

3.14. ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Тюкавкин И.Н., аспирант кафедры экономики

Самарский государственный университет

В статье проводится анализ математического моделирования экономических систем и процессов. Раскрыты особенности математического моделирования, основные элементы, требования к математическим моделям применительно к субъектам экономики, алгоритм формирования модели, принципы принятия оптимальных решений. Кроме этого, представлен порядок формализации и математический аппарат принятия управленческих решений в сфере экономики.

В настоящее время все больше повышается роль математического описания социальных, экономических, производственных и других процессов. Данное описание необходимо для моделирования реальных процессов в вышеописанных сферах для выявления наиболее существенных свойств и факторов их функционирования. Описание производится на языке математических символов и знаков. Данный процесс называют математической формализацией и моделированием [1, С.34-39].

В этой связи необходимо ввести определение математической модели. Автор предлагает следующее определение: «Математическая модель реально функционирующего объекта – это искусственно разработанная схема, соответствующая с определенной степенью точности описываемому объекту с применением математического описательного аппарата и соответствующих ему математических операций, формул, методов, функций и символов».

Таким образом, для формирования математической модели исследуемого процесса, сначала необходимо определить и сформировать систему цифровых, буквенных и символьных обозначений всех элементов исследуемого процесса, а после этого на базе изучения процессов функционирования и взаимосвязей между структурными элементами объекта разрабатываются соответствующие им определенные математические выражения.

Принятие любого решения в экономике вначале требует анализа сложившейся ситуации, а затем проведения практического эксперимента по выполнению данного решения. Ситуация кардинально изменяется, если в наличии имеется математическая модель. В этом случае можно избежать затратных экспериментов, которые сопровождаются многочисленными проблемами и ошибками: модель можно изменять по мере необходимости, неоднократно и без дополнительных затрат. Это первое положительное качество и определенное достоинство разработанной модели.

Второе достоинство модели состоит в том, что искусственная формализация реальных процессов предоставляет возможность сформировать реально поставленную задачу как математическую и использовать для ее анализа и оценки разработанный мощный и универсальный математический аппарат, на который не влияют возможные процессы, определяемые природой исследуемого объекта.

С помощью прикладной математики возможно проводить качественный анализ и количественную оценку модели, а также спрогнозировать тренд развития исследуемого процесса в различных ситуациях и дать

рекомендации по выбору оптимальных вариантов по решению возникающих проблем. Именно разработка и формирование типовых моделей, их анализ, оценка и предложение практических рекомендаций по внедрению – это одна из главных задач современной прикладной математики.

При разработке математических моделей существует ряд проблем [2]:

- учесть полностью все процессы в экономической структуре довольно сложно. Сложность экономических процессов и экономических систем выше порога точности математической науки;
- субъективность построения модели. Разработка модели зависит от конкретного исполнителя, а он имеет определенный уровень знаний и подготовки.

Вследствие вышесказанного, в настоящее время не существует точно сформулированных универсальных методик создания экономико-математических моделей. В нашем случае можно только говорить об общих принципах и требованиях к данным моделям. Основные требования к математическим моделям:

- адаптивность и адекватность (модель в определенной степени должна своему оригиналу);
- системность и объективность (научные выводы должны быть систематизированы и соответствовать реальным условиям);
- доступность и универсальность в использовании;
- оперативность и своевременность (возможности модели мгновенно реагировать на изменения входных параметров);
- мобильность и устойчивость (определенному изменению исходных данных должно соответствовать адекватное решение поставленной задачи).

Формирование и реализация новой модели – это творческий процесс, который требует значительных временных и интеллектуальных затрат. Для экономики данных ресурсов можно обращаться уже к разработанным моделям и произвести необходимые доработки в соответствии с поставленными задачами. В данном случае схему выбора модели можно представить следующим образом.

1. Идентификация и изучение существующей модели.
2. Если задачи не соответствуют известным классам задач, то производится подгонка известной модели к требуемым задачам.
3. Если нельзя модифицировать задачу, то производится составление новой модели.
4. Выбор модели.
5. Идентификация метода решения.
6. Если метод решения задачи не соответствует известным методам, то проводится его корректировка или модификация.
7. Если не удается модифицировать известный метод решения задачи, то производится разработка нового метода.
8. Выбор оптимального метода решения задачи.
9. Решение задачи.

Для удовлетворения математической модели всем вышеперечисленным требованиям необходимо тщательно изучить и спланировать предметную область, провести сбор, обработку и анализ необходимых данных.

Следовательно, вначале необходимо провести анализ и унификацию характеристик основных элементов экономики как объекта моделирования.

Основными элементами экономики являются отношения по поводу производства, распределения, обмена и потребления товаров людьми, группами участников. В данном случае мы получаем два первичных элемента экономики: участников экономики и товаров экономики. Таким образом, товар является предметом экономических отношений. Для унификации обмена

товарами служит эквивалент, особый товар – деньги. Денежный эквивалент, который соответствует стоимости единицы товара, называется его ценой.

Субъектами экономики (участниками) являются фирмы, домашние хозяйства и государство. Это также элементы экономики [6, с. 86].

Субъекты экономики могут являться потребителями конечных товаров или собственниками ресурсов (трудовых, земельных и др.). Потребители и ресурсы также будут элементами экономики. Реализуя свои ресурсы, субъекты экономики получают доход, участвуют в распределении прибыли от своей деятельности [7, с. 44].

Определенные субъекты экономики могут являться производителями товаров и услуг или потребителями ресурсов. Другие организации получают доход от реализации своих товаров и услуг и также являются владельцами производственных мощностей. Производители, доход и производственные мощности также относятся к элементам экономики.

Следовательно, большинство субъектов экономики действует одновременно как продавец и как покупатель. В результате их взаимодействия между собой образуется рынок. Здесь появляются основные рыночные элементы экономики: спрос, конкуренция, предложение и цена. В экономике между данными понятиями существуют определенные взаимосвязи:

- закон спроса;
- закон предложения;
- рыночное равновесие;
- равновесная цена;
- дефицит;
- избыток продукции;
- потребительская корзина.

Все это также является элементами экономики.

Рынки также классифицируют по определенным признакам. В математических моделях в основном используется классификация по количеству участников (табл. 1).

Таблица 1

КЛАССИФИКАЦИЯ РЫНКОВ [4]

Продавцы	Покупатели		
	Один	Несколько	Много
Один	Сделка	Олигополия	Монополия
Несколько	Олигополия		
Много	Монополия	Олигополия	Совершенная конкуренция

На сегодняшний день для каждого из вышеприведенных рынков имеется своя математическая теория и модели исследования.

Кроме элементов и субъектов экономики, во всех экономических процессах фигурируют люди. Математическое описание их экономической деятельности и поведения должно быть формализовано. Для начала необходимо разработать формализованные принципы поведения людей. В данной формализации подлежит описанию поведение разумных людей, которое связано с принятием экономических решений. Но здесь также существует сложность: в классической экономике изначально подходят с позиций, что человек – существо разумное и принимает разумные решения. А институциональная экономика говорит о том, что решения принимаются неосознанные, а зачастую и непродуманные.

При разработке математических моделей будем подходить с позиций принятия решений по критериям оптимальности для одного человека или группы лиц. Кроме этого, учтем тот факт, что все решения принимаются для достижения определенной цели, причем данная цель должна быть достигнута именно оптимальным путем [2, с.96].

В случае моделирования экономических систем под принципом оптимальности будем понимать такую совокупность норм и правил, с помощью которых человек выбирает такое действие (стратегию, альтернативу, решение), при которой наилучшим способом достигается выбранная цель. В данном случае решение, которое удовлетворяет определенному принципу оптимальности, будет оптимальным решением.

При математическом моделировании основная цель изучения любой задачи по принятию управленческого решения – это определение набора оптимальных решений для всех лиц и групп, которые в них заинтересованы.

Принципы оптимальности должны выбираться с учетом определенных условий по принятию решения, а именно: числа участников, целей, возможностей и характера конечных интересов. Исходя из исходной информации, формализация оптимального поведения участников экономического процесса является одной из самых сложных задач экономико-математического моделирования.

Разработка принципов оптимальности участников оправдана при наличии следующих требований (табл. 2).

В современной экономике роль математических моделей формирования и принятия решений очень велика, так как на все экономические действия требуется математическое обоснование [5, С.44]. Большое применение имеют те из моделей, которые имеют вид задачи: задачи рационального распределения ограниченных экономических ресурсов, оптимальной планировки производства и эффективности деятельности всех субъектов экономики экстраполируют в задачи определения экстремумов, задачи оптимизации управления и в игровые задачи.

Далее, определившись, какие задачи должны решаться, в первую очередь необходимо сформировать структуру данных моделей.

Таблица 2

ТРЕБОВАНИЯ К ОПТИМАЛЬНОСТИ РЕШЕНИЙ

Требование	Возможность удовлетворения требований	Направления разработки
Адекватность оптимизации	Отражение оптимальности, согласованно целям	Оптимизация принимаемых решений
Наличие оптимального решения	Наличие возможных альтернатив	Разработка решений для конкретных ситуаций.
Возможность определения признаков оптимальности решений	Существование и наличие признаков	Разработка методик по определению признаков оптимальности
Наличие методов, показателей и критериев определения оптимальных решений	Имеются или необходимо разработать	Разработка новых методик оценки

Математические задачи принятия решения и его оптимизации определяются наличием одного или не-

скольких лиц, которые имеют определенные цели и наличие определенных возможностей.

В математике, в теории игр и теории принятия решения, разработано достаточно большое количество формальных принципов оптимальных действий для унификации задач (табл. 3). Их содержание кратко раскрыто автором.

Для выявления основных элементов в процессе формирования модели принятия решения необходимо определиться [4, С.181]:

- с субъектом принятия управленческого решения;
- с целями принятия решения;
- со структурой принятия решения;
- с альтернативами достижения целей;
- с условиями принятия решения.

Анализируя выше представленные требования, получаем общую задачу принятия управленческого ре-

шения. Для разработки ее модели (формальной схемы) необходима формализация. Введем следующие обозначения: N множество лиц, групп, сторон, участвующих в принятии решения:

$$N = \{1, 2, \dots, n\},$$

где

n – количество участников, принимающих решение.

Далее необходимо создать математическое множество допустимых решений (стратегий, альтернатив) каждого субъекта, принимающего решение: X_1, X_2, \dots, X_n .

После создания множества X весь процесс принятия решения сводится к следующей формализации: каждый субъект выбирает для себя конкретный элемент из имеющегося допустимого множества решений:

$$x_1 \in X_1, x_2 \in X_2, \dots, x_n \in X_n$$

Таблица 3

**ФОРМАЛЬНЫЕ ПРИНЦИПЫ ОПТИМАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ
УЧАСТНИКОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

№	Наименование принципа	Краткое содержание
1	Принцип максимизации (минимизации) результатов деятельности	Данный принцип используется в основном в задачах математического программирования, когда необходимо получить максимальный результат: прибыль, рентабельность, производительность труда и т.д., и наоборот, уменьшить издержки [7, С.45]
2	Принцип, суммирования, объединения критериев	Данный принцип используется в тех случаях, когда необходимо учесть несколько критериев, объединить их в одной функции. Для этого каждому из критериев путем проведения экспертной оценки присваивается вес, значимость [7, С.46]
3	Принцип гарантированности результата (минимакса)	Используется в случае несовпадения интересов противоборствующих групп. Вначале для каждой альтернативы выбирают гарантирующий результат вариант, а затем окончательно выбирается та стратегия, которая дает наибольший результат по сравнению с другими его стратегиями. Это не предполагает максимального выигрыша, но является единственно разумным вариантом в условиях антагонистического конфликта
4	Принцип реализации равновесия системы по Нэшу	Обобщенный принцип минимакса с несколькими группами, которые преследуют свои интересы. Пусть число участников равно n . Тогда набор стратегий $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ будет равновесным, в случае отклонения любого ЛПР от этой ситуации сможет привести только к уменьшению его выигрыша. Участники не получают максимального результата, но вынуждены придерживаться выбранной стратегии
5	Оптимальность по Парето	Принцип использует в качестве оптимальных такие ситуации, т.е. наборы стратегий (x_1, x_2, \dots, x_n) , где повышение выигрыша одного из участников невозможно без уменьшения «выигрышей» других участников
6	Принцип недоминируемости	Принцип приводит к определению ядра решений (предлагаемого дележа). Участники объединяются и своими общими действиями максимизируют общий выигрыш. Это один из принципов справедливого разделения общего выигрыша между участниками. Ни один из участников не может аргументировано и обоснованно возразить против элемента ядра [5,159]
7	Принципы устойчивости на основе угрозы и контругрозы	Каждая группа участников предлагает свое предложение, которое сопровождается реальной угрозой в случае его непринятия остальными участниками. Угроза по ухудшению положения других участников, но не ухудшению (возможно и улучшению) положения угрожающей группы. Оптимальным будет такое решение, когда против всякой угрозы любой группы найдется контругроза от другой группы участников
8	Арбитражные решения	Для учета предпочтений и стратегических возможностей всех участников необходимо справедливое решение конфликта. Данный механизм, будь то система голосования или отдельное лицо, называется арбитром
9	Принцип конечного пессимизма согласно критерия Вальраса	По данному принципу принятие решения в конкретных условиях неопределенности производится как с разумным, агрессивным противником, который делает все для того, чтобы помешать достижению успеха, так и с неразумным. Оптимальной будет стратегия лица, принимающего решение (ЛПР), когда выигрыш гарантируется выигрыш не меньший, чем он будет разрешен природой, т.е. неопределенностью
10	Принцип риска минимаксный по критерию Сэвиджа	При выборе оптимальной стратегии необходимо ориентироваться не на получение выигрыша, а на имеющийся риск, который определяется как разность между максимальным и реальным выигрышем ЛПР. Оптимальной будет стратегия, когда величина риска минимальна [6, С.88]
11	Принцип рациональности на базе критерия Гурвица	В данном случае рекомендуется при принятии решения подходить с позиций ни полного оптимизма, ни полного пессимизма. Нужно выбирать средневзвешенное решение. Вес учитывает субъективизм решения об опасности ситуации
12	Принцип динамической устойчивости процесса	Необходимо, чтобы принцип оптимальности, который выбран в начале планирования процесса, оставался функциональным в любой момент времени до конца динамического процесса. Данное свойство называется динамической устойчивостью принципов оптимальности процессов

В результате данного действия получаем набор выбранных решений (альтернатив), которые называются ситуацией:

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Для оценки каждой ситуации x с точки зрения целей участников строим целевые функции (их иногда называют критериями качества):

$$f_1, \dots, f_n,$$

Функции ставят каждой ситуации x числовые оценки, в зависимости от целей исследования и типа решаемых задач (прибыль, стоимость, затраты и т.д.):

$$f_1(x), \dots, f_n(x).$$

Цель i -го участника принятия решения формализуем следующим образом: необходимо выбрать такое конкретное решение $x_i \in X_i$, чтобы в имеющейся ситуации $x = (x_1, \dots, x_n)$ число $f_i(x)$ было как максимальным (или минимальным).

Достижение данной цели от i -го участника зависит только частично, так как имеются и другие заинтересованные стороны, которые также влияют на полную ситуацию x для достижения собственных целей.

Данный факт (конфликтность), когда пересекаются интересы выражается в том, что функция f_i помимо x_i зависит и от других переменных x_j ($j \neq i$). Следовательно, в моделях принятия решения, где имеется множество участников (это типичная экономическая ситуация), общие (суммарные) цели нужно формализовать иначе, чем минимизация или максимизация полученных значений функции $f_i(x)$. В качестве дополнения автором предлагается использовать $f_i(x)$ с «весом» каждого участника.

Общая схема решаемой задачи принятия решения выглядит:

$$\{N; X_1 \dots X_n; f_1(x), \dots, f_n(x); \Sigma\}.$$

Если у участников принятия решений не одна, а ряд целей, то получаем:

$$\{X f_1(x) \dots f_n(x); \Sigma\},$$

где все функции $f_1(x), \dots, f_n(x)$ определены на одном множестве X . Данные задачи являются задачами многокритериальной оптимизации.

Также имеются классы задач по принятию решений, которые получили названия по их предназначению:

- задачи управления запасами;
- системы массового обслуживания (СМО);
- задачи календарного и сетевого планирования, теория игр, теория надежности и прочие.

В заключение необходимо отметить, что экономические процессы не поддаются точной детализации, ввиду наличия множества влияющих факторов, поэтому экономико-математическое моделирование является приближенным, с определенной долей погрешности. Это необходимо учитывать, особенно в условиях решения задач по принятию оптимального решения [3, с. 52].

Литература

1. Безручко Б.П. Математическое моделирование и хаотические временные ряды [Текст] / Б.П. Безручко, Д.А. Смирнов. – Саратов : ГосУНЦ «Колледж», 2005.-278 с.
2. Блехман И.И. и др. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов. С примерами из механики [Текст] : учеб. пособие / И.И. Блехман, А.Д. Мышкис, Н.Г. Пановко. – 3-е изд., испр. и доп. – М. : УРСС, 2006. – 376 с.
3. Введение в математическое моделирование [Текст] : учеб. пособие / под ред. П.В. Трусова. – М. : Логос, 2004.-319 с.
4. Горбань А.Н. Демон Дарвина: Идея оптимальности и естественный отбор [Текст] / А.Н. Горбань, Р.Г. Хлебоброс. – М. : Наука ; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 208 с. (Проблемы науки и технического прогресса).
5. Самарский А.А. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры [Текст] / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – 2-е изд., испр. – М. : Физматлит, 2001.-297 с.
6. Тюкавкин Н.М. Анализ рисков в экономике России [Текст] / Н.М. Тюкавкин // Аудит и финансовый анализ. – 2008. – №4.-С.86-91.
7. Тюкавкин Н.М. Стратегическое направление развития субъектов рыночной экономики [Текст] / Н.М. Тюкавкин // Журн. экон. теории. – 2007. – №3. – С. 42-45.

Ключевые слова

Экономка; математика; модель; система; анализ; оптимальность; теория; формализация; алгоритм; требования; формулы; методы; функция; символы; знаки; математический аппарат; субъекты экономики; лицо; принимающее решение; субъективность; адаптивность; системность; идентификация.

РЕЦЕНЗИЯ

В статье «Экономико-математическое моделирование» автором рассмотрен анализ математического моделирования экономических процессов, систем и методов принятия решения.

Раскрыты особенности математического моделирования, основные элементы, требования к математическим моделям применительно к субъектам экономики. Предложен алгоритм формирования модели, раскрыты принципы принятия оптимальных решений.

Автором представлено свое видение порядка формализации и математический аппарат принятия управленческих решений в сфере экономики.

Вызывает интерес подход автора к рассмотрению экономических элементов системы, основанный на изучении экономических категорий.

С научной точки зрения статья вызывает интерес тем, что в ней систематизированы принципы формирования и внедрения в экономику математического моделирования экономических систем и процессов по формальным признакам поведения участников принятия управленческих решений, по их экономическому содержанию и целевому предназначению.

Автором дополнены теоретические вопросы формирования, разработки и реализации математического моделирования экономических процессов. Обосновано, что главным назначением развития математического моделирования, является подготовка информации для принятия оперативных и стратегических решений в экономике.

С практической точки зрения статья представляет интерес тем, что ее основные положения моделирования могут использоваться различными субъектами экономики.

Сорочайкин А.Н., д.ф.н., доцент, зав. кафедрой экономики города и муниципального управления Самарского государственного университета

Тюкавкин Игорь Николаевич