

3.8. ОБ ОДНОМ ОБОБЩЕНИИ ФОРМУЛЫ МОДИЛЬЯНИ-МИЛЛЕРА ДЛЯ СТОИМОСТИ КАПИТАЛА ЛЕВЕРИДЖНОЙ КОМПАНИИ

Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, профессор кафедры математики и информатики

Тверская государственная сельскохозяйственная академия

Рассматривается формула Модильяни – Миллера о стоимости собственного капитала леввериджной компании. На примере случая наличия корпоративных налогов обобщена широко известная профессиональным оценщикам бизнеса формула для бета-фактора леввериджной компании через бета-фактора аналогичной безлеввериджной компании.

Показано, что корректное обобщение этой формулы удается получить лишь в обобщенной модели оценки капитальных активов (САМ), которая предполагает некоторую аддитивную поправку к классической теории Марковица-Шарпа. Эта поправка может быть интерпретирована как аддитивная составляющая в соответствующей линейной регрессии. При условии выполнения всех предположений модели САМ она равна нулю. Однако практически доходность рыночного портфеля заменяется обычно доходностью подходящего биржевого индекса, а бета-фактор рассчитывается для отрасли, а не для данной конкретной компании. В результате возникает ненулевая аддитивная составляющая в соответствующей линейной регрессии, которая может быть оценена статистически.

Вот основные идеи, заложенные в нашей работе. Она предназначена для магистров, аспирантов и докторантов, специализирующихся в области теории Модильяни-Миллера и Марковица-Шарпа, а также для действующих профессиональных оценщиков инвестиций и бизнеса.

1. Классическая теория Модильяни-Миллера

При наличии корпоративных налогов теория Модильяни-Миллера дает следующие результаты [2] (мы приводим их исключительно с целью разъяснения сути нашего уточнения в более привычных нам обозначениях, введенных в работе [4]). Для вывода зависимости стоимости средневзвешенной ставки $j = WACC$ на инвестированный капитал Y и стоимости i собственного капитала от леввериджа L , т.е. отношения заемного капитала Z компании к собственному капиталу X используем следующую цепочку равенств [2]:

$$\begin{aligned} Y_L &= Y_0 + Zc; Z = w_d Y_L; \\ Y_L &= q/j; Y_L = q/i_0 + Zc = q/i_0 + w_d c q/j; \quad (1) \\ \frac{1 - w_d c}{j} &= \frac{1}{i_0}; j = i_0 \left(1 - \frac{L}{1+L} c\right). \end{aligned}$$

Здесь c – ставка корпоративного налога на прибыль, $w_d = L/(1+L)$ – доля заемного капитала Z в инвестированном капитале $Y = X + Z$ компании, $q = CF$ – денежный поток на инвестированный капитал без учета эффекта налогового щита, т.е. прибыль до налогообложения и уплаты процентов, скорректированная на ставку корпоративного налога, плюс амортизация, минус капвложения и изменение чистого оборотного капитала [4]. Индексы $L, 0$ в формулах (1) означают, что соответствующая величина относится к леввериджной или безлеввериджной компании.

Откуда и находится стоимость собственного капитала i леввериджной компании [2]:

$$\begin{aligned} j &= i_0(1 - w_d c) = w_e i + w_d g(1 - c); \\ i &= \frac{j - w_d g(1 - c)}{w_e} = \\ &= \frac{i_0(1 - w_d c) - L/(1+L)g(1 - c)}{1/(1+L)} = \\ &= i_0 + L(i_0 - g)(1 - c), \end{aligned} \quad (2)$$

где $w_e = 1/(1+L) = 1 - w_d$ – доля собственного капитала X в инвестированном капитале $Y = X + Z$ компании, g – стоимость заемного капитала компании.

2. Вывод формулы для корректировки бета-фактора

Приведем для полноты изложения вывод широко известной профессиональным оценщикам бизнеса формулы для бета-фактора леввериджной компании β через бета-фактора аналогичной безлеввериджной компании β_0 [3, 5].

В обычных предположениях портфельной теории Марковица-Шарпа (САМ) при $g = r_f$, где r_f – безрисковая ставка, с учетом формулы Модильяни-Миллера (2) имеем [6]:

$$\begin{aligned} i &= r_f + \beta(r_m - r_f); i_0 = \\ &= r_f + \beta_0(r_m - r_f); \\ i &= i_0 + L(i_0 - g)(1 - c) = \\ &= i_0 + L(i_0 - r_f)(1 - c) = \\ &= r_f + \beta_0(r_m - r_f) + L\beta_0(r_m - r_f)(1 - c) = \\ &= r_f + \beta(r_m - r_f), \end{aligned} \quad (3)$$

если положить:

$$\beta = \beta_0(1 + L(1 - c)). \quad (4)$$

Здесь r_m – доходность рыночного портфеля.

Это и есть формулы для бета-фактора леввериджной компании β через бета-фактора аналогичной безлеввериджной компании β_0 [3, 5], широко используемой оценщиками бизнеса. В прикладном смысле формула (4) вбирает в себя для оценщиков бизнеса всю теорию Модильяни-Миллера. В том смысле, что скорректировав бета-фактор безлеввериджной компании на левверидж, оценщики как бы отдали должное вкладу в экономическую теорию модели Модильяни-Миллера и могут больше к ней не возвращаться. При этом для них важно, что даже стоимость собственного капитала меняется в зависимости от структуры капитала компании, определяющей левверидж:

$$L = Z/X = w_d/w_e = w_d/(1 - w_d). \quad (5)$$

3. Эквивалентное уравнение теории Модильяни-Миллера

Уравнение:

$$\frac{q}{j} = Y_L = \frac{q}{i_0} + cZ \quad (6)$$

допускает эквивалентную форму:

$$Y_L = \frac{q + cgZ}{j'} = \frac{q}{i_0} + \frac{cgZ}{g} = \frac{q}{i_0} + cZ, \quad (7)$$

где

$$j' = w_e i + w_d g.$$

В самом деле, денежный поток на инвестированный капитал леввериджной компании с учетом эффекта налогового щита будет равен не q , а $q + cgZ$. В частности при $i_0 \geq g$, что представляется естественным, из (6) следует, что искомая величина j' средневзвешенной стоимости инвестированного капитала должна находиться в пределах:

$$i_0 \geq j' \geq g, \tag{8}$$

что и должно выполняться независимо от величины L , поскольку j' по определению – есть среднее с весами от i_0 и g . В отличие от (6) из которого следует только односторонне неравенство: $i_0 \geq j$.

Из левого равенства (7) с учетом $Z = w_d Y_L$ следует цепочка равенств:

$$j' Y_L = q + cg w_d Y_L; \tag{9}$$

$$Y_L (j' - cg w_d) = q; Y_L = \frac{q}{j' - cg w_d}.$$

Из правого равенства (7) с учетом $Z = w_d Y_L$ следует цепочка равенств:

$$Y_L = \frac{q}{i_0} + c w_d Y_L; Y_L (1 - c w_d) = \frac{q}{i_0}, \tag{10}$$

что вместе с (9) дает:

$$\frac{q(1 - c w_d)}{j' - cg w_d} = \frac{q}{i_0}. \tag{11}$$

Откуда, сокращая обе части на q , получим искомую формулу для средневзвешенной стоимости инвестированного капитала леввериджной компании:

$$j' = i_0(1 - c w_d) + c g w_d. \tag{12}$$

Эта формула эквивалентна первой формуле в (2). Действительно

$$j = i w_e + (1 - c) g w_d = \tag{13}$$

$$= i w_e + g w_d - c g w_d = j' - c g w_d = i_0(1 - c w_d).$$

Теперь из (12) получим стоимость собственного капитала i леввериджной компании:

$$j' = i_0(1 - w_d c) + c g w_d = w_e i + w_d g; \tag{14}$$

$$i = \frac{j' - w_d g}{w_e} =$$

$$= \frac{i_0(1 - w_d c) + c g w_d - L/(1 + L)g(1 - c + c)}{1/(1 + L)} =$$

$$= i_0 + L(i_0 - g)(1 - c).$$

Естественно, что формула (14) совпадает с итоговой формулой Модильяни-Миллера (2), поскольку уравнение (7) представляет собой просто некоторую эквивалентную форму уравнению (6). Профессиональным оценщикам это обстоятельство хорошо известно [3, 5] и означает в данном случае, что влияние финансового рычага компании на ее стоимость можно учесть непосредственно через увеличение денежного потока на инвестированный капитал (уравнение (7)) или через уменьшение ставки дисконтирования (уравнение (6)).

4. Вывод обобщенной формулы для корректировки бета -фактора

Приведем в заключение вывод формулы для бета-фактора леввериджной компании β через бета-фактор аналогичной безлеввериджной компании β_0 в обобщенной модели модели CAPM [3]:

$$i = r_f + \beta(i_m - r_f) + d, \tag{15}$$

где

r_f – безрисковая ставка;

r_m – доходность рыночного портфеля [6];

d – поправка на дополнительные факторы, не учтенные в модели CAPM.

Эта поправка может быть интерпретирована как аддитивная составляющая в соответствующей линейной регрессии [6]. При условии выполнения всех предположений модели CAPM [6] она равна нулю. В этом и состоит собственно смысл теоретической формулы для стоимости собственного капитала компании через доходность рыночного портфеля и бета-фактор. Однако практически доходность рыночного портфеля заменяется обычно доходностью подходящего биржевого индекса, а бета-фактор рассчитывается для отрасли, а не для данной конкретной компании. В результате возникает ненулевая аддитивная составляющая в соответствующей линейной регрессии, которая может быть оценена статистически.

Теперь в обычных предположениях портфельной теории Марковица-Шарпа (CAPM) [6] при $g = r_f$, где r_f – безрисковая ставка, с учетом формулы Модильяни-Миллера (2) имеем по аналогии с (3) цепочку равенств:

$$i = r_f + \beta(r_m - r_f) + d; i_0 = \tag{16}$$

$$= r_f + \beta_0(r_m - r_f) + d_0;$$

$$i = i_0 + L(i_0 - g)(1 - c) =$$

$$= i_0 + L(i_0 - r_f)(1 - c) =$$

$$= r_f + \beta_0(r_m - r_f) + d_0 + L(1 - c) *$$

$$* [\beta_0(r_m - r_f) + d_0] + c r_f L = r_f + \beta(r_m - r_f) + d,$$

если положить:

$$\beta = \beta_0(1 + L(1 - c)); d = d_0 + L(1 - c)d_0. \tag{17}$$

Что и дает искомое компактное обобщение формулы (4). Напомним, что d_0 здесь – поправка на дополнительные факторы, не учтенные в модели CAPM для безлеввериджной компании, определяемая статистически.

5. Случай, когда стоимость заемного капитала не совпадает с безрисковой ставкой

В этом случае формула (17) будет иметь вид:

$$\beta = \beta_0(1 + L(1 - c)); d = d_0 + L(1 - c)(d_0 - \Delta r_f). \tag{18}$$

Здесь обозначено для краткости:

$$\Delta r_f = g - r_f. \tag{19}$$

Величина (19) представляет собой величину диапазона, расположенного между безрисковой ставкой и стоимостью заимствования капитала на рынке доступного данной компании. Доказательство проводится аналогично (16), только формула (13) предварительно преобразуется к виду:

$$\begin{aligned}
 i &= r_f + L(i_0 - g)(1 - c) = \\
 &= r_f + L(i_0 - r_f - \Delta r_f)(1 - c) = \\
 &= r_f + L(i_0 - r_f)(1 - c) - L(1 - c)\Delta r_f.
 \end{aligned}
 \quad (20)$$

Далее все делается так же как в цепочке (16).

Известно, что покупку государственных облигаций можно рассматривать, как депозитную операцию [6]. Не случайно ставка r по депозитам на рынке оказывается близкой к безрисковой, а на неразвитых финансовых рынках просто заменяет собой безрисковую [5]. Таким образом величина (19) примерно равна разору между кредитными и депозитными ставками на рынке денег:

$$\Delta r = g - r. \quad (21)$$

Заметим, что величина поправки $d \neq 0$ в (18) даже в том случае, когда $d_0 = 0$. В этом случае формула (18) приобретает вид:

$$\beta = \beta_0(1 + L(1 - c)); d = -L(1 - c)\Delta r. \quad (22)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на примере случая наличия корпоративных налогов предложено обобщение широко известной профессиональным оценщикам бизнеса формулы для бета-фактора леввериджной компании через бета-фактора аналогичной безлеввериджной компании для случая, когда стоимость заемного капитала не совпадает с безрисковой.

Показано, что корректное обобщение этой формулы удается получить лишь в обобщенной модели оценки капитальных активов (САРМ) [3], которая предполагает некоторую аддитивную поправку к классической теории Марковица-Шарпа [6], которая может быть интерпретирована как аддитивная составляющая в соответствующей линейной регрессии.

Полученные формулы могут быть использованы профессиональными оценщиками для определения стоимости собственного капитала леввериджной компании для случая, когда стоимость заемного капитала не совпадает с безрисковой.

Литература

1. Брусов П.Н. и др. Аномальная зависимость стоимости собственного капитала компании от леввериджа [Текст] / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова, Н.П. Орехова, П.П. Брусов, А.П. Брусова // Финансовая аналитика. – 2012. – №26. – С. 7-19.
2. Брусов П.Н. и др. Стоимость и структура капитала компании в рост Модильяни – Миллеровскую эпоху [Текст] / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова, Н.П. Орехова, П.П. Брусов, А.П. Брусова : в 2 ч. Ч. 1. Финансовая аналитика. – 2011. – №37. – С. 2-12. Ч. 2. Финансовая аналитика. – 2011. – №38. – С. 9-18.
3. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и / или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» [Текст] // Deloitte&Touche. – декабрь 2003-март 2005.
4. Перевозчиков А.Г. Учет структуры капитала в моделях денежного потока для собственного и инвестированного капитала [Текст] / А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2006. – №1. – С. 163-166.
5. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.
6. Шарп У. и др. Инвестиции [Текст] : пер. с англ. / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли. – М. : ИНФРА-М, 1998. – XII, 1028 с.

Ключевые слова

Теория Модильяни-Миллера; средневзвешенная стоимость капитала компании; стоимость собственного капитала компании; левверидж; бета-фактор компании; обобщенная модель оценки капитальных активов (САРМ); доходность рыночного портфеля.

Перевозчиков Александр Геннадьевич

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается формула Модильяни – Миллера о стоимости собственного капитала леввериджной компании. На примере случая наличия корпоративных налогов обобщена широко известная профессиональным оценщикам бизнеса формула для бета-фактора леввериджной компании через бета-фактора аналогичной безлеввериджной компании.

Показано, что корректное обобщение этой формулы удается получить лишь в обобщенной модели оценки капитальных активов (САРМ), которая предполагает некоторую аддитивную поправку к классической теории Марковица-Шарпа. Известно, что эта поправка может быть интерпретирована как аддитивная составляющая в соответствующей линейной регрессии. При условии выполнения всех предположений модели САРМ она равна нулю. Однако практически доходность рыночного портфеля заменяется обычно доходностью подходящего биржевого индекса, а бета-фактор рассчитывается для отрасли, а не для данной конкретной компании. В результате возникает ненулевая аддитивная составляющая в соответствующей линейной регрессии, которая может быть оценена статистически.

Вот основные идеи, заложенные в работе. Она предназначена для магистров, аспирантов и докторантов, специализирующихся в области теории Модильяни-Миллера и Марковица-Шарпа, а также для действующих профессиональных оценщиков инвестиций и бизнеса.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья А.Г.Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, зав. кафедрой бухгалтерского учета и аудита, проректор по научной работе Тверской сельскохозяйственной академии