

3.14. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РИСКА НЕВОЗВРАТА КРЕДИТОВ

Царьков В.А., к.т.н., начальник аналитического управления ООО КБ «БФГ-кредит»

В статье впервые описана теория динамики роста портфеля однородных кредитов на основе методов теории автоматического регулирования. Предложена блок-схема модели в пространстве изображений по Лапласу.

Найдены уравнения взаимосвязи процентной ставки с доходностью портфеля кредитов и риском процента невозврата части кредитного портфеля. Предложены инвестиционные модели кредитов с погашением в конце кредитного срока и кредитов с ежемесячным погашением займа.

Разработано представление инвестиционной модели кредита в виде финансового портрета кредита, содержащего данные по эффективности кредитных инвестиций и денежные потоки платежей по кредиту. Рассмотрены зависимости кредитной ставки от величины процента невозврата и доходности кредитного портфеля. Предложены алгоритмы расчета средневзвешенных параметров кредита, с целью преобразования неоднородного портфеля в портфель однородных кредитов

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Общепризнанным методом компенсации кредитного риска является повышение уровня процентной ставки. Такова базовая концепция финансового менеджмента о взаимосвязи риска и доходности.

Однако, незнание условий «правильного» выбора уровня процента приводит к тому, что процентная ставка не всегда становится компенсатором риска. Очевидно, что, так называемая премия в процентной ставке по кредиту, должна быть непосредственно связана с риском невозврата кредита. Предположим, что кредитный портфель содержит определенный процент β_H невозвратных кредитов. Перед менеджментом банка возникнут вопросы.

• Что понимать под премией за риск? Какую часть процентной ставки можно отнести к премии за риск невозврата?»

• «Как выбрать величину процентной ставки по выдаваемым ссудам, чтобы компенсировать потери?»

Нами не найдены работы, которые содержали бы уравнения взаимосвязи ставки процента по кредиту с процентом невозврата и доходностью портфеля кредитов. Учитывая актуальность проблемы, предлагается решение в следующей постановке задачи.

Рассмотрим поток однородных кредитов, формирующих в динамике портфель при ежегодном потоке новых займов. Однородными кредитами назовем кредиты с одинаковой величиной и сроком. Предполагается, что определенный процент займов β_H в портфеле является невозвратным. Решается следующая аналитическая задача: «Какая процентная ставка $E_{кр}$ по таким кредитам обеспечит заданную доходность портфеля E_a , содержащего β_H процентов невозвратных ссуд?».

Решение задачи будем искать на основе динамической модели роста портфеля и доходов от погашения возвратных займов с применением методов теории автоматического регулирования [3].

Решение задачи будем искать на основе динамической модели роста портфеля и доходов от погашения возвратных займов с применением методов теории автоматического регулирования [3].

2. КРЕДИТЫ С ПОГАШЕНИЕМ В КОНЦЕ СРОКА

2.1. Модель динамики роста портфеля однородных кредитов

Модель динамики роста оценим общим количеством ссуд в портфеле и количеством не возвращенных ссуд в общем числе на текущую дату времени. При измерении времени используем в качестве единицы измерения

месяц с числом 30 дней. Модель представим в виде блок-схемы операторной модели с отрицательной обратной связью в пространстве изображений по Лапласу [3]. Скалярными векторами обозначим ежегодные потоки кредитов и их общие запасы на определенный момент времени. Преобразование векторов и их взаимосвязь осуществляется операторными звеньями. Блок-схема модели роста числа кредитов в операторном виде представлена на рис. 1.

В качестве входных векторов на блок-схеме указаны начальное число выданных кредитов N_0 и поток вновь выдаваемых кредитов π_K . На выходе оператора интегрирования с коэффициентом передачи $W = \frac{1}{s}$ формируется вектор общего числа выданных ссуд

$$N_K = \frac{\pi_K}{s}$$

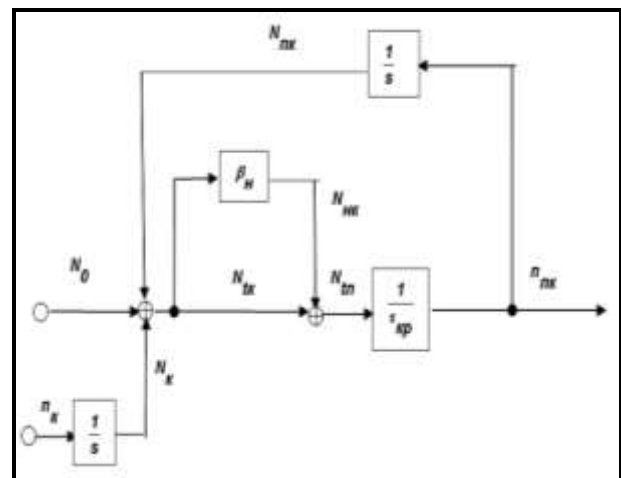


Рис. 1. Модель динамики портфеля однородных кредитов

Общее число ссуд в портфеле $N_{тк}$ является алгебраической суммой начальной величины ссуд N_0 суммой вновь выданных кредитов $N_K = \frac{\pi_K}{s}$ и общим числом погашенных кредитов $N_{пк}$:

$$N_{тк} = N_0 + N_K - N_{пк} \quad (1)$$

Общее число невозвратных кредитов $N_{тн} = \beta_H N_{тк}$ пропорционально риску процента невозврата β_H . Вектор ссуд в портфеле за минусом невозврата $N_{тп} = N_{тк}(1 - \beta_H)$ генерирует поток числа погашаемых кредитов $\pi_{пк}$ величина которого обратно пропорциональна сроку кредита $\tau_{кр}$.

В модели срок кредита по существу определяет время оборота портфеля [3]. Поток π_K звеном интегриро-

вания $W = \frac{1}{s}$ преобразуется в общее число погашаемых кредитов $N_{пк}$.

2.2. Уравнения динамики роста портфеля кредитов

Модель роста портфеля по существу представляет систему автоматического регулирования с обратной отрицательной связью [3]. Отрицательная обратная связь осуществляется по контуру погашения ссуд, которые вычитаются из общего числа вновь выдаваемых ссуд на входе блок-схемы. В соответствии с блок-схемой операторной модели на рис. 1 запишем последовательно преобразования уравнения числа займов $N_{тк} = N_0 + N_к - N_{пк}$ в портфеле микро-кредитов:

$$\begin{aligned}
 N_{тк} &= N_0 + N_к - N_{пк} \Rightarrow ; \\
 N_{тк} &= N_0 + \frac{p_к}{s} - \frac{N_{тк}(1 - \beta_H)}{\tau_{кр} s} \Rightarrow ; \\
 N_{тк} \left(1 + \frac{1 - \beta_H}{\tau_{кр} s}\right) &= N_0 + \frac{p_к}{s} \Rightarrow ; \\
 N_{тк} &= \frac{sN_0}{s + \frac{1 - \beta_H}{\tau_{кр}}} + \frac{p_к}{\left(s + \frac{1 - \beta_H}{\tau_{кр}}\right)} . \tag{2}
 \end{aligned}$$

Дальнейшее преобразование уравнения (2) выполним при допущении, что вектора $N_0(s)$ и $p_к(s)$ подаются скачком. В результате их изображения можно записать в виде равенств $N_0(s) = \frac{N_0}{s}$, $p_к(s) = \frac{p_к}{s}$, где N_0 и $p_к$ являются значениями амплитуды при скачке соответствующего параметра (начального числа микро-кредитов и величины ежегодного потока микро-кредитов на дату $t = 0$). Подставив эти выражения в уравнение (2), получим уравнение в пространстве изображений по Лапласу в следующем виде:

$$N_{тк}(s) = \frac{N_0}{s + \frac{1 - \beta_H}{\tau_{кр}}} + \frac{p_к}{s \left(s + \frac{1 - \beta_H}{\tau_{кр}}\right)} . \tag{3}$$

Этому уравнению, используя таблицу соответствия функций изображений (см. приложение 1), находим соответствующее уравнение в пространстве функций оригиналов:

$$\begin{aligned}
 N_{тк}(t) &= N_0 e^{-\frac{(1 - \beta_H)t}{\tau_{кр}}} + \\
 &+ \frac{p_к \tau_{кр}}{1 - \beta_H} \left(1 - e^{-\frac{(1 - \beta_H)t}{\tau_{кр}}}\right) . \tag{4}
 \end{aligned}$$

Для потока числа погашаемых займов $p_{пк}$ в соответствии с блок-схемой рис. 1 получим:

$$p_{пк}(t) = N_{тк}(t) \frac{1 - \beta_H}{\tau_{кр}} . \tag{5}$$

Рублевый объем кредитного портфеля $K_{кр}(t)$, очевидно, равен числу кредитов $N_{тк}$, умноженному на сумму займа $k_{кр}$:

$$K_{кр}(t) = k_{кр} N_{тк}(t) . \tag{6}$$

Проиллюстрируем рост портфеля (см. рис. 2) для двух вариантов портфеля: с начальным портфелем $N_0 = 0$ и $N_0 = 100\,000$ единиц ссуд.

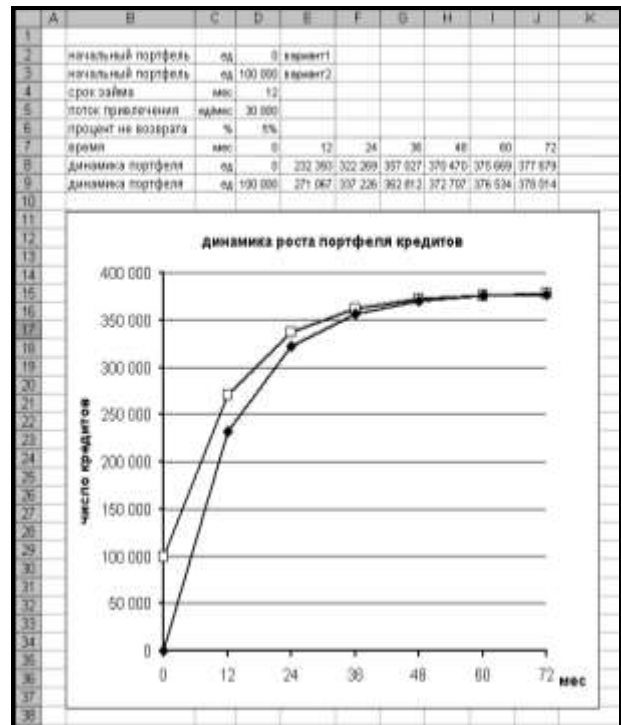


Рис. 2. График роста портфеля кредитов

Из уравнения роста (4) следует, что система со временем достигнет стационарного состояния:

$$N_{тк}(t \rightarrow \infty) \rightarrow \frac{p_к \tau_{кр}}{1 - \beta_H} .$$

2.3. Взаимосвязь процентной ставки с доходностью кредитного портфеля

Процентный доход для одного кредита по процентной ставке $E_{кр}$ равен:

$$Y_{кр} = k_{кр} E_{кр} \tau_{кр} . \tag{7}$$

В соответствии с блок-схемой рис. 1 величину потока доходов $y_д(t)$ можем определить, если поток погашаемых кредитов $p_{пк}$ умножим на величину процентного дохода каждого кредита. Умножим $Y_{кр}$ на вели-

Финансовый портрет содержит все характеристики кредита:

- исходные данные;
- расчетные данные по кредитному портфелю;
- статические показатели эффективности кредитной сделки;
- динамические показатели, в том числе эффективности инвестиции в кредитную сделку;
- денежные потоки по кредитной сделке, в том числе с дисконтированием к началу проекта;
- денежные потоки платежей для погашения кредита.

Процентную ставку, равную внутренней ставке доходности – **ВСД** (ячейка D29), умноженной на число месяцев в году $E_D = 12 * ВСД$, назовем дисконтной процентной ставкой (см. ячейку D30). В рассматриваемых инвестиционных моделях кредита (в том числе, на рис. 3) дисконтирование осуществляется по нормативной ставке (см. ячейку D23), деленной на число месяцев в году. Коэффициент дисконтирования для приведения к начальной дате инвестирования в кредитную сделку вычисляется из уравнения:

$$\lambda(t) = (1 + \frac{E_H}{12})^{-n}$$

Альтернативой этому коэффициенту является коэффициент, вычисляемый из уравнения:

$$\lambda(t) = (1 + E_H)^{-\frac{n}{12}}$$

В первом случае, внутренняя годовая норма доходности – **ВНД** вычисляется из уравнения $E_D = 12ВСД$ (E_D указана в ячейке D31). Во втором случае, **ВНД** вычисляется по формуле расчета эффективной про-

центной ставки из уравнения $E_D = (1 + ВСД)^{12} - 1$ (E_D указан в ячейке D30).

Обратим внимание читателя на следующие три обстоятельства. Первое – это то, что внутренняя норма доходности для кредита с выплатой процентов в конце срока меньше величины процентной ставки по кредиту (ячейка D5). Она равна 19,54% / год (см. ячейка D30). Второе – это то, что дисконтная ставка для кредита с выплатой процентов в конце срока также меньше годовой процентной ставки. Дисконтная ставка равна 18% / год (см. ячейка D31). И третье – во всех рассматриваемых инвестиционных моделях кредита, при нормативной ставке, равной дисконтной процентной ставке, дисконтированный доход будет равен нулю.

Кредитная модель инвестиции (в форме финансового портрета кредитной сделки) может быть применена для моделирования сценариев сделки, а также для согласования экономических интересов участников сделки.

2.5. Финансовый портрет кредита с ежемесячными процентными платежами

Полученные выше уравнения для кредита с выплатой процентов в конце срока будут справедливы и для кредита с выплатой ежемесячных процентов. Однако, финансовый портрет будет отличаться от кредита, рассмотренного выше. Представим инвестиционную модель кредита с выплатой ежемесячных процентов на основе тех же исходных данных, что и для кредита на рис. 3. Обратим внимание читателя на отличие денежного потока и параметров эффективности инвестиционного проекта (см. ячейки D29, D30, D31) для кредита с ежемесячными платежами процентов относительно кредита с оплатой процентов в конце срока.

1	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	Т	У	К	Л	М	О	Р	Q	Т								
2	Финансовый портрет инвестиционной модели кредита с ежемесячной выплатой %-ов																								
3	Исходные данные																								
4	Сумма кредита		руб	1 000 000		период А в днях	0	дата платежа	01.01.12	инвестиц. на руб	1 000 000	инвест. в дисконта руб	1 000 000	поступл. руб	0	поступл. дисконто м	0	денежный поток руб	-1 000 000	% по кредиту	0	сумма погашения кредита	0	сальдо по кредиту	1 000 000
5	Процент на оборота	%		5,6%		1	30	31.01.12						16 667	16 529	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
6	Процентная ставка по кредиту	%/год		20,6%		2	60	01.03.12						16 667	16 392	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
7	Срок кредита (число месяцев)	мес		15		3	90	31.03.12						16 667	16 257	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
8	Дата выдачи кредита			01.01.12		4	120	30.04.12						16 667	16 122	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
9	Расчетные данные																								
10	Годовой процент доходности портфеля	%/год		15,06%		5	150	30.06.12						16 667	15 989	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
11	Срок оборота портфеля кредитов	мес		15,0		6	180	29.06.12						16 667	15 857	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
12	Статические показатели																								
13	Сумма платежей	руб		1 000 000		7	210	27.07.12						16 667	15 726	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
14	Сумма поступлений	руб		1 250 000		8	240	26.08.12						16 667	15 596	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
15	Инвестиционный доход	руб		250 000		9	270	27.09.12						16 667	15 467	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
16	Рентабельность проекта	%		25,06%		10	300	27.10.12						16 667	15 339	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
17	Срок кредита к погаш.	мес		1,25		11	330	26.11.12						16 667	15 213	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
18	Годовой процент доходности	%/год		20,6%		12	360	26.12.12						16 667	15 087	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
19	Динамические показатели																								
20	Расчетная дата описания	мес		0		13	390	25.01.13						16 667	14 962	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
21	Нормативная ставка дисконта (r)	%/год		10,0%		14	420	24.02.13						16 667	14 838	16 667		16 667		16 667		0	0	0	1 000 000
22	Сумма дисконтированных поступлений	руб		1 117 046		15	450	23.03.13						1 016 667	997 670	1 016 667		16 667		1 000 000		0	0	0	0
23	Сумма дисконтированных платежей	руб		1 000 000		0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
24	Дисконтированный доход (ДДП)	руб		117 046		0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
25	Нормативный доход	руб		132 954		0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
26	Инвестиционный доход	руб		250 000		0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
27	Внутренняя ставка доходности (ВСД)	%/мес		1,67%		0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
28	Внутренняя норма доходности (ВНД, ВН)	%/год		20,0%		0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
29	Дисконтная процентная ставка	%/год		20,6%		0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
30						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
31						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
32						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
33						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
34						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
35						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
36						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
37						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
38						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
39						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
40						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
41						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
42						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
43						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
44						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
45						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
46						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
47						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
48						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
49						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
50						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
51						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
52						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
53						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
54						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
55						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
56						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
57						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
58						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
59						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
60						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
61						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
62						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
63						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
64						0	0							0	0	0		0		0		0	0	0	0
65						0	0							0	0	0		0		0		0	0		

1	Финансовый портрет инвестиционной модели кредита с ежемесячным начислением %-ов													
2	Исходные данные			период в днях	дата платежа	инвестиции руб	инвест с дисконтом руб	поступл руб	поступл с дисконтом руб	денежный поток руб	% по кредиту	сумма погашения кредита	сальдо по кредиту	
3	Сумма микрокредита		5 000 000											
4	Процент не возврата	%	0,0%	0	01.01.12	5 000 000	5 000 000		0	-5 000 000			5 000 000	
5	Процентная ставка по кредиту	%/год	20,0%	1	30.01.12		0	83 333	82 645	83 333	83 333	0	5 000 000	
6	Срок кредита (число месяцев)	мес	30	2	01.03.12		0	83 333	81 962	83 333	83 333	0	5 000 000	
7	Дата выдачи кредита		01.01.12	3	31.03.12		0	83 333	81 284	83 333	83 333	0	5 000 000	
8				4	30.04.12		0	83 333	80 612	83 333	83 333	0	5 000 000	
9				5	30.05.12		0	83 333	79 946	83 333	83 333	0	5 000 000	
10	Годовой процент доходности портфеля	%/год	20,0%	6	29.06.12		0	83 333	79 286	83 333	83 333	0	5 000 000	
11	Срок оборота портфеля кредитов	мес	30,0	7	29.07.12		0	83 333	78 630	83 333	83 333	0	5 000 000	
12				8	28.08.12		0	83 333	77 980	83 333	83 333	0	5 000 000	
13	Статические показатели			9	27.09.12		0	83 333	77 336	83 333	83 333	0	5 000 000	
14	Сумма платежей	руб	5 000 000	10	27.10.12		0	83 333	76 697	83 333	83 333	0	5 000 000	
15	Сумма поступлений	руб	7 500 000	11	26.11.12		0	83 333	76 063	83 333	83 333	0	5 000 000	
16	Инвестиционный доход	руб	2 500 000	12	26.12.12		0	83 333	75 434	83 333	83 333	0	5 000 000	
17	Рентабельность проекта	%	50,0%	13	25.01.13		0	83 333	74 811	83 333	83 333	0	5 000 000	
18	Срок кредита в годах	год	2,50	14	24.02.13		0	83 333	74 193	83 333	83 333	0	5 000 000	
19	Годовой процент доходности	%/год	20,0%	15	26.03.13		0	83 333	73 580	83 333	83 333	0	5 000 000	
20				16	25.04.13		0	83 333	72 971	83 333	83 333	0	5 000 000	
21	Динамические показатели			17	25.05.13		0	83 333	72 368	83 333	83 333	0	5 000 000	
22	Расчетная дата приведения	мес	0	18	24.06.13		0	83 333	71 770	83 333	83 333	0	5 000 000	
23	Нормативная ставка дисконта (r)	%/год	10,0%	19	24.07.13		0	83 333	71 177	83 333	83 333	0	5 000 000	
24	Сумма дисконтированных поступлений	руб	6 101 960	20	23.08.13		0	83 333	70 589	83 333	83 333	0	5 000 000	
25	Сумма дисконтированных платежей	руб	5 000 000	21	22.09.13		0	83 333	70 005	83 333	83 333	0	5 000 000	
26	Дисконтированный доход (APV)	руб	1 101 960	22	22.10.13		0	83 333	69 427	83 333	83 333	0	5 000 000	
27	Нормативный доход	руб	1 398 040	23	21.11.13		0	83 333	68 853	83 333	83 333	0	5 000 000	
28	Инвестиционный доход	руб	2 500 000	24	21.12.13		0	83 333	68 284	83 333	83 333	0	5 000 000	
29	Внутренняя ставка доходности (ВСД)	%/мес	1,67%	25	20.01.14		0	83 333	67 720	83 333	83 333	0	5 000 000	
30	Внутренняя норма доходности (ЕНД, IRR)	%/год	21,94%	26	19.02.14		0	83 333	67 160	83 333	83 333	0	5 000 000	
31	Дисконтная процентная ставка	%/год	20,0%	27	21.03.14		0	83 333	66 605	83 333	83 333	0	5 000 000	
32				28	20.04.14		0	83 333	66 055	83 333	83 333	0	5 000 000	
33				29	20.05.14		0	83 333	65 509	83 333	83 333	0	5 000 000	
34				30	19.06.14		0	5 083 333	3 963 007	5 083 333	83 333	5 000 000	0	
35				0			0	0	0	0	0	0	0	
36				0			0	0	0	0	0	0	0	
37						руб	руб	руб	руб					
38				0		5 000 000	5 000 000	7 500 000	6 101 960	2 500 000	2 500 000	5 000 000	150 000 000	
39							0		1 101 960		7 500 000			

Рис. 5. Инвестиционная модель кредита с ежемесячной выплатой процентов – вариант 2

Более раннее поступление процентного дохода для модели на рис. 4 улучшают динамические показатели кредита, несмотря на одинаковую величину общей суммы процентного дохода для того и другого кредита. Рефинансирование более ранних поступлений денег повышает эффективность инвестиционного проекта. Такова роль фактора времени в финансовых сделках!

Кредитная модель инвестиции позволяет оценить зависимость параметров сделки от изменения исходных данных. Изменяя исходные данные: процент (риск) невозврата, годовой процент доходности портфеля, срок и сумму кредита мы тут же увидим финансовую картину движения денежных потоков и их характеристик.

Для демонстрации этого явления приведем пример расчета при следующих значениях исходных данных $K_{кр} = 5\,000\,000$ руб., $\beta_n = 0\%$, $E_{кр} = 20\%$, $\tau_{кр} = 30$ мес. Результат показан на рис. 5. В инвестиционной модели кредита на рис. 5 риск невозврата принят равным нулю. В результате доходность портфеля и кредитная ставка, как и следовало ожидать, приняли одинаковое значение ($E_a = E_{кр} = 20\%/год$). В то же время

изменение длительности кредита не повлияло на величину внутренней нормы доходности кредита.

Следует обратить внимание и на то, что кредит с ежемесячным начислением процентов дает более высокий внутренний норматив доходности (21,94% / год) и более

высокую дисконтную процентную ставку (20% / год) по сравнению с кредитом, в котором проценты начисляются в конце срока. На качественном уровне это не является «открытием» для любого специалиста. Новизна заключается в том, что инвестиционная модель дает четкий расчет количественной оценки эффективности кредитных инвестиций.

3. КРЕДИТЫ С ЕЖЕМЕСЯЧНЫМ ПОГАШЕНИЕМ

У кредита с ежемесячным погашением основной суммы кредита время оборота меньше, чем у рассмотренных кредитов с погашением суммы в конце срока. Отсюда следует неправомерность применения блок-схемы модели рис. 1, где время оборота совпадает со сроком кредита. Очевидно, для кредита с ежемесячным погашением необходимо вычислить эквивалентное время оборота $\tau_{об}$, исходя из параметров кредита.

Сама блок-схема модели динамики роста портфеля кредитов остается прежней, как изображено на рис. 1, но срок кредита $\tau_{кр}$ в блок-схеме нужно заменить сроком оборота $\tau_{об}$.

Динамика роста денежного объема портфеля $K_{тк}$ для кредитов с ежемесячным погашением по аналогии с вышеприведенным уравнением (4) запишется в следующем виде:

$$N_{тк}(t) = N_0 e^{-\frac{(1-\beta_H)t}{\tau_{об}}} + \frac{n \cdot k_{кр} \cdot \tau_{об}}{1-\beta_H} (1 - e^{-\frac{(1-\beta_H)t}{\tau_{об}}}) \quad (14)$$

3.1. Ежемесячная сумма платежа для кредита с ежемесячным погашением

Расчеты ежемесячных сумм платежей для аннуитетных кредитов и кредитов с дифференцированными платежами общеизвестны, например, они изложены в книге Елены Кочевич «Финансовая математика» [1], на Интернет-сайтах [2]. Наша цель дать общее решение погашения кредита на основе ежемесячных платежей и применить его в инвестиционной модели кредита. Аннуитетные и дифференцированные платежи представлены, как частные случаи, вытекающие из общего решения.

В общем случае ежемесячный платеж a_i по кредиту будет состоять из процентного дохода $y_{\partial i}$ и суммы погашения части кредита $y_{пi}$:

$$a_i = y_{\partial i} + y_{пi} \quad (15)$$

Процентный доход $y_{\partial i}$ для конкретного кредита увеличивается пропорционально величине процентной ставки по кредиту $E_{кр}$ длительности периода

$$\left(\frac{1}{12} \text{года}\right) \text{ и сумме, не погашенной части кредита } k_i: \quad (16)$$

$$y_{\partial i} = \frac{E_{кр}}{12} k_i$$

Расчеты проведем для кредитов, у которых сумма кредита $k_{кр}$ амортизируется на основе коэффициента реновации A по ставке дисконта r :

$$A = \frac{r}{(1+r)^n - 1} \quad (17)$$

Для таких кредитов сумма ежемесячного погашения $y_{пi}$ будет вычисляться в соответствии с уравнением:

$$y_{пi} = k_{кр} A (1+r)^{i-1} \quad (18)$$

В зависимости от величины ставки дисконта r погашаемая сумма будет изменяться с определенным темпом роста / убытия.

Погашение кредита в соответствии с уравнением (18) позволяет полностью погасить (амортизировать) кредит за n месяцев (срок кредита). Действительно, если мы просуммируем все платежи за n месяцев, то получим следующее тождество:

$$\sum_i y_{пi} = k_{кр} A \sum_i (1+r)^{i-1} = k_{кр} A \frac{(1+r)^n - 1}{r} = k_{кр} A \frac{1}{A} = k_{кр} \quad (19)$$

Не погашенное сальдо k_i по кредиту в i -м месяце вычислим из уравнения:

$$k_i = k_{кр} \left(1 - A \frac{(1+r)^{i-1} - 1}{r}\right) \quad (20)$$

В результате для i -ой суммы процентного дохода получим следующее уравнение:

$$y_{\partial i} = \frac{E_{кр}}{12} k_i = \frac{E_{кр}}{12} k_{кр} \left(1 - A \frac{(1+r)^{i-1} - 1}{r}\right) \quad (21)$$

Общую сумму всех сальдо по кредиту $Y_c = \sum k_i$ можно вычислить из уравнения:

$$Y_c = \sum k_i = \sum k_{кр} \left(1 - A \frac{(1+r)^{i-1} - 1}{r}\right) \quad (22)$$

Просуммировав в уравнении (22) выражение в скобках, можем записать следующее уравнение:

$$Y_c = \sum k_i = k_{кр} \left(\frac{n(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} - \frac{1}{r}\right) \quad (23)$$

Просуммировав все процентные суммы платежей, получим общую сумму процентных платежей $Y_{кр} = \sum_i y_{\partial i}$

по кредиту:

$$Y_{кр} = \frac{E_{кр}}{12} \sum_i k_i = \frac{E_{кр}}{12} k_{кр} \left(\frac{n(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} - \frac{1}{r}\right) \quad (24)$$

Общую сумму платежа на погашение части кредита и выплату процентного дохода в i -м месяце после совместного рассмотрения (18) и (21) можно вычислить из уравнения:

$$a_i = y_{\partial i} + y_{пi} = k_{кр} \cdot \left(\frac{E_{кр}}{12} - A \left(\frac{E_{кр}}{12} \frac{(1+r)^{i-1} - 1}{r} - (1+r)^{i-1}\right)\right) \quad (25)$$

Уравнение (25) обладает интересными свойствами, а именно: при выборе $r = \frac{E_{кр}}{12}$ получим:

$$a_i = k_{кр} \left(\frac{E_{кр}}{12} + A\right) = const. \quad (26)$$

Иначе говоря, кредит превращается в кредит с равными ежемесячными (аннуитетными) платежами.

Если выбрать ставку дисконта $r = 0$, то из уравнения (25) (на основе правила Лопиталья) получим равные значения (аннуитет) для сумм погашения кредита:

$$y_{пi} = \frac{k_{кр}}{n} = const. \quad (27)$$

Другими словами, мы получим кредит с дифференцированными платежами.

В остальных случаях в зависимости от выбора величины ставки дисконта r ежемесячные платежи будут либо возрастать, либо уменьшаться с ростом номера платежа i .

3.2. Время оборота для кредита с ежемесячным погашением

Процентный доход для кредита с погашением в конце срока определяется по формуле (7). Однако трудно убедиться, что эта формула для кредита с ежемесячным погашением даст неверный результат. Очевидно, для таких кредитов мы можем принять формулу расчета платежа за весь кредит по формуле аналогичной (7) в том случае, если вместо значения срока кредита $\tau_{кр}$ подставим эквивалентное значение

$\tau_{кр}^*$. Тогда формула расчета процентного дохода по кредиту примет вид аналогичный формуле (7), а именно:

$$Y_{кр} = k_{кр} E_{кр} \tau_{кр}^* \quad (28)$$

Вопрос возникает: «Как вычислить величину $\tau_{кр}^*$?».

Простейший путь – приравнять правые части уравнения (28) и (24). В результате получим:

$$\tau_{кр}^* = \frac{E_{кр}}{12} \left(\frac{n(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} - \frac{1}{r} \right). \quad (29)$$

Второй путь: решение будем искать в виде средневзвешенной величины от суммы произведений $k_i \tau_i$, а именно:

$$\tau_{кр}^* = \frac{\sum k_i \tau_i}{k_{кр}} \quad (30)$$

Поскольку при ежемесячном погашении справедливо равенство $\tau_i = \frac{1}{12} \text{год} = \text{const}$, из уравнений (23) и

(28) для средневзвешенной величины времени $\tau_{кр}^*$

получим тот же результат, что и в уравнении (29). Таким образом, для кредита с ежемесячным погашением важным показателем является средневзвешенное время кредита $\tau_{кр}^*$.

Так как, срок кредита, измеряемый в годах, равен $\tau_{кр} = \frac{n}{12}$, формулу для расчета средневзвешенного времени кредита $\tau_{кр}^*$ из уравнения (29) можно записать в виде:

$$\tau_{кр}^* = \frac{\tau_{кр} (1+r)^{12\tau_{кр}}}{(1+r)^{12\tau_{кр}} - 1} - \frac{1}{12r}. \quad (31)$$

Теперь становится очевидным, что при расчетах динамики роста портфеля однородных кредитов с ежемесячным погашением, средневзвешенное время кредита $\tau_{кр}^*$ следует применять в качестве времени обо-

рота $\tau_{об}$ т. е. $\tau_{кр}^* = \tau_{об}$.

Полученные уравнения для кредита с ежемесячным погашением положены в основу инвестиционной мо-

дели кредита, в дальнейшем представляемого в форме финансового портрета.

3.3. Взаимосвязь процентной ставки с доходностью портфеля однородных кредитов с ежемесячным погашением

Для кредитов с погашением в конце срока время оборота портфеля равнялось сроку кредита $\tau_{кр}$, т.е.

$\tau_{об} = \tau_{кр}$. Для кредитов с ежемесячным погашением

$\tau_{об} = \tau_{кр}^*$. Таким образом, подставив в уравнения (11) и (12) вместо срока кредита $\tau_{кр}$ средневзвешен-

ную величину $\tau_{кр}^*$, получим уравнения взаимосвязи

процентной ставки с доходностью портфеля однородных кредитов с ежемесячным погашением, а именно:

$$E_a = \frac{y_{чд}(t)}{k_{кр} N_{тк}(t)} = E_{кр} (1 - \beta_H) - \frac{\beta_H}{\tau_{кр}^*}. \quad (32)$$

Принимая доходность портфеля в качестве заданной величины, из уравнения (32) находим значение процентной ставки, обеспечивающую необходимую величину доходности портфеля в целом:

$$E_{кр} = \frac{E_a}{(1 - \beta_H)} + \frac{\beta_H}{\tau_{кр}^* (1 - \beta_H)}. \quad (33)$$

Процентная ставка, вычисленная в соответствии с уравнением (33) содержит так называемую премию за риск невозврата процентной части β_H портфеля кредитов с ежемесячным погашением.

3.4. Финансовый портрет кредита с ежемесячным погашением

Приведем примеры практического расчета параметров кредита с ежемесячным погашением на основе финансового портрета в электронной таблице Excel.

В представленном расчете на рис. 6 погашение кредита выполняется на основе аннуитета. В качестве исходных данных выбрана процентная ставка 20% / год. Процентная доходность по портфелю в целом принята в качестве расчетного параметра. Как следует из финансового портрета кредита, доходность портфеля при риске не возврата 5% составляет 11,78% / год. Обратим внимание на следующие моменты: первое – процентная ставка по кредиту совпадает по величине с дисконтной процентной ставкой, второе – внутренняя норма (ВНД) доходности превышает дисконтную процентную ставку, и третье – средневзвешенный срок кредита (см. ячейки D 12 и D 19) намного меньше срока кредита

На рис. 7 представлен финансовый портрет кредита, в котором темп роста / снижения погашаемой суммы кредита (ячейка D7) приравнен нулю, т.е. реализован дифференцированный метод платежа. Расчетная доходность портфеля с такими кредитами уменьшилась с 11,78%/год (см. рис. 6) до 11,50% / год (см. рис. 7), а средневзвешенный срок кредита (срок оборота портфеля) уменьшился с 8,3 мес. до 8,0 мес.

А	В	С	Д	Е	Г	Н	И	К	Л	М	О	Р	Q	R		
Финансовый портрет инвестиционной модели кредита с ежемесячными погашением																
Исходные данные																
			период в днях	дата платежа	инвестц ия	инвест с дисконтом	поступл	поступл с дисконтом	денежный поток	% по кредиту	число вой рад	сумма погашения кредита	сальдо по кредиту			
		1 000 000	дн	руб	руб	руб	руб	руб	руб							
3	Сумма микрокредита	1 000 000														
4	Процент не возврата	%	5,0%	0	0	0	0	0	-1 000 000					1 000 000		
5	Процентная ставка	%/год	20,0%	1	30	31.01.11	0	75 099	75 271	75 099	16 967	1,00	59 231	940 769		
6	Срок кредита (число месяцев)	мес	15	2	80	02.03.11	0	75 099	74 649	75 099	15 679	1,00	60 219	880 550		
7	Темп роста/сокращения погашения	%/мес	1,67%	3	90	01.04.11	0	75 099	74 032	75 099	14 676	1,00	61 222	819 328		
8	Дата выдачи кредита		01.01.11	4	120	01.05.11	0	75 099	73 420	75 099	13 695	1,00	62 243	757 095		
9				5	150	31.05.11	0	75 099	72 813	75 099	12 818	1,00	63 260	693 806		
10				6	180	30.06.11	0	75 099	72 211	75 099	11 963	1,00	64 335	629 471		
11	Годовой процент доходности портфеля	%/год	11,78%	7	210	30.07.11	0	75 099	71 615	75 099	10 481	1,10	65 407	564 084		
12	Срок оборота портфеля кредитов	мес	8,3	8	240	29.08.11	0	75 099	71 023	75 099	9 401	1,12	66 497	497 567		
13				9	270	28.09.11	0	75 099	70 436	75 099	8 293	1,14	67 605	429 062		
14				10	300	28.10.11	0	75 099	69 854	75 099	7 166	1,16	68 732	361 230		
15	Сумма платежей	руб	1 000 000	11	330	27.11.11	0	75 099	69 276	75 099	6 020	1,18	69 878	291 352		
16	Сумма поступлений	руб	1 139 470	12	360	27.12.11	0	75 099	68 704	75 099	4 856	1,20	71 042	220 310		
17	Инвестиционный доход	руб	139 470	13	390	26.01.12	0	75 099	68 136	75 099	3 672	1,22	72 228	148 094		
18	Рентабельность	%	13,65%	14	420	25.02.12	0	75 099	67 573	75 099	2 480	1,24	73 430	74 654		
19	Средневзвешенный срок кредита	год	0,68	15	450	26.03.12	0	75 099	67 014	75 099	1 244	1,26	74 654	0		
20	Годовой процент доходности кредита	%/год	20,0%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
21				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
22				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
23	Динамические показатели			0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
24	Расчетная дата погашения	мес	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
25	Нормативная ставка дисконта (r)	%/год	10,0%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
26	Сумма дисконтированных поступлений	руб	1 066 026	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
27	Сумма дисконтированных платежей	руб	1 000 000	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
28	Дисконтированный доход (APV)	руб	66 026	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
29	Нормативный доход	руб	72 444	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
30	Инвестиционный доход	руб	139 470	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
31	Внутренняя ставка доходности (ВСД)	%/мес	1,67%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
32	Внутренняя норма доходности (ВНД, ИГ)	%/год	21,84%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
33	Дисконтная процентная ставка	%/год	20,0%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
34				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
35				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
36				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
37				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
38							3 608	1 000 000	1 000 000	1 139 470	1 066 026	139 470	139 470	16,88	1 000 000	8 308 230

Рис. 6. Инвестиционная модель кредита с ежемесячным погашением – вариант 1

А	В	С	Д	Е	Г	Н	И	К	Л	М	О	Р	Q	R		
Финансовый портрет инвестиционной модели кредита с ежемесячными погашением																
Исходные данные																
			период в днях	дата платежа	инвестц ия	инвест с дисконтом	поступл	поступл с дисконтом	денежный поток	% по кредиту	число вой рад	сумма погашения кредита	сальдо по кредиту			
		1 000 000	дн	руб	руб	руб	руб	руб	руб							
3	Сумма микрокредита	1 000 000														
4	Процент не возврата	%	5,0%	0	0	0	0	0	-1 000 000					1 000 000		
5	Процентная ставка	%/год	20,0%	1	30	31.01.11	0	83 333	82 645	83 333	16 667	1,00	66 667	933 333		
6	Срок кредита (число месяцев)	мес	15	2	80	02.03.11	0	82 222	80 859	82 222	15 556	1,00	66 667	866 667		
7	Темп роста/сокращения погашения	%/мес	0,80%	3	90	01.04.11	0	81 151	79 117	81 151	14 444	1,00	66 667	800 000		
8	Дата выдачи кредита		01.01.11	4	120	01.05.11	0	80 000	77 306	80 000	13 333	1,00	66 667	733 333		
9				5	150	31.05.11	0	78 859	75 882	78 859	12 222	1,00	66 667	666 667		
10				6	180	30.06.11	0	77 778	74 000	77 778	11 111	1,00	66 667	600 000		
11	Годовой процент доходности портфеля	%/год	11,58%	7	210	30.07.11	0	76 667	72 340	76 667	10 000	1,00	66 667	533 333		
12	Срок оборота портфеля кредитов	мес	8,0	8	240	29.08.11	0	75 556	70 702	75 556	8 889	1,00	66 667	466 667		
13				9	270	28.09.11	0	74 444	69 087	74 444	7 778	1,00	66 667	400 000		
14				10	300	28.10.11	0	73 333	67 493	73 333	6 667	1,00	66 667	333 333		
15	Сумма платежей	руб	1 000 000	11	330	27.11.11	0	72 222	65 921	72 222	5 556	1,00	66 667	266 667		
16	Сумма поступлений	руб	1 133 333	12	360	27.12.11	0	71 111	64 371	71 111	4 444	1,00	66 667	200 000		
17	Инвестиционный доход	руб	133 333	13	390	26.01.12	0	70 000	62 841	70 000	3 333	1,00	66 667	133 333		
18	Рентабельность	%	13,33%	14	420	25.02.12	0	68 889	61 333	68 889	2 222	1,00	66 667	66 667		
19	Средневзвешенный срок кредита	год	0,67	15	450	26.03.12	0	67 778	59 845	67 778	1 111	1,00	66 667	0		
20	Годовой процент доходности кредита	%/год	20,0%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
21				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
22	Динамические показатели			0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
23	Расчетная дата погашения	мес	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
24	Нормативная ставка дисконта (r)	%/год	10,0%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
25	Сумма дисконтированных поступлений	руб	1 063 633	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
26	Сумма дисконтированных платежей	руб	1 000 000	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
27	Дисконтированный доход (APV)	руб	63 633	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
28	Нормативный доход	руб	69 700	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
29	Инвестиционный доход	руб	133 333	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
30	Внутренняя ставка доходности (ВСД)	%/мес	1,67%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
31	Внутренняя норма доходности (ВНД, ИГ)	%/год	21,84%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
32	Дисконтная процентная ставка	%/год	20,0%	0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
33				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
34				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
35				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
36				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
37				0	0	0	0	0	0	0	0	0,00	0	0		
38							3 608	1 000 000	1 000 000	1 133 333	1 063 633	133 333	133 333	16,80	1 000 000	8 800 000

Рис. 7. Инвестиционная модель кредита с ежемесячным погашением – вариант 2

Финансовый портрет инвестиционной модели кредита с ежемесячным погашением															
Исходные данные				период	дата	инвестц	инвест с	поступл	поступл	денежный	% по	число	сумма	сальдо по	
				в днях	платежа	инв	дисконто	поступл	с	поток	кредиту	воп	погашени	кредиту	
						руб	м	руб	дисконто	руб		пад	я кредита		
3	Сумма микрокредита		1 000 000	дн		руб	руб	руб	руб	руб					
4	Процент не возврата	%	11,8%	0	01.01.11	1 000 000	1 000 000	0	0	-1 000 000				1 000 000	
5	Процентная ставка	%/год	20,0%	1	30.01.11		0	83 333	82 645	83 333	16 667	1,00	66 667	933 333	
6	Срок кредита (число месяцев)	мес	15	2	02.03.11		0	82 222	80 969	82 222	15 556	1,00	66 667	866 667	
7	Темп роста/снижения погашения	%/мес	0,00%	3	01.04.11		0	91 111	79 117	81 111	14 444	1,00	66 667	800 000	
8	Дата выдачи кредита		01.01.11	4	120.01.11		0	80 000	77 388	80 000	13 333	1,00	66 667	733 333	
9				5	150.01.11		0	78 889	75 682	78 889	12 222	1,00	66 667	666 667	
10	Расчетные данные			6	180.06.11		0	77 778	74 000	77 778	11 111	1,00	66 667	600 000	
11	Годовой процент доходности портфеля	%/год	0,00%	7	210.07.11		0	76 667	72 340	76 667	10 000	1,00	66 667	533 333	
12	Срок оборота портфеля кредитов	мес	8,0	8	240.08.11		0	75 556	70 702	75 556	8 889	1,00	66 667	466 667	
13				9	270.09.11		0	74 444	69 087	74 444	7 778	1,00	66 667	400 000	
14	Статические показатели			10	300.10.11		0	73 333	67 493	73 333	6 667	1,00	66 667	333 333	
15	Сумма платежей	руб	1 800 000	11	330.11.11		0	72 222	65 921	72 222	5 556	1,00	66 667	266 667	
16	Сумма поступлений	руб	1 133 333	12	360.12.11		0	71 111	64 371	71 111	4 444	1,00	66 667	200 000	
17	Инвестиционный доход	руб	133 333	13	390.01.12		0	70 000	62 841	70 000	3 333	1,00	66 667	133 333	
18	Рентабельность	%	13,33%	14	420.02.12		0	68 889	61 333	68 889	2 222	1,00	66 667	66 667	
19	Средняя заемный срок кредита	год	8,67	15	450.03.12		0	67 778	59 845	67 778	1 111	1,00	66 667	0	
20	Годовой процент доходности кредита	%/год	20,0%	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
21				0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
22	Динамические показатели			0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
23	Расчетная дата погашения	мес	0	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
24	Нормативная ставка дисконта (r)	%/год	10,0%	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
25	Сумма дисконтированных поступлений	руб	1 063 633	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
26	Сумма дисконтированных платежей	руб	1 000 000	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
27	Дисконтированный доход (МРЧ)	руб	63 633	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
28	Нормативный доход	руб	69 700	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
29	Инвестиционный доход	руб	133 333	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
30	Внутренняя ставка доходности (ВСД)	%/мес	1,67%	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
31	Внутренняя норма доходности (ВНД, ИР)	%/год	21,84%	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
32	Дисконтная процентная ставка	%/год	20,0%	0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
33				0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
34				0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
35				0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
36				0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
37				0	0		0	0	0	0	0,00	0,00	0	0	
38						руб	руб	руб	руб						
						3 600	1 800 000	1 000 000	1 133 333	1 063 633	133 333	133 333	15,00	1 800 000	8 600 000

Рис. 8. Инвестиционная модель кредита с ежемесячным погашением – вариант 3

Интересно, как будет выглядеть финансовый портрет для случая, когда процент невозврата приведет к убыткам таким, которые снизят доходность портфеля до нуля! Финансовый портрет для такого варианта представлен на рис. 8.

Уважаемый читатель, вы видите следующий результат: доход будет равен нулю для портфеля с кредитами, выданными с процентной ставкой 20% / год, при риске невозврата в 11,8% от объема портфеля.

Следует отметить, что эффективность инвестиций в кредит для всех трех вариантов одинакова. Небольшая разница в доходности портфеля на рис. 6 и 7 обусловлена небольшим уменьшением времени оборота у кредита с дифференцированным платежом (рис. 7) относительно варианта аннуитетного кредита (рис. 6).

4. ЧТО СЧИТАТЬ ПРЕМИЕЙ ЗА РИСК?

В изложенном выше методе расчета процентной ставки по кредиту ее величина обеспечивает компенсацию потерь от невозврата кредитов. Иначе говоря, при наступлении негативных событий по невозврату кредитов о премии речи не может быть. Процентная ставка лишь компенсирует имеющиеся потери. Премия возникнет в том случае, если расчет будем вести предполагая, что невозврат будет иметь место, а в реальности этого не случится. В условиях конкуренции, очевидно, правильный расчет должен учитывать реальные цифры невозврата. В этом случае выбор процентной ставки должен обеспечить необходимую рентабельность инвестиций в кредиты и компенсировать невозврат части активов.

Величина процентной ставки (см. уравнение (36)) зависит не только от риска невозврата, но и от срока кредита. Про этот фактор тоже не следует забывать. Зависимость процентной ставки от срока кредита (времени оборота кредитного актива $\tau_{об}$), не столь

очевидная, но весьма существенная. Наглядно эту зависимость покажем на графике рис. 9.

Из графика видим, что с уменьшением срока кредита процентная ставка существенно выше. Например, при сроке два месяца, что характерно для микро-кредитов, процентная ставка, характеризующая тот же процент невозврата, в разы больше чем для сроков восемь месяцев и более.

Полученное уравнение процентного дохода портфеля однородных кредитов позволяет определить процент невозврата β_H^0 , при котором убытки от невозврата сводят к нулю доходность портфеля:

$$\beta_H^0 = \frac{E_{кр} \tau_{об}}{1 + E_{кр} \tau_{об}}. \quad (34)$$

Назовем величину β_H^0 нулевым процентом невозврата. Произведение $E_{кр} \tau_{об}$ представляет собой величину процентного платежа по кредиту $p_{кр} = E_{кр} \tau_{об}$, выраженного в процентах относительно суммы кредита. В связи с этим уравнение может быть записано в следующем виде:

$$\beta_H^0 = \frac{p_{кр}}{1 + p_{кр}} \quad (35)$$

На рис. 10 представлен график роста нулевого процента невозврата в зависимости от величины процентного платежа $p_{кр}$ по кредиту.

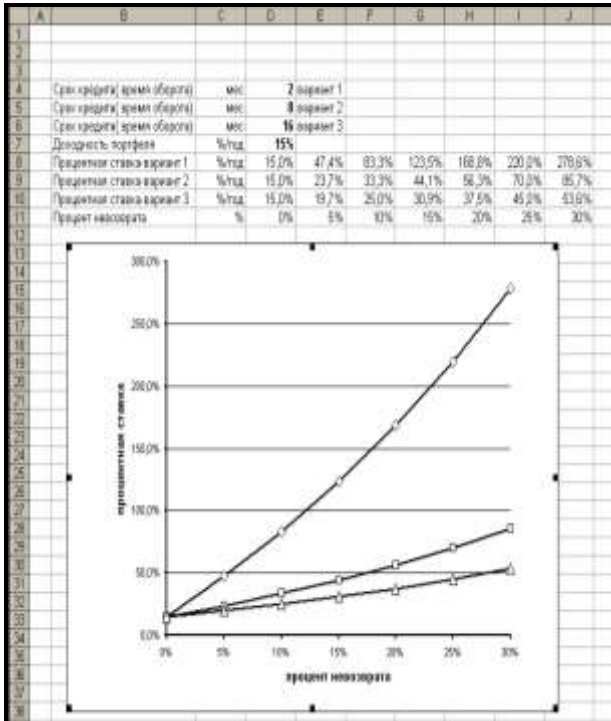


Рис. 9. Графики роста процентной ставки при риске невозврата кредитов для разных значений срока кредитов

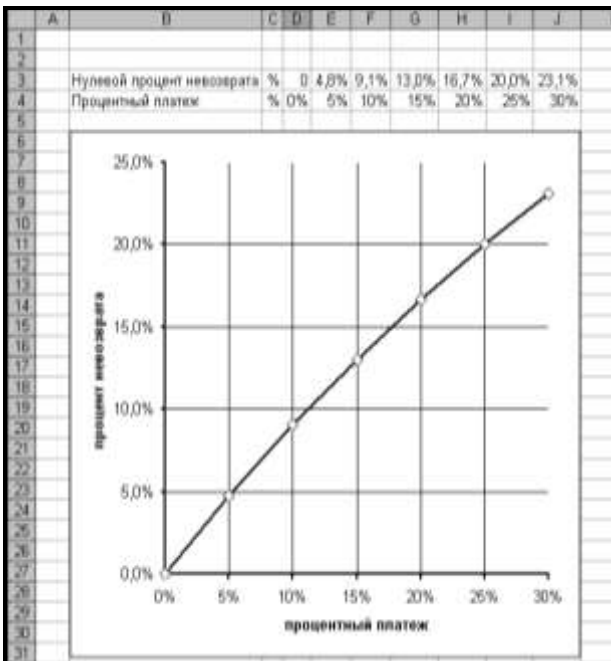


Рис. 10. Зависимость нулевого невозврата от процентного платежа по кредиту

Назовем премиальным процентом за риск невозврата кредитов величину премии, отнесенную к доходности портфеля однородных кредитов:

$$\delta E_a = \frac{E_{кр} - E_a}{E_a} \quad (36)$$

Величину премиального процента вычислим из уравнения (33) и (36):

$$\delta E_a = \frac{\beta_H}{(1 - \beta_H)} \left(1 + \frac{1}{E_a \tau_{об}}\right) = \frac{\beta_H}{(1 - \beta_H)} \left(1 + \frac{1}{p_{кр}}\right) \quad (37)$$

На рис. 11 показан график роста премиального процента δE_a в зависимости от процента невозврата β_H .

Из графика видим, что при невозврате в 15% от объема портфеля премиальный (компенсирующий) процент превысит величину доходности кредитного портфеля. Иначе говоря, доходность портфеля будет более, чем вдвое ниже процентной ставки по кредиту.

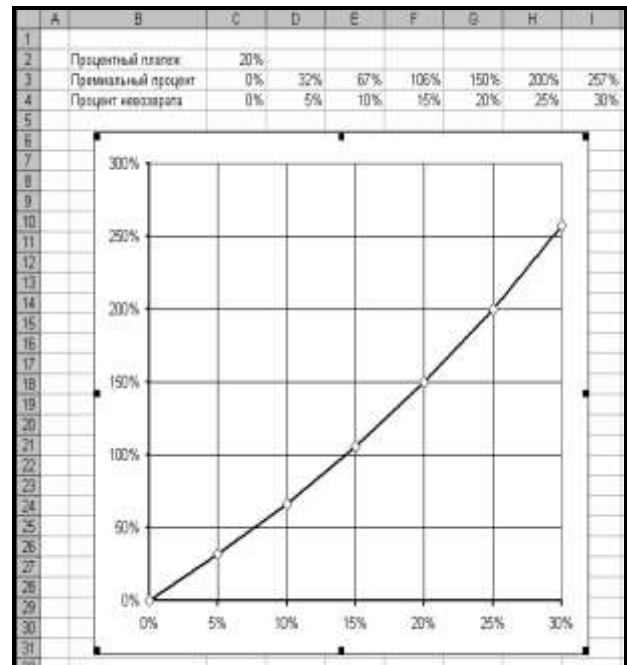


Рис. 11. График роста премиального процента с увеличением процента невозврата

5. ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ, КОМПЕНСИРУЮЩЕЙ РИСК НЕВОЗВРАТА КРЕДИТОВ

Разработанные экономико-математические модели применимы к портфелю однородных кредитов. Ревнивые специалисты банковского бизнеса могут задать вопрос: где в реальной практике банковской деятельности существуют портфели однородных кредитов? В любом банке портфели содержат множество кредитов с разными сроками и с разными суммами. А если так, то зачем гордиться огород?

Отвечу: во-первых, такие портфели можем наблюдать в сфере микрокредитов.

Во-вторых, любой портфель кредитов, содержащий разнородное множество кредитов можно привести к эквивалентному портфелю однородных кредитов. Для этого достаточно вычислить средневзвешенное значение суммы кредита для множества неоднородных кредитов и средневзвешенное значение срока (оборота). Соответственно, если в банке ведется статистика невозвратов, то следует вычислить соответствующую средневзвешенную величину процента невозврата. Таким образом, предложенные модели позволяют рассчитывать обоснованную величину средней процентной ставки, необходимой для компенсации невозврата кредитов в банке.

Что касается микрокредитов, то в этой сфере, как правило, имеется относительно не большое число стандартных ссуд. Это позволяет выделить для каждой стандартной ссуды свой портфель микрокредитов, организовать для соответствующего портфеля свою статистику невозвратов и, соответственно, рассчитать оптимальные процентные ставки для каждой стандартной ссуды.

Для портфелей с разнородными кредитами потребуются разработка программного обеспечения для расчета средневзвешенных параметров кредитного портфеля банка.

Ниже нами предлагаются алгоритмы расчета. Алгоритмы содержат следующие обозначения:

K_i – сумма i -го кредита,

t_i^H – дата выдачи кредита i -го кредита,

t_i^N – конечная дата погашения i -го кредита,

E_i – процентная ставка i -го кредита.

Программа должна вычислять следующие показатели кредитного портфеля на заданную дату t_D :

1. Объем кредитов на заданную дату t_D .

Алгоритм вычисления:

$$K_{кп} = \sum_i \text{ЕСЛИ} \left(t_i^H \leq t_D < t_i^N; K_i; 0 \right). \quad (38)$$

2. Средневзвешенную величину времени погашения кредитного портфеля – $\tau_{св}$.

Алгоритм вычисления:

$$\tau_{св} = \frac{\sum_i \text{ЕСЛИ} \left(t_i^H \leq t_D < t_i^N; (t_i^N - t_D) K_i; 0 \right)}{\sum_i \text{ЕСЛИ} \left(t_i^H \leq t_D < t_i^N; K_i; 0 \right)}. \quad (39)$$

3. Средневзвешенную величину объема кредитного портфеля $K_{св}$.

Алгоритм вычисления:

$$K_{св} = \frac{\sum_i \text{ЕСЛИ} \left(t_i^H \leq t_D < t_i^N; (t_i^N - t_D) K_i; 0 \right)}{\sum_i \text{ЕСЛИ} \left(t_i^H \leq t_D < t_i^N; (t_i^N - t_D); 0 \right)}. \quad (40)$$

4. Доход кредитного портфеля $D_{кп}$.

Алгоритм вычисления:

$$D_{кп} = \sum_i \frac{\text{ЕСЛИ} \left(t_i^H \leq t_D < t_i^N; (t_i^N - t_D) K_i E_i; 0 \right)}{365}. \quad (41)$$

5. Средневзвешенную величину доходности кредитного портфеля $E_{св}$ в % / год:

Алгоритм вычисления:

$$E_{св} = \frac{D_{кп} \cdot 365}{\tau_{св} K_{св}}. \quad (42)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Динамические модели роста кредитного портфеля расширяют сферу применения методов моделирования экономики на основе теории автоматического регулирования. Соединение этих моделей с практикой моделирования инвестиций в кредиты позволяет создать универсальный инструмент для банковских бизнес процессов. Представление таких моделей в форме финансового портрета инвестиционной модели кредита делает эти модели доступными не только банковским аналитикам, но и широкому кругу менеджеров в области банковского кредитования.

Рискует все – и тот, кто занижает риски, и тот, кто завышает риски. Завышенная ставка процента по кредиту – это риск потери клиентов, заниженная ставка – это риск невозврата. Хорошая теория и грамотный расчет менеджера – это то к чему мы стремились при написании аналитического исследования.

Приложение 1

ТАБЛИЦА ОПЕРАЦИОННЫХ СООТВЕТСТВИЙ

№	Оригинал $f(t)$	Изображение $F(s)$
1	$1(t) \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$	$\frac{1}{s}$
2	$K1(t)$	$\frac{K}{s}$
3	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$
4	e^{-at}	$\frac{1}{s + a}$
5	$\frac{1 - e^{-at}}{a}$	$\frac{1}{s(s + a)}$
6	$\frac{e^{bt} - e^{at}}{a - b}$	$\frac{s}{(s + a)(s + b)}$
7	$\frac{e^{-at} + at - 1}{a^2}$	$\frac{1}{s^2(s + a)}$
8	$\frac{1}{ab} + \frac{be^{-at} - ae^{-bt}}{ab(a - b)}$	$\frac{1}{s(s + a)(s + b)}$

Царьков Вячеслав Алексеевич

Литература

1. Кочович Е. Финансовая математика: теория и практика финансово-банковских расчетов [Текст] : пер. с сербского / Е. Кочович ; предисл. Е.М. Четыркина. – М. : Финансы и статистика, 1994. – 268 с.
2. Кредитный калькулятор [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www/Calculator-Credit.ru/>
3. Царьков В.А. Динамические модели экономики. Теория и практика экономической динамики [Текст] / В.А. Царьков. – М. : Экономика, 2007. – 213 с.
4. Царьков В.А. Экономико-математические модели инвестиций [Текст] : монография / В.А. Царьков, И.А. Семенова. – М. : LAP LAMBERT Publishing, 2012.

Ключевые слова

Кредит; эффективность кредитных инвестиций; процентная ставка; невозврат кредита; финансовый портрет кредита; дисконтирование; внутренняя норма доходности; средне-взвешенный срок кредита.

РЕЦЕНЗИЯ

Статья кандидата технических наук, начальника аналитического управления КБ «БФГ-Кредит» Царькова Вячеслава Алексеевича «Аналитическое исследование риска невозврата кредитов» написана на интересную тему моделирования бизнес-процесса кредитования с учетом рисков невозврата долга. Автором справедливо отмечено, что в известных широкому кругу читателей российских источниках отсутствуют четкие алгоритмы расчетов процентной ставки по кредиту в зависимости от заданной доходности и от доли невозврата кредитов. Актуальна поставленная автором задача при написании статьи: определить, каким образом обосновать прирост процентной ставки по кредиту с учетом рыночных условий и финансового положения кредитора. Можно согласиться с автором, что денежный поток от заемщиков должен обеспечить среднюю доходность банка по выданным кредитам и компенсировать упущенный денежный поток по невозвращенным долгам.

Представляет интерес подход автора к понятию «премия за риск невозврата кредита». Действительно, если речь идет о компенсации потерь кредитной организации, то следует ставить задачу планирования денежного потока с целью компенсации потерь невозврата долга вместо расчета трудно объяснимой «премии за риск». Таким образом, следует использовать совсем другой термин в отношении этой части процентной ставки. Можно рекомендовать автору ввести понятие «ставки компенсации потерь от невозврата по кредитному портфелю», так как задача исследования состоит в расчете такой ставки, которая компенсирует реальный процент невозврата кредитов. Тогда процентная ставка по кредиту может рассчитываться как сумма доходности и ставки компенсации потерь от невозврата.

В дальнейшем в процессе обоснования разработанной модели можно предложить автору усовершенствовать динамическую модель с учетом дополнительных алгоритмов расчета риска потери клиентов от завышенной ставки кредитования. Разработанная В.А. Царьковым динамическая модель построена по методу теории автоматического регулирования и включает уравнения расчета параметров финансовых потоков кредитного портфеля. Для учета в модели различных условий функционирования компании вводятся вектора потоков выданных кредитов, полученных процентных доходов и погашаемых кредитов.

Строгость математических выводов в статье позволяет говорить о появлении нового класса финансовых моделей в области кредитования, основанных на методах теории автоматического регулирования.

Можно сделать вывод, что статья Царькова Вячеслава Алексеевича «Аналитическое исследование риска невозврата кредитов» может быть рекомендована к публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Барыкин С.Е., д.э.н., профессор кафедры логистики и организации перевозок Санкт-Петербургского государственного инженерно-экономического университета