3.3. К ОБОСНОВАНИЮ ПРОЦЕССА НЕСТАЦИОНАРНОГО ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕНЫ АКЦИЙ НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ С ОТРАЖАЮЩИМ ЭКРАНОМ

Басангов Ю.М., специалист по финансовым рынкам ООО УК «Интеграл»;
Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, профессор кафедры финансов и менеджмента Тверского института экологии и права

Ранее авторами было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания, известной в литературе, как модель размножения-гибели. В настоящей работе мы обращаемся к нестационарной марковской модели броуновского движения. Такими моделями корректнее описывать периоды случайного роста или падения цены акций. Поскольку такие периоды принципиально нестационарные, то для их описания нужны адекватные нестационарные процессы. Вместе с тем требование локальной марковости остается. Поэтому мы и остановились, прежде всего, на исследовании возможности обоснования процесса нестационарного изменения цены акций на основе модели броуновского движения, которая является одновременно нестационарной и марковской. С отражающим экраном в нуле, поскольку ненормированная цена акции не может быть меньше нуля. Таким образом, мы отказываемся и от нормировки и центрирования цены, поскольку для нестационарного процесса это бессмысленно.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается локально-глобальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже, и связанная с ней задача прогнозирования стоимости бизнеса, рассматриваемого, как стоимость все совокупности его голосующих акций [7, 8]. В работе [1] было показано, что поведение случайной цены акции $x = x(t)$, центрированной регрессией и нормированной среднеквадратическим отклонением (СКО) разности, можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО) с непрерывным временем. А именно в СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели [4]. Предполагалась марковость переходов в рассматриваемой СМО. Поэтому предлагаемую модель можно использовать лишь на стационарных прогнозных периодах, когда поведение изменения цены акции можно считать марковским процессом.

В [1] предложенная модель, была перенесена на стоимость бизнеса, что позволило получить формулы позволяющие уточнить прогноз с учетом того обстоятельства, насколько стоимость бизнеса на дату оценки, полученная другими подходами, отличается от ее регрессии через биржевой индекс, полученной по ретроспективным данным. В [2] предложенные формулы для условного среднего стоимости бизнеса были аппроксимированы многочленами m-й степени от t и получена оценка точности аппроксимации, позволяющая определять величину m, обеспечивающую нужную точность расчетов.

В работе [3] мы вернулись к исходной модели СМО, чтобы корректно обосновать способы определения плотностей переходов без обращения к статистике, если известен статистический закон распределения с.в. $x = x(t)$. Исходная модель построения базового стационарного процесса в виде розыгрышей значений одинаково распределенной с.в. x в дискретные моменты времени t_m, образующие простейший поток, была взята из [5]. Только в [5] реализации $x_m = x(t_m)$ предполагались независимыми, а у нас в [3] допускается их зависимость. Возможны самые разные модели этой зависимости.

В настоящей работе мы обращаемся к нестационарной марковской модели броуновского движения (см., например, [6]). Такими моделями корректнее описывать периоды случайного роста или падения цены акций, которые так ценят брокеры фондового рынка. Потому что именно на этих периодах удается зарабатывать, играя соответственно на повышение или понижение. Поскольку такие периоды принципиально нестационарные, то для их описания нужны адекватные нестационарные процессы. Вместе с тем требование локальной марковости остается. Поэтому мы и остановились прежде всего на исследовании возможности обоснования процесса нестационарного изменения цены акций на основе модели броуновского движения, которая является одновременно нестационарной и марковской. С отражающим экраном в нуле, поскольку ненормированная цена акции не может быть меньше нуля. Таким образом, мы отказываемся и от нормировки и центрирования цены, поскольку для нестационарного процесса это бессмысленно.

Любопытно, что при этом мы используем фактически второй подход, указанный в [6], допускающий гораздо большую гибкость в конструировании различных стохастических процессов. Если в моделях СМО переходная функция получается в результате решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена для вероятностей состояний, то в нестационарном процессе броуновского движения она известна априорно, как решение дифференциального уравнения Колмогорова-Чепмена в частных производных, известного в матфизике, как уравнения теплопроводности, и приводит к процессу броуновского движения. Но ведь нам, собственно, и нужна переходная функция, чтобы получать соответствующие условные распределения цены акции, при условии, что в данный момент она приняла определенное значение. Однако если брать стандартный винеровский процесс без отражающего экрана, то полученные распределения будут симметричными нормальными распределениями со средним как раз в наблюдаемом в начальный момент времени значение цены. Это приводит к тому, что условное среднее в любой момент времени будет также совпадать с наблюдаемым вначале, и все критерии, предложенные в наших прежних работах для оценки действий брокера фондовой биржи, оказываются вырожденными.

Содержательная модель нестационарного изменения цены, как показано в настоящей работе, возникает, если использовать броуновское движение с отражающим экраном в нуле, что имеет ясный экономический смысл, и делает предложенный подход практически значимым, а также служит теоретической основой для обоснования корректности предложенной модели.

1. Формализация задачи

Будем отождествлять стоимость бизнеса X со стоимостью всех его голосующих акций. Предположим, что эти акции котируются на бирже. Обозначим через $x(t)$ цену акции в момент времени $t \in [0,+\infty)$ и предположим, что в момент $t = 0$ она приняла значение $u \in [0,+\infty)$ почти наверное (п.н.) :

$$x(0) = u. \tag{1}$$

Предположим, что случайный процесс $X = X(t)$ адекватно описывается нестационарой моделью броуновского движения, задаваемого переходной функцией [6]:

$$p_t(u,E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi ct}} \int_E \left(e^{-(v-u)^2/2ct} + e^{-(v+u)^2/2ct}\right) dv, \tag{2}$$

где $u \geq 0, E \subset [0,+\infty)$;

c – константа, которая определяет масштаб времени и оценивается статистически.

В теоретических исследованиях можно считать, что $c = 1$, изменив соответственно масштаб времени, что мы и будем делать дальше. Величина (1) представляет собой вероятность того, что случайная величина (с.в.) $x(t)\in E$. Поэтому подынтегральная функция в (2) представляет собой плотность $f_t(u,v)$ условного распределения с.в. $x(t)$ в момент времени t, при условии, что при $t=0$ она принимает значение (1) п.н.:

$$f_t(u,v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi ct}}\left(e^{-(v-u)^2/2t}+e^{-(v+u)^2/2t}\right). \qquad (3)$$

2. Выражение для условного матожидания цены

Условное матожидание $m_u=m_u(t)=M(x(t)|x(0)==u,п.н.)$ цены акции $x(t)$, при условии, что в начальный момент ее цена принимала значение $u\in[0,+\infty)$ почти наверное (п.н.) составит:

$$m_u=\frac{1}{\sqrt{2\pi t}}\int_0^\infty v\left(e^{-(v-u)^2/2t}+e^{-(v+u)^2/2t}\right)dv=I_1+I_2. \qquad (4)$$

Разобьем его на два интеграла I_1,I_2:

$$I_1=\frac{1}{\sqrt{2\pi t}}\int_0^\infty(v-u+u)\left(e^{-(v-u)^2/2t}\right)d(v-u)=$$
$$=\sqrt{\frac{t}{2\pi}}\int_0^\infty e^{-(v-u)^2/2t}d(v-u)^2/2t+$$
$$+\frac{u}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty e^{-(v-u)^2/2t}d(v-u)/\sqrt{t}=$$
$$=-\sqrt{\frac{t}{2\pi}}e^{-(v-u)^2/2t}\Big|_{v=0}^{\infty}+u(1-\Phi(-\frac{u}{\sqrt{t}}))=$$
$$=\sqrt{\frac{t}{2\pi}}e^{-u^2/2t}+u(1-\Phi(-\frac{u}{\sqrt{t}})).$$

$$I_2=I_1(-u)=\sqrt{\frac{t}{2\pi}}e^{-u^2/2t}-u(1-\Phi(\frac{u}{\sqrt{t}}))=$$
$$=\sqrt{\frac{t}{2\pi}}e^{-u^2/2t}-u\Phi(-\frac{u}{\sqrt{t}}).$$

Функция Φ здесь представляет функцию распределения стандартного нормального закона с $m_x=m=0$, $\sigma_x=\sigma=1$:

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{x^2}{2}}dx,$$

которая табулирована в специальных таблицах (см., например, [5]).

Возвращаясь к (4), получим

$$m_u=I_1+I_2=\sqrt{\frac{2t}{\pi}}e^{-u^2/2t}+u[1-2\Phi(-\frac{u}{\sqrt{t}})]. \qquad (5)$$

Заметим, что

$$2\Phi(-\frac{u}{\sqrt{t}})=P(|x(t)|\ge x=\frac{u}{\sqrt{t}})=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_x^\infty e^{-y^2/2}dy. \qquad (6)$$

Интегрируя по частям, получим отсюда представление [6]:

$$2\Phi(-\frac{u}{\sqrt{t}})=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(\frac{e^{-x^2/2}}{x}-\int_x^\infty e^{-y^2/2}/y^2dy)=$$
$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(\frac{\sqrt{t}e^{-u^2/2t}}{u}-\int_{u/\sqrt{t}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy). \qquad (7)$$

Подставляя это выражение в (5), приходим к формуле:

$$m_u(t)=u(1+\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{u/\sqrt{t}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy). \qquad (8)$$

Заметим, что первый интеграл в (7) является несобственным при $x=0$. При $x>0$ он оценивается сверху через выражение

$$0<\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_x^\infty e^{-y^2/2}/y^2dy<\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-x^2/2}\int_x^\infty\frac{dy}{y^2}=$$
$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-x^2/2}(-1/y)\Big|_{y=x}^{\infty}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}e^{-x^2/2}/x. \qquad (9)$$

Покажем, что порядок первого интеграла в (7) при $x\to+0$ совпадает с полученной оценкой (9). Действительно, пусть $x_0>x>0$ при каком-то фиксированном достаточно малом $x_0>0$, при котором $e^{-x^2/2}\approx e^{-x_0^2/2}\approx 1$, тогда:

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_x^\infty e^{-y^2/2}/y^2dy=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(\int_x^{x_0}+\int_{x_0}^\infty)\approx$$
$$\approx\sqrt{\frac{2}{\pi}}(e^{-x^2/2}(-1/y)\Big|_{y=x}^{x_0}+\int_{x_0}^\infty e^{-y^2/2}/y^2dy)=$$
$$=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(e^{-x^2/2}/x-e^{-x_0^2/2}/x_0+$$
$$+\int_{x_0}^\infty e^{-y^2/2}/y^2dy)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}(e^{-x^2/2}/x+C), \qquad (10)$$

где $C=C(x_0)$ некоторая константа, откуда и следует что порядок первого интеграла в (7) при $x\to+0$ совпадает с полученной оценкой (9). Из не собственности первого интеграла в (7) следует не собственность интеграла в (8) при $t=\infty$. В частности, при $x=u/\sqrt{t}$ получим из (9) оценку

$$0\le\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{u/\sqrt{t}}^{\infty}e^{-y^2/2}/y^2dy<\sqrt{\frac{2t}{\pi}}e^{-u^2/2t}/u. \qquad (11)$$

Подставляя в (8), получим отсюда неравенство:

$$u\le m_u(t)=u+\sqrt{\frac{2t}{\pi}}e^{-u^2/2t}, \qquad (12)$$

причем порядок интеграла в (8) при $t\to\infty$ совпадает с полученной оценкой (11).

Теперь, непосредственно из выражения для условного среднего (8) получим, что $m_u(0)=u,$ п.н., а из оценки его порядка при $t\to+\infty$ имеем асимптоту $\sqrt{2t/\pi}$, не зависящую от начального состояния u.

3. Выражение для брокерских критериев

Из формулы (8) получим, что условное среднее локально-глобального выигрыша для стратегии покупки (call) голосующих акций общества все это время от 0

до t, при условии, что система в начальный момент $t=0$ находилась в состоянии i, составляет (ср. с [1]):

$$W_u = m_u(t) - u = u\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{u/\sqrt{t}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy. \qquad (13)$$

Таким образом, критерий применения стратегии call (все это время) выполняется для всех $t>0$:

$$W_u(t)>0, \qquad (14)$$

т.е. ожидается рост цены акции. Это означает, что предлагаемая модель есть модель роста и должна применяться на участке устойчивого роста курса акции. Если же акция устойчиво падает, то можно моделировать ее падение, поменяв знак плюс в правой части (13) на минус:

$$W_u = m_u(t) - u = -u\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{u/\sqrt{t}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy. \qquad (15)$$

Разумеется, эта модель уже не столь безупречна с точки зрения ее естественности, и имеет смысл лишь на некотором конечном интервале $[0,T)$ значений t, при положительных значениях условного среднего:

$$m_u(t) = u - u\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{u/\sqrt{t}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy. \qquad (16)$$

Тем не менее, это позволяет использовать все дальнейшие рекомендации для стратегии put в указанном интервале значений t.

Более объективно ориентироваться на среднюю норму выигрыша в качестве критерия за время t [1]:

$$\overline{W}_u = W_u/t = [m_u(t)-u]/t = \frac{u}{t}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{u/\sqrt{t}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy. \qquad (17)$$

Тогда продажа акции может планироваться в момент t_0, когда средняя норма прибыли опускается ниже минимально i_0, необходимого для рентабельности этой операции.

4. Критерий выхода из стратегии call

Из (12) следует оценка критерия (17) :

$$0 \le \overline{W}_u = [m_u(t)-u]/t < \sqrt{\frac{2}{\pi t}}e^{-u^2/2t}, \qquad (18)$$

причем порядок интеграла в (17) при $t\to\infty$ совпадает с полученной оценкой (18). Таким образом, при $t\to+\infty$ критерий (17) имеет асимптоту:

$$\overline{W}_u^{\infty} = \overline{W}_u^{\infty}(t) = \sqrt{2/\pi t}, \qquad (19)$$

т.е. асимптотически убывает со скоростью порядка $1/\sqrt{t}$. Можно показать с помощью правила Лопиталя, что при $t=0$ критерий $\overline{W_u(0)}=0$.

Из (17) следует не отрицательность критерия $\overline{W_u(t)}$ для любого $t\ge 0$. Для дальнейшего исследования зависимости критерия (17), сделаем замену переменных:

$$t=\lambda u^2, \lambda\ge 0. \qquad (20)$$

Подставляя в (17) получим:

$$\overline{W}_u = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\lambda u}\int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{u}f(\lambda), \qquad (21)$$

Где обозначено:

$$f(\lambda)=\frac{1}{\lambda}\int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy. \qquad (22)$$

Найдем ее производную:

$$f'(\lambda) = -\frac{1}{\lambda^2}\int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy + \frac{1}{\lambda}\left(-\frac{e^{-1/2\lambda}}{1/\lambda}\right)\left(-\frac{1}{2\lambda\sqrt{\lambda}}\right) = \frac{e^{-1/2\lambda}}{2\lambda\sqrt{\lambda}} - \frac{1}{\lambda^2}\int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy. \qquad (23)$$

Приравнивая нулю полученное выражение, получаем уравнение для экстремальных значений λ:

$$\frac{e^{-1/2\lambda}}{2\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\lambda}\int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy. \qquad (24)$$

Интеграл в правой части, как мы показали, имеет порядок $\frac{e^{-1/2\lambda}}{\sqrt{\lambda}}$ при $\lambda\to\infty$. Откуда следует, что при достаточно большом λ правая часть в (24) будет больше левой. При $\lambda\to+0$ интеграл в (24) имеет порядок $o(\frac{1}{\lambda})$. Откуда следует, что при достаточно малом $\lambda\ge 0$ правая часть в (24) будет меньше левой. Поскольку правая и левая часть (24) представляют собой непрерывные функции от λ при $\lambda\ge 0$, то отсюда следует, что существует хотя бы одно решение уравнения (24).

Рассмотрим минимальное решение $\lambda=\lambda^*$ уравнения (24). Поскольку $f(\lambda)\ge 0$, $f(0)=0$, то производная (23) меняет знак с плюса на минус при переходе через $\lambda=\lambda^*$ и, следовательно, определяет точку локального максимума неотрицательной функции $f(\lambda)$ на интервале $[0,\lambda^*]$. Эта точка имеет важное значение, поскольку определяет точку выхода из стратегии call, соответствующую максимальному среднему выигрышу (норме прибыли):

$$t^* = \lambda^* u^2. \qquad (25)$$

Для того, чтобы приблизительно оценить константу λ^* выразим обратно интеграл в правой части (24) через функцию Лапласа. Для этого подставим в (7) выражение (20):

$$2\Phi\left(-\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{e^{-u^2/2t}}{1/\sqrt{\lambda}} - \int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy\right). \qquad (26)$$

Выражая отсюда интеграл в правой части (24) получим:

$$\frac{1}{\lambda}\int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty}\frac{e^{-y^2/2}}{y^2}dy = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}e^{-1/2\lambda} - \frac{\sqrt{2\pi}}{\lambda}\Phi\left(-\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right). \qquad (27)$$

Подставляя в (24) после преобразований получим уравнение для определения $\lambda=\lambda^*$:

$$\Phi\left(-\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right) = \frac{1}{2}*\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}}e^{-\frac{1}{2\lambda}}. \qquad (28)$$

С использованием таблиц для функции Лапласа из [7] находим приближенное решение (28) $\lambda^*=2{,}64$ с точностью до 1/100, которое оказывается единственным. При этом максимальное значение функции (22) с учетом (24) составит:

$$f^* = \max_{\lambda \ge 0} f(\lambda) = \frac{e^{-1/2\lambda^*}}{2\sqrt{\lambda^*}} \approx 0{,}2546. \qquad (29)$$

С учетом (21) имеем отсюда:

$$\overline{W}_u^* = \max_{t \ge 0} \overline{W}_u(t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{f^*}{u} \approx 0{,}2032/u. \qquad (30)$$

Таким образом, теоретический максимум нормы доходности равен 0,2032 = 20,32% при $u = 1$, т.е. даже при $u = 100$ остается 0,2%, или 2 процентных пункта. Если минимально допустимая для брокера доходность $i_0 > 0$ не больше этой величины:

$$i_0 < \overline{W}_u^*, \qquad (31)$$

то он может продлить использование стратегии call до момента

$$t_0 = \lambda_0 u^2, \qquad (32)$$

удовлетворяющего условию:

$$\overline{W}_u(t_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{u} f(\lambda_0) = i_0. \qquad (33)$$

С учетом (27) этому условию при $\lambda = \lambda_0$ можно придать вид:

$$f(\lambda) = \frac{1}{\lambda}\int_{1/\sqrt{\lambda}}^{\infty} \frac{e^{-y^2/2}}{y^2} dy = \\ = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} e^{-1/2\lambda} - \frac{\sqrt{2\pi}}{\lambda} \Phi\left(-\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} u i_0. \qquad (34)$$

Отсюда подобно (28) после преобразований получим уравнение для определения $\lambda = \lambda_0$:

$$\Phi\left(-\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\lambda}} - \frac{1}{2}\lambda u i_0. \qquad (35)$$

Уравнение (35) можно решать численно при помощи таблиц для функции Лапласа.

Таким образом, искомое время t_0 выхода из стратегии call (при условии, что она применялась все это время) находится по формуле (32), где $\lambda_0 > \lambda^*$ наименьший корень уравнения (35). Все формулы остаются верны, если заменить t на ct. В частности, формула (25) принимает вид:

$$t^* = \frac{1}{c}\lambda^* u^2, \qquad (36)$$

а формула (32) будет иметь вид:

$$t_0 = \frac{1}{c}\lambda_0 u^2. \qquad (37)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что содержательная модель нестационарного изменения цены возникает, если использовать броуновское движение с отражающим экраном в нуле, что имеет ясный экономический смысл, и делает возможным получение явных формул для выхода из стратегии call (при условии, что она применялась все это время). Надеемся, что полученные формулы и расчет входящей в него константы λ^*, поможет практикующим брокерам не меньше, чем в свое время помогла им знаменитая формула Блэка-Шоулза для текущей цены европейского кол-опциона.

Басангов Юрий Михайлович

Перевозчиков Александр Геннадьевич

Литература

1. Басангов Ю.М. К прогнозированию изменения стоимости акции на основе СМО типа рождения-гибели [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2012. – №1. – С. 91-95.
2. Басангов Ю.М. Об одной аппроксимации решения системы уравнений Колмогорова-Чепмена для модели СМО в поддержку принятия брокерских решений [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2011. – №1. – С. 70-74.
3. Басангов Ю.М. Прогнозирование изменения стоимости бизнеса на основе дискретной модификации СМО типа рождения-гибели [Текст] / Ю.М. Басангов, А.Г. Перевозчиков // Финансовая аналитика. – 2011. – №6. – С. 115-118.
4. Вагнер Г. Основы исследования операций [Текст] : в 3 т. / Г. Вагнер. Т. 3. – М. : Мир, 1973. – 501 с.
5. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Наука, 1973. – 368 с.
6. Ламперти Дж. Вероятность [Текст] / Дж. Ламперти. – М. : Наука, 1973. – 184 с.
7. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и / или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» // Deloitte&Touche. – декабрь 2003-март 2005.
8. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. : под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.

Ключевые слова

Система массового обслуживания (СМО); СМО типа размножения-гибели; применение к локальной задаче прогнозирования цены акции; возможные нормировки случайной цены акции; их преимущества и недостатки; нормировка цены акции через ее матожидание; нормировка цены акции через биржевой индекс; нестационарный поток с зависимыми реализациями; броуновский процесс случайного блуждания; нестационарная марковская модель броуновского движения с отражающим экраном в нуле.

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается локальная задача прогнозирования цены акции определенного типа на фондовой бирже. Оказывается, что поведение случайной цены акции можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО). Ранее было показано, что поведение случайной цены акции, нормированной ее матожиданием, можно представить как изменение состояния в некоторой СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели. В настоящей работе рассматривается другая нормировка цены акции. Для этого нужно построить регрессию цены через биржевой индекс и рассмотреть их разницу, нормированную ее среднеквадратическим отклонением (СКО), которое получается минимальным из всех возможных по построению регрессии. Получается нормированная случайная величина (с.в.) с матожиданием ноль и дисперсией единица, не коррелированная с выбранным биржевым индексом.

Один из способов прогнозирования индекса был предложен авторами ранее и называется лог-нормальной моделью прогнозирования. Поэтому предлагаемая модель прогноза может быть сопряжена с ней. Для этого достаточно выразить прогнозируемую цену акции через прогноз нормированной цены и прогноз индекса. Строго говоря, чтобы такая формула имела место, нужно постулировать, что нормированные стоимости одинаково распределены, но возможно зависимы для различных моментов времени. В частности, их вариация и СКО есть величина постоянная.

В настоящей работе авторы обращаются к нестационарной марковской модели броуновского движения. Такими моделями корректнее описывать периоды случайного роста или падения цены акций, которые так ценят брокеры фондового рынка. Потому, что именно на этих периодах удается зарабатывать, играя соответственно на повышение или понижение. Поскольку такие периоды принципиально нестационарные, то для их описания нужны адекватные нестационарные процессы. Вместе с тем требование локальной марковости остается. Поэтому авторы и остановились прежде всего на исследовании возможности обоснования процесса нестационарного изменения цены акций на основе модели броуновского движения, которая является одновременно нестационарной и марковской. С отражающим экраном в нуле, поскольку ненормированная цена акции не может быть меньше нуля. Таким образом, они отказываются и от нормировки и центрирования цены, поскольку для нестационарного процесса это бессмысленно.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья Ю.М.Басангова, А.Г.Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, декан факультета экономики и менеджмента, проректор по научной работе Тверского института экологии и права