

### 3.5. О КОРРЕКТНОСТИ АНАЛОГА ФОРМУЛЫ МОДИЛЬЯНИ-МИЛЛЕРА ДЛЯ КОНЕЧНОГО ПРОГНОЗНОГО ПЕРИОДА

Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор кафедры математики и информатики, академик РАН

Тверская государственная сельскохозяйственная академия

Рассматривается аналог формулы Модильяни-Миллера о стоимости собственного капитала леввериджной компании для конечного прогнозного периода. Отмечается, что расчет текущей стоимости налогового щита в указанных работах не вполне корректен, поскольку предполагает постоянство не только доли заемного капитала в инвестированном, но и абсолютное постоянство заемного капитала, что невозможно, поскольку стоимость инвестированного капитала в модели с нулевой остаточной стоимостью убывает до нуля.

Приводится корректный расчет текущей стоимости налогового щита, основанный на формулах для стоимости инвестированного капитала компании, полученных в работе и остатках по долгу, получающихся из них при заданной постоянной доле заемного капитала в инвестированном, что позволяет подсчитать проценты по ним, которые выводятся из-под корпоративного налога на прибыль.

Работа предназначена для аспирантов и докторантов, специализирующихся в области теории Модильяни-Миллера и Марковица-Шарпа, а также для действующих профессиональных оценщиков инвестиций и бизнеса.

#### 1. Классическая теория Модильяни-Миллера

При наличии корпоративных налогов теория Модильяни-Миллера дает следующие результаты [2] (мы приводим их исключительно с целью разъяснения сути аналога теории Модильяни-Миллера для конечного прогнозного периода, предложенного в [2]). Мы воспользуемся более привычными для нас обозначениями, введенными в работе [5].

Для вывода зависимости стоимости средневзвешенной ставки  $j = WACC$  на инвестированный капитал  $Y$  и стоимости  $i$  собственного капитала от леввериджа  $L$ , т.е. отношения заемного капитала  $Z$  компании к собственному капиталу  $X$  используем следующую цепочку равенств [2]:

$$\begin{aligned} Y_L &= Y_0 + Zc; Z = w_d Y_L; \\ Y_L &= q/j; Y_L = q/i_0 + Zc = q/i_0 + w_d c q/j; \quad (1) \\ \frac{1 - w_d c}{j} &= \frac{1}{i_0}; j = i_0(1 - \frac{L}{1+L}c). \end{aligned}$$

Здесь  $c$  – ставка корпоративного налога на прибыль,  $w_d = L/(1+L)$  – доля заемного капитала  $Z$  в инвестированном капитале  $Y = X + Z$  компании,  $q = CF$  – денежный поток на инвестированный капитал без учета эффекта налогового щита, т.е. прибыль до налогообложения и уплаты процентов скорректированная на ставку корпоративного налога, плюс амортизация, минус капвложения и изменение чистого оборотного капитала [5]. Индексы  $L, 0$  в формулах (1) означают, что соответствующая величина относится к леввериджной или безлеввериджной компании.

Откуда и находится стоимость собственного капитала  $i$  леввериджной компании [2]:

$$\begin{aligned} j &= i_0(1 - w_d c) = w_e i + w_d g(1 - c); \\ i &= \frac{j - w_d g(1 - c)}{w_e} = \frac{i_0(1 - w_d c) - L/(1+L)g(1 - c)}{1/(1+L)} = (2) \\ &= i_0 + L(i_0 - g)(1 - c). \end{aligned}$$

Здесь  $w_e = 1/(1+L) = 1 - w_d$  – доля собственного капитала  $X$  в инвестированном капитале  $Y = X + Z$  компании;

$g$  – стоимость заемного капитала компании.

#### 2. Эквивалентное уравнение теории Модильяни-Миллера

Уравнение:

$$\frac{q}{j} = Y_L = \frac{q}{i_0} + cZ \quad (3)$$

допускает эквивалентную форму:

$$Y_L = \frac{q + cgZ}{j'} = \frac{q}{i_0} + \frac{cgZ}{g} = \frac{q}{i_0} + cZ, \quad (4)$$

где

$$j' = w_e i + w_d g.$$

В самом деле, денежный поток на инвестированный капитал леввериджной компании с учетом эффекта налогового щита будет равен не  $q$ , а  $q + cgZ$ . В частности при  $i_0 \geq g$ , что представляется естественным, из (3) следует, что искомая величина  $j'$  средневзвешенной стоимости инвестированного капитала должна находиться в пределах:

$$i_0 \geq j' \geq g, \quad (5)$$

что и должно выполняться независимо от величины  $L$ , поскольку  $j'$  по определению – есть среднее с весами от  $i_0$  и  $g$ . В отличие от (3) из которого следует только односторонне неравенство:  $i_0 \geq j$ .

Из левого равенства (4) с учетом  $Z = w_d Y_L$  следует цепочка равенств:

$$\begin{aligned} j' Y_L &= q + cg w_d Y_L; \\ Y_L (j' - cg w_d) &= q; \quad (6) \\ Y_L &= \frac{q}{j' - cg w_d}. \end{aligned}$$

Из правого равенства (4) с учетом  $Z = w_d Y_L$  следует цепочка равенств:

$$\begin{aligned} Y_L &= \frac{q}{i_0} + c w_d Y_L; \quad (7) \\ Y_L (1 - c w_d) &= \frac{q}{i_0}, \end{aligned}$$

что вместе с (6) дает:

$$\frac{q(1 - c w_d)}{j' - c g w_d} = \frac{q}{i_0}. \quad (8)$$

Откуда, сокращая обе части на  $q$ , получим искомую формулу для средневзвешенной стоимости инвестированного капитала леввериджной компании:

$$j' = i_0(1 - c w_d) + c g w_d. \quad (9)$$

Эта формула эквивалентна первой формуле в (2). Действительно

$$j = iw_e + (1 - c)gw_d = iw_e + gw_d - cgw_d = j' - cgw_d = i_0(1 - cw_d). \quad (10)$$

В частности, из (5) имеем:

$$i_0 \geq i_0 - cgw_d \geq j \geq g(1 - cw_d) \geq g(1 - c) = g'. \quad (11)$$

### 3. Аналог теории Модильяни-Миллера для конечного периода

Приведем аналог теории Модильяни-Миллера для конечного прогнозного периода, следуя [2] с целью анализа ее корректности. Отметим сразу же, что авторы предполагают нулевой постпрогнозную стоимость компании, тем самым заранее ограничивая себя другим крайним случаем по отношению к перпетуитетной компании, рассмотренной в классической теории Модильяни-Миллера. Поэтому их формулы дают лишь оценку снизу для стоимости леввериджной компании.

Величину налогового щита авторы [2] ищут по формуле:

$$cS = \sum_{k=1}^n \frac{gZc}{(1+g)^k} = \frac{gZc}{1+g} * \frac{1-(1+g)^{-n}}{1-(1+g)^{-1}} = cZ[1-(1+g)^{-n}]. \quad (12)$$

Здесь  $S$  – текущая стоимость остатков по долгу по ставке  $g$ .

Для вывода зависимости стоимости средневзвешенной ставки  $j = WACC$  на инвестированный капитал использу-

ется следующая цепочка равенств, аналогичная (1) [2]:

$$\begin{aligned} Y_L &= Y_0 + Sc; \\ Z &= w_d Y_L; \\ Y_L &= q[1 - (1+j)^{-n}] / j; \\ Y_L &= q[1 - (1+i_0)^{-n}] / i_0 + cZ[1 - (1+g)^{-n}] = \\ &= q[1 - (1+i_0)^{-n}] / i_0 + cw_d Y_L [1 - (1+g)^{-n}]; \\ Y_L(1 - cw_d [1 - (1+g)^{-n}]) &= q[1 - (1+i_0)^{-n}] / i_0; \\ \frac{1 - (1+j)^{-n}}{j} * (1 - cw_d [1 - (1+g)^{-n}]) &= \frac{1 - (1+i_0)^{-n}}{i_0}. \end{aligned} \quad (13)$$

Последнее уравнение относительно неизвестной средневзвешенной ставки  $j$  предлагается решать численно, пользуясь монотонностью левой части по  $j$ .

После этого по определению  $j$  и находится стоимость собственного капитала  $i$  леввериджной компании [2]:

$$\begin{aligned} j &= w_e i + w_d g(1 - c); \\ i &= \frac{j - w_d g(1 - c)}{w_e} = \frac{j - L/(1+L)g(1 - c)}{1/(1+L)} = \\ &= j(1+L) - Lg(1 - c). \end{aligned} \quad (14)$$

Конечной формулы (2) в этом случае не получается в силу нелинейной зависимости последнего уравнения (13) от  $j, i_0, g$ .

Отметим, что расчет текущей стоимости налогового щита в (12) не вполне корректен, поскольку предполагает постоянство не только доли заемного капитала в инвестированном, но и абсолютное постоянство заемного капитала, что невозможно, поскольку стоимость инвестированного капитала в модели с нулевой остаточной стоимостью, принятой в [1, 2], убывает до нуля. В связи с этим в следующем пункте приводится кор-

ректный расчет текущей стоимости налогового щита, основанный на полученных нами формулах для стоимости инвестированного капитала компании. Остатки по долгу получаются из них при заданной постоянной доле заемного капитала в инвестированном, что позволяет подсчитать проценты, которые и выводятся из под корпоративного налога на прибыль.

### 4. Корректировка уравнения для средневзвешенной стоимости капитала

В связи с вышесказанным в этом пункте приводится корректный расчет текущей стоимости налогового щита, основанный на полученных нами формулах для стоимости инвестированного капитала компании. Остатки по долгу получаются из них при заданной постоянной доле заемного капитала в инвестированном, что позволяет подсчитать проценты, которые и выводятся из под корпоративного налога на прибыль.

Вначале получим формулы для стоимости инвестированного капитала  $Y_k$  на конец  $k$ -го года,  $k = 0, 1, \dots, n$ :

$$\begin{aligned} Y_k &= \sum_{i=k+1}^n \frac{q}{(1+j)^{i-k}} = q \sum_{i=1}^{n-k} \frac{1}{(1+j)^i} = \\ &= \frac{q}{1+j} * \frac{1 - (1+j)^{-(n-k)}}{1 - (1+j)^{-1}} = \frac{q}{j} [1 - (1+j)^{-(n-k)}]. \end{aligned} \quad (15)$$

В частности, при  $k = 0$ :

$$Y_0 = \frac{q}{j} [1 - (1+j)^{-n}]; Y_n = 0. \quad (16)$$

Остатки  $Z_k$  по долгу на конец  $k$ -го года при фиксированной структуре инвестированного капитала получаются теперь по формуле:

$$Z_k = w_d Y_k. \quad (17)$$

Текущая стоимость налогового щита теперь может быть подсчитана следующим образом:

$$\begin{aligned} cS &= cgw_d \sum_{k=1}^n \frac{Y_{k-1}}{(1+g)^k} = cgw_d \frac{q}{j} \sum_{k=1}^n \frac{1 - (1+j)^{-(n-k+1)}}{(1+g)^k} = \\ &= cgw_d \frac{q}{j} \left\{ \sum_{k=1}^n \frac{1}{(1+g)^k} - \frac{1}{(1+j)^{n+1}} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1+j}{1+g} \right)^k \right\} = \\ &= cgw_d \frac{q}{j} \left\{ \frac{1 - (1+g)^{-n}}{g} - \frac{1}{(1+j)^n} \frac{1 - \left( \frac{1+j}{1+g} \right)^n}{g-j} \right\}. \end{aligned} \quad (18)$$

Для вывода зависимости стоимости средневзвешенной ставки  $j = WACC$  на инвестированный капитал теперь может быть использована следующая цепочка равенств, аналогичная (1):

$$\begin{aligned} Y_L &= Y_0 + Sc; Y_L = q[1 - (1+j)^{-n}] / j; \\ Y_0 &= q[1 - (1+i_0)^{-n}] / i_0; \\ [1 - (1+j)^{-n}] / j &= [1 - (1+i_0)^{-n}] / i_0 + \\ &cgw_d \frac{1}{j} \{ [1 - (1+g)^{-n}] / \\ &/ g - [1 - (1+g)^{-n} - (1+j)^{-n}] / (j-g) \}. \end{aligned} \quad (19)$$

В силу неравенства (11) при  $j = i_0$  левая часть последнего уравнения в (13) будет меньше правой, а при  $j = g' = g(1 - c)$  – больше правой, что позволяет ре-

шить это уравнение приближенно с любой точностью методом деления отрезка  $[i, g']$  пополам.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на примере случая наличия корпоративных налогов предложено корректное обобщение теории Модильяни-Миллера для конечного прогнозного периода с нулевой остаточной стоимостью леввериджной компании.

Полученное уравнение для средневзвешенной стоимости инвестированного капитала леввериджной компании является корректным аналогом уравнения Модильяни-Миллера и позволяет вычислить стоимость собственного капитала леввериджной компании при заданном уровне стоимости собственного капитала аналогичной безлеввериджной компании и величине леввериджа.

## Литература

1. Брусов П.Н. и др. Аномальная зависимость стоимости собственного капитала компании от леввериджа [Текст] / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова, Н.П. Орехова, П.П. Брусов, А.П. Брусова // Финансовая аналитика. – 2012. – №26. – С. 7-19.
2. Брусов П.Н. и др. Стоимость и структура капитала компании в post Модильяни – Миллеровскую эпоху [Текст] / П.Н. Брусов, Т.В. Филатова, Н.П. Орехова, П.П. Брусов, А.П. Брусова // Финансовая аналитика. – 2011. – №37. – С. 2-12; 2011. – №38. – С. 9-18.
3. Оценка бизнеса [Текст] : учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М. : Финансы и статистика, 2002.
4. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и / или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» [Текст] / Deloitte&Touche. – декабрь 2003-март 2005.
5. Перевозчиков А.Г. Учет структуры капитала в моделях денежного потока для собственного и инвестированного капитала [Текст] / А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2006. – №1. – С. 163-166.
6. Шарп У. и др. Инвестиции [Текст] / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли; пер. с англ. – М. : ИНФРА-М, 1998. – XII, 1028 с.

## Ключевые слова

Теория Модильяни-Миллера; леввериджные компании; средневзвешенная стоимость капитала леввериджной компании; налоговый щит; стоимость инвестированного капитала; его зависимость от средневзвешенной стоимости; остатки по займам и налоговый щит; уравнение Модильяни-Миллера для средневзвешенной стоимости; стоимость собственного капитала компании, ее зависимость от леввериджа.

*Перевозчиков Александр Геннадьевич*

## РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается аналог формулы Модильяни-Миллера о стоимости собственного капитала леввериджной компании для конечного прогнозного периода, полученной П. Брусовым с учениками. Отмечается, что расчет текущей стоимости налогового щита в указанных работах не вполне корректен, поскольку предполагает постоянство не только доли заемного капитала в инвестированном, но и абсолютное постоянство заемного капитала, что невозможно, поскольку стоимость инвестированного капитала в модели с нулевой остаточной стоимостью, принятой соавторами, убывает до нуля.

Приводится корректный расчет текущей стоимости налогового щита, основанный на формулах для стоимости инвестированного капитала компании, полученных в работе и остатках по долгу, получающихся из них при заданной постоянной доле заемного капитала в инвестированном, что позволяет подсчитать проценты по ним, которые выводятся из под корпоративного налога на прибыль.

Вот основные идеи, заложенные в нашей новой работе. Она предназначена для аспирантов и докторантов, специализирующихся в области теории Модильяни-Миллера и Марковица-Шарпа, а также для действующих профессиональных оценщиков инвестиций и бизнеса.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья А.Г. Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

*Фирсова Е.А., д.э.н профессор, зав. кафедрой бухгалтерского учета и аудита, проректор по научной работе Тверской государственной сельскохозяйственной академии*