8.6. ОПТИМАЛЬНЫЕ ПОРТФЕЛИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ С УЧЕТОМ ГРУППОВЫХ ПЛАТЕЖЕЙ И ВЗИМОСВЯЗИ ПРОЕКТОВ: ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ[1]

Бронштейн Е.М., д.ф-м.н., профессор кафедры вычислительной математики и кибернетики;
Муслимова Г.Р., аспирант кафедры вычислительной математики и кибернетики

Уфимский государственный авиационный технический университет

В статье рассматривается задача формирования оптимального по чистой накопленной стоимости инвестиционного портфеля, состоящего из инвестиционных проектов, когда предусмотрены потоки платежей по некоторым группам проектов, учтены возможность заимствования средств и взаимозависимость проектов. Исследованы чувствительность чистой накопленной стоимости оптимального портфеля к вариации процентных ставок (банковской и заимствования), а также влияние на финансовый эффект числа групп проектов.

ВВЕДЕНИЕ

Рациональное инвестирование средств является важной задачей, стоящей перед инвесторами. Она важна как для инвесторов, так и для народного хозяйства в целом. Исследование инвестиционных проектов начато в работах И. Фишера и Д. Кейнса. Задачи формирования оптимальных (в том или ином смысле) портфелей из инвестиционных проектов рассматривались в [1], в [2] для их решения применены методы линейной оптимизации. В работах [3, 4] и ряде других сформулированы задачи формирования оптимальных портфелей при различных предположениях, где в качестве целевой функции принимается чистая приведенная (***NPV***) или накопленная (***NFV***) стоимость портфеля. В [5] рассмотрены аналогичные задачи, где в качестве целевой функции принимается модифицированная рентабельность, при этом учитываются и другие характеристики проекта, в [6] – время финансирования портфеля взаимозависимых проектов.

В работах [7, 8] поставлена и проанализирована задача формирования оптимального портфеля инвестиционных проектов, если платежи предусмотрены для некоторых групп проектов. Например, необходим офис, если финансируется хотя бы один проект в некотором регионе. Другой пример связан с приобретением специального транспорта. В [7, 8] предполагалось, что для групп проектов могут осуществляться только платежи. В то же время в приведенных примерах офис или транспортное средство на некоторое время может сдаваться в аренду, а это приведет и к поступлениям средств. Подобные ситуации возникают на практике, в то же время, такие задачи исследованы недостаточно.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Под инвестиционным проектом (потоком платежей) понимается вектор $C = (c_0, c_1, \ldots, c_n)$, компонента c_k которого – это платеж (при $c_k < 0$) или возврат средств (при $c_k > 0$) в момент времени k. Имеется набор проектов $C_1, C_2, \ldots, C_m$ ($C_i = (c_{i0}, c_{i1}, \ldots, c_{in})$), из которых инвестору необходимо выбрать некоторые проекты для финансирования. Предполагается, что в качестве альтернативного используется вложение средств с фиксированным годичным коэффициентом накопления. Будем считать, что сроки выполнения всех проектов совпадают – при необходимости проекты можно дополнить нулевыми платежами. При этом предполагается возможность зависимости между некоторыми проектами, т.е. выбор проекта для включения в портфель зависит от того, включен ли в портфель некоторый другой проект. Зависимость можно представить в виде ориентированного графа, где вершинам соответствуют проекты, а ребра определяют зависимость между проектами таким образом, что для включения в портфель некоторого проекта необходимо включение и его предшественников. Также предполагается альтернативность проектов, т.е. существуют проекты, которые нельзя включать в портфель, если в него уже включены некоторые проекты. Приведем соответствующую математическую модель.

Пусть выделены некоторые подмножества проектов с номерами $U_j \subset \{1, \ldots, m\}$ $(j = 1, \ldots, s)$ (далее будем просто говорить о множестве проектов), для каждого из которых определен поток платежей $P_j = (P_{j0}, P_{j1}, \ldots, P_{jn})$, реализуемый при финансировании хотя бы одного проекта из множества U_j. Множества U_j могут пересекаться. Кроме того имеются множества V_l, состоящие из альтернативных (попарно не пересекающихся) проектов. Также известны годичный коэффициент накопления по банковским вкладам в течение n лет (за год вклад возрастает в q раз) и ставка $r > q$, под которую инвестор при необходимости занимает средства, т.е. долг за год возрастает в r раз. Начальный капитал инвестора обозначим через F_{-1}.

Необходимо выбрать для финансирования проекты, которые обеспечивают максимально возможный капитал на конечный момент времени.

Для формализации введем следующие обозначения:

F_k – капитал инвестора (или долг, если эта величина отрицательная) в момент k после всех выплат;

x_i – булева переменная, равная единице, если i-й проект включается в портфель и нулю – в противном случае;

y_j – булева переменная, равная единице, если в портфель включается хотя бы один проект из множества U_j и нулю – в противном случае.

Должны выполняться следующие ограничения:

$$y_j \geq x_i \text{ при } i \in U_j \qquad (1)$$

$$y_j \leq \sum_{i \in U_j} x_i \text{ при } i \in U_j \qquad (2)$$

$$x_i \geq x_k, \qquad (3)$$

если для выполнения k-го проекта должен выполняться i-й проект.

$$\sum_{i \in V_l} x_i \leq 1, \quad l = 1, \ldots, k. \qquad (4)$$

Неравенства (1) и (2) в совокупности означают, что $y_j = 1$ тогда и только тогда, когда $x_i = 1$ хотя бы для одного $l \in U_j$.

Неравенство (3) означает следующее: из $x_k = 1$ следует, что $x_i = 1$, т.е. проекты взаимозависимы: k-й проект можно включить в портфель только в том случае, если в него уже включен i-й проект.

Смысл неравенства (4) состоит в том, что если в портфель включается некоторый проект из подмножества V_l, то другие проекты из этого подмножества в портфель включены быть не могут.

[1] Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-06-00001) и гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ №НШ-65497.2010.9.

Имеем:

$$F_0 = F_{-1} + \sum_{i=1}^{m} x_i c_{i0} + \sum_{j=1}^{s} y_j p_{j0} .$$

Если значение F_k $(k = 1, \ldots, n-1)$ известно, то

$$F_{k+1} = \begin{cases} qF_k + \sum_{i=1}^{m} x_i c_{i(k+1)} + \sum_{j=1}^{s} y_j p_{j(k+1)} & \text{при} \quad F_k \ge 0; \\ rF_k + \sum_{i=1}^{m} x_i c_{i(k+1)} + \sum_{j=1}^{s} y_j p_{j(k+1)} & \text{при} \quad F_k \le 0. \end{cases} \qquad (5)$$

Необходимо найти значения x_i, $y_j \in \{0, 1\}$, при которых величина $NFV = F_n$ является максимальной.

Возможна ситуация, когда заимствование средств невозможно. В этом случае необходимо обеспечить неразорение инвестора в любой момент времени. Условие неразорения имеет вид

$$F_k \ge 0 \text{ при } k = 0, 1, \ldots, n. \qquad (6)$$

При выполнении условия (6) в условии (5) актуальна только верхняя строка.

Задача (1-5) является задачей булева (нелинейного) программирования. Отметим, что она всегда допустима, поскольку: значения $x_i = 0$, $y_j = 0$ удовлетворяют всем ограничениям.

Задача (1-5) сводится к задаче частично целочисленного линейного программирования, которая также всегда допустима. Заметим, что поскольку $r > q$, то из (5) следует равенство:

$$F_{k+1} = \max \left\{ \begin{array}{l} qF_k + \sum_{i=1}^{m} x_i c_{i(k+1)} + \sum_{j=1}^{s} y_j p_{j(k+1)}, rF_k + \\ + \sum_{i=1}^{m} x_i c_{i(k+1)} + \sum_{j=1}^{s} y_j p_{j(k+1)} \end{array} \right\}.$$

Задача принимает следующий вид:

найти числа

$$x_1, \ldots, x_m \in \{0,1\};\ y_1, \ldots, y_s \in \{0,1\};\ F_1, \ldots, F_n \in R$$

такие, что

$$y_j \ge x_i \text{ при } i \in U_j;$$

$$y_j \le \sum_{i \in U_j} x_i \quad \text{при} \quad i \in U_j;$$

$$x_i \ge x_k \text{ для зависимых проектов;}$$

$$\sum_{i \in V_l} x_i \le 1 \quad \text{при} \quad i \in V_l$$

для альтернативных проектов;

$$F_{k+1} \le qF_k + \sum_{i=1}^{m} x_i c_{i(k+1)} + \sum_{j=1}^{s} y_j p_{j(k+1)};$$

$$F_{k+1} \le rF_k + \sum_{i=1}^{m} x_i c_{i(k+1)} + \sum_{j=1}^{s} y_j p_{j(k+1)},$$

при $k = -1, 0, \ldots, n-1$; $F_n \to \max$.

Значение F_0 определяется, как и выше. Эта задача также всегда допустима.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

1. Для решения задачи (1-4) в [12] применялись метод ветвей и границ и метод отсечений (Гомори) [9-11]. Эти методы дают точное решение, но при этом являются трудоемкими. Вычислительный эксперимент показал, что при малом временном горизонте (до пяти) применение метода Гомори для получения точного решения менее эффективно по сравнению с методом ветвей и границ, при временных горизонтах 8-9 наоборот.

2. Применялся эволюционный алгоритм [13, 14] простейшего вида (***(1 + 1) - EA)*** по классификации работы [14]).

3. Разработан упрощенный метод ветвей и границ, который базируется на более полном учете структуры задачи. Суть метода заключается в том, что стандартный метод ветвей и границ применяется поочередно ко всем подмножествам U_j, при этом на каждом этапе проекты в портфель только добавляются.

Эвристические методы (2 и 3) для решения поставленной задачи были рассмотрены в [12]. Результаты вычислительного эксперимента показали, что результаты решения задачи данными эвристическими методами близки к результатам решения задачи точными методами.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Был поставлен вычислительный эксперимент, целью которого был анализ чувствительности решения задачи к изменениям параметров (банковская процентная ставка, ставка заимствования), а также влияние на результат числа подмножеств U_j,. Применялся точный метод ветвей и границ, при этом, проекты упорядочивались по убыванию чистой приведенной стоимости с учетом групповых платежей. Показателем чувствительности в экономических задачах является эластичность, которая приближенно равна выраженному в процентах изменению зависимого параметра при увеличении аргумента на 1%. Эластичность рассчитывалась по формуле:

$$\frac{NFV(2) - NFV(1)}{NFV(1)} * 100\%,$$

где

$NFV(1)$ – NFV портфеля при базовых ставках r и q;

$NFV(2)$ – NFV портфеля при r и q, увеличенных на 1%.

Были заданы следующие общие параметры.

- $F_{-1} = 100$ – начальный капитал инвестора.
- C_i и P_j – платежи по проектам и группам проектов генерировались случайно в диапазоне от -150 до 150.
- Для каждого эксперимента было сгенерировано 100 задач, результаты усреднялись.

Для анализа эластичности накопленной стоимости оптимального портфеля к ставке заимствования задавались следующие значения параметров:

- ставка банковского вклада 2%;
- ставка банковского кредита 2-7%;
- число проектов принималось равным 5, 10, 15;
- число подмножеств U_j задавалось в зависимости от количества проектов (три – для пяти проектов, четыре – для 10, пять – для 15 проектов), их состав генерировался случайно, объединение множеств U_j совпадало с множеством проектов;
- длительность проектов – 4-9 лет;
- учитывались по одному условия вида (3) и (4).

Результаты вычислений приведены в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что:

- эластичность накопленной стоимости оптимального портфеля к ставке заимствования является отрицательной (это естественно) и весьма мала по модулю;
- с ростом базовой ставки модуль эластичности в среднем возрастает;
- модуль эластичности также в среднем возрастает при увеличении временного горизонта;
- модуль эластичности в среднем убывает при возрастании числа проектов.

Для анализа эластичности накопленной стоимости оптимального портфеля к банковской процентной ставке заданы параметры:

- ставка банковского вклада 1-4%;
- ставка банковского кредита 5%;
- значения других величин задавались как и в предыдущем случае.

Таблица 1

ЭЛАСТИЧНОСТЬ НАКОПЛЕННОЙ СТОИМОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ К СТАВКЕ ЗАИМСТВОВАНИЯ

Число проектов	Длительность проектов	Эластичность, %, при r =					
		2%	3%	4%	5%	6%	7%
5	4	-0,002	-0,004	-0,006	-0,008	-0,01	-0,012
	5	-0,005	-0,006	-0,008	-0,01	-0,014	-0,015
	6	-0,006	-0,008	-0,01	-0,011	-0,014	-0,017
	7	-0,004	-0,006	-0,007	-0,008	-0,009	-0,012
	8	-0,003	-0,004	-0,006	-0,009	-0,018	-0,022
	9	-0,009	-0,013	-0,019	-0,019	-0,025	-0,03
10	4	-0,002	-0,004	-0,004	-0,006	-0,008	-0,008
	5	-0,002	-0,003	-0,004	-0,004	-0,005	-0,006
	6	-0,002	-0,003	-0,004	-0,004	-0,005	-0,005
	7	-0,002	-0,003	-0,004	-0,006	-0,007	-0,008
	8	-0,007	-0,012	-0,016	-0,018	-0,021	-0,026
	9	-0,006	-0,01	-0,012	-0,041	-0,047	-0,047
15	4	-0,003	-0,004	-0,006	-0,008	-0,008	-0,011
	5	-0,007	-0,011	-0,014	-0,018	-0,018	-0,022
	6	-0,005	-0,008	-0,009	-0,012	-0,015	-0,018
	7	-0,005	-0,007	-0,01	-0,011	-0,017	-0,018
	8	-0,003	-0,005	-0,006	-0,008	-0,01	-0,012
	9	-0,003	-0,005	-0,008	-0,01	-0,011	-0,013

Таблица 2

ЭЛАСТИЧНОСТЬ НАКОПЛЕННОЙ СТОИМОСТИ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ К БАНКОВСКОЙ ПРОЦЕНТНОЙ СТАВКЕ

Число проектов	Длительность проектов	Эластичность, %, при q =			
		1%	2%	3%	4%
5	4	0,012	0,025	0,038	0,052
	5	0,017	0,035	0,051	0,069
	6	0,022	0,044	0,066	0,089
	7	0,024	0,049	0,074	0,101
	8	0,027	0,056	0,086	0,115
	9	0,029	0,06	0,093	0,126
10	4	0,008	0,017	0,024	0,033
	5	0,01	0,02	0,032	0,041
	6	0,015	0,03	0,046	0,062
	7	0,022	0,044	0,066	0,089
	8	0,027	0,053	0,083	0,112
	9	0,028	0,1	0,154	0,249
15	4	0,088	0,015	0,024	0,032
	5	0,013	0,024	0,039	0,05
	6	0,012	0,025	0,039	0,053
	7	0,017	0,02	0,023	0,026
	8	0,023	0,045	0,068	0,094
	9	0,024	0,05	0,076	0,103

Таблица 3

ЗАВИСИМОСТЬ КОНЕЧНОГО КАПИТАЛА ИНВЕСТОРА (F_K) ОТ ЧИСЛА ПОДМНОЖЕСТВ U_J

Число проектов	Длительность проектов	Конечный капитал инвестора, F_k, при $N(U_j)$ =			
		2	3	4	5
5	4	546	507	475	365
	5	665	535	413	413
	6	668	639	514	444
	7	973	949	875	755
10	4	645	515	515	515
	5	796	627	627	627
	6	986	922	859	859
	7	1140	1052	987	987
15	4	821	677	677	677
	5	1269	999	999	999
	6	1381	1134	1134	1134
	7	1635	1404	1404	1404

Результаты вычислений приведены в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что:

- эластичность накопленной стоимости оптимального портфеля к банковской ставке весьма мала и является положительной (это также естественно);
- с ростом базовой ставки эластичность в среднем возрастает;
- эластичность также в среднем возрастает при увеличении временного горизонта;

устойчивой тенденции изменения эластичности при возрастании числа проектов не выявлено.

Для анализа зависимости решения задачи от числа подмножеств U_j задавались следующие значения параметров:

- ставка банковского вклада 4%;
- ставка банковского кредита 7%;
- число $N(U_j)$ подмножеств U_j изменялось от двух до пяти, объединение множеств U_j совпадало с множеством проектов;
- длительность проектов – 4-7 лет;
- число проектов равнялось 5, 10, 15.

Результаты вычислений приведены в табл. 3.

Из табл. 3 видно, что с ростом числа подмножеств накопленная стоимость оптимального портфеля в среднем падает, причем темп падения уменьшается с ростом числа проектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе поставлена задача формирования оптимального инвестиционного портфеля, в которой учтен ряд дополнительных факторов. Проведен численный эксперимент, в результате которого установлены тенденции изменения эластичности накопленной стоимости оптимального портфеля к процентным ставкам в зависимости от параметров задачи. Также исследовано влияние на результат числа подмножеств, на которые разбито множество проектов.

Литература

1. Батищев Д.Ю. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач [Текст] : учеб. пособие / Д.Ю. Батищев ; под ред. Я.Е. Львовича. – Воронеж : Воронежский гос. техн. ун-т ; Нижегородский ун-т, 1995.
2. Борисовский П.А. О сравнении некоторых эволюционных алгоритмов [Текст] / П.А. Борисовский, А.В. Еремеев // Автоматика и телемеханика. – 2004. – №2.
3. Бронштейн Е.М. Формирование оптимальных портфелей, состоящих из инвестиционных проектов, с учетом групповых выплат [Текст] / Е.М. Бронштейн, Г.Р. Муслимова // Информационные технологии. – 2010. – №5.
4. Бронштейн Е.М. Задача календарного планирования портфеля инвестиционных проектов [Текст] / Е.М. Бронштейн, Т.Н. Олейник // Информационные технологии. – 2007. – №3.
5. Бронштейн Е.М. Оптимальные инвестиционные портфели [Текст] / Е.М. Бронштейн // Системное моделирование социально-экономических процессов. – М. : ЦЭМИ РАН, 2004.
6. Бронштейн Е.М. Как сформировать оптимальный портфель [Текст] / Е.М. Бронштейн, С.И. Спивак // Рынок ценных бумаг. – 1997. – №14.
7. Виленский П.Л. и др. Оценка эффективности инвестиционных проектов [Текст] / П.Л. Виленский, В.Н. Лившиц, С.А. Смоляк. – М. : Дело, 2002.
8. Деордица Ю.С. Исследование операций в планировании и управлении [Текст] : учеб. пособие / Ю.С. Деордица, Ю.М. Нефедов. – Киев: Выща школа, 1991.
9. Корбут А.А. и др. Об эффективности комбинаторных методов в дискретном программировании [Текст] / А.А. Корбут, И.Х. Сигал, Ю.Ю. Фингельштейн. – М. : Наука, 1979.
10. Сигал И.Х. Введение в прикладное дискретное программирование [Текст] / И.Х. Сигал, А.П. Иванова. – М. : Физматлит, 2007.
11. Balinski M.L. On a selection problem // Management science. 1970. Vol. 17, №11.
12. Bronshtein E., Spivak S. Convex structures and investments. Proc. of 4-th investments conference. Cambridge, 1998. P. 325-339.
13. Lorie J.H., Savage I.J. Three problems in rationing capital // Journal of business. 1955. Vol. XXVIII, №4.
14. Mamer J.W., Shogan A.W. A constrained capital budgeting problem with applications to repair kit selection // Management science. 1987. Vol. 33, №6.
15. Weingartner H.M. Mathematical programming and the analysis of capital budgeting problems. Chicago : Markham publ, 1967.

Ключевые слова

Оптимальный портфель; инвестиционный проект; потоки платежей; чистая накопленная стоимость; ставка дисконтирования; заимствование средств; групповые платежи; инвестирование; взаимозависимость проектов; целочисленное линейное программирование.

Бронштейн Ефим Михайлович

Муслимова Галия Рамилевна

РЕЦЕНЗИЯ

Научная новизна. В работе рассмотрена новая задача формирования оптимальных портфелей ценных бумаг, в которой в отличие от рассмотренных ранее учтены:

- необходимость групповых выплат произвольных знаков;
- различные виды взаимозависимости проектов;
- возможность заимствования средств.

Соответствующая математическая модель сформулирована как задача частично целочисленного линейного программирования. Исследуется эластичность конечного финансового результата, полученного от реализации оптимального портфеля, по некоторым параметрам модели.

Значимость и доказательность научных результатов. Полученные результаты представляются важными как для теории, поскольку в работе рассматривается новая математическая модель, так и для практики. В частности, установленная низкая эластичность конечного финансового результата по банковским ставкам показывает, что для рассматриваемых финансовых процессов соответствующими рисками можно пренебречь. Результаты обоснованы широкомасштабным вычислительным экспериментом.

Рекомендация к публикации. Считаю, что представленная работа представляет несомненный научный интерес и рекомендую ее к публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Мустаев И.З., д.э.н., зав. кафедрой инвестиционного анализа Уфимского государственного авиационного технического университета

8.6. OPTIMAL PORTFOLIOS OF INVESTMENT PROJECTS TAKING INTO ACCOUNT GROUP PAYMENTS AND INTERRELATION OF PROJECTS: THE ESTIMATION OF INFLUENCE OF CHANGE OF PARAMETERS OF MODEL

E.M. Bronshtein, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Chair of Numerical Mathematics and Cybernetics;

G.R. Muslimova, the Post-graduate Student of Chair of Numerical Mathematics and Cybernetics

Ufa State Aviation Technical University

In the paper, the problem of formation optimum at the net future value of the investment portfolio consisting of investment projects when streams of payments on some groups of projects are provided is considered. Possibility of loan of means and interdependence of projects are considered. Are investigated sensitivity of the pure saved up cost of an optimum portfolio to a variation of interest rates (bank and loans), and also influence on financial effect of number of groups of projects.

Literature

1. D.J. Batischev. Genetic algorithms of the decision of extreme problems [Text] / D.J.Batishchev//the Manual under the editorship of J.E.Lvovicha. – Voronezh: VSTU, Nizhniy Novgorod Un., 1995. – 69 p.
2. P.A. Borisovsky, A.B. Yeremeyev. About comparison of some evolutionary algorithms [Text] / P.A.Borisovsky, A.V. Yeremeyev // Automatics and telemechanics. – 2004. – №2. – P. 3-9.
3. E.M. Bronshtejn, G.R. Muslimova. Formation of the optimum portfolios consisting of investment projects, taking into account group payments [Text] / E.M. Bronstein, G.R. Muslimova // Information technology. – 2010. – №6. – P. 72-75.
4. E.M. Bronshtejn, T.N. Olejnik. Problem of scheduling of a portfolio of investment projects [Text] / E.M.Bronstein, T.N. Olejnik // Information technology. – 2007. – №3. – P. 70-73.
5. E.M. Bronstein. Optimal investment portfolios [Text] / E.M.Bronstein // System modeling socially – economic processes: materials of 27th international school of thought – a seminar name of the academician S.S. Shatalin. – M: CEMI of the Russian Academy of Sciences, 2005. – P. 48-52.
6. E.M. Bronshtejn, S.I. Spivak. As to generate an optimum portfolio [Text] / E.M. Bronstein, S.I.Spivak // The Securities market. – 1997. – №14. – P. 52-55.
7. P.L. Vilensky, V.N. Livshits, S.A. Smoljak. Estimation of efficiency of investment projects [Text] / P.L. Vilensky, V.N. Livshits, S.A. Smoljak. – M: Business, 2002. – 888 p.
8. J.S. Deorditsa, J.M. Nefedov. Research of operations in planning and management [Text] / J.S. Deorditsa, J.M. Nefedov. – To.:Выща school, 1991. – 270 p.
9. A.A. Korbut, I.H. Sigal, J.J. Finkelstein. About efficiency of combinatory methods in discrete programming [Text] / A.A. Korbut, I.H. Sigal, J.J. Finkelstein // The current state of the theory of research of operations. – M: the Science, 1979. – P. 283 – 310.
10. I.H. Sigal, A.P. Ivanova, Introduction in applied discrete programming [Text] / I.H. Sigal, A.P. Ivanova. – M.:Fizmatlit, 2007. – 304 p.
11. M.L. Balinski. On a Selection Problem [Text] / M.L. Balinski // Management Science. – 1970. – v.17. – №11. – P. 230-231.
12. E. Bronshtein, S. Spivak. Convex structures and investments [text] / E. Bronshtein, S. Spivak // Proc. of 4-th investments conference. – Cambridge, 1998. – P. 325-339.
13. J.H. Lorie, I.J. Savage. Three Problems in Rationing Capital [text] / J.H. Lorie, I.J. Savage // Journal of Business. – 1955. – №4. – P. 229-239.
14. J.W. Mamer, A.W. Shogan. A Constrained Capital Budgeting Problem with Applications to Repair Kit Selection [text] / J.W. Mamer, A.W. Shogan // Management Science. – 1987. – №6. – P. 800-806.
15. H.M. Weingartner. Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problems [Text] / H.M. Weingartner. – Chicago: Markham publ., 1967. – 265 p.

Keywords

Optimal portfolio; investment projects; streams of payments; net future value; the discounting rate; loan of means; group payments; investment; interdependence of projects; integer linear programming.