

### 3.9. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОВЫШЕНИЯ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА МЕТАЛЛА В ПЕРИОД ОСВОЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ МОЩНОСТЕЙ

Мальцев А.С., соискатель кафедры «Математические методы анализа экономики», главный специалист ЗАО «Гражданские самолеты Сухого»

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

Данная работа представляет собой актуальное исследование в области построения динамических моделей повышения эффективности работы (рентабельности) предприятия в период освоения производственных мощностей и действия эффекта затрат по кривой обучения, обуславливающий более 50% всех производственных затрат.

#### ВВЕДЕНИЕ

В статье на данных Открытого акционерного общества «Челябинский металлургический комбинат» (ОАО «ЧМК») автор показывает, что в период освоения производственных мощностей и действия эффекта кривой обучения полная себестоимость продукции описывается дискретной, скачкообразной функцией.

В связи с этим аналитическое решение задачи классическими методами затруднительно, однако может быть успешно реализовано с помощью аппарата динамического программирования (метод Беллмана) [2, с. 34].

В статье на данных ОАО «ЧМК» за период 2006-2007 гг. разработана динамическая модель расчета объема производства литой заготовки металла (эндогенная переменная), при которой достигается максимальная величина прибыли предприятия, в период освоения производственных мощностей и действия эффекта затрат по кривой обучения. В качестве исходных данных использовались плановые значения объема производства литой заготовки металла  $Q_k$  (экзогенная переменная) (табл. 1) в период освоения производственных мощностей машины непрерывного литья заготовки (МНЛЗ), в течение которого действуют затраты по кривой обучения.

При математической формализации процесса производства литой заготовки металла, при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия ОАО «ЧМК», в период освоения производственных мощностей полная себестоимость продукции принимает вид дискретной, скачкообразной функции, кусочно-непрерывной. Данный вид функции полной себестоимости обусловлен видом функции затрат по кривой обучения (гипербола, рис. 1), действующей только до определенного суммарного значения объема производства, условно постоянными расходами (УПР), которые растут «ступенчато» при выходе на определенный объем производства, а также фиксированными затратами по кредитам (процентные выплаты).

В работе автором процесс производства литой заготовки металла на МНЛЗ характеризуется как управляемая система, состояние которой характеризуется объемом производства ( $Q_k$ ), где в качестве управления может выступать решение об увеличении / уменьшении объема производимого металла  $U_k$  в период  $k$  в начале каждого периода.

Таким образом, при реализации модели по производству металла на МНЛЗ на этапе освоения производственных мощностей рационально применять методы динамического программирования с целью моделирования такого объема производимой литой заготовки металла за счет использования резерва

производственных мощностей, при котором достигается максимальная величина прибыли металлургического предприятия ОАО «ЧМК».

Предлагаемая модель (2.4-2.7) включает затраты при изменении объема производимой литой заготовки металла по сравнению с плановыми показателями, которые описываются функцией дополнительных затрат  $g_{k+1}(Q_k, U_k)$  в период  $k+1$ , характеризующей дополнительные затраты на обслуживание кредитов (выплата процентов по кредитам), направленных на финансирование дополнительных оборотных средств.

#### 1. Основные принципы динамического программирования

Смысл подхода, реализуемого в динамическом программировании, заключен в замене решения исходной многомерной задачи последовательностью задач меньшей размерности.

Основные требования к задачам, решаемым в рамках метода динамического программирования:

- объектом исследования должна служить управляемая система (объект) с заданными допустимыми состояниями и допустимыми управлениями;
- решаемая задача интерпретируется как многошаговый процесс, каждый шаг которого состоит из принятия решения о выборе одного из допустимых управлений, приводящих к изменению состояния системы;
- задача не должна зависеть от количества шагов и быть определенной на каждом из них;
- состояние системы на каждом шаге должно описываться одинаковым (по составу) набором параметров;
- последующее состояние, в котором оказывается система после выбора решения на  $k$ -м шаге, зависит только от данного решения и исходного состояния к началу  $k$ -го шага. Данное свойство является основным с точки зрения идеологии динамического программирования и называется отсутствием последствия.

При рассмотрении вопросов динамического программирования (ДП) в общем виде [2, с. 34] обычно ставится задача управления некоторым абстрактным объектом, который может пребывать в различных состояниях. Текущее состояние объекта отождествляется с некоторым набором параметров, обозначаемых в дальнейшем  $\bar{Q}_k$  и именуемый вектором состояния размерностью  $1 * m$ . Для объекта определен вектор управлений (управляющих воздействий)  $\bar{U}_k$  размерностью  $1 * r$ . Управляющие воздействия осуществляются в дискретные моменты времени  $k(k \in \overline{1, n})$  – интервал управления. Планом задачи или стратегией управления называется вектор  $q = (q_1, q_2, \dots, q_{n-1})$ , компонентами которого служат управления, выбранные на каждом шаге процесса. Ввиду предполагаемого отсутствия последствия между каждыми двумя последовательными состояниями объекта  $\bar{Q}_k$  и  $\bar{Q}_{k+1}$  существует известная функциональная зависимость, включающая также выбранное управление:  $Q_{k+1} = f(\bar{Q}_k, \bar{U}_k)$ ,  $k \in \overline{1, N}$ .

Таким образом, постановка задачи динамического программирования имеет дискретную систему, описываемую системой из  $m$  разностных уравнений первого порядка:

$$Q_i(k+1) = f_i(k, Q_k, U_k), \quad (1.1)$$

где  $\bar{Q}_k$  – вектор переменных состояния системы размерностью  $1 * m$ ;

$\bar{U}_k$  – вектор управления размерностью  $1 * r$  ;  
 $f_i$  – известные функции;  
 $k$  – номер цикла.

Заданы также начальное состояние системы  $\bar{Q}(0)$  и ограничения на управления  $\bar{U}_k \in U_{Access}$ .

Эффективность управления на каждом шаге  $k$  зависит от текущего состояния  $\bar{Q}_k$ , выбранного управления  $\bar{U}_k$  и количественно оценивается с помощью функции  $f_k(\bar{Q}_k, \bar{U}_k)$ , входящей в целевую аддитивную функцию  $\sum_{k=0}^{N-1} f_k(\bar{Q}_k, \bar{U}_k) + \Gamma(\bar{Q}(N))$ , характеризующую общую эффективность управления объектом на отрезке  $k = 0 \div N$ , где  $\Gamma(\bar{Q}(N))$  – терминальная функция.

Для решения задачи методом ДП составляется уравнение Беллмана [5, с. 158]

$$A_k(\bar{Q}_k) = \min_{U \in U_{Access}} \{ f_k(\bar{Q}_k, \bar{U}_k) + A_{k+1}(\bar{Q}_{k+1}) \} \quad (1.2)$$

с краевыми условиями вида:

$$A(n, \bar{Q}) = -\Gamma(\bar{Q}). \quad (1.3)$$

Основное соотношение (4.1.2) позволяет найти функции  $A_k(\bar{Q}_k)$  только в сочетании с начальным условием, каковым в нашем случае является равенство:

$$A_k(\bar{Q}_k) = \min_{U \in U_{Access}} \{ f_k(\bar{Q}_k, \bar{U}_k) \}.$$

Далее для каждого шага  $k$  решаются уравнения (1.2), определяется  $A_k(\bar{Q}_k)$  и находится оптимальный вектор управления на  $k$ -м шаге, такой, чтобы выполнялось условие:

$$\bar{U}_{Op}(Q_k) = \arg \min_{U \in U_{Op}} A(\bar{Q}_k) \quad (1.4)$$

при  $k = 1 \div n$ .

Т.е. оптимальное управление при заданном краевом состоянии  $A(n, \bar{Q}) = -\Gamma(\bar{Q})$  сводится к выбору такого оптимального плана  $\bar{Q}^*$ , при котором достигается максимум / минимум суммы значений  $\sum_{k=1}^n f_k(\bar{Q}_k, \bar{U}_k)$  на соответствующей траектории.

При этом вектор оптимального управления  $\bar{U}_{Op}$  и оптимального состояния системы  $\bar{Q}_{Op}$  должны удовлетворять уравнениям системы (1.1) и начальным условиям, т.е.:

$$Q_{iOp}(k+1) = f_i(k, \bar{Q}_{Op}, \bar{U}_{Op}), \quad k = 1 \div n, \quad i = \overline{1, m};$$

$$\bar{Q}_{Op}(0) = \bar{Q}(0). \quad (1.5)$$

Решение задачи ищется прямым счетом, с конца или с начала в зависимости от заданного начального или конечного условия, вектор оптимального управления определяется по формуле:

$$\bar{U}_{Op}(k) = \bar{U}_{Op}(k, Q) \Big|_{\bar{Q} = \bar{Q}_{Op}}. \quad (1.6)$$

Основной принцип динамического программирования заключается в том, что на каждом шаге следует стремиться

не к изолированной оптимизации функции  $f_k(\bar{Q}_k, \bar{U}_k)$ , а выбирать оптимальное управление  $\bar{U}_k^*$  в предположении об оптимальности всех последующих шагов.

Важно еще раз подчеркнуть, что сформулированный выше принцип оптимальности применим только для управления объектами, у которых выбор оптимального управления не зависит от предыстории управляемого процесса, т.е. от того, каким путем система пришла в текущее состояние. Именно это обстоятельство позволяет осуществить декомпозицию задачи и сделать возможным ее практическое применение.

В то же время, говоря о динамическом программировании как о методе решения оптимизационных задач, необходимо отметить и его слабые стороны.

В реализованной схеме динамического программирования заложен тот факт, что система ограничений может содержать только одно неравенство, и, как следствие, состояние системы задается одним числом – нераспределенным ресурсом  $Q$ .

При наличии большего количества ограничений состояние управляемого объекта на каждом шаге характеризуется уже набором параметров  $Q_1, Q_2, \dots, Q_m$ , и табулировать значения функций  $A_k(Q_1, Q_2, \dots, Q_m)$  необходимо для многократно большего количества точек. Последнее обстоятельство делает применение метода динамического программирования явно нерациональным или даже просто невозможным.

## 2. Математическая формализация методов динамического программирования при построении модели максимизации прибыли при производстве стальной заготовки

В модели планирования объема производства (2.4-2.7), при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, последовательно на  $k$ -м шаге рассматривается принятие решения об увеличении или уменьшении объема производимой продукции (металлической литой заготовки) на величину  $U_k$  (дополнительный объем производства), по сравнению с плановыми показателями объема производимой продукции  $Q_k$  (табл. 1.1).

Рассматривается проект по включению в общую точную балансовую схему распределения металла на металлургическом предприятии ОАО «ЧМК» МНЛЗ, имеющей шесть поточных линий, производственную мощность которой в первые периоды запуска планируется использовать не на полную мощность.

Проект по производству литой заготовки металла миновал этап опытно-конструкторских работ (ОКР), период пусконаладочных работ и вышел на фазу серийного производства. Решается задача увеличения / уменьшения степени загрузки поточных линий МНЛЗ в каждом из периодов  $k$  ( $k = 1 : n$ ) относительно плановых показателей  $Q_k$  объема производства и разливки стали на МНЛЗ с целью выхода на такой объем производства стали, при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия.

В каждый период  $k$  ( $k = 1 : n$ ) металлургическое предприятие ОАО «ЧМК» характеризуется плановым

объемом производства стали  $Q_k$  (табл. 1.1). Относительно планового объема производства стали  $Q_k$  у предприятия имеется некоторый резерв производственных мощностей, который позволяет увеличить / уменьшить объем производства стали без какой-либо технологической модернизации на величину  $U_k$  (дополнительный объем производимой продукции), что обусловлено конъюнктурой рыночного спроса.

В модели (2.4-2.7) расчет объема производимой литой заготовки металла  $(Q_k + U_k)$  на шаге  $k + 1$  в течение планируемого периода времени  $(k = \overline{1, n})$  характеризуется строгой временной последовательностью, и поэтому разработанная модель (2.4-2.7) рассматривается как динамическая система, описываемая разностным (рекуррентным) уравнением  $Q_{k+1} = Q_k + U_k$ , что позволяет применять методы динамического программирования.

В разработанной модели (2.4-2.7) рассматривается производство объема литой заготовки металла в период  $(k \in 1 : n)$  на предприятии ОАО «ЧМК»  $Q_k + U_k$ , при котором происходит снижение затрат за счет, так называемого, эффекта затрат по кривой обучения (learning curve costs). Поскольку в реализуемом проекте по введению в строй МНЛЗ на ОАО «ЧМК» начало фазы серийного производства совпадает с первым годом после окончания этапа ОКР, то при освоении дополнительных производственных мощностей потребуются набор дополнительного персонала, квалификация которого в ходе реализации проекта достигнет необходимого уровня, при достижении суммарного значения объема производства. Соответствующие затраты на обучение персонала в ходе реализации проекта, которые затрачивает предприятие до достижения суммарного значения объема производства, при котором заканчивается действие эффекта кривой обучения, трактуются как затраты по кривой обучения (рис. 1.1).

В разработанной модели (2.4-2.7) планирования объема производства литой заготовки металла, при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия ОАО «ЧМК», сделаны следующие допущения:

- действие эффекта кривой обучения заканчивается за пределами периода планирования оптимального объема производства, в противном случае нарушается главный принцип задачи динамического программирования – общее оптимальное решение является суммой оптимальных решений каждого шага (полученный результат для одного шага вводится в уравнение для следующего шага); в противном случае будущие результаты (объем производства) не будут зависеть от предыстории того состояния системы, при котором принимается решение, поскольку при расчете действия эффекта кривой обучения учитывается суммарный объем продукции, произведенный в предыдущие периоды;
- условно постоянные расходы (УПР) не зависят от объема производимой продукции, хотя на практике они носят некоторый ступенчатый характер, т.е. при увеличении объема производства изменяются скачкообразно;
- предприятие ОАО «ЧМК» не обладает свободными собственными оборотными средствами в достаточной степени и прибегает к привлечению краткосрочных кредитов (овердрафтов) при увеличении объема производства выше планового показателя для пополнения оборотных средств на величину затрат в незавершенном производстве (НЗГ).

Таким образом, при увеличении объема производства выше планового показателя предприятие ОАО «ЧМК» несет процентные затраты по краткосрочным кредитам (овердрафтам), а при снижении объема производства ниже планового показателя предприятие размещает на депозите дополнительные наличные средства, получаемые за счет высвобождения оборотных средств. Предполагается также, что предприятию предоставляется кредитная линия для пополнения оборотных средств путем привлечения овердрафтов.

В динамике удельные затраты по труду по мере освоения производственных мощностей уменьшаются. Это связано с так называемым эффектом кривой обучения (learning curve), которая отражает эффект снижения удельной величины трудозатрат по мере роста квалификации работников и имеет логарифмическую зависимость [10, 12, 13, с. 12].

В разработанной модели (2.4-2.7) управленческое решение на шаге  $k+1$ , заключающееся в выборе величины изменения объема производимой продукции  $U_k$  (дополнительный объем производства) по сравнению с плановым объемом производства  $Q_k$  на шаге  $k$  (табл. 4.1), однозначно определяет объем производства  $Q_{k+1}$  в периоде  $k + 1$  через рекуррентную формулу:

$$Q_{k+1} = Q_k + U_k \tag{2.1}$$

В предлагаемой модели (2.4-2.7) величина дополнительных издержек, которое несет предприятие ОАО «ЧМК» в период  $k + 1$ , связанные с затратами по кредитам, привлеченным для пополнения оборотных средств, при увеличении объема производства стали на величину  $U_k$  (дополнительный объем производства стали) относительно планового показателя  $Q_k$  описываются функцией дополнительных затрат:

$$g_{k+1} = f(U_k) \tag{2.2}$$

Плановый показатель объема производимой продукции в первом периоде  $(k = 0)$  принимается на уровне  $Q_0 = Q_k^{Plan} = 100\,000$  тонн стали. В предлагаемой модели (2.4-2.7) фиксированным является начальное значение объема производства литой заготовки металла, и, напротив, ничего не говорится о том, какой объем производства должен быть достигнут на конечном этапе производства, то процесс принятия решений целесообразно начинать с конца.

Плановый объем производства стали на МНЛЗ в первые четыре месяца после окончания фазы НИОКР и проведения пусконаладочных работ имеет показатели, представленные в табл. 1.1.

Таблица 1.1

**ПЛАНОВЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ОБЪЕМА ПРОИЗВОДСТВА НА МНЛЗ**

Номер планового периода, квартала	Тонн			
	1	2	3	4
Плановый объем производства литой заготовки металла, $Q_i$	100 000	104 000	108 000	112 000

В предлагаемой модели (2.4-2.7) объема производства литой заготовки металла на МНЛЗ, при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, на основе методов динамического програм-

мирования применяется производственная функция Кобба-Дугласа (ПФ КД) для металлургического предприятия. Параметры этой ПФ КД получены на основе результатов регрессионного и корреляционного анализов (за рамками данной статьи) на основе данных ОАО «ЧМК» в период с 1 января 2002 г. по 1 декабря 2004 г. (табл. 1.2, пп.13-15).

Таблица 1.2

**ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЗАТРАТ И ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ ОАО «ЧМК» ДЛЯ МНЛЗ (В ЭКОН. УСЛОВ. 2007 г.)**

№	Наименование статей затрат	1-й квартал	2-й квартал	3-й квартал	4-й квартал
1	Условно постоянные расходы (УПР), млн. руб.	2 000	2 000	2 000	2 000
2	Стоимость материальных затрат $p_1$ , руб./т	7 500	7 688	7 880	8 077
3	Удельная величина трудозатрат (unit labor quantity) $I$ , чел.-ч/т	160	160	160	160
4	Ставка трудозатрат (labor rate) $p_2$ , руб./чел.-ч	22	22	22	22
5	Удельная стоимость трудозатрат (labor unit costs) $L = I * p_2$ , руб./т	3 520	3 520	3 520	3 520
6	Средняя ставка общепроизводственных и общехозяйственных накладных расходов, %	120	120	120	120
7	Значение объема производства, при котором заканчивается действие кривой обучения по трудозатратам (labor learning quantity, $L.L.Q.$ ), т	500 000	500 000	500 000	500 000
8	Значение объема производства, при котором заканчивается действие кривой обучения по материальным затратам (material learning quantity, $L.M.Q.$ ), т	500 000	500 000	500 000	500 000
9	Процент кривой обучения для трудозатрат $b_1$ , %	90	90	90	90
10	Процент кривой обучения для материальных затрат $b_2$ , %	95	95	95	95
11	Процент по краткосрочным кредитам $y_1$ , %	16	16	16	16
12	Процент по депозитам $y_2$ , %	2	2	2	2
13	Параметр ПФ КД (свободный член) $\alpha_0$	1,020	1,020	1,020	1,020
14	Параметр ПФ КД (степень трудозатрат) $\alpha_1$	0,111	0,111	0,111	0,111
15	Параметр ПФ КД (степень для материальных затрат) $\alpha_2$	0,858	0,858	0,858	0,858
16	Коэффициент эскалации цены литой заготовки за квартал	1,00	1,02	1,02	1,02
17	Средняя цена реализуемой литой заготовки металла $*p_0$ , руб./т	22 216	22 661	23 114	23 576

В разработанной модели (2.4-2.7) предлагается, что затраты, которые несет ОАО «ЧМК» при производстве планового объема металла  $Q_k$  (см. табл. 1.1) в период  $k + 1$  определяются функцией прямых и постоянных затрат  $\psi_{k+1}(Q_k)$ , а затраты, обусловленные изменением объема производимой продукции (уменьшения

или увеличения объема проката стали  $Q_k$ ) по сравнению с плановым показателем при переходе от периода  $k$  к периоду  $k + 1$  определяются функцией дополнительных затрат  $g_{k+1}(Q_k)$ . Тогда суммарные издержки характеризуются суммарной функцией затрат:

$$\gamma_{k+1}(Q_k, U_k) = \psi_{k+1}(Q_{k-1} + U_{k-1}; U_k) + g_{k+1}(Q_{k-1} + U_{k-1}; U_k), \quad (2.3)$$

где  $\psi_{k+1}(Q_k, U_k)$  – функция прямых (direct costs) и постоянных (УПР) затрат в период  $k + 1$ ;

$g_{k+1}(U_k)$  – функция дополнительных затрат в период  $k + 1$ , обусловленная избыточным объемом производимой продукции по сравнению с плановыми показателями  $Q_k$ .

Разработанная модель (2.4-2.7) расчета объема производства стали  $(Q_k + U_k)^*$  (табл. 1.4) на шаге  $k + 1$  заключается в поэтапном изменении планового объема производства  $(Q_k)$  (см. табл. 1.1) путем нахождения такого управляющего параметра  $U_k$  (дополнительный объем производства) в течение планируемого периода  $k = \overline{1, n}$ , который обеспечивает условие максимума прибыли металлургического предприятия (2.5), значение которой определяется функционалом (целевой функцией) вида (2.4).

Разработанная модель (2.4-2.7) основывается на представлении модели производства стали, как управляемой системы, состояние которой определяется плановым объемом производства  $(Q_k)$ , а в качестве управляющего параметра выступает решение о увеличении / уменьшении объема производимой продукции  $U_k$  (дополнительный объем производства) в начале каждого периода  $k$ . В работе на примере данных ОАО «ЧМК» за 2006-2007 гг. решается задача увеличения / уменьшения объема производства и разливки стали на МНЛЗ в каждом из периодов  $k$  ( $k \in \overline{1/n}$ ) относительно плановых показателей  $(Q_k)$  (см. табл. 1.1). Модель расчета объема производства стали, при котором достигается максимум прибыли (2.5) предприятия ОАО «ЧМК», состоит системы уравнений (2.4-2.7), включающей функционал (2.4) – целевую функцию:

$$J = \sum_{k=1}^n [P_{k+1}(Q_k, U_k)] + \Gamma_k(Q_k) \Rightarrow MAX; \quad (2.4)$$

$$P_{k+1}(Q_k) = f_{k+1}(Q_k, U_k) - \psi_{k+1}(Q_k, U_k) - g_{k+1}(Q_k, U_k); \quad (2.5)$$

$$\Gamma_k(Q_k) = P_k(Q_k) = P_k(Q_{k-1} + U_{k-1}; 0); \quad (2.6)$$

$$Q_{k+1} = Q_k + U_k. \quad (2.7)$$

где  $\psi_{k+1}(Q_k, U_k)$  – функция прямых (direct costs) и постоянных (УПР) затрат в период  $k + 1$ ;

$f_{k+1}(Q_k, U_k)$  – ПФ КД, основные эндогенные параметры которой ( $\alpha_0 = 1,020; \alpha_1 = 0,858; \alpha_2 = 0,111$ ) получены в ходе проведенного параметрического анализа ретроспективных данных объема произведенной продукции и затрачиваемых ресурсов (экзогенные пере-

менные) на ОАО «ЧМК в период с января 2002 г. по декабрь 2004 г.;

$g_{k+1}(U_k)$  – функция дополнительных затрат в период  $k + 1$ , обусловленная избыточным объемом производимой продукции по сравнению с плановыми показателями  $Q_k$ ;

$P_{k+1}(Q_k)$  – функция прибыли до налогообложения и процентных выплат (earning before interests and taxes) в период  $k + 1$ ;

$$\Gamma_k(Q_k) = P_k(Q_k, U_k) - \psi_k(Q_k) - g_k(Q_k).$$

$f_k(Q_{k-1} + U_{k-1}; 0) - \psi_k(Q_{k-1} + U_{k-1}; 0) - g_k(Q_{k-1} + U_{k-1}; 0)$  – терминальная функции прибыли до налогообложения и процентных выплат, не зависящая от управляющего значения  $U_k$  (объема производимой продукции) на шаге  $k$ ,  $Q_{k+1} = Q_k + U_k$  – основное рекуррентное уравнение, определяющее объем производства ( $Q_{k+1}$ ) в период  $k + 1$  через объем основной ( $Q_k$ ) и дополнительный объем производства ( $U_k$ ) в период  $k$ .

Предложенный в работе подход расчета объема производимой продукции ( $Q_k + U_k$ ), при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия (см. табл. 1.4) в течение планируемого периода ( $k = \overline{1, n}$ ), основывается на разностном (рекуррентном) уравнении  $Q_{k+1} = Q_k + U_k$ , что позволяет применять при решении разработанной модели (2.4)-(2.7) методы ДП.

Решение разработанной модели (2.4)-(2.7) производится на основе метода ДП, с применением следующего уравнения Беллмана для каждого шага  $k + 1$  периода планирования ( $k = \overline{1, n}$ ):

$$A_{k+1}(Q_k, U_k) = \max_{U \in U_{access}} \left\{ P_{k+1}(Q_k, U_k) + A_{k+2}(Q_{k+1}, U_{k+1}) \right\}; \quad (2.8)$$

$$A_{n+1}(Q_n, U_n) = \max_{U \in U_{access}} \{ P_{n+1}(Q_n, U_n) \}; \quad (2.9)$$

где

$$Q_{k+1} = Q_k + U_k, \quad k \in \overline{1, n} = \overline{1, 4}. \quad (2.10)$$

Уравнение Беллмана (2.8) связывает значение функционала  $P_{k+1}(Q_k, U_k)$  (2.5) в период  $k + 1$  с его значением в последующий период  $k + 2$ , а краевое условие:

$$\Gamma_k(Q_k) = f_k(Q_k) - \psi_k(Q_k) - g_k(Q_k) \quad (2.6)$$

определяет значение функции прибыли:

$$P_{k+1}(Q_k, U_k) \quad (2.5)$$

в начальный период времени, поэтому решение задачи (2.4-2.10) производится с конца.

Также отмечается, что управляющий параметр ( $U_{n+1}$ ) на шаге  $n + 1$  в течение периода планирования ( $k = \overline{1, n}$ ) равняется нулю, поэтому второе слагаемое функции состояния (2.9) определяется только плановым объемом производства в этом периоде:

$$A_{n+1}(Q_n + U_n, 0) = \max_{U \in U_{access}} \{ P_n(Q_n + U_n, 0) \}.$$

Решая на каждом  $k + 1$ -м шаге уравнение Беллмана (2.8-2.10) находится объем производства на  $k + 1$ -м шаге, при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, удовлетворяющий условию:

$$(Q_k + U_k)^* = \arg \max A_{k+1}(Q_k, U_k). \quad (2.11)$$

В конце алгоритма решения задачи подсчитывается минимальная величина затрат производства стали.

Функция затрат  $\psi_{k+1}(Q_k, U_k)$ , входящая в функционал (2.4), определяет затраты, которые несет предприятие в случае, как загрузки производственных мощностей ( $Q_k + U_k > 0$ ), так и отсутствия объема производимой продукции ( $Q_k + U_k = 0$ ), значение которой в последнем случае равняется величине (УПР). Функция дополнительных затрат  $g_{k+1}(U_k)$  в период  $k + 1$ , определяет затраты, которое несет предприятие при увеличении объема производимой продукции по сравнению с плановыми показателями  $Q_k$  (табл. 1.1). ПФ КД  $f_{k+1}(Q_k, U_k)$  [5, с. 159], входящая в функционал (2.4), определяет зависимость количества производимой продукции ( $Q_k + U_k$ ) от объема затрачиваемых ресурсов (трудовых, материальных). ПФ КД  $f_{k+1}(Q_k, U_k)$ , функция прямых и постоянных затрат  $\psi_{k+1}(Q_k, U_k)$ , а также функция дополнительных затрат  $g_{k+1}(U_k)$ , входящие в функционал (2.4), имеют следующий аналитический вид:

$$f_{k+1}(Q_k, U_k) = \begin{cases} p_{k+1} * \alpha_0 * (M_{k+1}(Q_k, U_k))^{a_1} * \\ * (L_{k+1}(Q_k, U_k))^{a_2}, \text{ if } Q_k + U_k > 0; \\ 0, \text{ if } Q_k + U_k = 0. \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\psi_{k+1}(Q_k, U_k) = \begin{cases} DC_{k+1}(Q_k, U_k) + YIP, \text{ if } Q_k + U_k > 0; \\ YIP, \text{ if } Q_k + U_k = 0. \end{cases} \quad (2.13)$$

$$g_{k+1}(U_k) = \begin{cases} WIP_{k+1}(U_k) * \gamma_1, \text{ if } U_k > 0; \\ WIP_{k+1}(U_k) * \gamma_2, \text{ if } U_k \leq 0. \end{cases} \quad (2.14)$$

Знак минус во второй части функции дополнительных затрат  $g_{k+1}(U_k)$  (2.14) отсутствует, поскольку при выполнении условия  $U_k \leq 0$  значение функции  $g_{k+1}(U_k)$  становится отрицательным, т.е. происходит уменьшение затрат. Уменьшение затрат при уменьшении объема производимой продукции на величину  $U_k$  в рассматриваемой модели (2.4-2.7) трактуется как приток денежной наличности от размещения свободных денежных средств на депозите в банке вследствие высвобождения оборотных средств.

Где:

$Q_k$  – плановый объем производства стали в период  $k$ ;

$U_k$  – дополнительный объем производства стали (управляющая переменная) в период  $k$ ;

$p_{k+1}$  – цена производимой продукции (1 т металла) в период  $k + 1$ ;

$DC_{k+1}(Q_k, U_k) = p_1 * M_{k+1} + p_2 * L_{k+1}$  – величина прямых затрат (direct costs), состоящая из суммы материальных прямых затрат и трудозатрат в периоде  $k + 1$ ;

$M_{k+1}$  – количество затрачиваемых прямых материальных ресурсов (чугун, лом, ферросплавы, см. табл. 1.2) при производстве стали объемом ( $Q_k + U_k$ ) в период  $k + 1$  (2.17);

$L_{k+1}$  – количество затрачиваемых человеко-часов при производстве стали (см. табл. 1.2) объемом  $(Q_k + U_k)$  в период  $k + 1$  (2.18);

$p_1$  – средняя стоимость 1 т материальных ресурсов (чугун, лом, ферросплавы, энергоресурсы, см. табл. 1.2);

$p_2$  – ставка трудозатрат (стоимость 1чел.-ч, см. табл. 1.2);

$\gamma_1 = 16\%$  – ставка процентов по краткосрочным кредитам;

$\gamma_2 = 2\%$  – ставка процентов по депозиту.

УПР – величина условно постоянных расходов, которое предприятие несет независимо от объема производимой продукции  $(Q_k + U_k)$ ;

$WIP_{k+1}(U_k) = p_2 * m * [(U_k)^{\log_2 b_2} - Q_{L.L.C.}^{\log_2 b_2} + (U_k)] * k_{УПР} + p_1 * I * [(U_k)^{\log_2 b_1} - Q_{L.L.C.}^{\log_2 b_1} + (U_k)] * k_{УПР}$  – величина затрат в НЗП на 1 т металла в течение производственного цикла;

$m, I$  – количество тонн материальных ресурсов (чугун, лом, ферросплавы, энергоресурсы) и трудозатраты (чел.-ч) при производстве 1 т стали;

$k_{УПР} = 120\%$  – коэффициент, определяющий средний процент общепроизводственных и общехозяйственных накладных расходов условной компании (см. табл. 1.2);

$WIP * \gamma_1$  – величина процентных платежей по краткосрочным кредитам (овердрафты) на одну тонну металла, формирующие функцию дополнительных затрат  $g_{k+1}(U_k)$  в период  $k + 1$  (предполагается, что краткосрочные кредиты привлекаются для пополнения оборотных средств, при увеличении объема производства стали).

Впервые эффект кривой обучения был рассмотрен и применен в авиастроении в 1936 г. немецким ученым Т.П. Райтом [13, с. 9].

В табл. 1.3, согласно справочной литературе [10-12, с. 6] приводится средняя величина процента снижения трудозатрат  $b$ , %, при удвоении объема производимой продукции в разрезе отраслей.

В ходе проведения практических исследований на ОАО «ЧМК» в период пуско-наладочных работ и выхода на полную производственную мощность МНЛЗ итальянской компании Danieli centro met в период 2006-2007 гг. были получены следующие результаты, согласующиеся с данными, представленными в табл. 1.3:

- $1 - b_1 = 90\%$  – процент кривой обучения по трудозатратам для металлургической промышленности;
- $1 - b_2 = 95\%$  – процент кривой обучения материальных затрат для металлургической промышленности;
- $Q = Q_{L.L.C.} = Q_{M.L.C.} = 500\ 000$  т стали – суммарное значение объема производимой продукции в период до момента окончания действия эффекта кривой обучения для трудо- и материальных затрат (точка D на рис. 1.1).

Таким образом, в рассматриваемом случае моделирования объема производства литой заготовки металла, при котором достигается максимальная величина прибыли условной металлургической компании A, на основе плановых показателей (см. табл. 1.1) происходит снижение трудозатрат на 10% и материальных затрат на 5%, каждый раз при удвоении объема производства стали (табл. 1.3).

Таблица 1.3

ПРОЦЕНТ ПО КРИВОЙ ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ТРУДОЗАТРАТ В РАЗРЕЗЕ РАЗЛИЧНЫХ ОТРАСЛЕЙ

№	Наименование отрасли	Процент снижения трудозатрат, $b_i$
1	Авиастроение	15
2	Кораблестроение	10-15
3	Работа на ЧПУ	5-10
4	Телекоммуникации	5-10
5	Производство сырьевой продукции (бетон, руда, уголь, сырая нефть)	4-7
6	Процесс сварки	10
7	Разработка и производство новых модулей в машиностроении.	15 \ 25

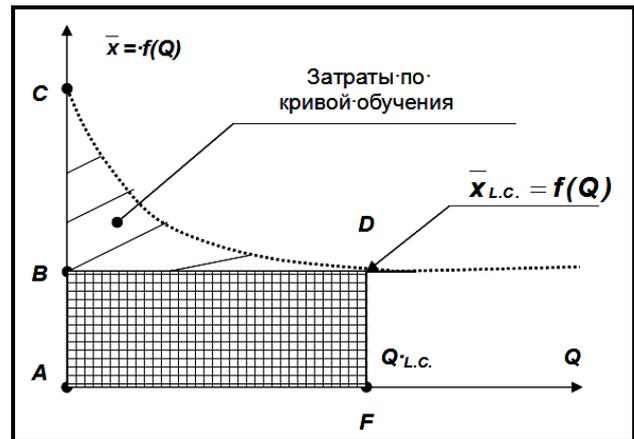


Рис. 1.1. График удельной величины трудозатрат с учетом эффекта кривой обучения

Основываясь на проведенном анализе ряда публикаций [12-15], посвященных затратам по кривой обучения, предлагается следующая формула для расчета общей величины трудозатрат кривой обучения (labor learning costs, L.L.C.) при производстве однородной продукции на интервале  $[0, Q_{L.L.C.}]$ :

$$L.L.C. = p_1 * I * \int_0^{Q_{L.L.C.}} (\bar{x} - x_{L.L.C.}) dQ = p_1 * I * \int_0^{Q_{L.L.C.}} \left( \frac{Q^{1+\log_2 b_1}}{Q} - \frac{Q_{L.L.C.}^{1+\log_2 b_1}}{Q_{L.L.C.}} \right) dQ. \tag{2.15}$$

где

$I$  – количество трудозатрат (человеко-часов) при производстве одной тонны металла (см. табл. 1.2);

$p_1$  – цена трудозатрат (см. табл. 1.2);

$\bar{x} = f(Q) = I * \frac{Q^{1+\log_2 b}}{Q}$  – удельная величина трудозатрат;

$x_{L.L.C.} = f(Q) = I * \frac{Q_{L.L.C.}^{1+\log_2 b}}{Q_{L.L.C.}}$  – установившаяся

удельная величина трудозатрат (количество чел.-ч) в момент окончания действия кривой обучения для трудозатрат;

$Q$  – текущее (плановое) количество единиц производимой продукции (см. табл. 1.1);

$Q_{L.L.C.} = 500\ 000$  т – суммарное значение объема производимой продукции, до которого распространя-

ется действие эффекта затрат по кривой обучения (точка **D** на рис. 1.1) для трудозатрат.

Графически затраты по кривой обучения **L.L.C.** можно представить как разность площадей фигур **ACDF** и **ABDF** (см. рис. 1.1).

Аналогично формула для расчета общей величины материальных затрат кривой обучения material learning costs, **M.L.C.** проекта для объема производимой продукции на интервале  $[0, Q_{M.L.C.}]$  имеет следующий вид:

$$M.L.C. = p_2 * m * \int_0^{Q_{M.L.C.}} (\bar{x} - \bar{x}_{M.L.C.}) dQ = p_2 * m * \int_0^{Q_{M.L.C.}} \left( \frac{Q^{1+\log_2 b_2}}{Q} - \frac{Q_{M.L.C.}^{1+\log_2 b_2}}{Q_{M.L.C.}} \right) dQ. \quad (2.16)$$

где

**m** – количество тонн материальных ресурсов (чугун, лом, ферросплавы, энергоресурсы, см. табл. 1.2), затрачиваемые при производстве 1 т стали;

**p<sub>2</sub>** – средняя цена 1 т материальных ресурсов (см. табл. 4.2);

$\bar{x} = f(Q) = m * \frac{Q^{1+\log_2 b_2}}{Q}$  – удельная величина материальных затрат (direct material costs);

$\bar{x}_{M.L.C.} = f(Q) = m * \frac{Q_{M.L.C.}^{1+\log_2 b_2}}{Q_{M.L.C.}}$  – установившаяся

удельная величина трудозатрат (количество чугуна, лома, ферросплавов, энергоресурсов) в момент окончания действия кривой обучения для материальных затрат;

**Q<sub>M.L.C.</sub>** = 500 000 т – суммарное значение объема производимой продукции, до которого распространяется действие эффекта затрат по кривой обучения (см. рис. 1.1) для затрачиваемых фондов (материалов).

Таким образом, формула расчета величины затрачиваемых материальных фондов (ресурсов) при производстве  $(Q_k + U_k)$  тонн металла в период **k**, учитывающая действие эффекта затрат по кривой обучения (затраты, связанные с технологическими простоями, технологическим браком в период освоения производственных мощностей и наладки оборудования) в период **k + 1**:

$$M_{k+1} = m * [(Q_k + U_k)^{\log_2 b_2} - Q_{L.L.C.}^{\log_2 b_2} + (Q_k + U_k)]. \quad (2.17)$$

где

**m** – количество тонн материальных ресурсов (чугун, лом, ферросплавы, энергоресурсы), затрачиваемые при производстве 1 т литой заготовки металла (см. табл. 1.2);

**1 - b<sub>2</sub>** = 95% – процент кривой обучения материальных затрат для металлургической промышленности.

Расчетная формула, определяющая величину трудозатрат (количество человеко-часов) при производстве  $(Q_k + U_k)$  т металла, с учетом действия эффекта трудозатрат по кривой обучения в периоде **k + 1** имеет следующий вид:

$$L_{k+1} = I * [(Q_k + U_k)^{\log_2 b_1} - Q_{L.L.C.}^{\log_2 b_1} + (Q_k + U_k)], \quad (2.18)$$

где

**I** – количество человеко-часов для производства 1 т стали (табл. 4.2);

**1 - b<sub>1</sub>** = 90% – процент кривой обучения по трудозатратам для металлургической промышленности.

Для нахождения объема производства стали  $(Q_k + U_k)^*$ , при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия ОАО «ЧМК», на каждом **k + 1**-м шаге находится производная функции прибыли до налогообложения и процентных выплат (2.5), входящей в уравнение Беллмана (2.8-2.10) на основе выражения (2.11). Ниже приводятся аналитические выражения основных слагаемых производной функции (2.5) в рамках разработанной модели (2.4-2.7) расчета объема производства оптимального стали.

Производная функции  $\Lambda_{k+1}(Q_k, U_k)$  (2.8) с учетом выражений (2.12-2.14), (2.17), (2.18), по  $(Q_k + U_k)$  имеет следующее выражение:

$$\frac{\partial \Lambda_{k+1}}{\partial (Q_k + U_k)} = \begin{cases} \bar{f}_{k+1}(Q_k, U_k) - \bar{\psi}_{k+1}(Q_k, U_k) - \bar{g}_{k+1}(Q_k, U_k), & \text{if } Q_k + U_k > Q_k; \\ \bar{f}_{k+1}(Q_k, U_k) - \bar{\psi}_{k+1}(Q_k, U_k) - \bar{g}_{k+1}(Q_k, U_k), & \text{if } Q_k + U_k \leq Q_k. \end{cases} \quad (2.19)$$

$$\bar{f}_{k+1} = \begin{cases} p_{k+1} \alpha_o * \left[ \alpha_1 (M_{k+1})^{\alpha_1-1} \frac{\partial M_{k+1}}{\partial (Q_k + U_k)} (L_{k+1})^{\alpha_2} + \alpha_2 (L_{k+1})^{\alpha_2-1} \frac{\partial L_{k+1}}{\partial (Q_k + U_k)} (M_{k+1})^{\alpha_1} \right]; \\ 0, & \text{if } Q_k + U_k = 0. \end{cases} \quad (2.20)$$

$$\bar{\psi}_{k+1}(Q_k, U_k) = \begin{cases} \overline{DC}_{k+1}, & \text{if } Q_k + U_k > 0; \\ 0, & \text{if } Q_k + U_k = 0. \end{cases} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \overline{DC}_{k+1}(Q_k, U_k)}{\partial (Q_k + U_k)} = p_1 * \frac{\partial M_{k+1}(Q_k, U_k)}{\partial (Q_k + U_k)} + p_2 * \frac{\partial L_{k+1}(Q_k, U_k)}{\partial (Q_k + U_k)}. \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial M_{k+1}}{\partial (Q_k + U_k)} = m * [\log_2 b_2 * (Q_k + U_k)^{\log_2 b_2 - 1} + 1]. \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial L_{k+1}}{\partial (Q_k + U_k)} = I * [\log_2 b_1 * (Q_k + U_k)^{\log_2 b_1 - 1} + 1]. \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial \overline{g}_{k+1}(U_k)}{\partial (U_k)} = \begin{cases} \overline{WIP} * \gamma_1, & \text{if } U_k > 0; \\ \overline{WIP} * \gamma_2, & \text{if } U_k \leq 0. \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial \overline{WIP}_{k+1}(U_k)}{\partial (U_k)} = p_2 * I * k_{\text{YIP}} (\log_2 b_1 (U_k)^{\log_2 b_1 - 1} + 1) + p_2 * m * k_{\text{YIP}} (\log_2 b_2 (U_k)^{\log_2 b_2 - 1} + 1). \quad (2.26)$$

Значение объема производства литой заготовки металла на шаге **k + 1**  $(Q_k + U_k)^*$ , при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, находится путем решения уравнения  $\bar{\Lambda}_{k+1}(Q_k, U_k) = 0$  (приравнивания нулю производную уравнения Беллмана (2.8)), используя численный метод Ньютона-Рафсона, имеющего квадратичную сходимость:

$$(Q_k + U_k)^{\delta+1} = (Q_k + U_k)^\delta - \frac{\Lambda_{k+1}((Q_k, U_k)^\delta)}{\Lambda_{k+1}'((Q_k, U_k)^\delta)}. \quad (2.27)$$

Таким образом, находится численное значение  $(Q_k + U_k)^*$ , при котором значение производной  $\bar{L}_{k+1}(Q_k, U_k)$  (2.18) равняется нулю.

При дифференцировании функции Беллмана (2.9) на шаге  $n - 1$  (и последующих шагах) по  $(Q_{n-1} + U_{n-1})$ , куда функция состояния  $L_{n+1}(Q_n, U_n)$  входит в качестве слагаемого, производная этого слагаемого обращается в ноль, и, следовательно, аналитический вид производной функции Беллмана (2.9) не меняется при переходе от шага  $n - 1$  к шагу  $n$ .

Значения дополнительного объема производства  $U^*$  находятся следующим образом: последовательно решая задачу с конца (поскольку задаются начальные условия) находим значения объема производства  $(Q_k + U_k)^*$ , при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, для каждого шага  $k$ . На первом шаге  $k = 0$  воспользовавшись условием  $Q_0 = Q_0^{Plan}$ , находим  $(Q_0 + U_0)^* - Q_0 = U_0$ , далее последовательно подставляя уже найденные значения  $(Q_k + U_k)^*$  на предыдущих шагах в основное рекуррентное уравнение (2.10) находим оставшиеся значения дополнительного объема производства стали:  $U_k^* = (Q_k + U_k)^* - Q_k$ .

Таким образом, последовательно приравнивая производные функции Беллмана  $L_{k+1}(Q_k, U_k)$  по  $(Q_k + U_k)$  (2.19) на шаге  $k + 1$  нулю находим значения объема производства на шаге  $k + 1$   $(Q_k + U_k)^*$ , при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия.

Последовательно решая уравнения Беллмана (2.8) на отрезке  $k = 1, n$ , и подставляя полученные значения  $(Q_k + U_k)^*$  в основное рекуррентное уравнение (4.2.10), получаем, что значение объема производства  $(Q_k + U_k)^*$ , при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, на последнем шаге можно выразить следующей зависимостью –  $Q_n = Q_1 + \sum_{k=1}^n U_k^*$ .

При подстановке полученного на шаге  $k + 1$  значения  $(Q_k + U_k)^*$  в основное рекуррентное соотношение (2.10) получаем значение дополнительного объема производства  $(Q_k + U_k)^*$ , при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, на шаге  $k + 1$  по сравнению с шагом  $k$ , равное  $U_k^* = (Q_k + U_k)^* - Q_k$ .

Производные функций затрат  $\bar{\psi}_{k+1}(Q_k, U_k)$  и ПФ КД,  $\bar{f}_{k+1}(Q_k, U_k)$  являются убывающими выпуклыми функциями, что обуславливает выпуклость производной функции прибыли до налогообложения и процентных выплат:

$$\left( \begin{aligned} & \bar{P}_{k+1}(Q_k, U_k) = \\ & = \bar{f}_{k+1}(Q_k, U_k) - \bar{\psi}_{k+1}(Q_k, U_k) - \bar{g}_{k+1}(Q_k, U_k) \end{aligned} \right).$$

Производная функции дополнительных затрат  $\bar{g}_{k+1}(U_k)$  носит ступенчатый характер. В случае, когда моделируе-

мый объем производства меньше планового показателя  $(Q_k + U_k \leq Q_k^{Plan})$ , производная функция дополнительных затрат  $\bar{g}_{k+1}(U_k)$  рассматривается, как дополнительный денежный поток от размещения денежных средств на депозите. В противном случае производная функция дополнительных затрат  $\bar{g}_{k+1}(U_k)$  рассматривается, как отток денежных средств на выплату банковских процентов по обслуживанию кредита, который берется для пополнения оборотных средств, в случае увеличения объема производства выше планового показателя  $(Q_k + U_k > Q_k^{Plan})$ .

Таблица 1.4

**РАСЧЕТНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЗАТРАТ И ОБЪЕМА ПРОИЗВОДСТВА ЛИТОЙ ЗАГОТОВКИ, ПРИ КОТОРОМ ДОСТИГАЕТСЯ МАКСИМАЛЬНАЯ ВЕЛИЧИНА ПРИБЫЛИ КОМПАНИИ ОАО «ЧМК»**

№	Наименование статьи	1-й квартал	2-й квартал	3-й квартал	4-й квартал
1	$Q_k^{Plan}$ , т	100 000	104 000	108 000	112 000
2	$\bar{f}_{k+1}(Q_k, U_k)$ , тыс. руб.	13 224	13 449	13 680	13 916
3	$\bar{\psi}_{n+1}(Q_n, U_n)$ , тыс. руб.	2 116	2 152	2 189	2 227
4	$\bar{g}_{k+1}(U_k)$ , тыс. руб.	15 340	15 601	15 868	16 143
5	Степень увеличения (+) / уменьшения (-) планового объема производства, %.	+ 4,27	+ 10,20	+ 16,15	+ 22,07
6	$(Q_k + U_k)^*$ – объем производства литой заготовки металла на МНЛЗ; $(Q_k + U_k)^*$ , при котором достигается максимальная величина прибыли предприятия, т	104 269	114 607	125 439	136 720

**Выводы**

Таким образом, на этапе освоения производственных мощностей (в период действия эффекта материальных и трудовых затрат по кривой обучения) на МНЛЗ разработанная динамическая модель (2.4-2.7), основанная на представлении процесса производства металла как управляемой системы, состояние которой характеризуется объемом производства, на основе данных ОАО «ЧМК», позволила рассчитать объем производства литой заготовки металла, при котором достигается максимальная величина прибыли металлургического предприятия ОАО «ЧМК».

Следовательно, для достижения данного объема производства в планируемые периоды нужно увеличить объем производства по сравнению с плановыми показателями на 4 269 (+4,27%), 14 607 (+10,20%), 21 439 (+16,15%), 28 720 (+22,07%) тонн литой заготовки металла, соответственно (см. табл. 1.4).

Мероприятие по расчету значения экономического эффекта, определяющего степень увеличения планового объема производства литой заготовки металла (см. табл. 1.4), позволяет достичь повышения ликвидности металлургической компании, за счет увеличения рентабельности производимой продукции, снижения потребности в оборотных средствах, а также темпа роста компании в долгосрочной перспективе.

Мальцев Александр Святославович

## Литература

1. Аттеков А.В. и др. Методы оптимизации [Текст] / А.В. Аттеков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003.
2. Беллман Р. Прикладные задачи динамического программирования [Текст] / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М. : Наука, 1964.
3. Гилл У. и др. Практическая оптимизация [Текст] : пер. с англ. / У. Гилл, У. Мюррей, У. Райт. – М. : Мир, 1985.
4. Каханер Д. и др. Численные методы и программное обеспечение [Текст] / Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш. – М. : Мир, 1998.
5. Коноховский П.В. Математические исследования операций в экономике [Текст] / П.В. Коноховский. – СПб. : Питер, 2002.
6. Ли Ченг Ф. Финансы корпораций: теория, методы и практика [Текст] / Ченг Ф. Ли, Джозеф И. Финнерти. – М. : ИНФРА-М, 2000.
7. Мальцев А.С. Оптимизационные методы управления ликвидностью компаний [Текст] / А.С. Мальцев // Финансовый менеджмент. – 2006. – №3.
8. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Текст] / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. – М. : Высшая школа, 2005.
9. Черемных Ю.Н. Микроэкономика. Продвинутой уровень [Текст] / Ю.Н. Черемных. – М. : ИНФРА-М, 2008.
10. Abernathy W., Wayne K. Limits to the learning curve // Harvard business review. 1974. Sept-Oct.
11. Hirschmann W. Profit from the learning curve // Harvard business review. 1964. Jan-Feb.
12. Teplitz C.J. The learning curve deskbook: a reference guide to theory, calculations, and applications. New York: Quorum books, 1991. 288 p.
13. Wright T.P. Learning curve // Journal of the aeronautical sciences. 1936. Feb.

## Ключевые слова

Динамическое программирование; затраты по кривой обучения; освоение производственных мощностей; машина непрерывного литья заготовки (МНЛЗ); литая заготовка; рекуррентное уравнение; функция дополнительных затрат; производственная функция; терминальная функции прибыли; прибыли до налогообложения и процентных выплат.

## РЕЦЕНЗИЯ

Данная работа представляет собой актуальное исследование в области построения динамических моделей повышения эффективности (рентабельности) предприятия в период освоения производственных мощностей и действия эффекта затрат по кривой обучения, обуславливающий более 50% всех производственных затрат.

В работе автором отмечается, что при математической формализации процесса объема производства литой заготовки металла, на основе данных Открытого акционерного общества «Челябинский металлургический комбинат», в период освоения производственных мощностей и действия эффекта затрат по кривой обучения полная себестоимость продукции принимает вид дискретной, скачкообразной функции, кусочно-непрерывной.

В связи с этим задача построения данной модели с трудом поддается аналитическому решению классическими методами, однако может быть успешно реализована с помощью аппарата динамического программирования (метод Беллмана).

Научный интерес представляет, что производство литой заготовки металла на машине непрерывного литья заготовки (МНЛЗ) автором характеризуется как управляемая система, состояние которой характеризуется объемом производства, где в качестве управления выступает решение об увеличении / уменьшении объема производимого металла в начале каждого планируемо периода. Таким образом, при реализации модели по производству металла на МНЛЗ на этапе освоения производственных мощностей, автором показывается рациональность применять методы динамического программирования.

Заключение: рецензируемая статья отвечает требованиям, предъявленным к научным публикациям, и может быть рекомендована к опубликованию.

*Лукаш Е.Н., к.э.н., доцент кафедры математических методов анализа экономики Экономического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, директор Центра математических финансов Экономического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова*