [1; r - 1])$  приблизительно равно  $r/p + 1$

$$\Delta_j^r(r, p) = \frac{rp + p^2 - p}{p^2 - p + 1}$$

(график  $\Delta_j^r(r, p) = \frac{rp + p^2 - p}{p^2 - p + 1}$  приведен на рис. 8).

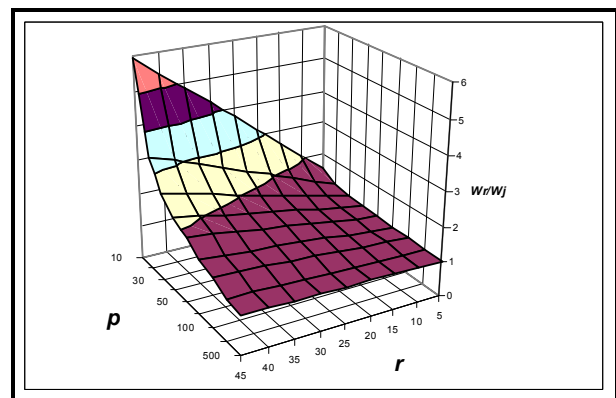


Рис. 8. Соотношение нормированных весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  для второго случая

В третьем случае, когда по критерию  $E_p$  альтернативы  $A_1, \dots, A_{r-1}$  имеют оценку «низкий» и альтернатива  $A_r$  – оценку «высокий», а по остальным критериям  $E_1, \dots, E_{p-1}$  все альтернативы имеют оценку «низкий», соотношение нормированных весов альтернативы  $A_r$

и альтернативы  $A_j$  ( $j \in [1; r-1]$ ) приблизительно равно  $r+1$  (график  $\Delta_j^A(r, p) = r+1 - \frac{1}{p}$  приведен на рис. 9).

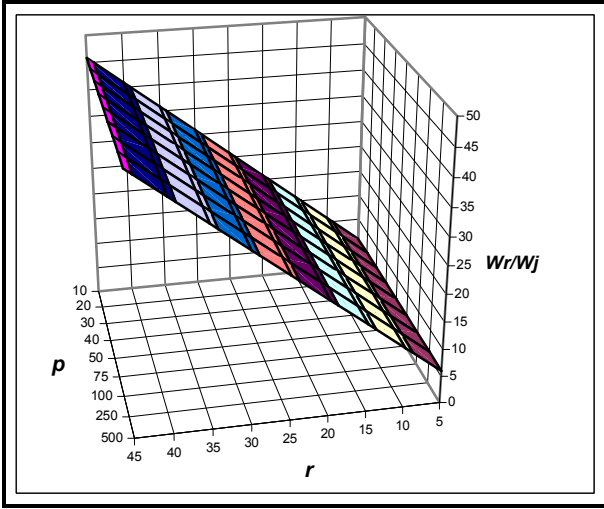


Рис. 9. Соотношение нормированных весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  для третьего случая

Из графиков на рис. 7-9 видно, что предложенная модификация МАИ, заключающаяся в свертке ненормированных оценок альтернатив по критериям нижнего уровня относительно фокуса иерархии, позволяет учесть критическую оценку одной из альтернатив по одному из критериев в результирующем векторе приоритетов альтернатив (рассчитываемом относительно фокуса иерархии).

Рассчитаем векторы приоритетов альтернатив относительно фокуса иерархии для задачи с одной критической альтернативой с помощью свертки нормированных оценок альтернатив, применяемой в традиционном варианте МАИ.

Воспользуемся приведенной в табл. 4 нормализованной шкалой стандартов для иерархии потерь, согласно которой выделяются три стандарта – высокий, средний и низкий.

Число критериев  $E$  низшего уровня равно  $p$ , количество альтернатив  $A$  равно  $r$ . Веса критериев равнозначны, и нормированный вектор приоритетов критериев низшего уровня относительно фокуса иерархии содержит значения  $1/p$ .

Поскольку для каждого из трех случаев по критериям  $E_1, \dots, E_{p-1}$  все альтернативы имеют одинаковые оценки (высокий, средний и низкий соответственно), то в результате нормирования относительно критериев они получают оценки  $1/r$ .

По критерию  $E_p$  в каждом случае значение весов альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$  и  $A_r$  постоянно – низкий и высокий. Найдем нормированные оценки альтернатив по критерию  $E_p$ . Ненормированные веса альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$  равны  $\frac{1}{rp+p+1}$ ,

ненормированный вес альтернативы  $A_r$  равен  $\frac{rp}{rp+p+1}$ .

Сумма весов:

$$\sum_{j=1}^r W_{j E_p}^A = (r-1) * \frac{1}{rp+p+1} + \frac{rp}{rp+p+1} = \frac{rp+r-1}{rp+p+1}.$$

Нормированные веса альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$ :

$$W_{j E_p}^A = \frac{1}{rp+p+1} * \frac{rp+p+1}{rp+r-1} = \frac{1}{rp+r-1},$$

где  $j \in [1; r-1]$ .

Нормированный вес альтернативы  $A_r$ :

$$W_{r E_p}^A = \frac{rp}{rp+p+1} * \frac{rp+p+1}{rp+r-1} = \frac{rp}{rp+r-1}.$$

Рассчитаем нормированный вектор альтернатив относительно фокуса иерархии. Веса альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$ :

$$W_{j \phi}^A = \frac{1}{p} \left( \frac{1}{r} (p-1) + \frac{1}{rp+r-1} \right) = \frac{rp^2 - p + 1}{rp(rp+r-1)},$$

где  $j \in [1; r-1]$ .

Вес альтернативы  $A_r$ :

$$W_{r \phi}^A = \frac{1}{p} \left( \frac{1}{r} (p-1) + \frac{rp}{rp+r-1} \right) = \frac{(rp-1)(r+p)+1}{rp(rp+r-1)}.$$

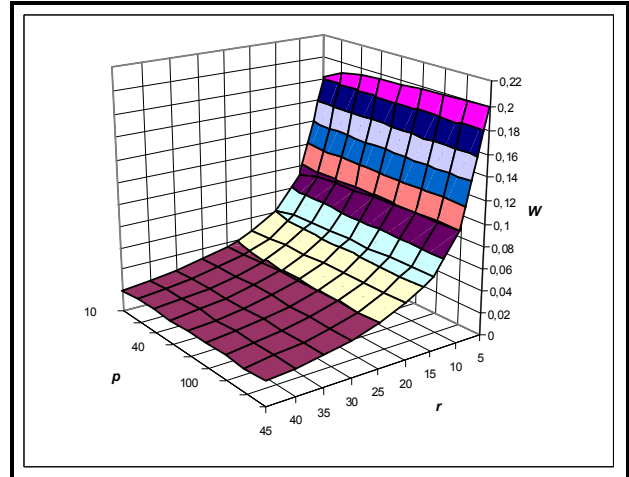


Рис. 10. График веса альтернатив  $A_1, \dots, A_{r-1}$  при различном количестве критериев  $p$  и альтернатив  $r$

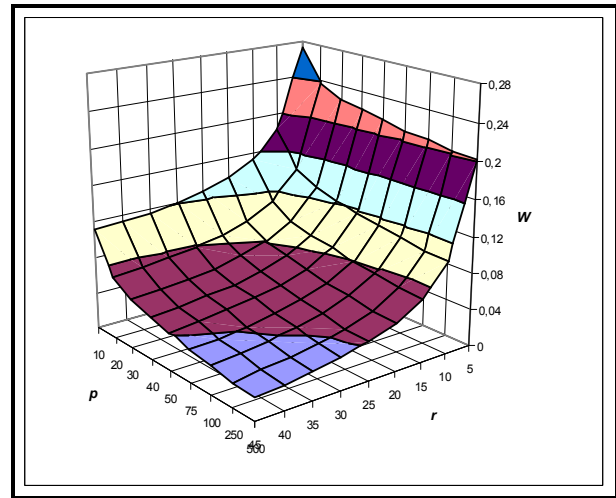


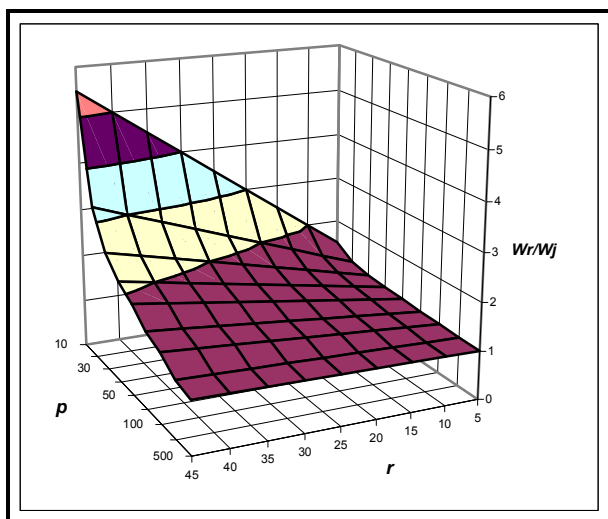
Рис. 11. График веса альтернативы  $A_r$  при различном количестве критериев  $p$  и альтернатив  $r$

Графики  $W_{j \phi}^A$  ( $j \in [1; r-1]$ ) и  $W_{r \phi}^A$  показаны на рис. 10 и рис. 11.

Рассчитаем соотношение весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  ( $j \in [1; r-1]$ ) по формуле (график представлен на рис. 12):

$$\frac{W_{r \phi}^A}{W_{j \phi}^A} = \frac{(rp-1)(r+p)+1}{rp(rp+r-1)} * \frac{rp(rp+r-1)}{rp^2 - p + 1} = \frac{(rp-1)(r+p)+1}{rp^2 - p + 1}.$$





**Рис. 12. График соотношения весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  ( $j \in [1; r-1]$ ) при различном количестве критериев  $p$  и альтернатив  $r$**

Таким образом, соотношение весов альтернатив  $A_r$  и  $A_j$  ( $j \in [1; r-1]$ ) при различном количестве критериев  $p$  и альтернатив  $r$  не зависит от оценок по критериям  $E_1, \dots, E_{p-1}$ , и график на рис. 12 приблизительно соответствует графику на рис. 8 (относительная разница значений не превышает 8%).

В рассмотренном нами примере вектор приоритетов альтернатив относительно фокуса иерархии примет вид:

$$W_{E_1}^A = [W_{1\text{ norm}}^A, W_{2\text{ norm}}^A, \dots, W_{r\text{ norm}}^A] = \left[ \frac{rp^2 - p + 1}{rp(rp + r - 1)}, \frac{rp^2 - p + 1}{rp(rp + r - 1)}, \dots, \frac{(rp - 1)(r + p) + 1}{rp^2 - p + 1} \right]$$

Следует отметить, что вектор приоритетов остается неизменным для каждого из трех случаев, что делает невозможным учет значительного влияния одной из альтернатив по одному из критериев без дополнительной переоценки весов критериев.

Метод анализа иерархий является эффективным средством решения задач оценки и сравнения альтернатив, когда информация по различным критериям может носить и качественный, и количественный характер, позволяющим использовать разработанные в стандартах качества программного обеспечения иерархические модели качества. Метод позволяет использовать нескольких экспертов как для оценки альтернатив по одним и тем же критериям, так и для параллельной оценки по разным критериям.

Использование метода стандартов при сравнении альтернатив по критериям делает возможным сопоставление результатов различных исследований качества программного обеспечения.

Для учета влияния критических (находящихся на границах области допустимых значений) оценок при большом количестве критериев (сотни) и альтернатив (десятки) необходимо модифицировать метод анализа иерархий. Предложены два способа решения данной проблемы – первый – установление диапазонов допустимых значений параметров альтернатив по всем критериям, и второй – сравнение альтернатив методом стандартов с помощью специальной шкалы, позволяющей учесть нелинейность влияния критериев.

Сравнительный анализ второго способа с классическим МАИ показал его преимущество при решении задач анализа и прогнозирования качества программного обеспечения.

*Гагарин Алексей Геннадиевич*

## Литература

1. Андрейчиков А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике [Текст] / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 368 с.
2. Андрейчиков А.В. Интеллектуальные информационные системы в экономике [Текст] : учеб. пособие / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова, С.И. Сергеев ; ВолгГТУ. – Волгоград, 1998. – 144 с.
3. Андрейчиков А.В. Принятие стратегических управленческих решений (компьютерные методы и примеры применения) [Текст] : учеб. пособие / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова ; ВолгГТУ. – Волгоград, 1998. – 141 с.
4. Гагарин А.Г. Анализ качества ИС методом анализа иерархий – актуальные аспекты теории полезности [Текст] / А.Г. Гагарин // Актуальные проблемы развития АПК : мат. междунар. науч.-практ. конференции, посвященной 60-летию Победы в Великой Отечественной войне / Волгогр. гос. с.-х. акад. – Волгоград, 2005. – С. 29–32.
5. Гагарин А.Г. Решение задач управления сельскохозяйственным производством методом анализа иерархий [Текст] / А.Г. Гагарин // Научный вестник. Экономические и социальные науки / Волгогр. гос. с.-х. акад. – Вып. 3 – Волгоград, 2004. – С. 53-54.
6. Гагарин А.Г. Экспертное оценивание экстремальных значений параметров экономических систем [Текст] / А.Г. Гагарин, А.Ф. Рогачев // Известия Волгоградского гос. технического ун-та: межвуз. сб. науч. ст. – 2006. – №3 (Актуальные проблемы реформирования российской экономики).
7. Саати Т. Аналитическое планирование. Организация систем [Текст] : [Пер. с англ.] / Т. Саати, К. Кернс. – М. : Радио и связь, 1991. – 224 с.
8. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий [Текст] : [Пер. с англ.] / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 1989. – 316 с.
9. ISO/IEC 12207:1995, Information Technology – Software life-cycle processes.
10. ISO/IEC FDC 9126-1.2, Information Technology – Software product quality – Part 1: Quality model.
11. ISO/IEC PDTR 9126-2:new, Information Technology – Software product quality – Part 2: External metrics.
12. ISO/IEC PDTR 9126-3:new, Information Technology – Software product quality – Part 3: Internal metrics.

## Ключевые слова

Математическое моделирование; метод анализа иерархий; многокритериальный анализ; иерархия критериев; альтернатива; шкала стандартов; качество программного обеспечения; стандарты качества программного обеспечения; модель качества программного обеспечения.

## РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность темы. Развитие теоретических основ и программных средств сопровождения экономических информационных систем, а также проблемы стандартизации и сертификации информационных продуктов и услуг являются актуальными в настоящее время.

Большое научное и прикладное значение приобретает задача моделирования и суммарной оценки параметров экономических информационных систем и их компонентов.

Научная новизна и практическая значимость. Предложенная автором методика оценки качества программного позволяет сравнивать различные варианты реализации экономических информационных систем путем оценки параметров альтернатив по критериям и осуществлять выбор наилучшей из рассмотренных систем в заданном окружении.

Замечания. Предложенная методика свертки оценок альтернатив по критериям предполагает свое использование в иерархии потерь, и из работы не ясно, каким образом может быть учтена критичность оценок альтернатив в иерархии выгод.

Заключение. Статья отвечает требованиям, предъявляемым к научным публикациям, тема является достаточно актуальной, работа может быть рекомендована к публикации.

*Рогачев А.Ф., д.т.н., профессор, зав. кафедрой информатики, теоретической механики и организации научных исследований ФГОУ ВПО «Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия»*

## 11.1. ANALYSIS OF THE QUALITY OF SOFTWARE BY ANALYTIC HIERARCHY PROCESS: THE CHALLENGE FOR THE EFFECT OF BEING ON THE BOUNDARIES OF PERMISSIBLE VALUES COUNT FOR A LARGE NUMBER OF CRITERIA AND ALTERNATIVES

A.G. Gagarin, Candidate of Science (Economic),  
Senior Lecturer

Volgograd state technical university, department of «Intelligence Systems in Economy»

The questions of design and analysis of quality of software are examined in the article. Presents a model for multi-criteria evaluation of software products by analytic hierarchy process in accordance with quality standard ISO 9126. To account for the influence of estimates for a large number of criteria and alternatives proposed: establishing ranges of values of parameters of alternatives for all criteria; comparing alternatives using standards with a special scale to accommodate the nonlinearity of influence criteria.

### Literature

1. A.V. Andreychikov. Analysis, synthesis, planning decisions in the economy / A.V. Andreichikov, O.N. Andreichikova. – Moscow: Finances and Statistics, 2000. – 368 p.
2. A.V. Andreichikov. Intelligent information systems in the economy: Textbook. manual / A.V. Andreichikov, O.N. Andreichikova, S.I. Sergeev; VolgGTU. – Volgograd, 1998. – 144 p.
3. A.V. Andreichikov. The strategic management decisions (computer methods and some applications): Textbook. manual / A.V. Andreichikov, O.N. Andreichikova; VolgGTU. – Volgograd, 1998. – 141 p.
4. A.G. Gagarin. Analysis of the quality of information systems by analytic hierarchy process – topical aspects of utility theory / A.G. Gagarin // Actual problems of agricultural development: proceedings of an international scientific-practical conference on the 60 th anniversary of Victory in Great Patriotic War / Volgogr. gos. Agricultural Acad. – Volgograd, 2005. – P. 29-32.
5. A.G. Gagarin. Solution of problems of agricultural by analytic hierarchy process / A.G. Gagarin // Scientific Bulletin. Economic and social sciences. Vol. 3 / Volgogr. gos. agricultural acad. – Volgograd, 2004. – P. 53-54
6. A.G. Gagarin. Expert Estimation of extreme values of the parameters of economic systems / A.G. Gagarin, A.F. Rogachev // Proceedings of the Volgograd State Technical University: Intercollegiate collection of scientific articles №3 (15). – Volgograd: Publishing house VolgGTU, 2006. – P. 31-36. – (Series Actual problems of reforming Russia's economy (Issue 3).
7. T. Saaty. The analytic planning. The organization of the systems: [Trans. from English.] / T. Saaty, C. Cairns. – M.: Radio i Svyaz, 1991. – 224 p.
8. T. Saaty. Decision-making. The analytic hierarchy process: [Trans. from English.] / T. Saaty. – M.: Radio i Svyaz, 1989 – 316 p.
9. ISO/IEC 12207:1995, Information Technology – Software life-cycle processes.
10. ISO/IEC FDC 9126-1.2, Information Technology – Software product quality – Part 1: Quality model.
11. ISO/IEC PDTR 9126-2:new, Information Technology – Software product quality – Part 2: External metrics.
12. ISO/IEC PDTR 9126-3:new, Information Technology – Software product quality – Part 3: Internal metrics.

### Keywords

Mathematical modeling; the analytic hierarchy process; multi-criteria analysis; the hierarchy of criteria; an alternative; the scale of standards; software quality; standards of software quality; software quality model.