8.4. УЧЕТ ПЕРСОНАЛЬНЫХ ПРОГНОЗОВ ИНВЕСТОРА ОТНОСИТЕЛЬНО ДОХОДНОСТИ АКТИВОВ, ВХОДЯЩИХ В ПОРТФЕЛЬ

Скоков А.А., аспирант кафедры математических методов в экономике

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова

В предлагаемой статье рассматривается методика формирования оптимального портфеля, основанная на результатах исследований авторов немногочисленных научных работ по модели Блэка-Литтермана, позволяющей инвестору учесть свой персональный прогноз относительно соотношения доходности конкретных активов с их равновесной рыночной доходностью, а также методики определения значений наиболее абстрактных параметров модели – матрицы ковариаций стандартных ошибок прогнозов и масштабирующего множителя.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современной теории портфельной оптимизации отмечено не только рассветом финансовой экономики как области знаний, но и совершенствованием количественных методов. Основоположником этой теории является Г. Марковиц, который в своей работе «Выбор портфеля» [6] представил математическую модель формирования оптимального портфеля ценных бумаг, а также привел методы построения таких портфелей при определенных условиях. Марковиц утверждал, что риск и доходность в равной степени важны при формировании портфеля, при этом риск может быть уменьшен путем диверсификации (в зависимости от соотношения активов через дисперсию доходности портфеля). Таким образом, оптимизируя соотношение риск-доходность, можно получить множество оптимальных распределений активов в портфеле.

Подход Марковица к выбору эффективных портфелей называют среднедисперсионным анализом, поскольку построение эффективных портфелей основано на учете ожидаемой, т.е. средней доходности портфелей и их дисперсий (стандартных отклонений).

Основной заслугой Марковица является предложенная им теоретико-вероятностная формализация понятий «доходность» и «риск». В его модели для исчисления соотношения между риском инвестиций и их ожидаемой доходностью используются параметры распределения вероятностей. Ожидаемая доходность портфеля ценных бумаг определяется как среднее значение, взвешенное по вероятностям, а риск – как стандартное отклонение возможных значений доходности от ожидаемого уровня.

На практике модель Марковица часто выдает неприемлемые для большинства инвесторов результаты: экстремальные структуры портфелей с высокой концентрацией позиций в одних инструментах, финансируемых за счет короткой продажи остальных активов. Эти результаты во многом обусловлены нереалистичными предпосылками модели об отсутствии транзакционных издержек, эффективности рынков, нормальном распределении доходностей активов, точном знании инвестором истинных значений параметров и концентрации внимания модели, прежде всего, на ожидаемых доходностях активов без учета влияния характера распределения этих доходностей на изменчивость результирующих весов в эффективном портфеле.

В отличие от модели Марковица, модель, предложенная Фишером Блэком и Робертом Литтерманом [2, 3], представляет собой метод формирования эффективного портфеля ценных бумаг, который позволяет инвестору учесть свой персональный прогноз относительно соотношения доходности конкретных активов с их равновесной рыночной доходностью, построить новый вектор ожидаемой доходности и получить на его основе новые относительные веса бумаг в инвестиционном портфеле. Данная модель во многом решает проблемы недостаточной диверсификации и высокой чувствительности структуры портфеля к качеству входящих данных, связанные с применением оптимизационной модели Марковица, и позволяет формировать более оптимальные портфели, характеризующиеся большей гибкостью и стабильностью.

Спецификация модели

Модель Блэка-Литтермана представляет собой комбинацию концепций ***CAPM*** Шарпа, задачи обратной оптимизации Шарпа и оптимизационной модели Марковица [5].

В этой модели в качестве нейтральной стартовой позиции выбраны «равновесные» доходности активов, получаемые из предположения, что рынок в настоящий момент является эффективным. Такой выбор объясняется одним из основных недостатков модели Марковица, в которой отправной точкой при построении портфеля ценных бумаг на основе оптимизации соотношения риска и доходности является вектор ожидаемой доходности. Тем не менее, давно показано, что относительно небольшое изменение ожидаемой доходности одного из активов в портфеле при применении оптимизации Марковица может привести к пересмотру структуры портфеля более чем на 50%. Именно по этой причине Блэк, Литтерман и Хи в своих исследованиях [3, 4] пытались использовать несколько альтернативных вариантов прогноза будущей доходности активов:

- прогноз на основе исторических данных;
- прогноз одинаковых доходностей для всех активов на рынке;
- прогноз одинаковых для всех активов доходностей на единицу риска.

Было продемонстрировано, что все эти альтернативные прогнозы при применении оптимизации Марковица приводят в случае отсутствия ограничений к структуре портфелей с огромными длинными и короткими позициями. В случае же ограничений на короткую продажу, получившиеся портфели являются высококонцентрированными и содержат относительно небольшое количество различных типов активов.

В общем виде модель Блэка-Литтермана представляет собой сложную среднюю взвешенную вектора предполагаемой доходности и вектора прогнозов доходностей и определяется по формуле:

$$\boldsymbol{E[R]} = \left[(\tau\Sigma)^{-1} + \boldsymbol{P}^T\Omega^{-1}\boldsymbol{P}\right]^{-1}\left[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + \boldsymbol{P}^T\Omega^{-1}\boldsymbol{Q}\right], \quad (1)$$

где

$\boldsymbol{E[R]}$ – новый комбинированный вектор доходности (***N x 1*** вектор-столбец);

τ – масштабирующий фактор;

Σ – ковариационная матрица доходностей (***N x N*** матрица);

$\boldsymbol{P}$ – матрица, идентифицирующая активы, являющиеся предметом прогнозов инвестора (K x N матрица либо ***1 x N*** вектор-столбец в частном случае одного прогноза);

Ω – диагональная ковариационная матрица стандартных ошибок прогнозов, отражающая неопределенность прогнозов (***K x K*** матрица);

Π – вектор предполагаемой равновесной доходности (***N x 1*** вектор-столбец);

$\boldsymbol{Q}$ – прогнозный вектор (***K x 1*** вектор-столбец);

K – количество прогнозов инвестора;

N – количество активов в портфеле.

Вектор равновесной доходности из формулы (1) может быть получен исходя из имеющейся информации о структуре рыночной капитализации [8] и определяется через решение обратной оптимизационной задачи:

$$\Pi = \lambda \Sigma \boldsymbol{w}_{mkt}, \qquad (2)$$

где

Π – вектор предполагаемой равновесной доходности (***N x 1*** вектор-столбец);

λ – параметр неприятия риска инвестором;

Σ – ковариационная матрица доходностей (***N x N*** матрица);

$\boldsymbol{w}_{mkt}$ – удельный вес каждого актива в общем объеме рынка (***N x 1*** вектор-столбец).

Логика формулы (2) заключается в следующем: если предположить, что рынок является эффективным и матрица ковариаций известна, то нахождением Π определяется, какую среднюю доходность ожидает получать средний участник рынка, если этот участник держит в своем портфеле активы в пропорциях $\boldsymbol{w}_{mkt}$.

Коэффициент склонности инвестора к риску λ в формуле (2) характеризует готовность инвестора жертвовать величиной ожидаемой доходности портфеля ради снижения его риска, выраженного дисперсией ожидаемой доходности. Он играет роль масштабирующего фактора в процессе получения вектора ожидаемой доходности активов путем обратной оптимизации. Большая доходность на единицу риска (большая λ) приводит к росту оценки доходностей активов и наоборот.

Так как вектор предполагаемой равновесной доходности рассчитывается из весов рыночной капитализации активов, очевидно, что использование этого вектора для вычисления удельных весов активов в составе портфеля ценных бумаг (решение обратной задачи) приведет к построению так называемого «рыночного» портфеля, в который все существующие на рынке активы входят пропорционально своим объемам торговли. В случае отсутствия у инвестора персональных прогнозов будущих доходностей инструментов, отличных от рыночных, модель предлагает инвестору держать «рыночный» портфель.

Построение матрицы точности прогнозов

Одним из аспектов модели Блэка-Литтермана, вызывающим наибольшие затруднения на практике, является формализация прогнозов инвестора и формирование входящих в модель данных, отражающих эти прогнозы. Прежде всего, следует отметить, что в рамках модели наличие прогноза инвестора по каждому из активов не является обязательным. Неопределенность, связанная с прогнозами, выражается в случайном, независимом, нормально распределенном векторе ошибок ε, имеющим нулевое математическое ожидание и ковариационную матрицу Ω. В общем случае прогнозы в модели имеют следующую форму:

$$\boldsymbol{Q} + \varepsilon = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{Q}_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

За исключением гипотетической ситуации, когда инвестор на 100% уверен в своем прогнозе, ошибка ε имеет значение, отличное от нуля. Вектор ошибок ε не входит непосредственно в формулу (1), однако дисперсия каждой из ошибок $\boldsymbol{w}$ входит в указанную формулу в составе диагональной ковариационной матрицы стандартных ошибок прогнозов Ω. То, что матрица Ω является диагональной, означает, что все элементы данной матрицы, не лежащие на ее главной диагонали, равны 0, поскольку подразумевается, что прогнозы инвестора независимы друг от друга.

В общем виде матрица Ω может быть записана в следующем виде:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \boldsymbol{w}_1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \ddots & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{w}_k \end{bmatrix}. \qquad (4)$$

Дисперсия w отражает неопределенность прогнозов инвестора: чем больше дисперсия, тем выше неопределенность результата прогноза.

Прогнозы, формирующие веткор-столбец $\boldsymbol{Q}$, ставятся в соответствие конкретным активам с помощью матрицы $\boldsymbol{P}$. Каждый из прогнозов выражается в ***1 x N*** векторе-строке. Соответственно, K прогнозов формируют ***K x N*** матрицу. В общем случае матрица $\boldsymbol{P}$ имеет вид:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_{1,1} & \cdots & \boldsymbol{p}_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{p}_{k,1} & \cdots & \boldsymbol{p}_{k,n} \end{bmatrix}. \qquad (5)$$

Элементы матрицы $\boldsymbol{P}$ рассчитываются следующим образом: относительный вес более доходного (менее доходного актива) определяется как доля капитализации этого актива в суммарной капитализации группы более доходных (менее доходных) активов из прогноза, при этом номинально более доходные инструменты получают положительные веса, в то время как номинально менее доходные – отрицательные.

После спецификации матрицы $\boldsymbol{P}$ появляется возможность посчитать дисперсию портфелей, соответствующих каждому из прогнозов. В соответствии с принципами среднедисперсионного анализа Марковица, искомые дисперсии будут равны:

$$\boldsymbol{p}_k \Sigma \boldsymbol{p}_k^T,$$

где $\boldsymbol{p}_k$ – ***1 x N*** вектор-строка из матрицы $\boldsymbol{P}$, который соответствует ***k***-ому прогнозу и имеет $\boldsymbol{\Sigma}$ ковариационную матрицу доходностей.

Дисперсии индивидуальных прогнозов являются важным источником информации относительно неопределенности прогнозов инвесторов и служат для определения уровня уверенности, приписываемого каждому из прогнозов. Эта информация может использоваться для пересмотра и корректировки дисперсий ошибок индивидуальных прогнозов $\boldsymbol{w}$, формирующих диагональные элементы матрицы Ω.

Определение масштабирующего фактора

Как отмечалось выше, модель Блэка-Литтермана представляет собой сложную среднюю взвешенную вектора предполагаемой равновесной доходности Π и вектора прогнозов $\boldsymbol{Q}$, в которой относительными весами выступают масштабирующий фактор τ и матрица неопределенности прогнозов Ω. К сожалению, как раз масштабирующий фактор τ является наиболее абстрактными, сложным для точного определения параметром модели.

Величина масштабирующего фактора τ обратно пропорциональна относительному весу вектора предполагаемой равновесной доходности Π. Однако мнения относительно величины этого параметра расходятся. Блэк, Литтерман и Ли считают, что в силу низкой волатильности истинного вектора равновесной доходности величина этого параметра должна быть близка к 0. Ли в своих работах обычно придавал значение τ между 0,01 и 0,05. Напротив, Сатчелл и Скаукрофт [7] часто придавали этому параметру значение 1. Блэймонт и Фарузи [1] интерпретируют $\tau\Sigma$ как стандартную ошибку оценки вектора предполагаемой равновесной доходности Π: таким образом, величина τ примерно равна 1, деленной на количество исторических наблюдений. Хи и Литтерман при определении величины τ поступали следующим образом [4]. Они определяли уверенность в прогнозе Ω таким образом, чтобы отношения $\boldsymbol{w}/\tau$ равнялись дисперсиям портфелей, соответствующих отдельным прогнозам ($\boldsymbol{p}_k\Sigma\boldsymbol{p}_k^T$). В этом случае ковариационная матрица ошибок прогнозов Ω, отражающая неопределенность прогнозов (или уровень уверенности), имеет следующий вид:

$$\Omega = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{p}_1\Sigma\boldsymbol{p}_1^T)\tau & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (\boldsymbol{p}_k\Sigma\boldsymbol{p}_k^T)\tau \end{bmatrix}. \qquad (6)$$

Величина масштабирующего фактора τ при этом перестает оказывать влияние на конечный результат модели: масштабирующий фактор изменяет величину элементов матрицы Ω, однако новый комбинированный вектор доходностей $\boldsymbol{E[R]}$ остается одинаковым при любых значениях τ, что напрямую следует из формулы (1).

Построение комбинированного вектора доходности

Определив значение масштабирующего фактора τ и построив ковариационную матрицу ошибок прогнозов Ω, можно приступить к построению комбинированного вектора доходности $\boldsymbol{E[R]}$. Как уже было показано выше, его значение определяется по формуле (1).

При этом вектор равновесной доходности Π из (1) рассчитывается по формуле (2), матрица $\boldsymbol{P}$ из (1) определяется в соответствии с формулой (5).

Ковариационную матрицу доходностей активов из (1), необходимую для построения матрицы ошибок прогнозов Ω, можно найти по формуле:

$$\Sigma = \boldsymbol{QVQ}, \qquad (7)$$

где

Σ – ковариационная матрица доходностей (***N x N*** матрица)

V – диагональная матрица волатильностей доходностей активов;

Q – прогнозный вектор (***K x 1*** вектор-столбец), отражающий средние ожидаемые доходности активов.

Теперь, после расчета $\boldsymbol{E[R]}$ по формуле (1), структура оптимального портфеля находится по стандартной формуле решения задачи Марковица, где в качестве ожидаемых доходностей выступает $\boldsymbol{E[R]}$:

$$\boldsymbol{w} = (\lambda\Sigma)^{-1}\boldsymbol{E[R]}, \qquad (8)$$

где

$\boldsymbol{w}$ – результирующий вектор столбец весов активов в оптимальном портфеле;

Σ – ковариационная матрица доходностей (***N x N*** матрица);

$\boldsymbol{E[R]}$ – новый комбинированный вектор доходностей активов (***N x 1*** вектор-столбец);

λ – параметр неприятия риска инвестором.

Ожидаемая доходность всего портфеля определяется по формуле:

$$\boldsymbol{E(r_p)} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w_i r_i}, \qquad (9)$$

где

$\boldsymbol{E(r_p)}$ – ожидаемая доходность портфеля;

$\boldsymbol{r_i}$ – доходность ***i***-го актива;

$\boldsymbol{w_i}$ – удельный вес ***i***-го актива в портфеле, $\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{w_i} = \boldsymbol{1}$.

Пример

Пусть имеются 8 бумаг: ***A***, ***B***, ***C***, ***D***, ***E***, ***F***, ***G***, ***H***. Их ожидаемые доходности (в соответствии с вектором предполагаемой равновесной доходности) составляют 4,8%; 0,7%; 0,15%; 6,0%; 5,4%; 3,7%;3,2%; 6,4%. Допустим, у инвестора есть три прогноза.

- Прогноз 1: доходность бумаги ***A*** составит 5,25%.
- Прогноз 2: доходность бумаги ***B*** превысит доходность бумаги ***C*** на 0,25%.
- Прогноз 3: доходность бумаг ***D*** и ***E*** превысит доходности бумаг ***F*** и ***G*** на 2%.
- Прогноз 1 являет собой типичный пример абсолютного прогноза. В то же время рынок оценивает будущую доходность актива ***A*** в 4,80%. В таком случае прогноз 1 утверждает, что актив ***A*** окажется доходнее на 45 процентных пунктов по сравнению с равновесной рыночной оценкой.

Прогнозы 2 и 3 представляют собой примеры относительных прогнозов. Прогноз 2 говорит о том, что актив ***B*** окажется доходнее актива ***C*** на 0,25%. Чтобы узнать, будет ли данное утверждение иметь позитивный или негативный эффект на бумагу ***C***, необходимо сопоставить прогнозируемую разницу со значениями равновесных рыночных доходностей бумаг ***B*** и ***C***. Равновесные рыночные доходности бумаг ***B*** и ***C*** составляют 0,70% и 0,15%. Получаем разницу в 0,55%. Так как прогноз 2 предсказывает разницу в 0,25%, что меньше 0,55%, можно предположить, что результатом использования модели будет увеличение относительной доли бумаги ***C*** в портфеле и уменьшение относительной доли бумаги ***B*** по сравнению с рыночным портфелем. В общем виде, если предсказанная разница доходностей оказывается меньше предполагаемой рынком, то рассчитанный моделью портфель будет иметь перекос в сторону менее доходного актива, и наоборот.

Прогноз 3 представляет собой прогноз, касающийся сразу целого набора активов, поэтому понятия «более доходный» и «менее доходный» инструмент здесь также относительны. Количество более доходных инструментов не обязательно должно совпадать с количеством менее доходных. В случае прогноза 3 мы имеем дело с двумя, так называемыми, субпортфелями. Портфель с большей доходностью состоит из инструментов, обозначенных в прогнозе 3 как «более доходные», в пропорциях, равных отношению рыночной капитализации каждого из инструментов к сумме их рыночных капитализаций.

Аналогично из «менее доходных» инструментов строится портфель с меньшей доходностью. По одному из портфелей мы занимаем короткую позицию (продаем его), по другому – длинную (покупаем). Общие стоимости обоих субпортфелей должны быть равны. Следует понимать, что мы не обязательно покупаем именно более доходный субпортфель, и продаем более доходный. В общем случае, как и при анализе прогноза 2, если предсказанная разница доходностей субпортфелей оказывается меньше предполагаемой рынком, то рассчитанный моделью портфель будет иметь перекос в сторону менее доходного субпортфеля, и наоборот.

Рассмотрим процесс формализации прогноза 3 на гипотетическом примере.

Пусть рыночная капитализация бумаг ***D*** и ***E*** составит 7 500 и 2 500 млн. долларов соответственно. Равновесные доходности бумаг ***D*** и ***E*** равны 6,0% и 5,4%. Также допустим, что рыночная капитализация акций ***F*** и ***G*** составляет 2 250 и 250 млн. долларов соответственно. Их равновесные доходности равны 3,7% и 3,2%. В этом случае средневзвешенные доходности портфеля акций ***D*** и ***E*** составляет 5,85%, а акций ***F*** и ***G*** – 3,65%. Равновесный процентный дифференциал доходностей составляет в этом случае 2,20%, что выше 2%, предсказанных прогнозом 3. Это означает, что в рассчитанном моделью модифицированном портфеле будет наблюдаться увеличение долей бумаг ***F*** и ***G*** за счет уменьшения долей акций ***D*** и ***E***.

Поскольку капитализация бумаг ***D*** в три раза выше капитализации ***E***, а капитализация ***F*** в девять раз превышает ***G***, матрица ***P*** примет следующий вид:

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}75 & 0{,}25 & -0{,}9 & -0{,}1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Первая ее строка представляет прогноз 1 – абсолютный прогноз. Этот прогноз касается только одного актива – ***A***, что находит отражение в «1» в первой колонке (для простоты изложения номер колонки соответствует номеру актива в алфавитном порядке). Строки 2 и 3 отражают относительные прогнозы 2 и 3 соответственно. Например, в прогнозе 3 группа более доходных инструментов состоит из двух бумаг. Следовательно, с учетом рыночной капитализации бумаг, вес каждой из них в этой группе составляет 0,75 и 0,25 соответственно. Менее доходных бумаг тоже две, поэтому веса их получаются равными -0,9 и -0,1 соответственно. Аналогично определяется и вторая строка матрицы для прогноза 2.

Теперь, для расчета нового комбинированного вектора доходности в рассматриваемом примере с 8 акциями и тремя прогнозами не хватает данных о ковариациях доходностей указанных активов. Зададим ковариационную матрицу доходностей Σ (табл. 1).

В этом случае, при τ = 0,0025 матрица ошибок прогнозов, рассчитанная по формуле (6), примет следующий вид:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0{,}001063 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}000211 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}001545 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Новый комбинированный вектор доходности, найденный по формуле (1), представлен в табл. 2.

Несмотря на то, что персональные прогнозы инвестора в рассматриваемом примере касались лишь 7 из имеющихся 8 активов, в новом комбинированном векторе изменились индивидуальные доходности всех 8 инструментов. Даже прогноз, касающийся одного актива, автоматически изменит весь вектор равновесных доходностей, так как доходность каждого из активов связана с доходностями других посредством ковариационной матрицы.

Таблица 1

КОВАРИАЦИОННАЯ МАТРИЦА ДОХОДНОСТЕЙ АКТИВОВ Σ

Актив	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	*H*
A	0,042533	0,002163	-0000668	0,049451	0,059915	0,031046	0,029822	0,052596
B	0,002163	0,010916	0,001922	-0,001961	-0,003356	-0,000915	-0,001484	-0,002303
C	-0,000668	0,001992	0,001508	-0,000869	0,000182	-0,001013	0,000192	-0,000656
D	0,049451	-0,001961	-0,000869	0,089778	0,095246	0,041382	0,034554	0,072059
E	0,039915	-0,003356	0,000182	0,095246	0,153732	0,039858	-0,054116	0,098991
F	0,031046	-0,000915	-0,001013	0,041382	0,039858	0,044414	0,032198	0,044781
G	0,027822	-0,001484	0,000192	0,034554	-0,054116	0,032198	0,048084	0,048353
H	0,052596	-0,002303	-0,000656	0,072059	0,098991	0,044781	0,048353	0,119937

Таблица 2

ВЕКТОРЫ ДОХОДНОСТЕЙ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ УДЕЛЬНЫЕ ВЕСА АКТИВОВ В ПОРТФЕЛЕ

%

Актив	Вектор предполагаемой равновесной доходности (Π)	Рыночные веса активов в портфеле (w_{mkt})	Новый комбинированный вектор доходности ($E[R]$)	Новые веса активов в портфеле (w_n)	Разница (w_n - w_{mkt})
A	4,80	31,17	4,97	33,81	2,64
B	0,70	14,12	0,55	6,47	-7,65
C	0,15	41,22	0,14	48,87	7,65
D	6,00	5,10	6,21	4,27	-0,82
E	5,40	0,92	5,51	0,65	-0,27
F	3,70	3,87	3,91	4,85	0,99
G	3,20	1,20	3,47	1,31	0,11
H	6,40	2,40	6,69	2,40	0,00
Σ	-	100,00	-	102,63	2,63

Вектор новых весов (5-ая колонка табл. 2) рассчитан из нового комбинированного вектора доходности на основе формулы (8). Следует отметить, что удельные веса 7 активов, относительно которых имелись прогнозы, изменились. Направления изменений весов данных активов интуитивно понятны и были предсказаны при анализе прогнозов. К примеру, увеличилась доля актива ***A***, предсказанная доходность которого превышает рыночную. В то же время вес актива ***H***, прогноза по доходности которого не было представлено, остался неизменным.

С экономической точки зрения новый портфель может рассматриваться как сумма двух портфелей – портфеля 1, построенного на основе показателей рыночной капитализации, и портфеля 2, являющегося набором длинных и коротких позиций по активам, основанных на имеющихся прогнозах. портфель 2 может быть разбит на субпортфели, относящиеся к каждому конкретному прогнозу. В субпортфелях, отвечающих за относительные прогнозы, суммарные длинные позиции компенсируются суммарными короткими. Прогноз 1 – абсолютный прогноз, поэтому он увеличил вес актива ***A*** без компенсирующего снижения весов других активов. В рассмотренном примере это привело к тому, что сумма удельных весов в портфеле превысила 100%. Для соблюдения полученных пропорций необходимо либо увеличить величину портфеля, либо пропорционально пересчитать полученные новые удельные веса до достижения их суммой уровня 100%.

После определения структуры портфеля можно рассчитать его ожидаемую доходность $E(r_p)$ в соответствии с формулой (9). Для рассматриваемого примера (с учетом пропорционального пересчета удельных весов в портфеле) она составляет 2,42%. В случае же «рыночного» портфеля ожидаемая доходность составляет 2,34%, т.е. на 8 процентных пунктов ниже.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение модели Блэка-Литтермана позволяет получить высоко диверсифицированные портфели, которые характеризуются достаточно стабильной доходностью. Вместе с тем, эта модель обладает рядом недостатков, которые необходимо учитывать при формировании портфеля. Например, в случае высокой коррелированности доходностей отдельных активов, прогноз ожидаемой доходности одного из активов влечет иногда существенный пересмотр весов всех остальных активов в портфеле. В результате возрастает риск нестабильности результирующих весов инвестиционного портфеля, их высокой изменчивости в зависимости от формулирования прогноза и его точности.

Кроме того, в случаях отсутствия прогноза инвестора относительно доходности какого-либо актива и при наличии прогноза «доходность актива совпадает с его равновесной доходностью» модель выдает две разные структуры портфеля, что на первый взгляд противоречит здравому смыслу. В этой связи инвестору важно выражать свое мнение относительно доходности каждого из активов путем оптимальной настройки ковариационной матрицы стандартных ошибок прогнозов (использовать «полную», квадратную матрицу прогнозов). При этом стоит учитывать, что, как уже было отмечено выше, абсолютные прогнозы влекут за собой изменение размера портфеля либо пересмотр весов всех активов в портфеле, что сопровождается высокими транзакционными издержками.

Скоков Александр Александрович

Литература

1. Blamont D., Firoozy N. Asset allocation model. Global markets research: fixed income research. 2003. Deutsche Bank, July.
2. Black F., Litterman R. Asset allocation: combining investors views with market equilibrium. Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Company. 1990. September.
3. Black F., Litterman R. Global portfolio optimization // Financial analysts journal. 1992. September/October. Pp. 28-43.
4. He G., Litterman R. The intuition behind Black-Litterman model portfolios // Investment management research / Goldman, Sachs & Company. 1999. December.
5. Idzorek T. A step-by-step guide to the Black-Litterman model. 2004.
6. Markowitz H.M. Portfolio selection // The journal of finance. 1952. March. Pp. 77-91.
7. Satchell S., Scowcroft A. A demystification of the lack-Litterman model: managing quantitative and traditional construction // Journal of asset management. 2000. September. Pp. 138-150.
8. Sharpe W.F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium // Journal of finance. 1964. September. Pp. 425-442.

Ключевые слова

Модель Блэка-Литтермана; управление портфелем ценных бумаг; прогноз доходности активов; ожидаемая доходность; оптимальное распределение активов; вектор равновесной доходности.

РЕЦЕНЗИЯ

В своей статье автор сводит воедино результаты исследований немногочисленных научных работ по модели Блэка-Литтермана и предлагает рекомендации по практическому использованию данной модели для построения оптимального инвестиционного портфеля с учетом персональных прогнозов инвестора.

Основной акцент статьи сделан на определении значений наиболее абстрактных параметров модели – матрицы ковариаций стандартных ошибок прогнозов инвестора и масштабирующего множителя, характеризующего склонность инвестора к риску. Методики определения этих параметров модели, а также методология расчета результирующего вектора удельных весов активов в портфеле рассматриваются автором статьи на конкретном примере.

В заключение можно отметить, что рецензируемая статья отвечает всем требованиям, предъявляемым к научным публикациям, и может быть рекомендована к опубликованию.

Мищенко А.В., д.э.н., профессор кафедры математических методов в экономике РЭУ им. Г. В. Плеханова

8.4. INVESTORS' PERSONAL FORECASTS ACCOUNTING RELATIVE TO EXPECTED RETURNS OF ASSETS IN PORTFOLIO

A.A. Skokov, postgraduate student of the Chair of mathematical methods in economics

Plekhanov Russian Academy of Economics

This article touches on the intuition of the Black-Litterman model, which enables investors to combine their unique views regarding the performance of various assets with the market equilibrium in a manner that results in intuitive, diversified portfolios. It focuses on the technique for specifying one of most abstract mathematical parameters of the Black-Litterman model.

Literature

1. D. Blamont and N. Firoozy. (2003). «Asset Allocation Model»". Global Markets Research: Fixed Income Research, Deutsche Bank, July.

2. F. Black and R. Litterman. (1990). Asset Allocation: Combining Investors Views with Market Equilibrium. Fixed Income Research, Goldman, Sachs & Company. September.
3. F. Black and R. Litterman. Global Portfolio Optimization. Financial Analysts Journal. 1992. September/October, p. 28-43.
4. G. He and R. Litterman. The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios. Investment Management Research, Goldman, Sachs & Company. 1999. December.
5. T. Idzorek. (2004). A step-by-step guide to the Black-Litterman model.
6. H.M. Markowitz. Portfolio Selection. The Journal of Finance. 1952. March. p. 77-91.
7. S. Satchell and A. Scowcroft. A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Construction. Journal of Asset Management. 2000. September. p. 138-150.
8. W.F. Sharpe. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium. Journal of Finance. 1964. September. p. 425-442.

Keywords

Black-Litterman model; portfolio management; asset return forecast; expected return; optimal asset allocation; market equilibrium returns.