

### 11.3. МЕТОДОЛОГИЯ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В ИННОВАЦИОННОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ

Радионов Н.В., к.т.н., в.н.с.

*Институт научных и технических разработок при Санкт-Петербургской военно-космической академии имени А.Ф. Можайского*

В данной статье рассматривается методология оценивания эффективности инвестиций в инновационные проекты и отбора проектов в инвестиционные портфели, учитывающая нечеткость при субъективном оценивании неопределенности инноваций. Предлагаемые модели и методы получения и согласования экспертных мнений основаны на ключевых понятиях теории нечетких множеств, методах оперирования с нечеткими числами и стохастических методах анализа иерархий.

#### ВВЕДЕНИЕ

В различных задачах теории и практики экономических исследований в настоящее время все больше проявляются проблемы сложности моделирования, связанные не столько с многообразием моделей и математических методов исследования, сколько с проблемой неопределенности экономических данных. До недавнего времени в качестве главного инструмента разрешения проблемы неопределенности в экономических исследованиях использовался случайно-вероятностный подход, базирующийся на классической концепции вероятности, в дальнейшем углубленной до понятия вероятностной меры. Однако в настоящее время благодаря проведенным во второй половине XX в. фундаментальным исследованиям (Р. Беллман, Л. Заде, Н.Н. Моисеев и др. [1, 12-14]) стало ясно, что путь развития вероятностно-стохастического подхода в экономической теории не является единственным. Можно указать и на иные подходы к решению проблемы неопределенности, в некоторых случаях более глубоко проникающие в ее сущность. Как правило, последнее обусловлено тем обстоятельством, что именно на современном этапе развития мировой экономики на первый план выдвинулись вопросы сложности структуры экономических взаимосвязей. Следовательно, согласно общим представлениям системного подхода неопределенность, как основной сопутствующий фактор при разрешении вопроса сложности, оказывается также сложно структурированным понятием и одним из важнейших инструментов обеспечения адекватности выводов исследований реально происходящим в экономике процессам.

#### 1 ТРАДИЦИОННЫЙ ПОДХОД К ПОСТАНОВКЕ И РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ИННОВАЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

В настоящее время для оценки эффективности инвестиционных проектов в экономической литературе [2, 3, 11] принято использовать «Методические рекомендации для оценки эффективности...» [4]. Этот документ, разработанный более 10 лет назад совместными усилиями специалистов Правительства РФ и некоторых достаточно авторитетных научно-консультационных фирм, послужил в качестве прочной основы для создания отраслевых и корпоративных нормативно-методических документов по обоснованию и оценке эффективности широкого спектра инвестиционных проектов, как правило, с учетом их краткосрочной определенности. При этом, как указано в [4], «практическое решение ... задач, возникающих в инвестиционной сфере, естест-

венно, должно опираться на данные «Рекомендации», но воплощаться в соответствующих алгоритмах, учитывающих уникальность каждого инвестиционного проекта». К сожалению, дальше этого общего указания и утверждения о высокой неопределенности и рисках инвестиций в инновации разработчики «Рекомендаций» не пошли. Между тем, специфика (уникальность) именно инновационных проектов заключается в высокой неопределенности при их длительной реализации.

В последнее время предпринимались попытки учесть эту специфику. К ним относятся ряд не вполне удачных проектов методик, выпущенных в 2005-2008 гг.:

- 2006 г. Методика расчета показателей и применения критериев эффективности инвестиционных проектов, претендующих на получение государственной поддержки за счет средств Инвестиционного фонда РФ, утверждена приказом Министерства экономического развития и торговли РФ №139 и Министерства финансов РФ №82н от 23 мая 2006 г. (не действует);
- 2008 г. Проект методических рекомендаций по оценке эффективности инвестиционных проектов. Третья редакция. Авторский коллектив: д.э.н. проф. В.В. Коссов, д.э.н. проф. В.Н. Лившиц, к.э.н. А.Г. Шахназаров и др. (впервые размещено на сайте Института системного анализа РАН, не действует);
- 2008 г. Методика расчета показателей и применения критериев эффективности региональных инвестиционных проектов. Утверждено приказом Министерства регионального развития РФ от 31 июля 2008 г. №117 (не действует).

Так, в проекте «Методические рекомендации по оценке экономической эффективности финансирования проектов, имеющих своей целью коммерциализацию результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ», разработанном в соответствии с решениями Министерства образования и науки РФ неопределенность предлагается учитывать в самом общем виде как некий «потенциальный риск реализации инновационного проекта». Определена числовая шкала этого понятия, пригодная, по-видимому, только для облегчения процедуры экспертного оценивания «уровня риска». Однако, как и в прежнем «Руководстве» 2000 г., так и в указанных выше проектах документов в основном оставлены без ответов множество вопросов теоретического и практического характера, связанных с трактовкой неопределенности и реализацией формального предложенного способа ее учета.

Очевидно, что неопределенность является неизбежным условием как самой инновации, так и ее экономического окружения. При этом чем выше новизна проекта (предлагаемого в нем товара или услуги), тем выше неопределенность результата внедрения инновации. Неопределенность параметров инновационного проекта порождает риск того, что намеченные в нем цели не будут достигнуты. Следовательно, решение задачи эффективного управления инновационной деятельностью невозможно без гораздо более широкого учета неопределенности, чем предлагают указанные нормативно-справочные документы.

В настоящее время в экономической литературе уже сложилась традиционная схема учета фактора случайности [3, 11], формальное описание которой можно представить в виде следующей многоэтапной процедуры.

#### Шаг 1

Детерминированный анализ потерь вложенных в проект инвестиций  $I$ , связанных с отличием показателя до-

ходности проекта<sup>1</sup>  $IPR$  от его полезного значения  $U$  (на пример, заданного менеджментом проекта, инвесторами или иными заинтересованными в результатах проекта лицами). Показателем потерь служит величина:

$$R_1 = I * (IPR - U) * 1(U - IPR),$$

где  $1(*)$  – математическая функция-ступенька.

### Шаг 2

Анализ чувствительности проекта к неопределенности получения заданной величины доходности проекта. Показателем чувствительности обычно служит величина

$$R_2 = I * \int_{-\infty}^{\infty} (IPR - U) * 1(U - IPR) * \varphi_{IPR}^{\wedge}(IPR) d IPR.$$

Здесь неопределенность учитывается путем задания плотности распределения  $\varphi_{IPR}^{\wedge}(IPR)$  случайной величины доходности  $IPR$ .

### Шаг 3

Анализ риска – влияния внешних (по отношению к проекту) и внутренних факторов, определяющих реализацию закона распределения случайной величины доходности проекта. Показателем риска служит величина:

$$R_3 = \int_{-\infty}^{\infty} I(\bar{p}) * \int_{-\infty}^{\infty} (IPR(\bar{p}) - U) * 1(U - IPR(\bar{p})) * \varphi_{IPR}^{\wedge}(IPR; \bar{p}) * \varphi_{\bar{p}}^{\wedge}(\bar{p}) d IPR d \bar{p}.$$

Обычно под рисками понимается множество событий негативного влияния на проект, объективно характеризующиеся вектором случайных параметров  $\bar{p}$  (для упрощения в формуле внешний многомерный интеграл представлен условно).

### Шаг 4

Анализ менеджмента проекта, принимающего случайно мотивированные решения  $\hat{U}$  при определении полезного уровня доходности. Показателем риска принятия менеджментом неверного решения является величина

$$R_4 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(\bar{p}) * \int_{-\infty}^{\infty} (IPR(\bar{p}) - U) * 1(U - IPR(\bar{p})) * \varphi_{IPR}^{\wedge}(IPR; \bar{p}; U) * \varphi_{\bar{p}}^{\wedge}(\bar{p}; U) * \varphi_U^{\wedge}(U) d IPR d \bar{p} d U.$$

Основной сложностью практической реализации данной процедуры, начиная уже со второго шага, является отсутствие каких-либо регулярных теоретических разработок для получения математических функций плотностей распределения  $\varphi_{IPR}^{\wedge}(IPR; \bar{p}; U)$ ,  $\varphi_{\bar{p}}^{\wedge}(\bar{p}; U)$ ,  $\varphi_U^{\wedge}(U)$ . За-

частую в расчетах предлагается принять аксиому нормального распределения всех случайных параметров, входящих в модель инновационного проекта. При этом обосновать эту аксиому (кроме сомнительных аналогий с техническими устройствами), как правило, не удается.

Наиболее обоснованным в этом плане можно считать метод Г. Марковица [6], применяемый, в основном к портфельным инвестициям. Однако, в отличие от проектов портфелей ценных бумаг, инновационные проекты обладают гораздо большим спектром неопределенности, охватывающим также и факторы субъек-

тивного восприятия менеджерами и исполнителями проекта окружающего мира. В самом общем виде этот спектр можно представить схемой на рис. 1.

Лингвистическая (lingua – язык) неопределенность, отражающаяся в нечеткости, неоднозначности слов и фраз естественного языка, его синтаксической и семантической нечеткости. Частный случай – эпистемическая неопределенность (episteme – знание), связанная с проведением числовых оценок, сопутствующих некоторому качеству, свойству, состоянию
Поссибилистическая или нечетко-возможностная (possibilis – возможный) неопределенность, имеющая известную общность с лингвистическим фактором, но порождающая неопределенность в оценке возможностей различных экономических агентов и выполнения ими различных действий
Аксиологическая (axia – ценность) неопределенность, связанная с проведением оценок полезности (предпочтительности) тех или иных альтернатив, осуществления определенных действий
Мультикритериальная неопределенность, связанная с многоцелевым подходом к оцениванию рынка, и вызывающая необходимость поиска конкурентного компромисса между различными критериями принятия решений
Структурная неопределенность, связанная со сложностью, неясностью, неполнотой представления рыночных структур и «мышления» экономических субъектов (плохо структурированные проблемы системного анализа)

Рис. 1. Спектр факторов персоналистской неопределенности, влияющих на определение исходных данных инновационного проекта

В связи со спектральным пониманием проблемы неопределенности в последнее время внимание исследователей обращено к более эффективному инструментальному средству, способному учесть неопределенность исходных данных инновационных проектов – математическому аппарату нечетких множеств [6]. Однако применение этого аппарата на практике требует проведения дополнительных научных исследований. В общем виде эти исследования можно разделить на три этапа.

- Этап 1. Исследование методов обоснования и получения исходных данных инновационных проектов с помощью нечетких множеств.
- Этап 2. Исследование методов моделирования структуры и динамики развития инновационных проектов с использованием нечетких отношений и отображений.
- Этап 3. Исследование методов принятия решений по управлению инновационными проектами с использованием нечеткой логики.

Далее в данной статье рассматриваются некоторые подходы, используемые на первом из перечисленных выше этапов.

Если разработчиками инновационного проекта принято решение об использовании моделей на основе нечетких множеств, то первое с чем столкнется исполнитель – это проблема получения соответствующих данных от экспертов и согласование этих данных с целью выработки, по возможности, более или менее объективно-субъективного решения.

## 2 ПРЯМАЯ МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ И СОГЛАСОВАНИЯ ЭКСПЕРТНЫХ МНЕНИЙ

Данная методика предусматривает достаточную степень компетентности экспертов при ответе на вопрос: «дать оценку уровня возможности события или появления значения экономического параметра; соответствия параметра некоторому экономическому понятию; совместимости параметра с некоторым экономическим явлением и проч.».

<sup>1</sup>  $IPR$  – от англ. investment parameter rate.

Обычно достаточно, чтобы в ответ на этот вопрос каждый эксперт сообщил только набор из пар чисел  $(y; \mu(y))$  – оценок  $y \in R$  некоторого экономического параметра и оценок уровня  $\mu(y) \in [0, 1]$  его возможности / соответствия / совместимости. Если подразумевается непрерывное изменение параметра, то изменение уровня  $\mu(y)$  в промежутках между оценками  $y$ , как правило, аппроксимируется прямой.

Различаются три основных типа ответов экспертов (рис. 2):

Три пары чисел, определяющие интервал изменения параметра с точкой максимального уровня его возможности/соответствия/ совместимости:

$$(y_{min}; 0), (y_{mid}; 1), (y_{max}; 0), y_{min} \in [y_{min}, y_{max}].$$

Графически этот ответ иллюстрируется так называемым «треугольным» нечетким числовым множеством (далее для простоты – нечеткое число).

Четыре пары чисел, определяющие два интервала изменения параметра:

- полный  $(y_{0min}; 0), (y_{0max}; 0)$

и

- достоверный  $(y_{1min}; 1), (y_{1max}; 1)$ ,

причем

$$y_{1min} < y_{1max} \in [y_{0min}, y_{0max}].$$

Графически этот ответ иллюстрируется так называемым «трапецевидным» нечетким числом.

Множество пар чисел  $(y_i; \mu(y_i)), i = 1, 2, \dots$ , упорядоченное по возрастанию:  $y_1 < y_2 < y_3 < \dots$



Рис. 2. Основные типы линейаризованного представления нечетких чисел

В литературе [6-7] иногда рассматриваются непрерывные уровневые функции  $\mu(y; A)$  частного вида, задаваемые на базовом множестве  $Y: y \in Y$  набором показателей  $A$ . Например, в [6] предлагается использовать параметрическую функцию  $L-R$  вида, обобщающую трапецевидную с учетом замены линейных боковых граней трапеции монотонными функциями. В [7] представлена параметрическая дробно-линейно-степенная унимодальная функция, расширяющая «треугольное» нечеткое число до класса монотонных функций. Во всех этих случаях прямая методика должна предусматривать априорное понимание соответствия типа уровневой функции вопросу об «уровне возможности события, соответствия понятию; совместимости с явлением» и проч. Эксперт же

должен обладать существенно более высоким уровнем компетенции, чтобы определить четкое значение показателей  $A$ . Однако на практике этого чаще всего не наблюдается. Более правдоподобно было бы предположить, что по множеству полученных от экспертов пар  $(y_i; \mu(y_i)), i = 1, 2, \dots$  производится аппроксимация уровневой функции  $\mu(y; A)$  путем соответствующего подбора показателей  $A$ .

После получения в том или ином виде уровневой функции  $j$ -го эксперта  $\mu_j(y), j = 1, \dots, M$  процедура выработки согласованного мнения может быть задана одним из двух способов:

- способом логического свертывания;
- способом арифметико-логического свертывания.

Первый способ заключается в совместном выполнении логических действий с множествами четких оценок  $(y_i)_j$  или с интервалами  $[y_{min}, y_{max}]_j$  и логико-арифметических действий с множествами четких оценок  $\mu_j(y_i)$ . При этом два типа логических действий определяют весь спектр возможных логических свертков (дистрибутивных решеток [6]) (рис. 2).

1. Оптимистическая свертка (свертка по типу «или») для множеств четких оценок  $(y_i)_j$  или интервалов  $[y_{min}, y_{max}]_j$  задается как четкое объединение множеств

$$(y_i)_U = \bigcup_j (y_i)_j$$

или

$$[y_{min}, y_{max}]_U = \bigcup_j [y_{min}, y_{max}]_j.$$

Условие совместного выполнения действия «или» позволяет для четких оценок  $\mu_j(y_i)$  задавать различные варианты (числовые смеси), например:

- «рациональный оптимист»  
 $\mu_U(y_i) = \max_j \{\mu_j(y_i)\};$
- «супер оптимист»<sup>2</sup>  
 $\mu_U(y_i) = \left[ \sum_j \mu_j(y_i) \right]_{mod 1};$
- «взвешенный оптимист»  
 $\mu_U(y_i) = \left[ \sum_j w_j * \mu_j(y_i) \right]_{mod 1}.$

2. Пессимистическая свертка (свертка по типу «и») для множеств четких оценок  $(y_i)_j$  или интервалов  $[y_{min}, y_{max}]_j$  задается как четкое пересечение множеств:

$$(y_i)_\cap = \bigcap_j (y_i)_j$$

или

$$[y_{min}, y_{max}]_\cap = \bigcap_j [y_{min}, y_{max}]_j.$$

<sup>2</sup> Здесь и далее индекс  $mod 1$  означает функцию ограничения по модулю единицы:  $f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1; \\ 1, & |x| > 1. \end{cases}$

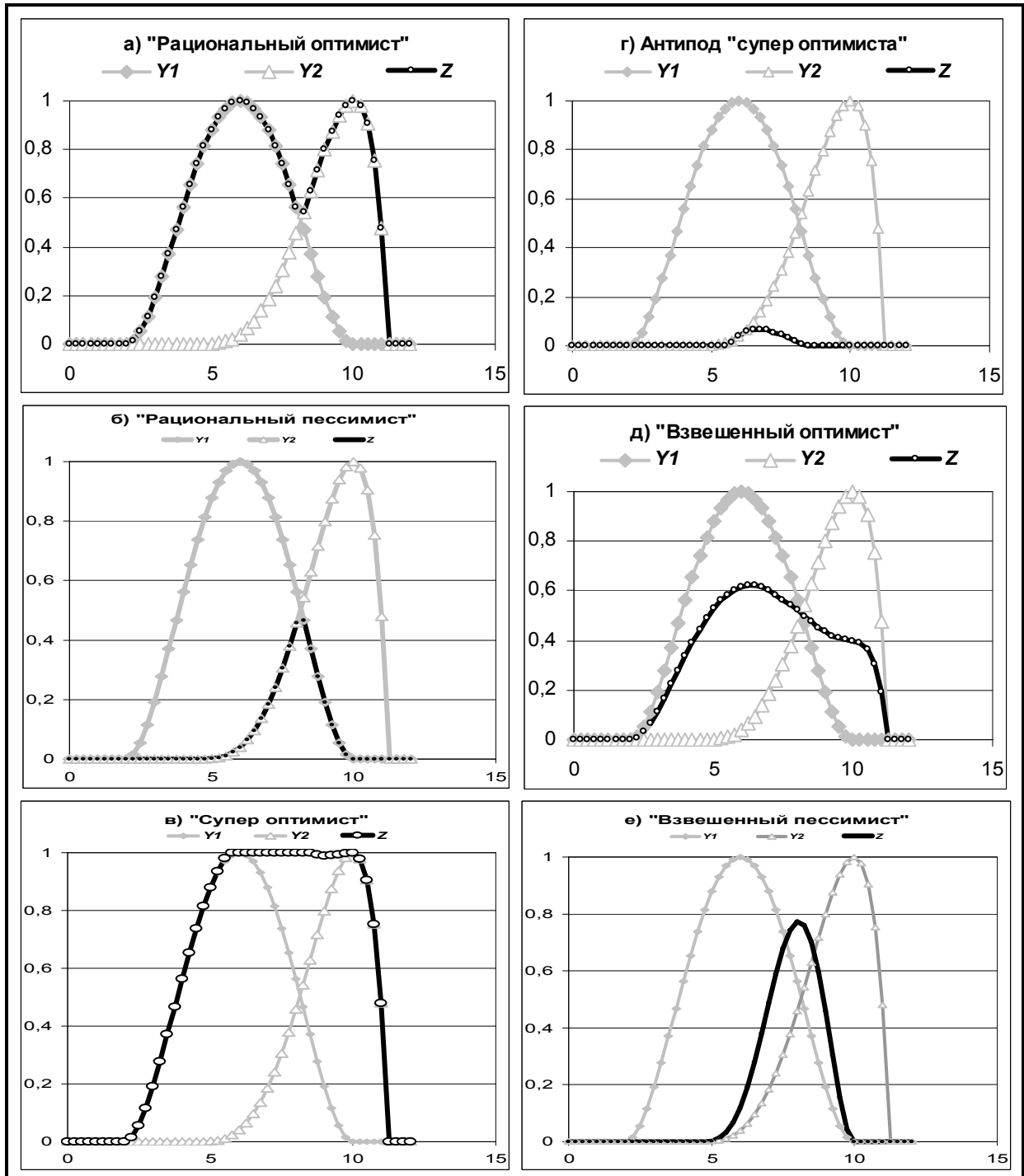


Рис. 3. Примеры операций логического свертывания мнений двух экспертов ( $Y_1, Y_2 \rightarrow Z$ )

В свою очередь, условие совместного выполнения действия «и» позволяет для четких оценок  $\mu_j(y_i)$  задавать различные варианты (смеси или решетки), например:

- «рациональный пессимист»:

$$\mu_n(y_i) = \min_j \{ \mu_j(y_i) \};$$

- «супер пессимист»:

$$\mu_n(y_i) = \prod_j \mu_j(y_i);$$

- «взвешенный пессимист»:

$$\mu_n(y_i) = \left[ w * \prod_j \mu_j(y_i) \right]_{mod1}, \quad w > 1;$$

- антипод «супер оптимиста»:

$$\mu_n(y_i) = (\dots (\mu_1(y_i) + \mu_2(y_i) - 1) + \mu_3(y_i) - 1) + \dots).$$

Примеры операций логического свертывания мнений двух экспертов представлены на рис. 3. В частности, эти примеры показывают один из главных недостатков

рассматриваемого способа согласования экспертных мнений. Так, в случае большого количества экспертов при выборе пессимистических моделей результатом свертки может оказаться близкий к нулю уровень на близком к нулю интервале (рис. 3б, 3г). А при выборе оптимистической модели результатом свертки может оказаться единичный уровень на максимальном интервале (примеры 3а, 3в и 3д).

И в том и в другом случае согласованное мнение экспертов может оказаться бесполезным для дальнейшего практического применения. Чтобы избежать этого, можно воспользоваться вторым способом согласования.

Второй способ выработки согласованного мнения основан на применении к нечетким числам традиционного в четкой статистике подхода к расчету математического ожидания (взвешенного или среднего значения). Причем, так как действия с оценками  $(y_i)_j$  или с интервалами  $[y_{min}, y_{max}]_j$  производятся только по правилам алгебры, то, в отличие от предыдущего способа, здесь согласованности в действиях с оценками уровней  $\mu_j(y_i)$  уже не потребуются. Например, арифметически взвешенным значениям:

$$(z_i)_{\Sigma} = \sum_j (\beta_j) * (y_i)_j$$

или

$$[z_{min}, z_{max}]_{\Sigma} = \sum_j \beta_j * [y_{min}, y_{max}]_j$$

может в общем случае быть поставлена в соответствии любая числовая смесь (дистрибутивная решетка) четких оценок  $\mu_j(y_i)$  как по типу «и», так и по типу «или», рассмотренные выше для логического способа согласования экспертных мнений. При этом, однако, возникает дополнительная трудность, связанная с тем, что операции суммирования множеств чисел (в частности, интервалов) в общем случае являются многозначными. Т.е. один и тот же результат  $z$  получается при суммировании различных значений  $(y_i)_j$ . Но в таком случае числу  $z$  будут поставлены в соответствие сразу несколько (предварительно согласованных!) экспертных оценок  $\mu(z)$ . Поэтому для получения однозначной свертки значений уровня нечеткого результата снова приходится применять какой-либо вариант логического свертывания. Пример такого подхода представлен на рис. 4.

На рис. 4а показан результат операции вычисления среднего арифметического из мнений двух экспертов. В этой операции для получения множества значений уровня  $\mu(z)$  для одного и того же значения результата  $z$  вначале применяется логическая свертка типа «рациональный пессимист». Далее при выборе одного значения  $\mu(z)$  к полученному множеству применяется свертка типа «рациональный оптимист». В отличие от этого, на рисунке 4б для получения множества значений уровня  $\mu(z)$  для одного и того же значения результата  $z$  вначале применяется логическая свертка типа «взвешенный пессимист» с весом  $w = 1,5$ . Далее при выборе одного значения  $\mu(z)$  к полученному множеству применяется свертка типа «супер оптимист». В итоге на рис. 4б результат принимает трапециевидную форму.

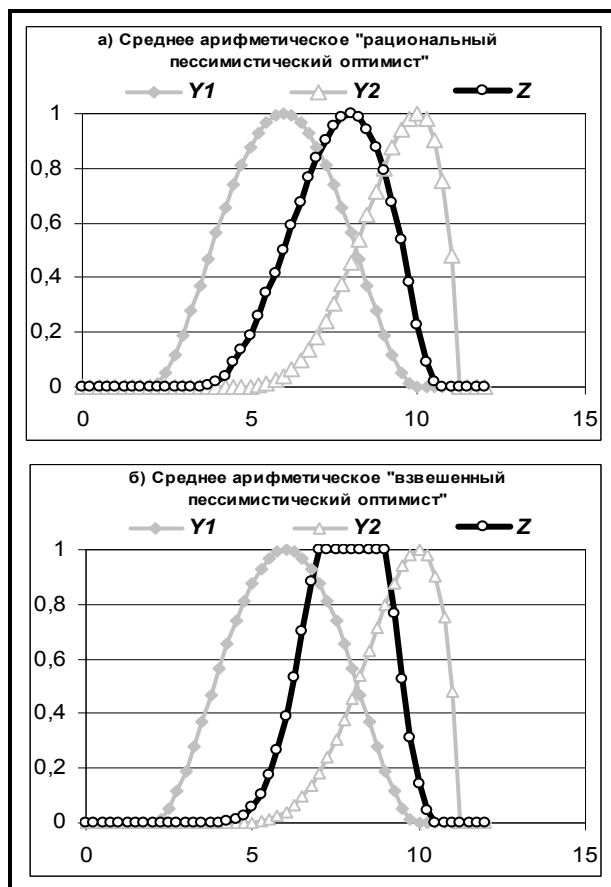


Рис. 4. Примеры операций среднего арифметического свертывания мнений двух экспертов  $(Y_1, Y_2 \rightarrow Z)$

Приведенные выше примеры позволяют выявить еще один существенный недостаток прямого метода согласования – зависимость результата не только от экспертных мнений, но и от субъективного мнения лица, принимающего решение (ЛПР), о выборе процедур предварительного и окончательного согласования. Частично устранить этот недостаток могут методы согласования, основанные на некоторых принципах сопоставления стохастического сценария и механизмов мышления ЛПР.

### 3. ПРОСТАЯ ИГРОВАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА СОГЛАСОВАНИЯ ЭКСПЕРТНЫХ МНЕНИЙ

Данная методика основана на аксиоме соответствия некоторого игрового стохастического сценария и метода рассуждения эксперта при ответе на вопрос об оценке уровня возможности / соответствия / совместности.

Определение. Уровневым подмножеством (подмножеством  $\mu$ -уровня) нечеткого множества:

$$\tilde{Y} = \{(y_j, \mu_j), j = 1, \dots, m\}$$

называется множество

$$I(\mu) = \{y_j, j \in \{1, \dots, m\}: \mu_j \geq \mu\}.$$

Пусть реализуется двухшаговая стохастическая игра.

**Шаг 1**

Случайным образом выбирается уровневое множество  $I(\mu_j)$  из набора:

$$I = \{I(\mu_j), j = 1, \dots, m\}.$$

Причем, любое уровневое множество есть подмножество универсального (базового) множества:

$$I(\mu_j) \in Y = \{y_i, i = 1, \dots, n\}, j = 1, \dots, m$$

и каждое уровневое множество состоит из  $n_j$  элементов базового множества с индексами из индексного множества:

$$J(\mu_j) \subset \{1, \dots, n\}.$$

**Шаг 2**

В выбранном уровневом множестве  $I(\mu_j)$  также случайным образом выбирается элемент  $y_i, i \in J(\mu_j)$ .

Повторяя  $N$  раз эту игру, можно получить оценку безусловной вероятности выбора элемента  $y_i$ :

$$\tilde{p}(y_i) = \frac{N(y_i)}{N},$$

где

$N(y_i)$  – число выборов элемента  $y_i$  во всех  $N$  повторениях игры.

Пусть выполнены следующие предположения:

1. Вероятность выбора уровневого множества  $I(\mu_j)$

определяется разностью:

$$p(I(\mu_j)) = \mu_j - \mu_{j-1}, j = 1, \dots, m, \mu_0 \equiv 0.$$

2. Условная вероятность выбора элемента  $y_i$  определяется равномерной плотностью распределения:

$$p(y_i | I(\mu_j)) = \begin{cases} 0, & y_i \notin I(\mu_j); \\ 1/n_j, & y_i \in I(\mu_j). \end{cases}$$

Тогда, применив формулу полной вероятности, и без реализации описанной игры можно вычислить теоретические безусловные вероятности:

$$p(y_i) = \sum_{j=1}^m p(I(\mu_j)) * p(y_i | I(\mu_j)) = \sum_{j=1}^m \left( \frac{\mu_j - \mu_{j-1}}{n_j} \right)_{i \in J(\mu_j)}.$$

Условие  $i \in J(\mu_j)$  означает, что суммирование величин  $(\mu_j - \mu_{j-1})/n_j$  производится только для тех значений  $j$ , для которых индекс  $i$  содержится в множестве  $J(\mu_j)$ .

Пусть в простейшем случае при  $n = m$  имеют место равенства  $\mu_j = \mu(y_j)$ . Тогда без потери общности путем перенумерации можно обеспечить цепочку неравенств:

$$\mu(y_1) < \mu(y_2) < \dots < \mu(y_n).$$

Отсюда следует, что соответствующие уровневые множества  $I(\mu_j)$  по определению должны состоять из  $n, n-1, n-2, \dots$  элементов. Иными словами, уровневое множество  $I(\mu_1)$  будет состоять из всех  $n_1 = n$  элементов, а остальные должны содержать  $n_2 = n-1, n_3 = n-2, \dots$  элементов. Это означает последовательное исключение одного элемента  $y_{j-1}$  из

каждого следующего множества  $I(\mu_j)$ . Последнее множество  $I(\mu_n)$  будет состоять всего из одного элемента  $y_n$ .

Учитывая указанные условия простейшего случая, для безусловных вероятностей получится:

$$p(y_1) = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\mu_j - \mu_{j-1}}{n_j} \right)_{1 \in J(\mu_j)} = \frac{\mu_1}{n},$$

так как элемент  $y_1$  входит только в одно множество  $I(\mu_1)$ ;

$$p(y_2) = \sum_{j=1}^n \left( \frac{\mu_j - \mu_{j-1}}{n_j} \right)_{2 \in J(\mu_j)} = \frac{\mu_1}{n} + \frac{\mu_2 - \mu_1}{n-1},$$

так как элемент  $y_2$  входит только в множества  $I(\mu_1)$  и  $I(\mu_2)$  и т.д.

Общая формула безусловной вероятности примет вид:

$$p(y_j) = \sum_{i=1}^j \frac{\mu_i - \mu_{i-1}}{n-i+1}, j = 1, \dots, n.$$

Как систему уравнений данную формулу можно решить относительно уровней  $\mu_j, j = 1, \dots, n$ :

$$\mu_1 = n * p(y_1);$$

$$\mu_2 = (n-1) * p(y_2) + p(y_1);$$

.....

$$\mu_j = (n-j+1) * p(y_j) + \sum_{i=1}^{j-1} p(y_i).$$

Если теперь вместо теоретических значений подставить полученные в результате игры оценки:

$$\tilde{p}(y_i) = \frac{N(y_i)}{N},$$

то для уровней можно также получить оценки

$$\tilde{\mu}_j = \frac{1}{N} * \left[ (n-j+1) * N(y_j) + \sum_{i=1}^{j-1} N(y_i) \right].$$

Однако данную формулу можно видоизменить с учетом допущений теоретической модели. Так, в качестве оценок вероятностей выбора  $j$ -го уровневого множества в любой игре можно принять величины равномерно распределения:

$$p(I(\mu_j)) = \frac{1}{n}.$$

С учетом этих величин безусловные вероятности элементов будут иметь вид:

$$p(y_i) = \frac{1}{n} * \sum_{j=1}^n \left( \frac{1}{n_j} \right)_{i \in J(\mu_j)}.$$

Поэтому

$$\mu_j = \frac{1}{n} * \left[ (n-j+1) * \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{n_k} \right)_{j \in J(\mu_k)} + \sum_{i=1}^{j-1} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{n_k} \right)_{i \in J(\mu_k)} \right].$$

Теперь можно видоизменить игру, поставив для экспорта лишь цель описания состава  $J(\mu_k)$  уровневого множества, номер  $k$  которого формально должен выбираться случайно (например, по равномерному закону). При этом в каждой игре вычисляется оценка численного состава этого множества  $\tilde{n}_{kl}, l = 1, \dots, N$ .

Следовательно, по результатам  $N$  игр можно получить оценки уровней:

$$\tilde{\mu}_j = \frac{1}{N} * \frac{1}{n} * \left[ (n-j+1) * \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{\tilde{n}_{kl}} \right)_{j \in J(\mu_{kl})} + \sum_{i=1}^{j-1} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{\tilde{n}_{kl}} \right)_{i \in J(\mu_{kl})} \right].$$

Очевидно, что при наличии  $Q$  экспертов все  $N$  игр могут быть распределены на серии по  $N_q$  игр,

$$q = 1, \dots, Q : N = \sum_{q=1}^Q N_q.$$

Если при этом с помощью заданных весов:

$$w_q, \quad q = 1, \dots, Q : \sum_{q=1}^Q w_q = 1$$

учесть, например, относительную компетентность экспертов, то окончательно формула для оценки уровней с учетом согласования экспертных мнений примет вид:

$$\tilde{\mu}_j = \frac{1}{n} * \frac{1}{N} * \sum_{q=1}^Q w_q * \left[ \sum_{k=1}^{N_q} [(n-j+1) * \sum_{l=1}^n \left( \frac{1}{\tilde{n}_{klq}} \right)_{j \in J(\mu_{klq})} + \sum_{i=1}^{j-1} \sum_{l=1}^n \left( \frac{1}{\tilde{n}_{klq}} \right)_{i \in J(\mu_{klq})}] \right].$$

Следует отметить, что в случае множества экспертов выбор номера  $q$  конкретного эксперта на очередную игру также, как и выбор номера  $k$  уровня множества, может осуществляться в случайном порядке.

В результате можно сформулировать следующую процедуру согласования экспертных мнений.

**Шаг 1**

На заданном универсальном числовом множестве  $Y \in R$  задается множество точек  $\{y_i, i = 1, \dots, n\}$  значений параметра инновационного проекта, а на интервале  $[0, 1]$  – такое же количество точек уровней  $\{\mu_i, i = 1, \dots, n\}$  (в последнем случае предполагается равномерное разбиение). Для каждого  $y_i$  задается величина  $\sigma_i = 0$ . Далее подбирается экспертная группа из  $Q$  экспертов, каждому из которых ставится в соответствие его вес  $w_q$  (например, характеризующий компетентность).

**Шаг 2**

Из группы экспертов случайным образом выбирается эксперт под номером  $\hat{q}$ , а из множества точек уровней – уровень с номером  $\hat{k}$ .

**Шаг 3**

Выбранный эксперт отвечает на единственный вопрос о составе  $J(\mu_{\hat{k}})$  уровня множества с выбранным номером  $k$ , элементы которого (значения экономического параметра) больше уровня  $\mu_{\hat{k}}$  обладают возможностью характеризовать появление события, более  $\mu_{\hat{k}}$  соответствуют некоторому экономическому понятию, более  $\mu_{\hat{k}}$  совместимы с некоторым экономическим явлением и проч. По результатам ответа определяется количество  $\tilde{n}_{\hat{k}}$  элементов в  $J(\mu_{\hat{k}})$ .

**Шаг 4**

Для каждого  $y_i$  вычисляется величина  $\sigma_i = \sigma_i + w_q * (1/\tilde{n}_{\hat{k}})_{i \in J(\mu_{\hat{k}})}$  и алгоритм по шагам 2-4 повторяется  $N$  раз.

**Шаг 5**

По окончании  $N$ -кратного повторения каждому элементу множества  $\{y_i, i = 1, \dots, n\}$  сопоставляется величина

$$\tilde{\mu}_i = \frac{1}{n} * \frac{1}{N} * [(n-j+1) * \sigma_i + \sum_{j=1}^{i-1} \sigma_j].$$

**4 ОБОБЩЕННАЯ МЕТОДИКА СОГЛАСОВАНИЯ ЭКСПЕРТНЫХ МНЕНИЙ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЦЕНАРИЕВ**

Предыдущая методика показывает, что между нечеткими числами как частным случаем нечетких множеств и вероятностной мерой может существовать взаимосвязь. Для раскрытия более глубоких свойств этой взаимосвязи следует обратиться к вероятностной конструкции случайных множеств [7].

Теоретически случайное множество  $\hat{\Theta}$  представляет собой [7] отображение из вероятностного пространства<sup>3</sup>  $\{\Omega, \Sigma, P\}$  в булеан  $B(Y)$  некоторого базового множества  $Y$ . По аналогии с дискретными случайными величинами, распределение вероятностей для случайного множества представляет собой соотношение вероятностной меры:

$$P_{\hat{\Theta}} = P\{\hat{\omega} \in \Omega : \Theta(\hat{\omega}) \in B(Y)\}.$$

на основе суммирования вероятностных мер всех элементарных событий  $\hat{\omega}$ , способствующих отображению  $\Theta(\hat{\omega})$  в булеан.

Однако в отличие от случайных величин для одного и того же случайного множества можно определить по крайней мере четыре типа вероятностных мер:

- мера совпадения  $P_{\hat{\Theta}}^E(B) = P\{\hat{\omega} \in \Omega : \Theta(\hat{\omega}) = B; B \in B(Y)\};$
- мера правдоподобия  $P_{\hat{\Theta}}^T(B) = P\{\hat{\omega} \in \Omega : \Theta(\hat{\omega}) \cap B \neq \emptyset; B \in B(Y)\};$
- мера доверия  $P_{\hat{\Theta}}^C(B) = P\{\hat{\omega} \in \Omega : \Theta(\hat{\omega}) \subseteq B; B \in B(Y)\};$
- мера сомнения  $P_{\hat{\Theta}}^D(B) = P\{\hat{\omega} \in \Omega : B \subseteq \Theta(\hat{\omega}); B \in B(Y)\}.$

В очень важном частном случае элемент булеана  $B \in B(Y)$  может состоять только из одного элемента базового множества  $y \in Y$ . Тогда очевидна эквивалентность:

$$\Theta(\hat{\omega}) \cap (B \equiv y) \neq \emptyset \Leftrightarrow y \in \Theta(\hat{\omega})$$

и

$$(B \equiv y) \subseteq \Theta(\hat{\omega}) \Leftrightarrow y \in \Theta(\hat{\omega}).$$

<sup>3</sup> Элементами вероятностного пространства являются:  $\Omega$  – множество элементарных событий;  $\Sigma$  – алгебра событий;  $P$  – вероятностная мера.

Следовательно, мера правдоподобия и мера сомнения оказываются идентичными и могут быть заменены единой мерой согласия  $P_{\hat{\theta}}^A(y)$  (см. выше – возможности события или появления значения экономического параметра; соответствия параметра некоторому экономическому понятию; совместимости параметра с некоторым экономическим явлением и проч.):

$$P_{\hat{\theta}}^A(y) = P_{\hat{\theta}}^T(y) = P_{\hat{\theta}}^D(y) = P\{\hat{\omega} \in \Omega : y \in \Theta(\hat{\omega}); y \in Y\} = \sum_{B \in \mathcal{B}(Y)} P_{\hat{\theta}}^E(B : y \in B).$$

Во втором важном частном случае элемент булеана представляет собой дополнение  $B(Y) \setminus y$  одного элемента базового множества  $y \in Y$  до полного булеана. Тогда очевидна эквивалентность:

$$\Theta(\hat{\omega}) \subseteq (B \equiv B(Y) \setminus y) \Leftrightarrow y \notin \Theta(\hat{\omega})$$

и меру доверия можно заменить мерой несогласия  $P_{\hat{\theta}}^{DA}(y)$ :

$$P_{\hat{\theta}}^{DA}(y) = P_{\hat{\theta}}^C(y) = P\{\hat{\omega} \in \Omega : y \notin \Theta(\hat{\omega}); y \in Y\} = \sum_{B \in \mathcal{B}(Y)} P_{\hat{\theta}}^E(B : y \notin B).$$

Следует отметить, что в указанных частных случаях мера совпадения теряет смысл, так как равенство  $y = \Theta(\hat{\omega})$  само по себе оказывается лишь частным случаем условия меры согласия. Однако при вычислении мер согласия и несогласия используется условная мера совпадения  $P_{\hat{\theta}}^E$ .

Описанная математическая конструкция случайного множества позволяет осуществить прямой переход к нечетким множествам, если положить:

$$\mu_{\hat{Y}}(y) \equiv P_{\hat{\theta}}^A(y) = \sum_{B \in \mathcal{B}(Y)} P_{\hat{\theta}}^E(B : y \in B);$$

$$\mu_{\hat{Y}}(y) \equiv P_{\hat{\theta}}^{DA}(y) = \sum_{B \in \mathcal{B}(Y)} P_{\hat{\theta}}^E(B : y \notin B),$$

где нечеткие множества  $\hat{Y}$  и  $\hat{\bar{Y}}$  являются взаимными дополнениями.

С математической точки зрения такое предположение вполне оправданно, так как всегда:

$$\sum_{B \in \mathcal{B}(Y)} P_{\hat{\theta}}^E(B : y \in B) \leq 1$$

и

$$\sum_{B \in \mathcal{B}(Y)} P_{\hat{\theta}}^E(B : y \notin B) \leq 1$$

и эти суммы формально не являются элементами какого-либо закона распределения вероятностей.

С экономической точки зрения принятое допущение можно описать следующим (хотя бы и гипотетическим) сценарием.

Пусть поле событий  $\Omega$  вероятностного пространства  $\{\Omega, \Sigma, P\}$  представляет собой базы знаний отдельных экспертов некоторой «компетентной группы» о значениях заданного экономического параметра из базового множества  $Y$  (например, доходность по конкретной акции). Каждая база знаний представляет собой множество  $B \in \mathcal{B}(Y)$ , а все знание экспертов о рыночном изменении данного параметра описывается двудольным графом:

$$\Theta = \{\omega \in \Omega, B \in \mathcal{B}(Y)\}.$$

Пусть также компетентность группы экспертов не вызывает сомнения. Т.е. множество всех баз знаний со-

ставляет полную группу рыночных событий, связанных с данным экономическим параметром. Если вероятность «компетентности» эксперта относительно рыночного события появления значения экономического параметра (или соответствия параметра некоторому экономическому понятию, или совместимости параметра с некоторым экономическим явлением и проч.) описывается мерой  $P$ , то вполне естественно допустить, что появление некоторого случайного множества  $\hat{\Theta}$  значений экономического параметра (в заранее неизвестных условиях!) описывается той же мерой<sup>4</sup>. В математической форме это можно записать так:

$$P_{\hat{\theta}}(\Theta) = P\{\omega \in \Omega : \hat{\Theta} = \Theta\}.$$

Нетрудно заметить, что это выражение с точностью до обозначений совпадает с выражением для вероятности  $P_{\hat{\theta}}^E(B)$ .

Теперь вместо ответа на прямой вопрос об оценке уровня возможности события или появления значения экономического параметра (соответствия параметра некоторому экономическому понятию; совместимости параметра с некоторым экономическим явлением и проч.) от эксперта потребуется лишь определить множество  $B \in \mathcal{B}(Y)$  его базы знаний. После чего субъективно-объективная оценка уровня возможности / соответствия / совместимости конкретного значения  $y \in Y$  экономического параметра определяется как сумма вероятностей «компетентности» тех экспертов, которые отметили данную величину в своей базе знаний:

$$\mu_{\hat{Y}}(y) = \sum_{\substack{\omega \in \Omega \\ \Theta = \{\omega, B\} \\ y \in B \in \mathcal{B}(Y)}} P_{\hat{\theta}}(\Theta).$$

Аналогичный стохастический сценарий можно разработать и для вычисления уровня  $\mu_{\hat{Y}}(y)$ .

В результате можно сформулировать следующую процедуру согласования экспертных мнений.

### Шаг 1

На заданном универсальном числовом множестве  $Y \in \mathcal{R}$  задается множество точек  $\{y_i, i = 1, \dots, n\}$  значений параметра инновационного проекта.

### Шаг 2

Подбирается экспертная группа из  $Q$  экспертов, каждому из которых ставится в соответствие вероятность его «компетентности» в вопросе оценивания заданного параметра  $P_q : \sum_{q=1}^Q P_q \leq 1$ .

### Шаг 3

В любой последовательности проводится конфиденциальный опрос экспертов, которым предлагается перечислить множество значений  $B_q = \{y_{iq}, i \in \{1, \dots, n\}\}$ , возможных в данном проекте, соответствующих условиям данного проекта, совместимых с некоторой характеристикой данного проекта и проч.

<sup>4</sup> В данном случае речь идет не о том, что эксперты «творят историю» (хотя и это в рыночных условиях нельзя сбрасывать со счетов), но лишь о том, что история творилась на их глазах.



**Шаг 4**

Для всех значений  $\{y_i, i = 1, \dots, n\}$  вычисляется результирующее значение уровня:

$$\mu(y_i) = \sum_{q=1}^Q \begin{cases} P_q, & y_i \in B_q; \\ 0, & y_i \notin B_q. \end{cases}$$

Очевидным достоинством предложенной методики является ее простота и отсутствие итеративности. Однако главным недостатком является отсутствие теоретического обоснования и практических методик вычисления вероятностей «компетентности» экспертов  $P_q$ . Поэтому предлагается в качестве оценки этих вероятностей использовать специальным образом вычисленный уровень (вес) «компетентности»:  $\rho_q \approx P_q$ . Далее рассматриваются несколько простых методик для оценивания такого уровня.

**5 ПРОСТАЯ МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ «КОМПЕТЕНЦИИ» ЭКСПЕРТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ**

Данная методика предполагает, что имеется две различные группы экспертов. Первая группа (группа отбора), состоящая из  $Q_1$  экспертов  $E_1 = \{e_{11}, \dots, e_{1Q_1}\}$ , предназначена для оценки уровня компетентности  $\rho_{Q_2}$  экспертов из второй группы, состоящей из  $Q_2$  экспертов  $E_2 = \{e_{21}, \dots, e_{2Q_2}\}$ .

Вначале задача состоит в том, чтобы на основе известных четких отношений попарного предпочтения экспертов первой группы  $P_{q_1}^1 : E_2 * E_2 \rightarrow \{0; 1\}$  построить отображение  $\Psi : P_1^1 * P_2^1 * \dots * P_{Q_1}^1 \rightarrow P^0$  – согласованное групповое отношение предпочтения  $P^0 : E_2 * E_2 \rightarrow [0, 1]$ . Можно предложить, по крайней мере, два варианта такого отображения.

- Вариант 1

$$P^0(e_{2i}, e_{2j}) = \frac{1}{Q_1} * \text{card} \{P_{q_1}^1 : e_{2i} > e_{2j}\}.$$

- Вариант 2

$$P^0(e_{2i}, e_{2j}) = \frac{1}{Q_1} *$$

$$* \left| \text{card} \{P_{q_1}^1 : e_{2i} > e_{2j}\} - \text{card} \{P_{q_1}^1 : e_{2i} < e_{2j}\} \right|.$$

где  $\text{card} \{P_{q_1}^1 : e_{2i} > e_{2j}\}$  есть число элементов такого подмножества множества отношений  $P_{q_1}^1, q_1 = 1, \dots, Q_1$ , в которых отмечено превосходство «компетенции» эксперта  $e_{2i}$  над экспертом  $e_{2j} : P_{q_1}^1(i, j) = 1$ .

Отличие исходных отношений  $P_{q_1}^1$  от результирующего  $P^0$  является то, что элементами первого являются числа 0 или 1, а элементами второго – числа в интервале  $[0, 1]$ , характеризующие уровень коллективного согласия о попарных предпочтениях.

Окончательный расчет уровня «компетентности» эксперта из второй группы может быть проведен на основе применения к полученному отношению:

$$P^0 : E_2 * E_2 \rightarrow [0, 1]$$

принципа недоминируемых альтернатив:

$$\rho_{q_2} = 1 - \sup_{j=1, \dots, Q_2} (\min(P^0(e_{2(q_2)}, e_{2j}); P^0(e_{2j}, e_{2(q_2)}))).$$

В качестве примера можно рассмотреть задачу оценивания уровня «компетентности» пяти экспертов на основе опроса группы выбора из трех экспертов.

Пусть отношения предпочтения экспертов имеют следующий матричный вид:

$$P_1^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$P_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$P_3^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда на основе первого варианта отображения для согласованного отношения можно получить матрицу:

$$P^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1/3 & 1/3 \\ 1 & 0 & 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1 & 2/3 & 0 & 2/3 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 & 0 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 & 1/3 & 1/3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Применение принципа недоминируемых альтернатив к последней матрице позволяет получить следующие уровни «компетентности» экспертов второй группы:

$$\rho_1 = 0; \rho_2 = 1/3; \rho_3 = 2/3; \rho_4 = 1/3; \rho_5 = 1/3.$$

Данный пример показывает, что основным недостатком рассмотренной методики является фактически нечеткий результат оценки уровней «компетентности». Кроме того, как видно из примера, один или несколько уровней могут оказаться нулевыми, что приводит к необходимости неоправданного исключения соответствующего эксперта из дальнейших процедур согласования. Для устранения этих недостатков можно использовать более сложную методику ранжирования.

**6 МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ «КОМПЕТЕНЦИИ» ЭКСПЕРТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПА ГРУППОВОГО РАНЖИРОВАНИЯ**

Данная методика основана на хорошо разработанной в литературе теории группового выбора [5]. В от-

личие от предыдущей, методика предусматривает более сложную процедуру опроса первой группы экспертов. В ходе опроса эксперты должны по какой-либо общей шкале непосредственно оценить уровень  $\mu_{q_1}(q_2)$  «компетентности» экспертов второй группы. Для этого можно предложить следующую процедуру.

### Шаг 1

Эксперты на некоторой общей шкале определяют собственный «эталон компетентности»  $\mu_{q_1}^0$  (например, в балльной системе 0-10, 0-100 и проч.).

### Шаг 2

По выбранной шкале каждый эксперт первой группы оценивает уровень «компетентности» всех экспертов второй группы.

### Шаг 3

Полагая, что, оцененные как более «компетентные», эксперты располагаются ближе к «эталону», эксперты второй группы (для каждого опроса экспертов первой группы) ранжируются в соответствии с расстоянием – модулем  $|\mu_{q_1}(q_2) - \mu_{q_1}^0|$ . В результате получается матрица коллективного ранжирования  $N_{(q_2, q_1)}$ , столбцами которой  $n_{(q_2)q_1}$  являются номера экспертов второй группы, перечисленные в порядке убывания модуля  $|\mu_{q_1}(q_2) - \mu_{q_1}^0|$ .

Окончательный расчет уровня «компетентности» экспертов из второй группы может быть проведен на основе применения к полученной матрице  $N_{(q_2, q_1)}$  известного приема определения чисел Борда<sup>5</sup> [5, 8]. Вычисленные для каждого  $q_2$ -го эксперта числа Борда  $B_{q_1}(i)$  суммируются:

$$B_{q_2} = \sum_{q_1=1}^{Q_1} B_{q_1}(i = q_2),$$

после чего уровни «компетентности» экспертов второй группы можно записать в нормированном виде:

$$\rho_{q_2} = \frac{\rho_{q_2}}{\sum_{q_2=1}^{Q_2} \rho_{q_2}}.$$

Для иллюстрации предложенной методики в условиях предыдущего примера можно представить такой сценарий.

Эксперты первой группы по балльной шкале 1-100 дали следующее заключение:

- эксперт 1. «Эталон» = 80. Оценки экспертов 2-й группы: 1; 6; 85; 100; 25;
- эксперт 2. «Эталон» = 50. Оценки экспертов 2-й группы: 80; 40; 75; 90; 100;
- эксперт 3. «Эталон» = 35. Оценки экспертов 2-й группы: 100; 85; 5; 8; 25.

С учетом этих данных матрицы коллективного ранжирования и чисел Борда соответственно примут вид:

$$N_{(5,3)} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix};$$

$$B_{(5,3)} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix}.$$

Отсюда окончательно можно вычислить нормированные уровни «компетентности» экспертов:

$$\rho_1 = 0,067; \rho_2 = 0,2; \rho_3 = 0,3; \rho_4 = 0,23; \rho_5 = 0,2.$$

## 7 ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ УРОВНЯ «КОМПЕТЕНЦИИ» ЭКСПЕРТОВ

В данном случае эксперты первой группы снова производят попарное сравнение уровня компетенции экспертов второй группы. Однако, в отличие от предыдущих методик, оценки должны быть выражены положительной величиной  $\rho_{ij} \in R^+$ ,  $i, j = 1, \dots, Q_2$ . Данная оценка является ответом на вопрос о том, насколько (во сколько раз) «компетентность»  $i$ -го эксперта выше «компетентности»  $j$ -го эксперта. Очевидно, что при более высокой «компетентности»  $i$ -го эксперта  $\rho_{ij} > 1$ . При менее высокой «компетентности»  $i$ -го эксперта  $\rho_{ij} < 1$ . Если же отдать приоритет никому не удастся, то  $\rho_{ij} = 1$ . Последнее условие выполняется естественно при  $i = j$ .

Идеальный теоретический результат такой процедуры сравнения (одним экспертом первой группы) можно представить в виде согласованной матрицы:

$$P_{q_1(q_2, q_2)} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \rho_{13} & \dots & \rho_{1Q_2} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \rho_{23} & \dots & \rho_{2Q_2} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} & \dots & \rho_{3Q_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{Q_21} & \rho_{Q_22} & \rho_{Q_23} & \dots & \rho_{Q_2Q_2} \end{bmatrix},$$

где  $\rho_i$ ,  $i = 1, \dots, Q_2$  и есть искомые уровни «компетентности» экспертов второй группы.

Эта матрица имеет три очевидных свойства согласованности:

$$\rho_{ij} = \rho_i / \rho_j = 1 \text{ при } i = j;$$

$$\rho_{ij} = 1 / \rho_{ji} \text{ при всех } i, j \text{ (обратимость); } \rho_{ij} = \rho_{ik} * \rho_{kj}.$$

Несложно показать, что последнее из трех условий позволяет получить согласованную матрицу всего по  $Q_2 - 1$  результатам. В частности, если бы эксперт идеально задал только первую строку матрицы:

<sup>5</sup> Число Борда  $B_{q_1}(i)$  для элемента  $n_{i, q_1}$  есть разность  $q_2 - i$ , определяющая количество экспертов в столбце матрицы, обладающих (по мнению  $q_1$ -го оценивающего эксперта) меньшей «компетентностью», чем  $i$ -й эксперт.

$$P_{q_1}(1) = \left[ 1, \frac{\rho_1}{\rho_2}, \frac{\rho_1}{\rho_3}, \dots, \frac{\rho_1}{\rho_{Q_2}} \right],$$

то с учетом свойства

$$\rho_{i1} = \frac{1}{(\rho_1/\rho_i)}, \quad i = 1, \dots, Q_2$$

и

$$\rho_{ij} = 1 \text{ при } i = j$$

все остальные строки согласованной матрицы можно было бы просто вычислить:

$$\rho_{ij} = (\rho_i/\rho_1) * (\rho_1/\rho_j) \text{ при } j > i,$$

после чего

$$\rho_{ij} = \frac{1}{(\rho_j/\rho_i)} \text{ при } j < i.$$

Обозначив вектор  $\bar{\rho}_{(Q_2)} = [\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_{Q_2}]^T$ , нетрудно получить основное соотношение методики анализа иерархий [11]:

$$P_{q_1(Q_2, Q_2)} * \bar{\rho}_{(Q_2)} = Q_2 * \bar{\rho}_{(Q_2)}.$$

С точки зрения теории матриц это означает, что вектор  $\bar{\rho}_{(Q_2)}$  является собственным вектором матрицы, соответствующим собственному числу  $Q_2$ . При этом на справедливость основного соотношения никак не влияет условие нормировки уровней:

$$P_{q_1(Q_2, Q_2)} * \frac{\bar{\rho}_{(Q_2)}}{|\bar{\rho}_{(Q_2)}|} = Q_2 * \frac{\bar{\rho}_{(Q_2)}}{|\bar{\rho}_{(Q_2)}|}.$$

Если теперь сведения, полученные от всех экспертов первой группы усреднить, то в качестве решения задачи оценивания уровней «компетентности» экспертов второй группы можно выбрать нормированный собственный вектор из системы уравнений:

$$\left[ \frac{1}{Q_1} * \sum_{q_1=1}^{Q_1} P_{q_1(Q_2, Q_2)} \right] * \frac{\bar{\rho}_{(Q_2)}}{|\bar{\rho}_{(Q_2)}|} = \lambda_{max} * \frac{\bar{\rho}_{(Q_2)}}{|\bar{\rho}_{(Q_2)}|},$$

где  $\lambda_{max}$  – максимальное собственное число.

Следует отметить, что регулярных методов решения полученной системы не существует. Поэтому в практических расчетах можно воспользоваться, например, приближенными значениями, предложенными в [9]:

$$\tilde{\rho}_{q_2} = \sqrt[Q_2]{\prod_{j=1}^{Q_2} \left[ \frac{1}{Q_1} * \sum_{q_1=1}^{Q_1} P_{q_1(Q_2, Q_2)} \right]_{q_2, j}}, \quad i = 1, \dots, Q_2;$$

$$\tilde{\lambda}_{max} = \frac{1}{Q_2} * \bar{E}_{(Q_2)}^T * \left[ \frac{1}{Q_1} * \sum_{q_1=1}^{Q_1} P_{q_1(Q_2, Q_2)} \right] * \frac{\tilde{\rho}_{(Q_2)}}{|\tilde{\rho}_{(Q_2)}|},$$

где

$\bar{E}_{(Q_2)}$  – единичный вектор;

$\tilde{\rho}_{(Q_2)}$  – вектор приближенных значений.

Величиной  $\delta = \left| \frac{\tilde{\lambda}_{max} - Q_2}{(Q_2 - 1)} \right|$  можно приближенно характеризовать степень отклонения матрицы опроса экспертов от идеального согласованного вида.

Далее полученные значения  $\tilde{\rho}_{(Q_2)}$  могут быть уточнены с применением какого-либо известного численного метода итераций.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенные в данной статье основные понятия и математические инструменты относительного нового подхода к постановке и решению задач согласования экспертных мнений требуют развития и дополнения как в теории, так и в приложениях. Ограниченность и неопределенность финансовых и других ресурсов, которые могли бы быть привлечены для создания новых товаров и услуг (на базе инновационных технических устройств, программных и организационных методов), несомненно обостряет существующую научно-прикладную проблему в инвестиционном анализе. Проблема проявляется в невозможности удовлетворить требованиям, которые предъявляются практиками (разработчиками, управленцами, аналитиками) к концептуальному и методологическому фундаменту учета неопределенности параметров инновационных проектов, с помощью ставших уже традиционными средств анализа и синтеза в рамках теоретико-вероятностной или математико-статистической парадигм. Один из путей разрешения этой проблемы – применение изложенного в данной статье подхода к постановке и решению задач инновационного проектирования с использованием аппарата нечетких множеств.

## Литература

1. Беллман Р. Принятие решений в расплывчатых условиях [Текст] / Р. Беллман, Л. Заде // Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М. : Мир, 1976. – С. 172-215.
2. Гольдштейн Г.Я. Стратегический инновационный менеджмент [Текст] : учеб. пособие. – Таганрог : Изд-во ТРТУ, 2004. – 267 с.
3. Медынский В.Г. Инновационный менеджмент [Текст] : учеб. – М. : ИНФРА-М, 2004. – 295 с. (Высшее образование).
4. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов (вторая редакция) [Текст] / М-во экон. РФ, М-во фин. РФ, ГК по стр-ву, архит. и жил. политике ; рук. авт. колл. Косов В.В., Лившиц В.Н., Шахназаров А.Г. – М. : Экономика, 2000. – 421 с.
5. Мулен Э. Кооперативное принятие решений. Аксиомы и модели [Текст] : монография / Э. Мулен. – М. : Мир, 1991. – 464 с.
6. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта [Текст] / под ред. Д.А. Поспелова. – М. : Наука ; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 312 с.
7. Орлов А.И. Нечисловая статистика [Текст] : монография / А.И. Орлов. – М. : МЗ-Пресс, 2004. – 513 с.
8. Робертс Ф. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам [Текст] : монография / Ф. Робертс. – М. : Наука, 1986. – 496 с.
9. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий [Текст] : монография / Т. Саати. – М. : Радио и связь, 1993. – 278 с.
10. Севастьянов П.В., Севастьянов Д.П. Оценка финансовых параметров и риска инвестиций с позиций теории нечетких множеств [Текст] / П.В. Севастьянов, Д.П. Севастьянов // Надежные программы. – 1997. – №1. – С. 10-19.
11. Царев В.В. Оценка экономической эффективности инвестиций [Текст] / В.В. Царев. – СПб. : Питер, 2004. – 464 с. (Академия финансов).
12. Mensch G. Stalemate in technology: innovation overcome the depression. Cambridge, Massachusetts, 1979.
13. Yager R. Multiple objective decision-making using fuzzy sets // Int. J. Man-Mach. Sfid. 1979. Vol. 9. № 4. P. 375-382.
14. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control. 1965. №8. P. 338-353.

Радионо́в Николай Васильевич

**Ключевые слова**

Инвестиции; инновации; инновационное проектирование; эффективность; принятие решений; нечеткие множества; согласование экспертных мнений; стохастические модели; возможность; полезность; анализ иерархий.

**РЕЦЕНЗИЯ**

Актуальность темы обусловлена тем, что в настоящее время при решении проблемы сложности структуры и неопределенности взаимосвязей в экономических системах внимание исследователей все больше обращается к математическому аппарату нечетких множеств, как более эффективному по сравнению с традиционным вероятностно-стохастическим подходом инструментальному средству, в частности, способному моделировать субъективную неопределенность исходных данных инновационных проектов. Однако применение этого аппарата на практике требует проведения дополнительных теоретических исследований. Поэтому разработка методологии применения нечетких множеств в инновационном проектировании, становится особенно актуальной.

Научная новизна и практическая значимость. В статье освещены вопросы разработки моделей и методов получения и согласования экспертных мнений, в основу которых положены ключевые понятия теории нечетких множеств, методы оперирования с нечеткими числами и стохастические методы анализа иерархий. На основе сравнения нескольких вариантов логического и логико-арифметического оперирования с нечеткими числами автором предложена оригинальная методика получения и согласования исходной информации инновационных проектов, учитывающая, в общем случае несопоставимые, возможностный и полезностный аспекты неопределенности этих данных. Предложенная методика на основе сопоставления случайных и нечетких множеств позволяет получить алгоритмы обработки экспертных мнений, более адекватно совмещающие реальные рыночные ситуации с процессом выработки мнения эксперта. Практическая значимость материала статьи имеет место в связи с возможностью применения предложенной методики при разработке инновационных проектов и управлении инновационной деятельностью на современных предприятиях.

Заключение: рецензируемая статья отвечает требованиям, предъявляемым к научным публикациям, и может быть рекомендована к опубликованию.

*Арсеньев В.Н., д.е.н., профессор, Институт научных и технических разработок Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского*

## 11.3. FUZZY SETS UTILIZATION METHODOLOGY FOR INNOVATIVE DESIGN

N.V. Radionov, Candidate of Technical Science,  
Master Fellow

*Institute of Scientific and Technological Design, Saint Petersburg Mozhaisky Military Aerospace Academy*

This article is devoted to the Methodology of innovative projects investment's efficiency estimation and to the selection of projects in investment portfolios. This methodology is based on subjective evaluation of uncertainty of innovations. The proposed models and methods for obtaining and coordination of the expert's opinions are based on the key concepts of the theory of fuzzy sets, methods of operations with the fuzzy numbers and Stochastic methods for analysis of hierarchies.

**Literature**

1. R. Bellman, L. Zadeh. Decision making in a fuzzy environment // Analysis questions and decision making procedures. – Moscow: Mir, 1976. – P. 172-215.
2. G.Y. Goldstein. Strategic innovation management: School-book. – Taganrog: Edition TRTU, 2004. – 267 p.
3. V.G. Medynsky. Innovation management (series «High education»): Tutorial. – Moscow: INFRA-M, 2004. – 295 p.
4. V.V. Czarev. Economic efficiency of investments evaluation (series «Academy of finance»). – Saint Petersburg: Piter, 2004. – 464 p.

5. Methodical recommendations for economic efficiency of investment projects evaluation (2-nd issue). – Ministry of econ. RF, Ministry of fin. RF, State Committee of constr., archit. and housing politics. – Chief of authors team V.V. Kossov, V.N. Livshits, A.G. Shakhnazarov. – Moscow: «NPO «Edition «Economics»», 2000. – 421 p.
6. Fuzzy sets in models of control and artificial intelligence / By red. D.A. Pospelov. – M.: Science. Home ed. phis.-math. lit., 1986. – 312 p.
7. P.V. Sevastyanov, D.P. Sevastyanov. The financial parameters and risc of investments evaluation by view of fuzzy sets theory // Reliable applications. – 1997. – №1. – P. 10-19.
8. A.I. Oriov. Non-number statistics. – Moscow: M3-Press, 2004. – 513 p.
9. H. Moulin. Cooperative decision making. Axioms and models. – Moscow: Mir, 1991. – 464 p.
10. F.S. Roberts. The Discrete Mathematical Models with applications to social, biological and ecological tasks. – Moscow: Science, 1986. – 496 p.
11. T. Saaty. Decision making. The hierarchy analysis method. – Moscow: Radio & communication, 1993. – 278 p.
12. G. Mensch. Stalemate in Technology: Innovation Overcome the Depression. Cambridge, Massachusetts, 1979. P. 14.
13. R. Yager. Multiple objective decision-making using fuzzy sets // Int. J. Man-Mach. Sfid. 1979. Vol. 9. № 4. P. 375-382.
14. L.A. Zadeh. Fuzzy sets // Information and Control, 1965. №8. P. 338-353.

**Keywords**

Investments; innovations; innovative design; efficiency; decisions making; fuzzy sets; coordination of the expert's opinions; stochastic models; possibility; utility; analysis of hierarchies.