

8. ПРОБЛЕМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

8.1. ОПТИМИЗАЦИЯ БИЗНЕС-ПОРТФЕЛЯ, СОДЕРЖАЩЕГО РЕАЛЬНЫЕ ОПЦИОНЫ

Недосекин А.О., д.э.н., к.т.н., академик МАНЭБ, координатор инвестиционно-консалтинговой сети IFEL Rus, профессор кафедры экономики, учета и аудита;

Абдулаева З.И., организационный консультант, старший преподаватель кафедры экономической теории

Национальный минерально-сырьевой университет «Горный»

В данной статье рассматривается принципиально новый подход к оптимизации портфеля инвестиционных проектов с учетом реальных опционов. Оптимизация портфеля проводится в двумерном поле. В ходе оптимизации фондового портфеля и установления эффективной границы используется градиентный метод.

ВВЕДЕНИЕ

В [1-2] мы предложили схему оптимизации фондовых портфелей, содержащих в своем составе производные ценные бумаги. Как известно, такая задача не решается в классической вероятностной постановке из-за того, что введение деривативов в портфель деформирует исходные гладкие вероятностные распределения доходности активов, и схема оптимизации по Марковицу перестает работать. Такую задачу оптимизации можно поставить и решить, только представляя доходность активов как нечеткие числа произвольного вида, а затем оценивать риск портфеля как возможность выхода за допустимые нормативы. При этом восстановление эффективной границы портфельного множества (решение задачи оптимизации) можно произвести приближенным градиентным методом [3].

Все наработки, сделанные в сфере фондового менеджмента, хорошо переносятся и на сферу деловых портфелей и портфелей инвестиционных проектов. При этом результат [3] можно существенно усилить, рассмотрев введение в бизнесы и в проекты реальные опционы. В самом общем случае, все эти реальные управленческие опционы можно распределить по двум базовым группам.

- Опционы, форсирующие доходность бизнеса или проекта. К таким опционам, прежде всего, относятся возможности, связанные с извлечением дополнительных выгод при наступлении определенных заранее оговоренных условий. В фондовом менеджменте такими свойствами обладают опционы типа CALL (право купить актив).
- Опционы, отсекающие убытки (опционы хеджирования). Например, к таким опционам относятся оговоренные условия выхода из проекта, если в ходе выполнения проекта выясняется его некупаемость в расчетные сроки. В фондовом менеджменте такими свойствами обладают опционы типа PUT (право продать актив).

Странно, что за семь лет, прошедших с момента выхода работ [1-3], никто не удосужился перенести эти результаты на портфели проектов, – процедура трансформации результатов лежит прямо на поверхности. Как всегда, все приходится делать самим. Восполняем сей досадный пробел. А заодно и усилим некоторые наши прежние методические наработки.

1. Постановка задачи оптимизации бизнес-портфеля с опционами

Рассматривается программа осуществления деятельности, содержащая в своем составе N инвестиционных проектов. Без нарушения общности, можем до-

пустить, что все проекты стартуют в одно и то же время и имеют один и тот же горизонт инвестирования. Таким образом, сформирован портфель проектов, причем каждый отдельный проект в портфеле имеет долю x_i , $i=1, \dots, N$, пропорциональную участию проекта в суммарных инвестиционных затратах. Разумеется, сумма долей равна единице:

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1. \quad (1)$$

Для каждого проекта существует своя модель бюджета движения денежных средств (БДДС), из которой мы можем получить набор чистых денежных потоков (NCF) для каждого планового года проекта. Задав определенный уровень ставки дисконтирования потоков RD (процентов годовых), мы можем оценить ключевые параметры проекта – его чистую современную ценность (NPV) и внутреннюю норму доходности (IRR) по известным формулам:

$$NPV = \sum_{t=1}^T \frac{NCF_t}{(1+RD)^t} \cdot \quad (2)$$

$$IRR = RD_0, \text{ если } NPV(RD_0) = 0 \quad (3)$$

В широком классе задач можно интерпретировать NPV отдельного проекта как нечеткое число треугольного вида. Это свойство выполняется, если в составе проекта нет реальных опционов, NCF представлены треугольными нечеткими числами, а ставка дисконтирования RD невысока. Если же опционы встроены в проект, то исходный треугольный вид NPV преобразуется в кусочно-линейный BL -вид [1,2]: опционы форсирования «надламывают» правый фронт исходного треугольного числа, делая его более пологим, а опционы хеджирования проводят усечение на левом фронте.

Все реальные опционы, в общем случае, обладают опционной премией. Это означает, что в состав инвестиционных затрат обязательно должны попасть затраты на приобретение и структурирование реальных опционов в проектах. Соответственно, в проектах появляются дополнительные инвестиционные платежи, что ухудшает структуру NCF и, соответственно, снижает размеры NPV и IRR , при этом оставляя за проектом BL -вид числа NPV .

Если связать NPV BL -вида с формой нечеткого числа IRR , опираясь на модель БДДС, то число BL -вида преобразуется в число произвольного вида, сохраняется только унимодальность, отвечающая среднему значению исходной формы NPV . Подобное число IRR можно представить набором интервалов принадлежности, с некоторой разумной нормой дискретизации по уровню принадлежности α .

$$IRR = \{[IRR_{amin}, IRR_{amax}], \alpha = 0 \dots 1\}. \quad (4)$$

Если дискрет по α составляет 0.1, то всего IRR описывает 11 интервалов, причем уровню $\alpha = 0$ отвечает предельно возможный разбег фактора IRR , а уровню $\alpha = 1$ отвечает сжатый в точку интервал, соответствующий наиболее ожидаемому уровню IRR проекта. Если бы реальных опционов в проекте не было, то можно было бы рассматривать IRR как треугольное число, применив к нему процедуру трианглизации. Но введение опционов в проект делает применение этой процедуры к числу IRR невозможным. Впрочем, произвольность

вида *IRR* не критична для нас, она ничему не мешает и ни в чем нас не ограничивает.

Далее. Есть некоторый погранично-нормативный уровень *IRR* (обозначим его *L*), который характеризует склонность инвестора к риску. Если $IRR < L$, то инвестор не устраивает такой уровень доходности, и он выходит из проекта. Другое дело, что он не в состоянии сделать это немедленно, потому что не знает будущее значение *IRR* вполне точно. Но он может оговорить себе хеджирующий опцион и возможность выхода с отсечением всех убытков или их части (как договорится с партнерами по бизнесу). Во всех случаях, выполняется (см. рис. 1):

$$Risk = Poss \{IRR < L\}, \tag{5}$$

где *Poss* – обозначение возможности (но не вероятности!) наступления событий из определенной группы.

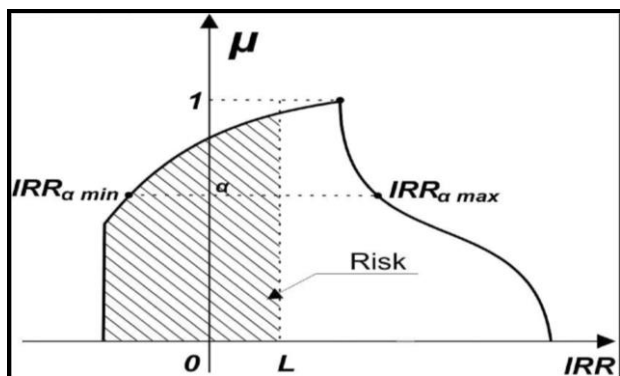


Рис. 1. Анализ риска для IRR произвольно-нечеткого вида

Следующий блок допущений. Все проекты в составе программы могут быть распределены на два класса: масштабируемые и дискретно-инвестируемые. Для масштабируемых проектов его проектная доля может непрерывно изменяться в определенном интервальном диапазоне:

$$0 \leq a_i \leq x_i \leq b_i \leq 1. \tag{6}$$

Дискретно-инвестируемые проекты характеризуются бинарным поведением: они либо инвестируются в строго оговоренном объеме, либо не инвестируются вовсе (не принимаются в портфель):

$$x_i = C_i / C \text{ или } 0, \tag{7}$$

где

C_i – инвестиция в проект;

C – суммарная инвестиция – заранее известный объем инвестиционных затрат по программе (бюджетное ограничение программы).

Невозможность плавно менять долю в таких проектах некоторым образом усложняет решение оптимизационной задачи, серьезно модифицируя уже разработанный алгоритм оптимизации. Можно говорить о том, что от традиционного градиентного метода оптимизации мы переходим к обобщенно-градиентному методу.

И тогда постановка оптимизационной задачи формулируется двумя взаимно-дополнительными условиями:

- максимум *IRR* по портфелю проектов при фиксированном уровне риска (5) и при соблюдении ограничений вида (1), (6), (7);
- минимум риска по портфелю проектов вида (5) при фиксированном уровне *IRR* и при соблюдении ограничений вида (1), (6), (7).

Решение задачи оптимизации – эффективная граница портфельного множества, которая, как показано в [4], имеет форму отрезка криволинейной полосы в координатах «риск – *IRR*». Можно выделить три характерные линии этой полосы, соответствующие минимумам, средним значениям и максимумам *IRR* по отдельным компонентам портфеля и по портфелю в целом.

2. Оценка нечеткой IRR по портфелю и оценка риска по IRR

Если в каждый инвестиционный проект, без нарушения общности, можно встроить два реальных опциона – форсирующий и хеджирующий, то исходное треугольное число:

$$NPV = (min_1, av_1, max_1),$$

становится пятиугольным числом *BL*-вида, дополняясь в описании двумя вершинами (см. рис. 2):

$$NPV = (min_2, \alpha, av_2, \beta, max_2), \tag{8}$$

где

$min_2 > min_1$ – минимальное возможное значение *NPV* с поправкой на стоимость опционных премий;

α – уровень принадлежности, отвечающий уровню отсечения по *NPV* хеджирующим опционом (страйку встроенного реального опциона *PUT*);

$av_2 < av_1$ – наиболее ожидаемое значение *NPV* с поправкой на стоимость опционных премий;

β – уровень принадлежности, отвечающий уровню форсирования по *NPV* форсирующим опционом (страйку встроенного реального опциона *CALL*);

$max_2 > max_1$ – максимально возможное значение *NPV* с поправкой на стоимость опционных премий.

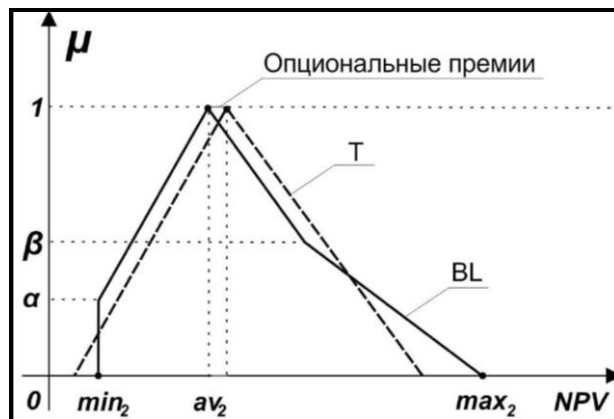


Рис. 2. Переход от NPV треугольного вида к NPV BL-вида

Теперь, если от вида *NPV* мы переходим к виду *IRR*, то получаем интервальное представление (4). Сравнивая каждый из интервалов представления с *L*, получаем частную меру риска, в соответствии с (5):

$$Risk_\alpha = \begin{cases} \frac{L - IRR_{\alpha min}}{IRR_{\alpha max} - IRR_{\alpha min}}, & L > IRR_{\alpha min} \\ 0, & L \leq IRR_{\alpha min} \end{cases} \tag{9}$$

Выражение (9) устанавливает долю недопустимой части в составе интервала *IRR*, в процентах. Тогда интегральный риск достигается осреднением частных рисков:

$$Risk = \sum_{\alpha=0}^{0.9} Risk_\alpha / 10. \tag{10}$$

Предложенный здесь алгоритм оценки риска программно реализован в инвестиционном риск-калькуляторе [5], разработанном Недосекиным А.О. и Бессоновым Д.Н.

3. Обобщенный алгоритм градиентной оптимизации портфеля

Чтобы обеспечить решение задачи оптимизации инвестиционного портфеля, необходимо сканировать эффективную границу портфельного множества градиентным методом. Алгоритм метода приведем ниже.

Зафиксируем α – единый уровень принадлежности для всех параметров инвестиционных проектов. Каждому из этих уровней отвечает минимальное и максимальное значение $IRR_{\alpha min}$ и $IRR_{\alpha max}$ соответственно, по каждому проекту.

Будем получать средневзвешенные значения значения $IRR_{\alpha min}$ и $IRR_{\alpha max}$ по портфелю, используя систему весов x_i . Уровень частного риска будем оценивать по формуле (9). На каждом шаге алгоритма контролируем ограничения вида (1), (6) и (7).

В качестве нулевой итерации зафиксируем портфель, в котором 100% принадлежит проекту с максимальным уровнем $IRR_{\alpha max}$ (правая точка эффективной границы портфеля). Если это не стыкуется с ограничениями (6) и (7), выделим этому проекту максимально возможную долю, распределив остаток инвестиций по убыванию максимума IRR в проектах. Так или иначе, правая точка эффективной границы сформирована.

Затем выделим некоторую долю-дискрет Δx_i , например 10% суммарной весовой меры портфеля. Попробуем перенаправить эту дискретную инвестицию из крайнего портфеля правой точки в сторону одного из проектов. В результате такого ребалансинга возникает новый портфель с новыми характеристиками $IRR_{\alpha max}$ и $Risk_{\alpha}$. Планово, при сканировании эффективной границы справа налево, наблюдается одновременное снижение $IRR_{\alpha max}$ на величину $\Delta IRR > 0$ и риска $Risk_{\alpha}$ на величину $\Delta Risk > 0$.

Обозначим:

$$Grad = \Delta IRR / \Delta Risk \quad (11)$$

градиент снижения доходности проекта по уровню риска. Тогда, чтобы решить задачу оптимизации на очередном шаге итерации, необходимо потребовать, чтобы в ходе ребалансинга портфеля одновременно выполнялось два условия:

$$Grad = min, Grad > 0. \quad (12)$$

Это соответствует формированию эффективной границы как набору недоминируемых альтернатив по Парето (когда не выполняется доминирование одного варианта инвестирования над другим по обоим параметрам – доходности и риска). Если правило минимального градиента не выполняется, то такое доминирование при ребалансинге оказывается возможным: возникает проигрыш по доходности при сопоставимом риске или проигрыш по риску при сопоставимой доходности.

Если минимальный градиент сформировался в пользу проекта с дискретно-инвестиционным профилем, то надо временно изменить размер дискрета Δx_i и пройти данный шаг итерации еще раз. Если условие минимального градиента сохраняется при полном вовлечении проекта в портфель, то он участвует в формировании эффективной границы. Если же минимальность градиента теряется при такой инвестиции, то проект

исключается из портфеля навсегда и далее в качестве инвестиционной альтернативы не рассматривается.

Проходим эффективную границу справа налево, итерацию за итерацией, до тех пор, пока все возможные градиенты не становятся отрицательными. Это означает, что огибающая портфельного облака делает разворот, пройдя левую точку границы. Здесь градиентный алгоритм останавливается. В результате, мы получили частное решение для фиксированного уровня принадлежности α . Это решение представляет собой криволинейную полосу вида рис. 3.

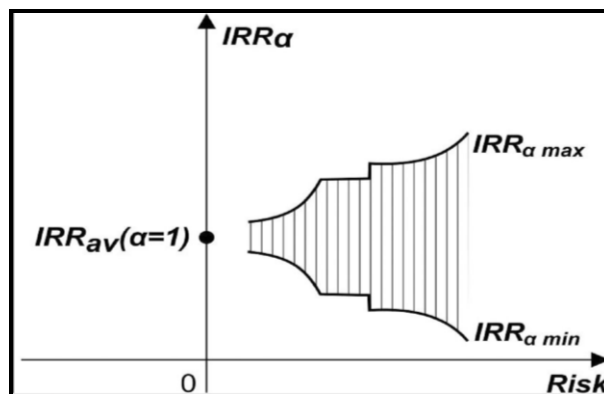


Рис. 3. Эффективная граница портфельного множества для уровня α

Обращаем внимание, что форма границы перестает быть гладкой и, вообще говоря, выпуклой, как это имеет место для непрерывно-делимых инвестиций, в частности, в схеме оптимизации по Марковицу. Принудительное исключение дискретно-инвестируемых проектов из портфеля может вызвать излом функции границы, как это показано на рис. 3.

Теперь, проводя аналогичную оптимизацию для всех α -уровней, включая $\alpha = 1$, получаем аналогичные рис. 3 криволинейные полосы границы. В случае $\alpha = 1$, если $IRR_{av}(\alpha = 1) > L$, все компоненты портфеля становятся безрисковыми. В этом случае эффективная граница портфеля вырождается в правую точку (на 100% формируется за счет проекта с максимальной внутренней среднеожидаемой доходностью). Если, опять же, 100%-я заливка портфеля перспективным активом не достигается из-за ограничений, то можно осуществить перераспределение инвестиций по остальным проектам в порядке убывания их внутренней доходности.

Мы можем совместить все α -срезы эффективной границы в одном представлении, накладывая полосы друг на друга в порядке возрастания α . За счет унимодальности проектных IRR , полосы границы будут вкладываться друг в друга, по принципу матрешки.

Итак, мы описали процесс портфельной оптимизации. Рассмотрим пример.

4. Пример портфельной оптимизации

Пусть в инвестиционной программе содержатся $N = 4$ проекта, IRR в интервальном виде представлена по каждому проекту в табл. 1. По форме IRR из табл. 1 видно, что в проекты имплантированы как хеджирующие, так и форсирующие реальные опционы.

Предполагаем, что суммарная инвестиция в портфель проектов составляет 1 млрд. руб. Проекты 2-4 являются бесконечно инвестиционно-делимыми и нелимитируемы-

ми (могут принять любой объем инвестиций). Зато проект 1 является дробно-инвестируемым и может принять инвестицию либо 200 млн. руб., либо ничего ($x_1 = 0,2$ или 0).

Решим задачу оптимизации в предположении $\alpha = 0$, сведя постановку к интервальному случаю представления *IRR*. В качестве нижнего норматива доходности введем $L = 32\%$ годовых. Результат работы итеративного алгоритма градиентного спуска представлен в табл. 2, координаты эффективной границы – в табл. 3. Сканирование эффективной границы производится за 9 шагов; она вогнута, без скачков и разрывов.

Таблица 1

**ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ IRR
ДЛЯ 4-Х ПРОЕКТОВ**

№	Минимальный и максимальный уровень IRR по проектам % год							
	Проект 1		Проект 2		Проект 3		Проект 4	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max	Min	Max
1	32	32	34	34	38	38	44	44
0.9	31.5	32.5	32	34	34	38.5	40	44.5
0.8	31	33	31	34	32	39	36	45
0.7	30.5	33.5	30	34	30	40	33	46
0.6	30	34	28	34	28	41	30	47
0.5	30	35	26	35	26	42	27	48
0.4	30	36	25	37	24	43	24	49
0.3	30	37	25	39	22	44	21	50
0.2	30	38	25	41	20	46	18	51
0.1	30	39	25	43	20	48	15	53
0	30	40	25	45	20	50	15	55

Видно, что на первом же шаге алгоритма на эффективную границу ложится первый проект. Причем, поскольку он входит на уровне $x_1 = 0,2$, приходится повторять первый шаг итерации, увеличивая размер дискрета Δx . В дальнейшем, первый проект не покидает портфель до самого конца процедуры оптимизации. Видно, что проект 3 не попадает на эффективную границу, хотя внешне по нему не скажешь, что он плох. Просто проекты 1 и 2 его доминируют по критерию риска.

Таблица 2

РЕЗУЛЬТАТ РАБОТЫ ГРАДИЕНТНОГО МЕТОДА

№	x_1	x_2	x_3	x_4	IRR min	IRR max	Risk, %	Grad
0	0	0	0	1	15	55	42.5	-
1	0.1	0	0	0.9	16.5	53.5	41.9	247
	0	0.1	0	0.9	16	54	42.1	253
	0	0	0.1	0.9	15.5	54.5	42.3	260
1 (повт)	0.2	0	0	0.8	18	52	41.2	227
	0	0.2	0	0.8	17	53	41.7	240
	0	0	0.2	0.8	16	54	42.1	253
2	0.1	0.1	0	0.8	17.5	52.5	41.4	198
	0.1	0	0.1	0.8	17	53	41.7	204
	0.2	0.1	0	0.7	19	51	40.6	181
	0.2	0	0.1	0.7	18.5	51.5	40.9	187
3	0.1	0.2	0	0.7	18.5	51.5	40.9	176
	0.1	0	0.1	0.7	15.5	47.5	51.6	-32
	0.2	0.2	0	0.6	20	50	40.0	160
4	0.2	0.1	0.1	0.6	19.5	50.5	40.3	165
	0.1	0.3	0	0.6	19.5	50.5	40.3	155
	0.2	0.3	0	0.5	21	49	39.3	140
5	0.2	0.2	0.1	0.5	20.5	49.5	39.7	145
	0.1	0.4	0	0.5	20.5	49.5	39.7	135
	0.2	0.4	0	0.4	22	48	38.5	121
	0.2	0.3	0.1	0.4	21.5	48.5	38.9	126

№	x_1	x_2	x_3	x_4	IRR min	IRR max	Risk, %	Grad
6	0.1	0.5	0	0.4	21.5	48.5	38.9	117
	0.2	0.5	0	0.3	23	47	37.5	104
	0.2	0.4	0.1	0.3	22.5	47.5	38.0	108
7	0.1	0.6	0	0.3	22,5	47,5	38,0	100
	0,2	0,6	0	0,2	24	46	36,4	88
	0,2	0,5	0,1	0,2	23,5	46,5	37,0	92
8	0,1	0,7	0	0,2	23,5	46,5	37,0	84
	0,2	0,7	0	0,1	25	45	35,0	73
	0,2	0,6	0,1	0,1	24,5	45,5	35,7	77
9	0,1	0,8	0	0,1	24,5	45,5	35,7	70
	0,2	0,8	0	0	26	44	33,3	60
	0,2	0,7	0,1	0	25,5	44,5	34,2	63

Таблица 3

КООРДИНАТЫ ЭФФЕКТИВНОЙ ГРАНИЦЫ ДЛЯ $\alpha = 0$

Эффективная граница для $\alpha = 0$		
Risk	IRR min	IRR max
41,9%	16,5	53,5
41,2%	18	52
40,6%	19	51
40,0%	20	50
39,3%	21	49
38,5%	22	48
37,5%	23	47
36,4%	24	46
35,0%	25	45
33,3%	26	44

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы в очередной раз продемонстрировали, что нечеткие множества и интервальные вычисления очень уместны к использованию в ходе портфельной оптимизации. Новизна публикации в том, что впервые в процедуре оптимизации портфеля инвестиционных проектов учитываются реальные опционы, а оптимизация ведется в двумерном поле «IRR – риск». Впервые оптимизация проводится в предположении ограниченно-делимых проектов. Эффективная граница портфельного множества отыскивается как криволинейная полоса с вогнутыми краями. Градиентный алгоритм работает по формуле интервальной оптимизации для фиксированного уровня принадлежности; по мере роста уровня принадлежности с нуля до единицы криволинейная полоса границы сужается и, в конечном счете, вырождается в точку, отвечая портфелю, в котором 100% занимает безрисковый проект с максимальной внутренней нормой доходности.

Недосекин Алексей Олегович

Абдулаева Зинаида Игоревна

Литература

1. Недосекин А.О. Оптимизация фондового портфеля, содержащего put-опционы [Электронный ресурс] / А.О. Недосекин // Банки и риски. – 2005. – №1. URL: <http://www.ifel.ru/br1/9.pdf>
2. Недосекин А.О. Оптимизация фондового портфеля, содержащего call-опционы [Электронный ресурс] / А.О. Недосекин // Банки и риски. – 2005. – №1. URL: <http://www.ifel.ru/br1/13.pdf>
3. Недосекин А.О. Оценка риска бизнеса на основе нечетких данных (2004) [Электронный ресурс] / А.О. Недосекин. URL: http://sedok.narod.ru/s_files/Book4.zip
4. Недосекин А.О. Методические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний [Электронный ресурс] : автореф. дисс. ... д-ра экон. наук (08.00.13) / А.О. Недосекин. – СПб. : СПбГУ-ЭФ, 2003. URL: http://www.mirkin.ru/_docs/doctor005.pdf
5. Investment risk calculator (IRC) – калькулятор для оценки риска прямых инвестиций [Электронный ресурс] URL: http://sedok.narod.ru/inv_risk_calc.html.

Ключевые слова

Портфель инвестиционных проектов; **IRR**; риск; нечеткая логика; бизнес-портфель; опционы **CALL**; опционы **PUT**; **NPV** проекта; **NCF** проекта; градиентный метод.

РЕЦЕНЗИЯ

В условиях существенной неопределенности в отношении будущих результатов инвестиционных проектов, возникает вопрос выбора основных принципов моделирования. Авторы статьи давно и последовательно разрабатывают методы теории нечетких множеств, применительно к оценке эффективности и риска инвестиционных проектов, и продолжают эту линию в статье.

В настоящей работе авторы предлагают принципиально новый подход к оптимизации бизнес-портфеля или инвестиционного портфеля, содержащего в своем составе реальные опционы. Введение форсирующих и хеджирующих опционов в портфель проектов приводит к существенной деформации нечетких чисел **NPV** и **IRR**, что заставляет представлять их в модели в самом общем виде – как набор сегментных интервалов, отвечающих определенному уровню принадлежности нечеткого числа. Тем не менее, такое усложнение не является помехой при оценке риска инвестиций.

Для построения эффективной границы портфельного множества в работе приводится обобщенный градиентный алгоритм, работа которого иллюстрируется на расчетном примере. Показано, что введение в портфель ограниченно-масштабируемых проектов может привести к возникновению скачков в структуре эффективной границы. Сама эффективная граница в задаче оптимизации предстает в качестве вогнутой криволинейной полосы, что существенно отличается от традиционной формы границы, которая является решением задачи оптимизации по Марковицу.

Все выводы и количественные результаты, приведенные в работе, легко проверяются и являются новыми. Содержание статьи оригинально и не копирует ранние исследования, в том числе исследования самих авторов. Материал не содержит государственных тайн и коммерческих секретов третьих сторон.

Считаю, что статья может быть опубликована в открытой научной печати.
Сергеев И.Б., д.э.н., проф., декан экономического факультета Национального минерально-сырьевого университета «Горный», заведующий кафедрой экономики, учета и финансов