

3.2. ПРИМЕНЕНИЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПОСТРОЕНИИ ОПТИМАЛЬНОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Галочкин В.Т., к.ф.-м.н., доцент кафедры
«Моделирование экономических и
информационных систем»

Финансовый университет при Правительстве РФ

В статье рассмотрены классические линейные регрессионные модели: модели множественной регрессии, на примере которых наиболее доступно и наглядно показаны базовые понятия регрессионного анализа, основные предпосылки классической модели, дана оценка ее параметров; обобщение модели регрессии на случай нескольких объясняющих, переменных. Применение аппарата матричной алгебры позволяет дать компактное описание и анализ множественной регрессии. Показаны преимущества использования эконометрических моделей в экономическом анализе.

ВВЕДЕНИЕ

Эконометрика – научная дисциплина, объединяющая совокупность теоретических результатов, приемов, методов и моделей, предназначенных для того, чтобы на базе экономической теории и математического инструментария придавать конкретные количественные выражения общим закономерностям, обусловленным экономической теорией.

Одной из основных задач экономики является выявление взаимосвязи между экономическими переменными. Так, спрос на товар на рынке рассматривается как функция его цены. Затраты на изготовление какого-либо продукта – функция от объема производства и т.п. В этих примерах показана взаимосвязь между двумя переменными, одна из которых (спрос на товар, производственные затраты) является объясняемой переменной (результатирующим показателем), и другие – объясняющие переменные (факторы).

Как правило, результирующий показатель зависит от нескольких факторов. В то же время в модель необходимо ввести остаточную случайную составляющую, отражающую влияние на результирующий показатель всех неучтенных факторов. Присутствие случайной составляющей отражает стохастический характер зависимости. Например, наблюдая спрос в разные моменты времени, мы увидим случайное варьирование спроса около некоторого определенного уровня даже при фиксировании всех объясняющих переменных.

Эконометрика не так сильно оторвалась от реальных задач, как математическая статистика, специалисты в области которой зачастую ограничиваются доказательством теорем, не утруждая себя вопросом о том, для чего эти теоремы могут быть нужны. Поэтому эконометрические модели обычно доводятся «до числа», т.е. применяются для обработки конкретных эмпирических данных. Так, эконометрические методы нужны для оценки параметров экономико-математических моделей, например, моделей логистики.

Эконометрические методы следует использовать как составную часть инструментария практически любого технико-экономического исследования. Оценка точности и стабильности технологических процессов, разработка адекватных методов статистического приемочного контроля и статистического контроля технологических процессов, оптимизация выхода полезного продукта методами планирования экстремального эксперимента в химико-технологических системах, повышение качества и надежности изделий, сертификация продукции, диагностика материалов, изучение предпочтений потребителей в маркетинговых исследованиях, применение современных методов экспертных оценок в задачах принятия решений, в частности, в стратегическом, инновационном, инвестиционном менеджменте, при прогнозировании – везде полезна эконометрика.

Бесспорно совершенно, что практически любая область экономики имеет дело со статистическим анализом эмпирических

данных, а потому имеет те или иные эконометрические методы в своем инструментарии. Например, перспективно применение этих методов для анализа научного потенциала Российской Федерации, при изучении рисков инновационных исследований, при проведении маркетинговых опросов, сравнении инвестиционных проектов, эколого-экономических исследований в области химической безопасности биосферы и уничтожения химического оружия, в задачах страхования, в том числе экологического, при разработке стратегии производства и продажи специальной техники и во многих других областях.

Пример линейной модели множественной регрессии

Задача 1

По четырем предприятиям региона изучается зависимость выработки продукции на одного работника y (тыс. руб.) от ввода в действие новых основных фондов x_2 (% от стоимости фондов на конец года) и от удельного веса рабочих высокой квалификации в общей численности рабочих x_1 (%) (табл. 1). Требуется написать уравнение множественной регрессии.

Таблица 1

ЗАВИСИМОСТЬ ВЫРАБОТКИ ПРОДУКЦИИ НА ОДНОГО РАБОТНИКА ОТ КВАЛИФИКАЦИИ РАБОТНИКА И ВВОДА ОСНОВНЫХ ФОНДОВ ПРЕДПРИЯТИЯ

Параметр	Номер предприятия			
	1	2	3	4
x_1	1	2	3	5
x_2	0	1	3	4
y	6	11	19	28

Решение. Предположим, что зависимость выработки продукции на одного работника характеризуется следующим уравнением множественной линейной регрессии:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{1i} + b_2 x_{2i}$$

На основании исходных данных по методу наименьших квадратов (МНК) составляем систему нормальных уравнений для определения параметров b_0 , b_1 , b_2 . (Напомним, что для использования МНК необходимо выполнить ряд предпосылок. Главные из них – постоянство дисперсии отклонений (гомоскедастичность) и отсутствие автокорреляции отклонений [1, с. 12-46; 2, 14-44].

$$\sum y_i = b_0 n + b_1 \sum x_{1i} + b_2 \sum x_{2i};$$

$$\sum y_i x_{1i} = b_0 \sum x_{1i} + b_1 \sum x_{1i}^2 + b_2 \sum x_{1i} x_{2i};$$

$$\sum y_i x_{2i} = b_0 \sum x_{2i} + b_1 \sum x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum x_{2i}^2$$

Решение выполняем аналитически. Вычисляем суммы для решения нормальных уравнений.

$$\sum y_i = 6 + 11 + 19 + 28 = 64;$$

$$\sum x_{1i} = 1 + 2 + 3 + 5 = 11;$$

$$\sum x_{2i} = 0 + 1 + 3 + 4 = 8;$$

$$\sum y_i x_{1i} = 6 * 1 + 11 * 2 + 19 * 3 + 28 * 5 = 225;$$

$$\sum y_i x_{2i} = 6 * 0 + 11 * 1 + 19 * 3 + 28 * 4 = 180;$$

$$\sum x_{1i}^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 5^2 = 39;$$

$$\sum x_{2i}^2 = 0^2 + 1^2 + 3^2 + 4^2 = 26;$$

$$\sum x_{1i} x_{2i} = 1 * 0 + 2 * 1 + 3 * 3 + 5 * 4 = 31.$$

Подставляем полученные числовые значения в систему нормальных уравнений.

$$64 = b_0 * 4 + b_1 * 11 + b_2 * 8;$$

$$225 = b_0 * 11 + b_1 * 39 + b_2 * 31;$$

$$180 = b_0 * 8 + b_1 * 31 + b_2 * 26.$$

Решим эту систему уравнений одним из способов: по методу Крамера или по методу Гаусса. В результате уравнение линейной множественной регрессии имеет вид:

$$\hat{y}_i = 2,4 + 3,4x_{1i} + 2,2x_{2i}$$

Проанализируем полученный результат. Проведя статистический анализ коэффициентов регрессии и всего уравнения в целом, можно сделать вывод: из двух факторов (численности рабочих высокой квалификации и введения новых основных фондов) наиболее важным является фактор численности рабочих высокой квалификации, так как он оказывает большее влияние на результирующий фактор – выработку продукции.

Этот вывод сформулирован нами для конкретных исходных данных. При других исходных данных возможны несколько отличные результаты, но принципиального изменения не произойдет. Квалификация работника – наиболее важный фактор повышения производительности труда. Коэффициенты регрессии могут несколько отличаться от полученных выше, но влияние первого фактора всегда будет превалировать над вторым.

Понятно, что если объясняющих переменных много, аналитическое решение вызывает значительные трудности. В этом случае необходимо использовать матричный подход:

$$B = (X^T * X)^{-1} * X^T * Y$$

где X – матрица объясняющих переменных;

X^T – транспонированная матрица объясняющих переменных;

Y – вектор-столбец зависимых, объясняемых переменных;

B – вектор-столбец коэффициентов линейного уравнения регрессии.

Наиболее удобный и быстрый способ нахождения коэффициентов уравнения множественной линейной регрессии с использованием программы Excel (пакет анализа). Эта программа позволяет не только найти все коэффициенты уравнения регрессии, но и произвести полный анализ полученного уравнения.

В качестве примера покажем результаты нахождения коэффициентов уравнения множественной линейной регрессии с использованием программы Excel.

Задача 2

Изучается зависимость сменной добычи угля на одного рабочего Y (усл. ед.) от мощности пласта X_1 (м), уровня механизации работ X_2 (%), квалификации работника X_3 (усл. разряд) и ритмичность производства X_4 (отн. ед.), характеризующие процесс добычи угля в 10 шахтах (табл. 2, за основу взято [3, с. 456]).

Таблица 2

СМЕННАЯ ДОБЫЧА УГЛЯ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ МОЩНОСТИ ПЛАСТА, УРОВНЯ МЕХАНИЗАЦИИ РАБОТ, КВАЛИФИКАЦИИ РАБОТНИКА И РИТМИЧНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

Параметр	Номер шахты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_1	8	11	12	9	8	8	9	9	8	12
X_2	5	8	8	5	7	8	6	4	5	7
X_3	7	10	10	7	8	8	7	6	6	9
X_4	6	9	10	8	9	7	8	7	7	10
Y	5	10	10	7	5	6	6	5	6	8

Предполагая, что между переменными Y, X_1, X_2, X_3, X_4 существует линейная зависимость, найти уравнение множественной линейной регрессии. Используя Excel (пакет анализа) найдем коэффициенты уравнения b_0, b_1, b_2, b_3, b_4 . Уравнение регрессии:

$$\hat{y}_i = - 3,2 + 0,77x_{1i} + 0,05x_{2i} + 0,59x_{3i} - 0,3x_{4i}$$

Анализ полученного уравнения показал удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

Большинство реальных экономических процессов нельзя описать линейными регрессионными уравнениями. В таких случаях приходится использовать нелинейные уравнения [4, с. 117-19]. Решение последних представляет более трудную задачу. К сожалению, не все из них поддаются точному решению и тогда приходится использовать метод итераций (последовательных приближений), сверяя полученные результаты с реальными экономическими данными. Это трудоемкий и сложный процесс. Отдельного исследования требует проверка выполнимости предположений МНК, о чем указывалось выше[4, с. 74-79, с. 120-134].

Вполне очевидно, что использование эконометрических моделей дает по крайней мере два важных преимущества:

- во-первых, основываясь на количественных параметрах, эконометрические модели дают возможность выявить характер и направление связей между отдельными структурными элементами и факторами, формирующими объект исследования и прогнозирования, а также влияние каждого из них на его состояние и развитие;
- во-вторых, позволяет исследователю как бы «проигрывать» альтернативные варианты прогнозов с учетом тех или иных принимаемых решений, т.е. в конечном итоге создает основу для выбора наилучшего экономического решения, оптимальной тактики и стратегии.

Литература

1. Арженовский С.В. Эконометрика [Текст] / С.В. Арженовский, О.Н. Федосова. – Ростов н/Д, 2002.
2. Ежеманская С.Н. Эконометрика [Текст] / С.Н. Ежеманская. – Ростов н/Д : Феникс, 2003.
3. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / Н.Ш. Кремер. – М. : ЮНИТИ, 2001.
4. Нименья И.Н. Эконометрика [Текст] / И.Н. Нименья. – СПб : Нева, 2003.

Ключевые слова

Эконометрика; линейная регрессия; метод наименьших квадратов; множественная линейная регрессия; нелинейная регрессия; метод Крамера; метод Гаусса; матрица; факторы регрессии; прогнозирование экономических явлений.

Галочкин Валерий Тимофеевич

РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность проблемы. Цель рецензируемой статьи состоит в освещении некоторых теоретических сведений и демонстрации практических примеров в разработке регрессионных моделей экономических объектов.

Актуальность поставленных автором задач обусловлена проблемой раскрытия конкретных количественных взаимосвязей экономических объектов и процессов. Что же служит причиной выявления таких взаимосвязей? Необходимость прогнозирования искомым, но недоступных для наблюдения количественных характеристик изучаемого объекта или процесса по известным значениям каких-то других количественных характеристик данного объекта или процесса.

Автор на конкретных примерах наглядно показывает метод построения стандартных теоретических и эконометрических моделей на основе описания ситуаций, дает анализ и содержательную интерпретации полученных результатов, строит прогноз на основе стандартных теоретических и эконометрических моделей поведения экономических агентов, развития экономических процессов и явлений, на микро- и макроуровне.

Научная новизна и практическая значимость. Оценивая значимость эконометрических моделей, автор справедливо отмечает, что их использование дает возможность не только выявить характер и направление связей между отдельными структурными элементами и факторами, формирующими объект исследования и прогнозирования, но также рассмотреть альтернативные варианты прогнозов с учетом тех или иных принимаемых решений. Такие модели в конечном итоге создают основу для выбора наилучшего экономического решения, оптимальной тактики и стратегии.

Заключение. Статья написана грамотным математическим языком, приведенный список литературы адекватно отражает содержание статьи.

Рассматриваемая статья может быть рекомендована для опубликования в журнале «Аудит и Финансовый анализ».

Бельчук А.И., д.э.н., проф. кафедры «Мировая и национальная экономика» Всероссийской академии внешней торговли