3. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

3.1. К ОБОСНОВАНИЮ МОДЕЛИ СКАЧКООБРАЗНОГО ИЗМЕНЕНИЯ СТОИМОСТИ АКЦИЙ С НЕЗАВИСИМЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ ЦЕНЫ

Басангов Ю.М., специалист по финансовым рынкам ООО УК «Интеграл»;
Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, профессор кафедры финансов и менеджмента Тверского института экологии и права

Ранее авторами было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО), известной в литературе как модель размножения-гибели. В настоящей работе изучается модель базового стационарного потока с независимыми реализациями. При этом уже нельзя гарантировать, что за малый промежуток времени система перейдет в соседний интервал и построенная на его основе СМО будет моделью рождения-гибели. Но переходная функция, являющаяся решением опережающей системы уравнений Колмогорова-Чепмена, может быть получена и в этом предельном случае в явном виде. Вот почему мы решили разобрать этот предельный случай отдельно. Таким образом, модель, изученная в предыдущей работе, и модель, предложенная в настоящей статье, представляют собой как бы два крайних случая зависимости случайных реализаций центрированной и нормированной цены.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается локально-глобальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже, и связанная с ней задача прогнозирования стоимости бизнеса, рассматриваемого, как стоимость все совокупности его голосующих акций [7, 8]. В работе [2] было показано, что поведение случайной цены акции $x = x(t)$, центрированной регрессией и нормированной среднеквадратическим отклонением (СКО) разности, можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО) с непрерывным временем. А именно, в СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели [4]. Будем отождествлять с состоянием k попадания очередного значения случайной величины (с.в.) x в отрезок X_k, на которые разбито множество возможных значений определяемое по известному правилу трех сигм. Предполагается марковость переходов в рассматриваемой СМО. Поэтому предлагаемую модель можно использовать лишь на стационарных прогнозных периодах, когда поведение изменения цены акции можно считать Марковским процессом.

В [2] предложенная модель, была перенесена на стоимость бизнеса, что позволило получить формулы позволяющие уточнить прогноз с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от ее регрессии через биржевой индекс, полученной по ретроспективным данным. В [3] предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса были аппроксимированы многочленами m-й степени от t и получена оценка точности аппроксимации, позволяющая определять величину m, обеспечивающую нужную точность расчетов.

В работе [1] мы вернулись к исходной модели СМО, чтобы корректно обосновать способы определения плотностей переходов без обращения к статистике, если известен статистический закон распределения с.в. $x = x(t)$. Исходная модель построения базового стационарного процесса в виде розыгрышей значений одинаково распределенной с.в. x в дискретные моменты времени t_m, образующие простейший поток, была взята из [5]. Только в [7] реализации $x_m = x(t_m)$ предполагались независимыми, а у нас в [1] допускается их зависимость. Возможны самые разные модели этой зависимости. В [1] была рассмотрена одна из них. Следующее значение $x_m = x(t_m)$ с.в. x предполагалось в ней распределенным по тому же закону, что и сама x, но при условии, что его значение будет принадлежать отрезку $[x_{k-2}, x_{k+1}]$, состоящему из трех соседних интервалов X_{k-1}, X_k, X_{k+1}. Тогда,

- во-первых, будет верна гипотеза, что за один скачок можно перейти лишь в соседний интервал;
- во-вторых, вероятности $P_{ik}, k = i-1, i, i+1,$ попадания в интервалы X_{k-1}, X_k, X_k могут быть выражены через априорные вероятности $P_k, k = 1,2,\dots,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k, которые можно оценить статистически, построив соответствующую гистограмму.

В настоящей работе мы возвращаемся к модели базового стационарного потока с независимыми реализациями с.в. x из [5]. При этом уже нельзя гарантировать, что за малый промежуток времени система перейдет в соседний интервал, и построенная на его основе СМО уже не будет моделью рождения-гибели. Но переходная функция, являющаяся решением опережающей системы уравнений Колмогорова-Чепмена, может быть получена в этом предельном случае в явном виде. Вот почему, мы решили разобрать этот предельный случай отдельно. Таким образом, модель, изученная в [1], и модель, предложенная в настоящей статье, представляют собой как бы два крайних случая зависимости случайных реализаций центрированной и нормированной цены. Полученные простые формулы позволяют смоделировать, как происходит нестационарный переходный процесс в стационарной системе, моделирующей изменение центрированной и нормированной цены акции, что позволяет практикующими оценщиками оценивать изменение вероятностей принадлежности цены отрезку $X_k, k = 1,2,\dots,N,$ если в начальный момент она принадлежала отрезку X_i и рассчитывать локально-глобальные критерии, предложенные в наших прежних работах для оценки действий брокера фондовой биржи и делают предложенный подход практически значимым, а также могут служить теоретической основой для обоснования корректности предложенной модели.

1. Формализация задачи

Будем отождествлять стоимость бизнеса со стоимостью всех его голосующих акций. Предположим, что эти акции котируются на бирже. Тогда для изменения стоимости акции можно использовать модель СМО, предложенную в [2] с учетом дальнейших изменений. Обозначим через $Y(t) = aR(t) + b$ регрессию цены $X(t)$ через биржевой индекс $R(t)$ и рассмотрим их разницу $d(t) = X(t) - Y(t)$, нормированную ее среднеквадратическим отклонением (СКО):

$$\sigma_d(t) = [D_X(t) - K^2_{XR}(t,t) / D_R(t)]^{1/2}, \qquad (1)$$

которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Здесь D_X, D_R, K_{XR} - дисперсия $X(t), Y(t)$ и их ковариация, соответственно.

Получается центрированная, нормированная с.в.

$$x = x(t) = \frac{X(t) - aR(t) - b}{\sigma_d} \qquad (1^*)$$

с $m_x = m = 0, \sigma_x = \sigma = 1$, которую в простейшем случае можно считать подчиненной нормальному закону распределения. И она будет не коррелированна с выбранным биржевым индексом $R(t)$, т.е. отражать отличные от общей тенденции рынка индивидуальные ценообразующие факторы. Строго говоря, чтобы для корректности такой модели, нужно постулировать, что сечения нормированной стоимости $x(t)$ одинаково распределены. В частности, неслучайные величины

$$a = a(t) = K_{XR}(t,t)/D_R(t); \quad (2)$$

$$b = b(t) = M_X(t) - a(t)M_R(t) \quad (3)$$

и СКО (1) есть величины постоянные. Для этого достаточно, чтобы процессы $X = X(t), R = R(t)$, были стационарными и стационарно связанными [5], что и предполагается далее. Напомним, что стационарно связанными называются две случайные функции $X = X(t), R = R(t)$, если их взаимная корреляционная функция зависит только от разности аргументов $\tau = t_2 - t_1$:

$$K_{XR}(t_1,t_2) = k_{XR}(\tau). \quad (4)$$

Из сделанных предположений вытекает стационарность процесса (2) (см. [6]).

С практической точки зрения значения с.в. x не выходят за пределы отрезка $[-3,3]$. Разобьем этот отрезок на N частей длины $\delta_N = 6/N$ точками: $x_k = -3 + \delta_N k,$ $k = 0,1,\ldots,N.$ Обозначим (ср. с [2]):

$$X_k = [x_{k-1}, x_k], k = 1,2,\ldots,N.$$

И будем отождествлять с событием X_k попадания очередного значения с.в. x в отрезок $X_k, k = 1,2,\ldots,N.$

Замечание 1

Можно добавить для точности еще нулевое и $(N+1)$-е состояние:

$$X_0 = (-\infty, x_0], X_{N-1} = [x_N, +\infty).$$

Предполагается, что центрированная, нормированная цена x меняется скачками, и поток скачков изменения случайной цены x является простейшим, а сами скачки представляют собой независимые реализации случайной величины x [5]. При этом уже нельзя гарантировать, что за малый промежуток времени система перейдет в соседний интервал, и построенная на его основе СМО, в отличие от [2] и последующих за ней работ, уже не будет моделью рождения-гибели [4].

Обозначим плотность числа переходов из состояния $X_k, k = 1,2,\ldots,N,$ в состояние $X_j, j = 1,2,\ldots,N,$ через λ_{kj}.

2. Определение плотностей переходов

В модели предполагается статистическое оценивание плотности переходов λ_{kj}, μ_{jk}. Однако иногда для этого недостаточно данных. Можно представить, например, что построена гистограмма распределения с.в. x, т.е. имеется статистическая оценка априорных вероятностей $P_k, k = 1,2,\ldots,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k. Исходная модель построения базового стационарного процесса в виде розыгрышей значений одинаково распределенной с.в. x в дискретные моменты времени t_m, образующие простейший поток, взята нами из [5]. Как и в [5] реализации $x_m = x(t_m)$ предполагаются в настоящей работе независимыми. Тогда плотности вероятностей переходов можно найти по формуле:

$$\lambda_{kj} = \lambda P_j, k \neq j, \quad (5)$$

где λ – плотность базового Пуассоновского потока скачков t_m.

3. Опережающие уравнения Колмогорова-Чепмена

Пусть, по определению $p_{ik} = p_{ik}(t)$ – вероятность того, что в момент t цена принадлежит отрезку $X_k, k = 1,2,\ldots,N,$ при условии, что в момент ноль система находилась в состоянии i. Тогда при условии марковости процесса выполняется так называемая система опережающих дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена [5]:

$$\frac{dp_{ik}}{dt} = -\sum_{j\neq k}\lambda_{kj}p_{ik}(t) + \sum_{j\neq k}\lambda_{jk}p_{ij}(t) = -\lambda p_{ik}(t)\sum_{j\approx k}P_j + P_k\lambda\sum_{j\neq k}p_{ij}(t), k = 1,2,\ldots,N. \quad (6)$$

Граничные условия для уравнения (6) имеют вид:

$$p_{ik}(0) = \begin{cases} 1, k = i, \\ 0, k \neq i. \end{cases} \quad (7)$$

Система (6) однородна, но так же, как это было сделано в [2], показывается, что ее решения, удовлетворяющие начальному условию (7), связаны тождеством:

$$\sum_{k=1}^{N} p_{ik}(t) = 1. \quad (8)$$

Таким образом, уравнение (8) дает первый интеграл однородной N – мерной системы (6, 7) и позволяет исключить одну переменную.

С другой стороны априорные вероятности $P_k, k = 1,2,\ldots,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k связаны аналогичным тождеством:

$$\sum_{k=1}^{N} P_k = 1, \quad (9)$$

позволяющими выразить P_k через остальные априорные вероятности:

$$P_k = 1 - \sum_{j\neq k} P_k. \quad (10)$$

Подставляя выражение (10) в (6) и воспользовавшись тождеством (9), получим уравнение:

$$\frac{dp_{ik}}{dt} = -\lambda\sum_{j\neq k}P_j + \lambda\sum_{j\neq k}p_{ij}(t). \quad (11)$$

Воспользовавшись еще раз уравнениями (8, 9) приходим к распадающейся системе неоднородных линейных уравнений:

$$\frac{dp_{ik}}{dt} = \lambda P_k - \lambda p_{ik}(t), k = 1,2,\ldots,N. \quad (12)$$

Ее решение, удовлетворяющее начальному условию (7), имеет вид:

$$p_{ik}(t) = \begin{cases} P_i + (1 - P_i)e^{-\lambda t}, k = i, \\ P_k - P_k e^{-\lambda t}, k \neq i. \end{cases} \quad (13)$$

Видно, что предельными значениями этих вероятностей будут априорные вероятности $P_k, k = 1,2,...,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k.

4. Выражение для условного матожидания цены

Цена перейдет за время t в состояние k с вероятностью $p_{ik} = p_{ik}(t)$. Условное матожидание $m_i = m_i(t) = M(x(t)|x(0) \in X_i)$ центрированной, нормированной цены акции, при условии, что в начальный момент ее нормированная, центрированная цена находилась в i-м диапазоне, составляет [1]:

$$m_i = \sum_{k=1}^{N}(x_k - \delta_N/2)p_{ik}(t) = \sum_k x_k p_{ik} - \delta_N/2. \quad (14)$$

Замечание 2

Если согласно замечанию 1 добавлены состояния $X_0 = (-\infty, x_0], X_{N-1} = [x_N, +\infty)$, то формула (23), по крайней мере, для нормального закона с.в. x распределения будет иметь вид:

$$m_i = \sum_{k=1}^{N}(x_k - \delta_N/2)p_{ik}(t) + (\sqrt{\frac{2}{\pi}} * \frac{e^{-3^2/2}}{1-\Phi(3)} + \delta_N/2 - 3)[p_{01}(t) + p_{N,N+1}(t)] \approx \sum_k (x_k - \delta_N)p_{ik} + (3{,}33 + \delta_N/2)[p_{01} + p_{N,N-1}]. \quad (15)$$

Здесь функция Φ представляет функцию распределения стандартного нормального закона с $m_x = m = 0,$ $\sigma_x = \sigma = 1$:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}} dx,$$

которая затабулирована в специальных таблицах (см., например, [5]). В частности, $\Phi(3) \approx 0{,}9986$. Заметим, то сумма вероятностей $p_{01} + p_{N,N-1}$ в случае нормального закона распределения с.в. x должна быть не больше 1%.

Для других распределений предлагаемая поправка будет определенным приближением в силу центральной предельной теоремы теории вероятностей, если считать с.в. x суммой достаточно большого числа слагаемых, что обычно верно.

Условное среднее локально-глобального выигрыша для стратегии покупки (call) голосующих акций общества все это время от нуля до t, при условии, что система в начальный момент $t = 0$ находилась в состоянии i, составляет [2]:

$$W_i = \sum_{k=1}^{N}(k-i)\delta_N p_{ik}(t) = \delta_N \sum_k (k-i)p_{ik}. \quad (16)$$

Таким образом, критерием применения стратегии call (все это время) является условие:

$$W_i(t) > 0, \quad (17)$$

т.е. ожидаемый рост цены акции. Для стратегии продажи (put) все будет наоборот.

Более объективно ориентироваться на среднюю норму выигрыша в качестве критерия за время t [2]:

$$\overline{W_i} = \sum_{k=1}^{N}\delta_N(k-i)p_{ik}(t)/t = \delta_N / t\sum_k (k-i)p_{ik}(t). \quad (18)$$

Тогда продажа акции может планироваться в момент t, когда средняя норма прибыли опускается ниже минимально необходимого для рентабельности этой операции.

5. Пример расчета критериев для нормального распределения

Предположим, например, что исходные данные задачи принимают следующие значения:

$$n = 5, i = 4. \quad (19)$$

С учетом (13) выражение (14) принимает вид:

$$\begin{aligned} m_i &= \sum_{k=1}^{N}(x_k - \delta_N/2)p_{ik}(t) = \\ &= (1-e^{-\lambda t})\sum_{k \neq i}(x_k - \delta_N/2)P_k + \\ &+ [P_i + (1-P_i)e^{-\lambda t}](x_i - \delta_N/2) = \\ &= (1-e^{-\lambda t})\sum_{k=1}^{N}(x_k - \delta_N/2)P_k + e^{-\lambda t}(x_i - \delta_N/2) \approx \\ &\approx e^{-\lambda t}(x_i - \delta_N/2). \end{aligned} \quad (20)$$

Мы воспользовались тем обстоятельством, что последняя сумма в (20) представляет собой статистическую оценку предельного значения $m_i(\infty) = 0$ матожидания центрированной цены x.

Более содержательными являются броккерские критерии (16, 18):

$$W_i = \sum_{k=1}^{N}(k-i)\delta_N p_{ik}(t) = \delta_N \sum_k (k-i)p_{ik} = \delta_N(1-e^{-\lambda t})\sum_{k \neq i}(k-i)P_k. \quad (21)$$

$$\overline{W}_i = W_i/t = \delta_N / t\sum_k (k-i)p_{ik} = \delta_N(1-e^{-\lambda t})/t\sum_{k \neq i}(k-i)P_k. \quad (22)$$

Нормированный множитель можно разложить в ряд:

$$\frac{1-e^{-\lambda t}}{t} = \lambda(1 - \frac{(\lambda t)^1}{2!} + \frac{(\lambda t)^2}{3!} - ...). \quad (23)$$

Оставляя в этом ряду m членов, получим приближенную формулу. Точность полученной аппроксимации при $m = 3$, получается по формуле [1]:

$$\Delta = \Delta(3) = 20(\lambda t)^3/3! = \frac{10}{3}(\lambda t)^3. \quad (24)$$

Например, при $\lambda t = 0{,}3$, она составит $\Delta = 0{,}09 = 9\%$.

Расчет базового критерия (21) при $i = 4$ приведен в табл. 1.

Таблица 1

РАСЧЕТ БАЗОВОГО КРИТЕРИЯ

Показатель	Номер по порядку						Сумма
k	0	1	2	3	4	5	
x_k	-3	-1,8	-0,6	0,6	1,8	3	-
$\Phi(x_k)$	0,0014	0,0359	0,2743	0,7257	0,9641	0,9986	-
P_k	-	0,0345	0,2384	0,4514	0,2384	0,0345	0,9972
$k-i$	-	-3	-2	-1	0	1	
$(k-i)P_k$	-	-0,1035	-0,4768	-0,4514	0	0,0345	-0,9972
$\delta_N * (k-i)P_k$	-	-	-	-	-	-	-0,59832

Видно, что все время условие (17) не выполняется. Это означает, что рекомендуется применять стратегию put.

6. Предельная переходная функция

В пределе при $\delta_N \to +0$ можно из формулы (13) для вероятностей состояний можно получить плотность соответствующего условного распределения. Предположим, что все сечения $x(t)$ представляют собой одинаково распределенную величину с плотностью $f(x)$ и матожиданием m_x тогда предельным переходом в (13) при $\delta_N \to +0$ можно получить следующее выражение для переходной функции [6] нашего процесса:

$$p_t(u,E) = (1-e^{-\lambda t})\int_E f(x)dx + e^{-\lambda t}\aleph(u,E), \qquad (25)$$

где $\aleph(u,E)$ – функция инцидентности точки u множеству $E \subset R_1$, равная единице, если точка принадлежит множеству и нуль, в противном случае. Напомним, что переходная функция представляет по определению вероятность принадлежности с.в. $x(t)$ измеримому по Лебегу множеству E на действительной прямой R_1. Плотность $p_t(u,v)$ условного распределения $x(t)$ при условии, что $x(0) = u$ почти наверное (п.н.) выражается соответственно формулой:

$$p_t(u,v) = (1-e^{-\lambda t})f(v) + e^{-\lambda t}\delta(u-v), \qquad (26)$$

где $\delta(u-v)$ – δ – функция, т.е. обобщенная функция, удовлетворяющая для любой непрерывной функции $\varphi(v)$ условию:

$$\varphi(u) = \int_E \varphi(v)\delta(u-v)dv. \qquad (27)$$

Функция $\delta(u-v)$ – представляет собой обобщенную плотность вероятности дискретной с.в. сидящей в точке u. В частности, ее матожидание тоже равно u:

$$u = \int_E v\delta(u-v)dv. \qquad (28)$$

Таким образом, предельная плотность условного распределения (26) представляет собой плотность распределения смешанной дискретно-непрерывной с.в. Переходя к среднему, с помощью полученной предельной плотности условного распределения (26), получим формулу для условного среднего:

$$m_u(t) = (1-e^{-\lambda t})m_x + e^{-\lambda t}u. \qquad (29)$$

Из этой формулы следует в частности, что,

$$m_u(0) = u, \qquad (30)$$

$$m_u(t) \to m_x, t \to \infty. \qquad (31)$$

Брокерские критерии в данном случае будут иметь вид:

$$W_u(t) = (1-e^{-\lambda t})m_x + e^{-\lambda t}u - u = (1-e^{-\lambda t})(m_x - u), \qquad (32)$$

$$\overline{W}_u(t) = (m_x - u)(1-e^{-\lambda t})/t, \qquad (33)$$

Рассмотрим функцию

$$f(t) = (1-e^{-\lambda t})/t \qquad (34)$$

Тогда

$$f(0) = \lambda, \qquad (35)$$

$$f(t) \to 0, t \to \infty, \qquad (36)$$

и имеет асимптоту $1/t$.

Найдем производную функции $f(t)$:

$$f'(t) = \frac{-e^{-\lambda t}(-\lambda)t - (1-e^{-\lambda t})*1}{t^2} = \frac{1}{t^2}[e^{-\lambda t}(\lambda t+1) - 1] = \frac{e^{-\lambda t}}{t^2}[1+\lambda t - e^{\lambda t}] = -\lambda^2 e^{-\lambda t}(1/2! + \lambda 1/3! + \lambda^2/4! + \dots) < 0. \qquad (37)$$

Таким образом, функция $f(t)$ убывает от $f(0) = \lambda$ до 0 при $t \to \infty$. Это означает, что в зависимости от знака $m_x - u$ она имеет в нуле максимум или минимум. Пусть, например, $m_x - u > 0$, тогда следует применять стратегию coll, до момента t_0, который находится из уравнения:

$$\overline{W}_u(t) = (m_x - u)(1-e^{-\lambda t})/t = i_0, \qquad (38)$$

где i_0 – минимально допустимая норма дохода для брокера.

Уравнение (38) имеет решение при выполнении условия:

$$(m_x - u)\lambda \ge i_0. \qquad (39)$$

Для стратегии put анализ производится совершенно аналогично.

Вот, как до конца решаются эти вопросы для рассматриваемой модели [5] стационарного процесса независимых случайных реализаций с.в. x в моменты времени образующие простейший поток. Получается, действительно нестационарный переходный процесс в стационарной системе, как раз пример того, как нужно завершать любое исследование такого рода. Вычислением предельной переходной функции, условного среднего и брокерских критериев, даже если вначале была использована дискретная аппроксимация непрерывной модели, например, на базе построения соответствующих СМО.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложено уточнение исходной модели базового процесса, который лежит в основе построения СМО типа размножения-гибели в поддержку принятия брокерских решений из [1]. Только в [1] реализации $x_m = x(t_m)$ предполагались зависимыми, а в настоящей работе был рассмотрен случай их независимости. Следующее значение $x_m = x(t_m)$ с.в. x предполагается распределенным по тому же закону, что и сама x, но в отличие от [1] может принадлежать уже любому интервалу $X_k, \kappa = 1,2,\dots,N.$ Тем не менее и в этом случае вероятности $P_{ik}, k = 1,2,\dots,N,$ попадания в интервалы $X_k, \kappa = 1,2,\dots,N,$ могут быть выражены через априорные вероятности $P_k, k = 1,2,\dots,N,$ принадлежности с.в. x отрезку X_k, которые можно оценить статистически, построив соответствующую гистограмму. Получены формулы для плотностей переходов через указанные априорные вероятности, что позволяет избежать их статистического оценивания, которое требует существенно большую выборку, чем построение гистограммы распределения с.в. x. Обоснованы приближенные формулы для брокерских критериев из [2], которые могут быть использована брокерами фондового рынка для прогнозирования продажной цены акций, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

В пределе при $\delta_N \to +0$ из полученных формул для вероятностей состояний получена плотность предельного условного распределения. В общем случае, чтобы так можно было делать, нужно, чтобы этот предельный процесс существовал. Если он не существует, то процедура его аппроксимации напоминает ловлю черной кошки в темной комнате, при условии, что ее там вообще нет. К сожалению, некоторые скороспелые исследования в этой области напоминают эту ситуацию. Именно поэтому в классической теории случайных процессов [6] начинают с процесса, удовлетворяющего определенным свойствам, доказывают его существование, а потом уже выясняют, при каких условиях к нему сходятся те или иные последовательности других, аппроксимирующих процессов. Потому, что процессов с некоторым набором априорных свойств может просто не существовать, или наоборот быть много и не определять его однозначно. Поэтому, например, не вполне корректно дать дискретную схему, приводящую к СМО и предложить статистически оценить плотности переходов. Поскольку она может не удовлетворять, например, требованию пуасоновости потока событий. Или не существовать предельного непрерывного процесса, если априорно постулируется его непрерывность, к которому сходится последовательность вероятностей состояний, когда пространственный дискрет стремится к нулю. Лучше, наоборот, начинать с уже существующего процесса, а потом его аппроксимировать дискретным, чтобы в пределе получить его переходную функцию.

Литература

1. Басангов Ю.М. К прогнозированию изменения стоимости акции на основе СМО типа рождения-гибели [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2012. – №1. – С. 91-95.
2. Басангов Ю.М. О модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2010. – №6. – С. 107-112.
3. Басангов Ю.М. Об одной аппроксимации решения системы уравнений Колмогорова-Чепмена для модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2011. – №1. – С. 70-74.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций [Текст] : в 3 т. / Г. Вагнер. Т. 3. – М. : Мир, 1973. – 501 с.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей [Текст] / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Наука, 1973. – 368 с.
6. Ламперти Дж. Вероятность [Текст] / Дж. Ламперти. – М. : Наука, 1973. – 184 с.
7. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и/или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России». – Deloitte&Touche. – декабрь 2003-март 2005.
8. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.

Ключевые слова

Система массового обслуживания (СМО); СМО типа размножения-гибели; применение к локальной задаче прогнозирования цены акции; возможные нормировки случайной цены акции; их преимущества и недостатки; нормировка цены акции через ее матожидание; нормировка цены акции через биржевой индекс; стационарный поток с независимыми реализациями; опережающая система уравнений Колмогорова-Чепмена; два крайних случая зависимости случайных реализаций центрированной и нормированной цены.

Басангов Юрий Михайлович

Перевозчиков Александр Геннадьевич

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается локальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже. Оказывается, что поведение случайной цены акции можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО). Ранее было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели. В настоящей работе рассматривается другая нормировка цены акции. Для этого нужно построить регрессию цены через биржевой индекс и рассмотреть их разницу, нормированную ее среднеквадратическим отклонением (СКО), которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Получается нормированная случайная величина (с.в.) с матожиданием ноль и дисперсией единица, не коррелированная с выбранным биржевым индексом.

Один из способов прогнозирования индекса был предложен авторами ранее и называется лог-нормальной моделью прогнозирования. Поэтому предлагаемая модель прогноза может быть сопряжена с ней. Для этого достаточно выразить прогнозируемую цену акции через прогноз нормированной цены и прогноз индекса. Строго говоря, чтобы такая формула имела место, нужно постулировать, что нормированные стоимости одинаково распределены, но возможно зависимы для различных моментов времени. В частности, их вариация и СКО есть величина постоянная.

В настоящей работе изучается модель базового стационарного потока с независимыми реализациями. При этом уже нельзя гарантировать, что за малый промежуток времени система перейдет в соседний интервал, и построенная на его основе СМО будет моделью рождения-гибели. Но переходная функция, являющаяся решением опережающей системы уравнений Колмогорова-Чепмена, может быть получена и в этом предельном случае в явном виде. Вот почему авторы решили разобрать этот предельный случай отдельно. Таким образом, модель, изученная в предыдущей работе, и модель, предложенная в настоящей статье, представляют собой как бы два крайних случая зависимости случайных реализаций центрированной и нормированной цены.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья Ю.М. Басангова, А.Г. Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, проректор по научной работе Тверского института экологии и права, декан факультета экономики и менеджмента