3.6. МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ КРЕДИТОМ, ПРИВЛЕКАЕМЫМ ДЛЯ ЗАКУПКИ МАТЕРИАЛЬНЫХ РЕСУРСОВ ПРОИЗВОДСТВА

Мищенко А.В., д.э.н., проф. кафедры логистики, Национальный исследовательский университет – Высшая школа экономики;
Артеменко О.А., аспирант кафедры «Математические методы в экономике», Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова

Перейти на Главное МЕНЮ
Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ

В работе представлены модели управления заемными средствами промышленных предприятий. Рассмотрен механизм анализа потребности предприятия в кредитных ресурсах. Приведены обобщения моделей на случай наличия заказа на производимую продукцию; на случай неопределенности (задание параметров модели как случайных величин); рассмотрены динамические оптимизационные модели. На примере промышленного предприятия проиллюстрирована реализация модели оптимизации управления потоками производственных ресурсов.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективным способом удовлетворения потребности предприятия в оборотных средствах является тот или иной способ кредитования. Этот механизм используется как одна из возможных форм денежных отношений производственной фирмы с банком, реализующаяся путем заключения соответствующего договора между заемщиком и кредитором. Привлекая кредитные ресурсы, в целях обеспечения производственной деятельности, финансовый менеджмент предприятия должен заранее планировать направление их использования. Кредит может быть частично или полностью направлен на закупку необходимых для осуществления производственной деятельности материальных ресурсов. Объем необходимых материальных ресурсов определяется исходя из объемов и видов планируемой к выпуску продукции. Определяя план выпуска продукции (производственной программы) на временном интервале (месяц, квартал, год и т.д.), необходимо учитывать спрос на выпускаемую продукцию, производственные мощности предприятия, запасы материальных ресурсов производства, объем оборотного капитала и ряд других финансово-экономических показателей [2, с. 639]. Критериями эффективности выбранной производственной программы могут быть:

- прибыль, полученная от реализации выпущенной продукции;
- суммарные издержки при выпуске продукции в заданных объемах;
- объемы выпуска каждого вида продукции в натуральном и стоимостном выражении;
- чувствительность оптимальной производственной программы к изменению стоимости материальных ресурсов и конечной продукции;
- риски, связанные как с доходностью производственной программы, так и перепроизводством и другое [1, с. 53-56].

В предлагаемой работе рассмотрены модели управления портфелем выпускаемой продукции с учетом использования кредита для пополнения оборотных средств по некоторым из перечисленных выше критериев.

Детерминированные модели управления кредитом, привлекаемым для закупки материалов и сырья без ограничения на заказ

Ниже будут рассмотрены ситуации, когда для закупки материальных ресурсов производства предприятие привлекает кредит. При этом возможны ситуации, когда у предприятия имеются:

- собственные оборотные средства в количестве F;
- запасы материальных ресурсов в количестве L_j $(j = 1, \ldots, M)$;
- возможность привлечь кредит в объеме V под процент α для дополнительной закупки материальных ресурсов.

Понятно, что решение о том, привлекать кредит или нет, зависит от ряда факторов, к числу которых относятся, в частности, следующие:

- объем спроса на выпускаемую продукцию;
- производственные мощности предприятия;
- процент выплат по кредиту;
- величина собственных оборотных средств и др.

Для принятия обоснованных решений по управлению финансовыми ресурсами при различном сочетании перечисленных выше факторов могут быть использованы средства экономико-математического моделирования. Рассмотрим, в частности, ситуацию, когда предприятие, обладая запасами материальных ресурсов в количестве L_j $(j = 1, \ldots, m)$ должно принять решение о том, использовать ли имеющиеся оборотные средства в количестве F для дополнительных закупок ресурсов производства. В этой ситуации необходимо решить две оптимизационные задачи следующего вида:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} \to max \quad ; \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l, \; l = 1, \ldots, k \; ; \qquad (2)$$

$$x_i \le Pt_i \; ; \; x_i \in Z^+ . \qquad (3)$$

В задаче (1-3) использованы следующие обозначения:

a_i – цена реализации продукции вида i $(i = 1, 2, .., n)$;

b_i – переменные издержки при выпуске единицы продукции вида i;

x_i – объем выпуска продукции вида i;

Pt_i – спрос на продукцию вида i;

k_l – количество единиц оборудования вида l;

τ_l – время в течение которого оборудование l может быть использовано в производственном процессе на периоде планирования $(0, T)$.

Обозначим решение задачи (1-3) через x^1. Обозначим через l_{ij} – величину материальных ресурсов вида j, необходимых для выпуска единицы продукции вида i $(i = 1, 2, \ldots, n; j = 1, \ldots, m)$.

Пусть запасы материальных ресурсов составляют объемы L_j $(j = 1, \ldots, m)$. Рассмотрим объемы потребления материальных ресурсов при выпуске продукции в количестве, задаваемым производственной программой x^1 и сравним их с имеющимися запасами. Если при этом для всех видов материальных ресурсов выполняется неравенство:

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le L_j, \; j = 1, 2, \ldots, m \; , \qquad (4)$$

то необходимости в дополнительной закупке материальных ресурсов нет. Если неравенства (4) не выполняются хотя бы для одного из j, $(j = 1, \ldots, m)$, то необходимы дополнительные закупки материальных ресурсов, и их объемы, а также количество единиц выпускаемой продукции определяются из решения следующей оптимизационной задачи:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} \to max \quad ; \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le L_j + Z_j,\ j = 1,2,\dots,\ m\ ; \qquad (6)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l,\ l = 1,\dots,\ k\ ; \qquad (7)$$

$$Z_j \beta_j \le F\ ; \qquad (8)$$

$$x_i \in Z^+;\ Z_j \ge 0;\ x_i \le Pt_i\ . \qquad (9)$$

Здесь

Z_j – объем закупок материальных ресурсов вида j;

β_j – цена закупки материальных ресурсов вида j, ($j = 1, \dots, m$);

Z^+ – множество положительных целых чисел.

В ситуации, если предприятие обладает запасами материальных ресурсов вида j в количестве $L_j \ge 0$, ($j = 1, \dots, m$), не имеет собственных оборотных средств для пополнения запасов, но может привлечь кредит в объеме V под процент α, схема принятия решения о необходимости использования этого кредита состоит в следующем: вначале решается задача (1-3), получаем решение x^1 и проверяем выполнение неравенства (4). Если оно выполняется для всех $j = 1, \dots, m$, то привлекать кредит не следует. Если неравенство (4) выполняется не для всех j ($j = 1, \dots, m$), то переходим к решению двух следующих оптимизационных задач.

Задача I:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} \to max\ ; \qquad (10)$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le L_j,\ j = 1,2,\dots,\ m\ ; \qquad (11)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l,\ l = 1,\dots,\ k\ ; \qquad (12)$$

$$x_i \le Pt_i;\ x_i \in Z^+,\ (i = 1, 2, .., n). \qquad (13)$$

Задача II:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} - \alpha(\sum_{j=1}^{m} \beta_j \sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i - L_j)) \to max \qquad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le L_j + Z_j,\ j = 1,2,\dots,\ m\ . \qquad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l,\ l = 1,\dots,\ k\ . \qquad (16)$$

$$Z_j \beta_j \le V\ . \qquad (17)$$

$$x_i \le Pt_i;\ x_i \in Z^+;\ Z_j \ge 0;$$
$$i = 1, 2, \dots, n;\ j = 1, \dots, m. \qquad (18)$$

Задача (10-13) позволяет определить прибыль предприятия в условиях, когда кредит не привлекается.

Если кредит привлекается, то дополнительные затраты на обслуживание кредита оцениваются величиной:

$$\alpha\ (\sum_{j=1}^{m} \beta_j (\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i - L_j))\ .$$

Здесь α – процент по кредиту в долях.

Таким образом, решение вопроса о привлечении кредита зависит от величины прибыли при решении соответственно задач (10-13) и (14-18).

Рассмотрим ситуацию, когда у предприятия есть запасы материальных ресурсов в объемах $Z_j \ge 0$ $j = 1, \dots, m$, собственные оборотные средства в количестве F и возможность привлечь кредит в объеме V. Для определения стратегии управления финансовыми ресурсами, направленными на закупку материальных ресурсов, решается задача (1-3) и если выполняется неравенство (4), то дополнительные закупки материальных ресурсов не производятся. Если неравенство (4) не выполняется хотя бы для одного j ($j = 1, \dots, m$), то решение о том, в каком объеме дополнительно закупать материальные ресурсы принимается, исходя из решения следующих оптимизационных задач.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} \to max\ ; \qquad (19)$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le L_j + Z_j,\ j = 1,2,\dots,\ m\ ; \qquad (20)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l,\ l = 1,\dots,\ k\ ; \qquad (21)$$

$$\sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j \le F\ ; \qquad (22)$$

$$x_i \le Pt_i;\ x_i \in Z^+;\ Z_j \ge 0;$$
$$i = 1, 2, \dots, n;\ j = 1, \dots, m. \qquad (23)$$

Задача (19-23) позволяет оценить прибыль предприятия (формула (19)) в ситуации, когда кредит для закупок не привлекается.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} - \alpha(\sum_{j=1}^{m} \beta_j \sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i - F)) \to max\ ; \qquad (24)$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le L_j + Z_j,\ j = 1,2,\dots,\ m\ ; \qquad (25)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l,\ l = 1,\dots,\ k\ ; \qquad (26)$$

$$F < \sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j \le F + V\ ; \qquad (27)$$

$$x_i \le Pt_i;\ x_i \in Z^+; \qquad (28)$$

$$Z_j \ge 0;\ i = 1, 2, \dots, n;\ j = 1, \dots, m. \qquad (29)$$

В модели (24-29) предполагается привлечение кредита для финансирования закупок материальных ресурсов производства. Выбор стратегии управления закупками, таким образом, определяется величиной прибыли, рассчитанной соответственно при решении задач (19-23) и (24-29).

Управление кредитом, привлекаемым для закупки материальных ресурсов с учетом заказа

Будем рассматривать управление кредитными ресурсами предприятия для следующих нижеперечисленных ситуаций.

1. Есть собственные запасы материальных ресурсов L_j, причем $\ni k : l \le k \le m \quad L_k > 0$.
2. Есть собственный оборотный капитал, направленный на закупку материальных ресурсов $F > 0$.
3. Есть возможность привлечения кредита для закупки материальных ресурсов производства в объеме V под процент α.

Вначале рассмотрим вопрос о том, достаточно ли существующих производственных мощностей для выпуска продукции в объемах $x_i \ge Zak_i$, $i = 1, 2, \dots, n$. Для этого проверим, выполняется ли система неравенств:

$$\sum_{i=1}^{m} t_{il} Zak_i \le k_l \tau_l \text{, } l=1,2,\dots,k. \qquad (30)$$

Если система неравенств (30) выполняется, то производственные мощности позволяют выполнить заказ. Если не выполняется хотя бы одно из неравенств системы, то необходимо расширить производственную базу, минимизируя при этом издержки на закупку дополнительного оборудования. Это можно осуществить путем решения следующей оптимизационной задачи:

$$\sum_{l=1}^{k} y_l \gamma_l \to \min\ ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_{il} Zak_i \le (k_l + y_l)\cdot \tau_l \text{, } l = 1, 2, \dots, k; \ y_l \in Z^+ .$$

Здесь γ_l и y_l – цена и количество единиц оборудования вида l соответственно.

Далее необходимо выяснить достаточно ли средств и запасов материальных ресурсов, чтобы выпустить продукцию в объеме не менее Zak_i, $i = 1, 2, \dots, n$.

Для этого необходимо решить следующую задачу:

$$\sum_{i=1}^{m} Z_j \beta_j \to \min\ ; \qquad (31)$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le Z_j + L_j \text{, } j = 1, \dots, m; \qquad (32)$$

$$\sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j \le F + V\ ; \qquad (33)$$

$$x_i \ge Zak_i \quad x_i \in Z^+;\ Z_j \ge 0;$$
$$i = 1, 2, \dots, n;\ j = 1, \dots, m. \qquad (34)$$

Если задача (31-34) не имеет решения, то необходимо привлечь дополнительные финансовые ресурсы в объеме V_1 для закупки материальных ресурсов производства, позволяющих выполнить заказ, для этого решается задача:

$$\min V_1\ ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le Z_j + L_j\ ;$$

$$\sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j \le F + V + V_1\ ;$$

$$Zak_i \le x_i \le Pt_i\ ;\ x_i \in Z^+ \text{, } i = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь V_1 – дополнительный кредит, привлекаемый под процент α_1.

В этом случае в целевой функции задачи необходимо учесть затраты как по кредиту V, привлекаемому под процент α, так и по кредиту V_1, привлекаемому под процент α_1. Это можно осуществить, если решить следующую оптимизационную задачу:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} - \alpha\ *$$
$$*\left(\sum_{j=1}^{m} \beta_j \sum_{i-1}^{n} l_{ij} x_i - F - V_1\right)) - \alpha_1\left(\sum_{j=1}^{m} \beta_j \sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i - F - V\right) \to \max\ ; \qquad (35)$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le Z_j + L_j \quad j = 1, \dots, m; \qquad (36)$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l \text{, } l = 1, \dots, k\ ; \qquad (37)$$

$$\sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j \le F + V + V_1\ ; \qquad (38)$$

$$Zak_i \le x_i \le Pt_i \text{, } x_i \in Z^+ \text{, } i = 1, 2, \dots, n. \qquad (39)$$

В случае, если задача (31-34) имеет решение, необходимо выяснить необходимость привлечения кредита. Стратегия непривлечения кредита приведет к получению прибыли, рассчитываемой при решении следующей оптимизационной задачи:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} \to \max\ ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le Z_j + L_j \quad j = 1, \dots, m;$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l \text{, } l = 1, \dots, k\ ;$$

$$\sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j \le F\ ;$$

$$Zak_i \le x_i \le Pt_i \text{, } x_i \in Z^+ \text{, } i=1,2,\dots,n.$$

Стратегия привлечения кредита дает прибыль, которая может быть вычислена при решении следующей задачи:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} - \alpha\left(\sum_{j=1}^{m} \beta_j \sum_{i-1}^{n} l_{ij} x_i - F\right)) \to \max\ ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le L_j + Z_j \text{, } j = 1, 2, \dots, m\ ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l \text{, } l = 1, \dots, k\ ;$$

$$F < \sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j \le F + V\ ;$$

$$Zak_i \le x_i \le Pt_i\ ;\ x_i \in Z^+;$$
$$Z_j \ge 0;\ i = 1, 2, \dots, n;\ j = 1, \dots, m,$$

здесь α – процент по кредиту V в долях.

Анализируя эффективность стратегии привлечения и не привлечения кредита для закупки материальных ресурсов производства, выбираем ту, которая дает большую прибыль.

Рассмотренные ранее модели управления кредитом, привлекаемым для закупки материальных ресурсов производства могут быть обобщены для анализа достаточности капитала не только на закупку материальных ресурсов, но и оборудования. Для этого необходимо правую сторону неравенства (38) уменьшить на величину $\sum_{l=1}^{k} y_l \gamma_l$, которая соответствует средствам, потраченным на закупку производственных мощностей, а величину F понимать как собственные средства предприятия.

Полезным в условиях нестабильной рыночной ситуации будет также обобщение данных моделей в случае, когда цены реализации конечной продукции являются переменными и меняются в диапазоне:

$$a_i^{min} \le a_i \le a_i^{max} \text{, } i = 1, 2, \dots, n.$$

В этом случае целевая функция рассмотренных выше моделей: $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост}$ будет нелинейной за счет нелинейности слагаемого $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i$ (a_i и x_i являются переменными). В силу падения спроса при увеличении цены (будем предполагать, что падение будет линейным) изменяется также и ограничения на спрос и принимают вид:

$$x_{ij} \le Pt_{ij} - (a_i - a^{min}_i) * k_i ,$$

$$i = 1, 2, \ldots, n; j = 1, 2, \ldots, l,$$

здесь k_i – коэффициент, отражающий интенсивность падения спроса при увеличении цены на продукцию вида i.

В остальном методика анализа эффективности управления кредитом, привлекаемым для закупки материальных ресурсов производства в условиях переменных цен на конечную продукцию, сохраняется.

Управление кредитом, привлекаемым для закупки материальных ресурсов производства с учетом риска

Рассмотрим ситуацию, когда маржинальный доход от производства единицы продукции вида i есть величина случайная, т.е. $c_i = a_i - b_i$ ($i = 1, 2, \ldots, n$) имеет вероятностное распределение, задаваемое либо на основе экспертных оценок, либо на основе накопленной статистики. Таким образом, c_i может принимать значения $c_i^1, c_i^2, \ldots, c_i^m$ с вероятностями $p_1, p_2, \ldots, p_m$. Причиной стохастичности величины c_i, в частности, являются неопределенность внешней среды, связанная с нестабильностью развития как экономики отдельного региона, так и мировой экономической системы в целом. В этом случае в качестве показателя эффективности управления оборотным капиталом может быть использован критерий математического ожидания маржинального дохода от выпущенной продукции, заданной вектором:

$$x = (x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{c_i} x_i \to max \quad ,$$

здесь $\overline{c_i} = \sum_{j=1}^{m} c_i^j p_j$; $p_j \ge 0$; $\sum_{j=1}^{m} p_j = 1$.

Ограничение на объем используемого кредита, в условиях отсутствия собственных оборотных средств и запасов материальных ресурсов производства запишем следующим образом:

$$\sum_{j=1}^{m} \beta_j \sum_{i=1}^{n} l_{ij} x_i \le V \qquad (40)$$

Ограничения на производственные мощности и спрос оставим без изменения:

$$\sum_{i=1}^{n} T_{il} x_i \le \tau_l k_l, \; l = 1, \ldots, k;$$

$$x_i \le Pt_i; \; i = 1, 2, \ldots, n.$$

Еще одной характеристикой эффективности производственной программы может быть ее риск, определяемый как дисперсия доходности. Получим количественное выражение этой величины.

Введем новую переменную y_i, которая будет соответствовать доле затрат на материальные ресурсы для выпуска продукции вида i в количестве x_i.

Очевидно, что:

$$y_i = \frac{x_i \sum_{j=1}^{m} \beta_j l_{ij}}{V}.$$

Учитывая неравенство (40), получим, что:

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \le 1; \; y_i \ge 0.$$

Переменная x_i линейно может быть выражена через y_i:

$$x_i = \frac{y_i * V}{\sum_{j=1}^{m} \beta_j l_{ij}}.$$

Обозначим через σ_i^2 – дисперсию маржинального дохода по продукции вида i. Очевидно, что:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{m} (\overline{c_i} - c_i^j)^2 * p_j.$$

Будем считать, что ковариация доходности i и j продукции равна:

$$cov_{ij} = \sum_{l=1}^{m} (\overline{c_i} - c_i^l)(\overline{c_j} - c_j^l) * p_l.$$

С учетом введенных обозначений дисперсия маржинального дохода для продукции, выпущенной в объеме, заданном производственной программой $x = (x_1, \ldots, x_n)$ (а следовательно, и риск доходности) рассчитывается по следующей формуле:

$$R = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 * y_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i} cov_{ij} y_i y_j.$$

Таким образом, задача управления кредитом, привлекаемым для закупки материальных ресурсов производства в условиях, когда маржинальный доход от выпускаемой продукции есть случайная величина, является двухкритериальной. Выбирая в качестве главного критерия математическое ожидание маржинального дохода от выпуска продукции в объеме $x = (x_1, \ldots, x_n)$, а критерий минимизации риска доходности переводя в ограничения, получим следующую оптимизационную задачу.

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{c_i} \frac{y_i V}{\sum_{j=1}^{m} \beta_j l_{ij}} \to max \; ;$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \le 1; \; y_i \ge 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 * y_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j>i} cov_{ij} y_i y_j \le R_{max} ,$$

здесь R_{max} – допустимый риск (дисперсия) доходности производственной программы.

$$\sum_{i=1}^{n} t_{il} \frac{y_i V}{\sum_{j=1}^{m} \beta_j l_{ij}} \le k_l \tau_l , \; l = 1, \ldots, k;$$

$$\frac{y_i V}{\sum_{j=1}^{m} \beta_j l_{ij}} \le Pt_i , \; i = 1, 2, \ldots, n.$$

Формула перехода от переменных y_i к переменным x_i:

$$x_i = \frac{y_i V}{\sum_{j=1}^{m} \beta_j l_{ij}}.$$

В качестве главного критерия может быть также выбран критерий минимизации риска доходности производственной программы $x=(x_1,\ldots,x_n)$, тогда минимизируется величина R с ограничением снизу на доходность портфеля выпускаемой продукции.

Динамические модели управления кредитными ресурсами

Будем предполагать, что интенсивность поступления кредита на периоде планирования задана непрерывной функцией $v(t)$. В этом случае объем кредита поступившего на периоде планирования (**0, T**) задается величиной:

$$V=\int_0^T v(t)dt\ .$$

Сформулируем задачу управления кредитом, привлекаемым для закупки материальных ресурсов производства следующим образом. Обозначим через $q_j(t)$ – интенсивность поставки материальных ресурсов вида j ($j=1,2,\ldots,m$). Учитывая ограничения по кредиту, для любого момента времени t должно выполняться следующее неравенство:

$$\sum_{j=1}^m \beta_j\int_0^t q_j(t)dt' \le \int_0^t v(t')dt' \quad \forall t\in(0,T)\ .$$

В этом случае соответствующая модель оптимизации прибыли может быть представлена следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i-\sum_{i=1}^n b_i x_i - Z_{пост}\ \to\ \max\ ;$$

$$\sum_{i=1}^n l_{ij}\int_0^t \tilde{x}_i(t')dt' \le \int_0^t q_j(t')dt' \quad \forall t\in(0,T)\ ;\ j=1,\ldots,m. \qquad (41)$$

Здесь $x_i(t')$ – интенсивность производства продукции вида i в момент t' ($0\le t'\le T$). Очевидно, что объем выпуска продукции вида i на периоде (**0, T**) определяется так:

$$x_i=\int_0^T \tilde{x}_i(t)dt\ .$$

Соотношение (41) задает ограничение по объему потребляемых ресурсов

$$\sum_{i=1}^n T_{il}x_i\le \tau_l k_l,\ l=1,\ldots,k\ .$$

Ограничение по объему потребления финансовых ресурсов задается следующим соотношением:

$$\sum_{j=1}^m \beta_j\int_0^t q_j(t)dt' \le \int_0^t v(t')dt' \quad \forall t\in(0,T)\ ;$$

$$x_i\le Pt_i\ ;\ x_i\in Z^+\ .$$

Сформулированная оптимизационная модель является моделью оптимального управления. Решением этой модели являются две вектор функции:

$$\overline{x}(t)=(\tilde{x}_1(t),\ldots,\tilde{x}_n(t))$$

и

$$G(t)=(g_1(t),\ldots,g_m(t))\ ,$$

первая из которых задает интенсивность выпуска конечной продукции, вторая – интенсивность закупки материальных ресурсов производства.

Аналитическое решение предложенной задачи не всегда возможно, поэтому нами будет предложен приближенный метод решения, основанный на аппроксимации функций $\tilde{x}_i(t)$ (**i = 1, 2, …, n**) и $g_j(t)$ (**j = 1, 2, … m**) кусочно-постоянными функциями.

Для этого разобьем интервал времени (**0, T**) на **N** временных интервалов:

$$(0,T_1),(T_1,T_2),\ldots,(T_{N-1},T_N)\ ,$$

здесь $T=T_N$.

Обозначим $V_1=\int_0^{T_1} v(t)dt$. Разбиение интервала (**0, T**) на отрезки можно сделать сколь угодно мелким, что, в частности, позволит добиться выполнения следующего неравенства:

$$\left|\int_0^{T_1} v(t)dt - v_1(T_1-0)\right|\le\varepsilon\ .$$

Здесь

ε – заранее заданная величина, определяющая погрешность решения;

v_1 – интенсивность поступления кредита, независящая от момента времени на отрезке $(0,T_1)$, т.е. v_1 – постоянная величина;

(T_1-0) – длина первого интервала.

В этом случае на интервале времени $(0,T_1)$ будем определять $\tilde{x}_i(t)$ и $g_j(t)$ аналогично, как константы, не зависящие от времени. Тогда задача оптимизации управления кредитом на интервале времени $(0,T_1)$ может быть сформулирована следующим образом:

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i^1 T_1-\sum_{i=1}^n b_i x_i^1 T_1 - Z_{пост}\ \to\ \max\ .$$

Здесь

x_i^1 – это интенсивность выпуска продукции вида i на интервале времени $(0,T_1)$, не зависящая от момента времени $t\in(0,T_1)$, т.е. x_i^1 – постоянная величина на интервале $(0,T_1)$.

$$\sum_{i=1}^n l_{ij}x_i^1 T_1\le g_j^1 T_1\ ,\ j=1,\ldots,m.$$

Здесь g_i^1 – интенсивность покупки материальных ресурсов вида j на интервале времени $(0,T_1)$, которая не зависит от момента времени $t\in(0,T_1)$, т.е. величина g_i^1 – постоянная на интервале $(0,T_1)$.

$$\sum_{i=1}^n T_1 t_{il} x_i^1\le \tau_l k_l\frac{T_1}{T},\ l=1,\ldots,k\ .$$

Здесь $\frac{T_1}{T}$ – доля длительности интервала $(0,T_1)$ по отношению к длине интервала (**0, T**).

Ограничение на объем закупок материальных ресурсов на интервале $(0,T_1)$ запишем следующим образом:

$$\sum_{j=1}^m g_j^1 T_1\beta_j\le v_1 T_1\ .$$

Приведем также ограничение на спрос на интервале $(0,T_1)$:

$$x_i^1 T_1\le Pt_i^1\ ,\ x_i\in Z^+\ .$$

Сформулированная выше оптимизационная задача является задачей линейной оптимизации и может быть решена с использованием хорошо известных методов и программных средств. Поставив подобные оптимизационные задачи для всех интервалов (T_k, T_{k+1}) (**$k = 0, 1, …, N-1$**), получим решение исходной задачи оптимального управления в виде кусочно-постоянных функций x_i^k (**$i = 1, …, n; k = 1, …, n$**), задающих интенсивность выпуска продукции на интервале (T_{k-1}, T_k) и кусочно-постоянных функций g_j^k (**$j = 1, …, m; k = 1, …, n$**), задающих интенсивность закупки материальных ресурсов на интервале (T_{k-1}, T_k).

Рассмотрим динамическую модель управления кредитом, привлекаемым для закупки материальных ресурсов производства в ситуации, когда в модели есть ограничения на заказ вида $x_i \ge Z_i$ (**$i = 1, …, n$**).

В этой ситуации динамическая модель может не иметь решения в силу следующих нижеперечисленных причин.

А. Кредита в объеме **V** недостаточно для закупки материальных ресурсов, которые должны использоваться для выпуска продукции в объемах не менее Z_i (**$i = 1, …, n$**).

Б. Существующие производственные мощности в объеме k_l единиц оборудования (**$k = 1, …, n$**) недостаточны для того, чтобы выпустить за период времени (**$0, T$**) продукцию в объеме не менее Z_i (**$i = 1, …, n$**).

В. Недостаточно ни кредита в объеме **V**, ни производственного оборудования в количестве k_l (**$k = 1, …, n$**) для того, чтобы динамическая модель имела хотя б одно допустимое решение.

Чтобы выяснить, достаточно ли кредита **V** для получения решения, необходимо сделать следующее.

1. Рассчитать объем потребления материальных ресурсов для выпуска продукции в количестве Z_i. Необходимые объемы вычисляются по формуле $Z_j = \sum_{i=1}^{n} x_i l_{ij}$ (**$j = 1, …, m$**).
2. Вычислить объем финансовых средств **F**, необходимый для закупки материальных ресурсов в объеме, рассчитанном в п. 1. Очевидно, что $F = \sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j$.
3. Если **$F > V$**, то необходимо дополнительные финансовые ресурсы в объеме $\Delta V = F - V$, т.е. $\Delta V = \sum_{j=1}^{m} Z_j \beta_j - V$.

Для того чтобы выяснить, достаточно ли число единиц оборудования для выпуска продукции в объемах Z_i на периоде времени (**$0, T$**), необходимо рассмотреть ограничения:

$$\sum_{i=1}^{n} t_{il} Z_i \le \tau_l k_l, \quad (l = 1, …, k).$$

Если эти ограничения выполняются для всех **l** (**$l = 1, …, k$**), то производственные мощности достаточны. Если существует **p** $(1 \le p \le k)$, для которого:

$$\sum_{i=1}^{n} t_{ip} Z_i > \tau_p k_p, \quad (p = 1, …, k), \tag{42}$$

то необходимо для выполнения заказа либо увеличить на минимальную величину число единиц оборудования вида **p**, чтобы неравенство (42) имело место, т.е. решить задачу:

$$\min\ y_p;$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_{ip} Z_i > \tau_p (k_p + y_p),$$

либо увеличить величину интервала (**$0, T$**).

В последнем случае необходимо определить эффективное время работы оборудования вида **p** по формуле:

$$\overline{\tau_p} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_{ip} Z_i}{k_p}.$$

Очевидно, что $\overline{\tau_p} > \tau_p$.

Далее момент времени, к которому заказ может быть выполнен, рассчитывается по формуле:

$$\tilde{T} = T * \frac{\tilde{\tau}_p}{\tau_p}.$$

Очевидно, что в этом случае искомый директивный период, на котором может быть реализован выпуск продукции в объемах не менее Z_i, определяется как $(0, \tilde{T})$.

В ситуации, когда недостаточно ни финансовых средств, для закупки материальных ресурсов производства, ни производственных мощностей, последовательно используются процедуры, описанные для ситуаций А и Б.

Анализ устойчивости в моделях управления кредитными ресурсами

Рассмотрим ситуацию влияния инфляции на решение, связанное с дополнительной закупкой материальных ресурсов производства с использованием привлечения кредита (модель (14-18)).

Будем полагать следующее.

1. Цены на конечную продукцию растут линейно при росте инфляции по закону:

$$a_i(\xi) = a_i(0) + \eta_i \xi a_i(0), \quad i = 1, …, n.$$

Здесь

$a_i(\xi)$ – цена единицы продукции вида **i** при уровне инфляции ξ (информация задается в долях);

$a_i(0)$ – цена единицы продукции вида **i** при $\xi = 0$;

η_i – числовой коэффициент, отражающий степень роста цены на продукцию вида **i** от объема накопленной инфляции ξ.

2. Цены на материальные ресурсы также растут линейно относительно накопленной инфляции ξ по закону:

$$b_j(\xi) = b_j(0) + \mu_j \xi b_i(0), \quad j = 1, …, m.$$

Здесь

$b_j(\xi)$ – цена на материальные ресурсы вида **j** при уровне накопленной инфляции ξ;

$\beta_j(0)$ – цена на материальные ресурсы вида **j** при $\xi = 0$;

μ_j – коэффициент отражающий степень роста цены на материальные ресурсы вида **j** от уровня накопленной инфляции ξ.

3. Спрос на продукцию вида **i** с ростом инфляции меняется по закону:

$$x_i \le Pt_i - \varphi_i(\xi), \quad i = 1, …, n.$$

Здесь φ_i – неубывающая функция ξ и $\varphi_i(0) = 0$.

С использованием предположений (1-3) модель (14-18) будет выглядеть следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{n}(a_i(0)+\eta_i\xi a_i(0))x_i-\sum_{i=1}^{n}b'_j x_i - Z_{пост} - \alpha\left(\sum_{j=1}^{m}(b_j(0)+\mu_j\xi b_i(0))\sum_{i=1}^{n}l_{ij}x_i - L_j)\right)\to max \;. \quad (43)$$

Здесь b'_j – переменные издержки при производстве единицы продукции вида i без учета стоимости материальных ресурсов.

$$\sum_{i=1}^{n} l_{ij}x_i \le L_j + Z_j,\; j=1,2,\ldots,m\;; \quad (44)$$

$$\sum_{i=1}^{n} t_{il}x_i \le \tau_l k_l,\; l=1,\ldots,k\;; \quad (45)$$

$$Z_j(b_j(0)+\mu_j\xi b_i(0)) \le V\;; \quad (46)$$

$$x_i \le Pt_i - \varphi_i(\xi)\;;\; x_i\in Z^+\;;\; Z_j \ge 0;$$
$$I = 1, 2, \ldots, n;\; j = 1, \ldots, m. \quad (47)$$

Пусть множество $\overline{X} = \{X^1,\ldots X^L,\ldots, X^N\}$ – перечень допустимых производственных программ модели (43-47) и X^L – является оптимальной при ξ = 0. Рассмотрим вопрос о том, каков будет максимальный уровень инфляции, при котором оптимальной будет оставаться производственная программа X^L. Обозначим через $F^j(\xi)$ – значение целевой функции (43) (прибыль) при уровне инфляции ξ на производственной программе:

$$X^p\;\; (p = 1, \ldots, N; j \ne l).$$

Рассмотрим $\dfrac{dF^j(\xi)}{d\xi}$.

Если существует k, для которого:

$$\frac{dF^k(\xi)}{d\xi} > \frac{dF^l(\xi)}{d\xi},$$

то можно определить $\xi_1 > 0$, такое, что:

$$F^l(\xi) = F^k(\xi).$$

Максимальный уровень инфляции, который позволит при уровне кредита V обеспечить выпуск продукции в объемах $X^L = (x_1^l,\ldots, x_n^1)$, вычисляется путем решения уравнения:

$$\sum_{j=1}^{m} Z_j^l(b_j(0)+\mu_j\xi b_i(0)) = 0.$$

Здесь $Z^l = (Z_1^l,\ldots, Z_m^l)$ – дополнительный объем закупки материальных ресурсов, который позволит выпустить продукцию в объеме:

$$X^L = (x_1^l,\ldots, x_n^1).$$

Обозначим это решение через ξ_2.

Далее рассмотрим минимальное значение ξ, при котором выполняется соотношение:

$$x_i^l \le Pt_i - \varphi_i(\xi),\; i = 1, 2, \ldots, n.$$

Определим ξ_3 следующим образом:

$$\xi_3 = \min_{i=1,n}\{Pt_i - \varphi_i(\xi) = x_i^l\}.$$

Выбрав $\xi_l = \min\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$, получим максимальный уровень инфляции, при котором производственная программа x^l будет оставаться оптимальной. Т.е. при изменении инфляции ξ на интервале (0, ξ_l), производственная программа x^l остается оптимальной.

Как было показано выше, при росте цен на конечную продукцию и материальные ресурсы производства, который является следствием накопленной инфляции, могут происходить переходы от одной оптимальной производственной программы к другой. В предыдущем разделе были предложены методы оценки соответствующего уровня инфляции. Соответственно, если объем накопленной инфляции является известной, детерминированной функцией времени $\xi(t)$, то момент перехода к новой производственной программе произойдет в момент времени t^*, являющийся решением уравнения:

$$\xi(t) = \xi_1,$$

где ξ_1 – уровень накопленной инфляции, соответствующий переходу на новую производственную программу.

Если $\xi(t)$ – это случайный процесс с известными дискретными распределениями вероятностей (т.е. величина $\xi(t)$ принимает значение $\xi_1(t)$ с вероятностью p_1, значение $\xi_m(t)$ с вероятностью p_m и т.д., причем $p_q \ge 0$, $\sum_{q=1}^{m} p_q = 1$), то соответственно решать надо будет уравнение вида:

$$\xi_f(t) = \xi_1,\; f = 1, 2, \ldots, m.$$

При этом будут получены m решений $t_1^*,\ldots, t_m^*$, каждое из которых с вероятностью $p_1,\ldots, p_m$ соответственно будет моментом времени перехода к новой производственной программе.

Динамические модели управления производственно-финансовой деятельностью предприятия

Рассмотрим ситуацию выпуска предприятием N видов конечной продукции. Выпуск каждого вида продукции производится путем обработки исходных материалов и сырья на n_i операциях ($i = 1, 2, \ldots, N$).

Для того, чтобы на операции o_{ij} обеспечить минимальную производительность (q_{ij}^0), необходимы производственные ресурсы в количестве, заданном векторами:

$$\alpha_{ij} = (\alpha_{ij}^1, \alpha_{ij}^2,\ldots, \alpha_{ij}^m),\; i = 1, 2, \ldots, N;\; j = 1, 2, \ldots, n_i.$$

Если же необходимо обеспечить производительность q_{ij} на операции o_{ij}, то, соответственно, требуемый объем производственных ресурсов необходимо увеличить в $\dfrac{q_{ij}}{q_{ij}^0}$ раз (в линейном случае). Для производства N видов продукции, используется M видов материалов и сырья. Объем незавершенного производства на каждой стадии o_{ij} задается величинами v_{ijl}, которая задает объем материального ресурса вида l на операции:

$$o_{ij}\; (i = 1, 2, \ldots, N;\; j = 1, 2, \ldots, n_i;\; l = 1, 2, \ldots, M).$$

Обозначим через $\beta_i = a_i - b_i$ – маржинальный доход при выпуске одной единицы продукции вида ***i*** (***i* = 1, …, *N***). Здесь

a_i – цена реализации единицы продукции вида ***I***;

b_i – переменные издержки при выпуске единицы продукции вида ***i***.

Если на интервале (***0, T***) необходимо выпустить продукцию в объемах, максимизирующих суммарный маржинальный доход, то необходимо обеспечить максимум следующей целевой функции:

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i \int_0^T q_{in_i}(t)\,dt \to max \quad . \qquad (48)$$

Здесь $q_{ini}(t)$ – интенсивность обработки заявок вида ***i*** на последней n_i операции) при следующих ограничениях:

$$\int_0^t q_{ij}(t')dt' \le V_{ijk}(0) + \int_0^t q_{ij-1}(t')dt' \,, \qquad (49)$$

где

i* = 1, 2, …, *N*, *j* = 2, …,** n_i, $t \in$ ***(0, T);

$V_{ijk}(0)$ – объем материального ресурса ***k*** на операции o_{ij} в момент времени ***t***.

Ограничение (49) означает, объем обработки каждого материального ресурса o_{ij} (***i* = 1,2,…,*N*, *j* =2,…,** n_i) для каждого момента времени $t \in$ ***(0, T)*** не должен превышать объема этого ресурса на операции o_{ij} в момент времени ***t* = 0** плюс объем данного ресурса, поступивший с предыдущей операции o_{ij-1}. Ограничение (49) часто называют балансовым ограничением. Следующее ограничение на производственные мощности:

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{ni} \frac{q_{ij}}{q^0_{ij}} * \alpha^0_{ij} \le c_l \,, \; l=1,2,\ldots,M, \qquad (50)$$

здесь

c_l – количество производственного ресурса ***l*** (***l* = 1, 2, …, *M***);

q_{ij} и q^0_{ij} – интенсивность заданная и интенсивность минимальная при обработке незавершенного производства на операции o_{ij}.

Следующие два ограничения – это, соответственно, ограничения на минимум выпуска продукции (ограничения на заказ) и ограничение на максимум выпуска продукции (ограничения спроса):

$$\int_0^T q_{in_i}(t)dt \ge z_i \,, \; i = 1, 2, \ldots, N, \qquad (51)$$

$$\int_0^T q_{in_i}(t)dt \le Pt_i \,, \; i = 1, 2, \ldots, N. \qquad (52)$$

$$q_{in_i}(t) \ge 0 \;. \qquad (53)$$

Оптимизационная задача (46-51) не всегда имеет решение. В частности, это может быть в силу недостаточности материальных ресурсов на всех операциях обработки по данному виду конечной продукции.

Обозначим через l_{ik} – объем материального ресурса вида ***k*** (***k* = 1, 2, …, *M***), необходимого для выпуска единицы продукции вида ***i***. Тогда условие достаточности выпуска продукции вида ***i*** в объеме z_i (***i* = 1, 2, …, *N***) заключается в выполнении следующей системы неравенств:

$$z_i l_{ik} \le \sum_{j=1}^{ni} V_{ijk} \,, \; i = 1,2,\ldots,N, \; k = 1, 2, \ldots, M. \qquad (54)$$

Если хотя бы одно из неравенств (54) не выполняется, то для выполнения заказа необходима дополнительная закупка материальных ресурсов. Если все неравенства (54) выполняются, но задача (48-53) не имеет решения, то имеет место нехватка производственных ресурсов для обеспечения выпуска продукции в необходимых объемах.

В этом случае необходимо к имеющимся производственным мощностям дополнительно поставить мощности в объеме $y = (y_1, \ldots, y_m)$. Вычисление как объемов дополнительной закупки материальных ресурсов, так и закупки необходимого количества единиц производственного оборудования с учетом минимизации затрат при выпуске конечной продукции в соответствии с заказом z_i, может быть осуществлено путем решения следующей оптимизационной задачи:

$$\sum_{l=1}^{M} y_l \gamma_l + \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} L_{ki} w_k \to min \quad . \qquad (55)$$

Здесь

y_l – количество дополнительного закупаемых единиц оборудования вида ***l***;

γ_l – цена единицы оборудования вида ***l*** (***l* = 1, 2, …, *m***);

L_{ki} – объем материальных ресурсов вида ***k***, закупаемых для производства продукции вида ***i***;

w_k – цена материального ресурса вида ***k*** (***k* = 1, 2, …, *M***).

$$\int_0^t q_{i1k}(t)dt \le V_{i1k}(0) + Z_{ki1} \,; \qquad (56)$$

$$\int_0^t q_{ijk}(t')dt' \le V_{ijk}(0) + \int_0^t q_{ij-1,k}(t')dt' \,;$$

$$i = 1,2,\ldots,N, \; j = 2,\ldots, n_i, \; k=1,2,\ldots,M, \forall t \in (0, T); \qquad (57)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{ni} \frac{q_{ij}}{q^0_{ij}} * \alpha_{ijl} \le c_l + y_l \,, \; l = 1, 2, \ldots, M, \forall t \in (0, T); \qquad (58)$$

$$\int_0^T q_{in_i}(t)dt \ge z_i \,, \; i = 1, 2, \ldots, N; \qquad (59)$$

$$\int_0^T q_{in_i}(t)dt \le Pt_i \,, \; i = 1, 2, \ldots, N; \qquad (60)$$

$$q_{in_i}(t) \ge 0 \,, \; i = 1,2,\ldots,N, \; j = 2, \ldots, n_i \,. \qquad (61)$$

Рассматривая модель (48-53) в ситуации, когда заказ отсутствует, т.е. в ограничении (51) z_i **= 0 (*l* = 1, 2, …, *N*)**, для закупки материальных ресурсов производства могут быть использованы либо собственный оборотный капитал в объеме ***F***, либо как собственный оборотный капитал, так и привлеченный заемный капитал в объеме ***W*** под процент α (в долях). Инвестору необходимо вычислить, какая из стратегий в данной ситуации более эффективна. При этом необходимо учитывать, что, используя вместе с собственными оборотными средствами еще и кредит, инвестор несет дополнительные издержки, связанные с обслуживанием долга. Поэтому в данном случае предлагается решить две оптимизационные задачи.

- В первой инвестор использует для закупки материальных ресурсов производства только собственные оборотные средства.
- Во второй задаче инвестор привлекается для закупки материальных ресурсов еще и кредит.

Ниже будут сформулированы обе задачи.

Задача 1

Кредит для закупки материальных ресурсов не привлекается.

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i \int_0^T q_{in_i}(t)\, dt \to \max \quad ;$$

$$\int_0^t q_{i1k}(t)dt \le V_{i1k}(0) + Z_{ki1} ;$$

$$\int_0^t q_{ijk}(t')dt' \le V_{ijk}(0) + \int_0^t q_{ij-1,k}(t')dt' ,$$

$$i = 1, 2, \dots, N,\ j = 2, \dots, n_i,\ k = 1, 2, \dots, M,\ \forall t \in (0, T);$$

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} Z_{ki1} w_k \le F .$$

Здесь z_{ki1} – объем материальных ресурсов вида ***k***, приобретаемых для выпуска продукции вида ***i***.

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{ni} \frac{q_{ij}}{q_{ij}^0} * \alpha_{ijl} \le c_l + y_l ,\ l = 1, 2, \dots, M;$$

$$\int_0^T q_{in_i}(t)dt \le Pt_i ,\ i = 1,2,\dots,N;$$

$$q_{in_i}(t) \ge 0 ,\ i = 1, 2, \dots, N,\ j = 2, \dots, n_i .$$

Задача 2

Для закупки материальных ресурсов используются не только собственные оборотные средства в объеме ***F***, но и дополнительно привлекается кредит под процент α .

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i \int_0^T q_{in_i}(t)\, dt - \alpha\left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} Z_{ki1} w_k - F\right) \to \max \quad .$$

Здесь в целевой функции учитываются издержки, связанные с обслуживанием кредита, привлекаемого под процент α (в долях):

$$\int_0^t q_{i1k}(t)dt \le V_{i1k}(0) + Z_{ki1} ;$$

$$\int_0^t q_{ijk}(t')dt' \le V_{ijk}(0) + \int_0^t q_{ij-1,k}(t')dt' ;$$

$$i = 1, 2, \dots, N,\ j = 2, \dots, n_i,\ k = 1, 2, \dots, M,\ \forall t \in (0, T);$$

$$F < \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} Z_{ki1} w_k \le F + W \quad ,$$

здесь ***W*** – максимальный объем привлекаемого кредита.

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{ni} \frac{q_{ij}}{q_{ij}^0} * \alpha_{ijl} \le c_l ,\ l = 1, 2, \dots, M;$$

$$\int_0^T q_{in_i}(t)dt \le Pt_i ,\ i = 1, 2, \dots, N;$$

$$q_{in_i}(t) \ge 0 ,\ i = 1, 2, \dots, N,\ j = 2, \dots, n_i .$$

Получив решения задачи 1 и задачи 2, выбирается модель, с наибольшим значением прибыли. В той ситуации, когда эффективнее стратегия с привлечением кредита, может возникнуть вопрос о том, на сколько велика может быть процентная ставка, чтобы данная стратегия оставалась преимущественной. Ответ на него можно получить, решив следующую задачу вычисления максимальной процентной ставки по кредиту (μ – процентная ставка, которую необходимо найти):

$$\max \quad \mu ;$$

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i \int_0^T q_{in_i}(t)\, dt - \mu\left(\sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} Z_{ki1} w_k - F\right) \ge \sum_{i=1}^{N} \beta_i \int_0^T q^*_{in_i}(t)\, dt \ ,$$

здесь $q^*_{in_i}$ – оптимальное решение задачи 1.

$$\int_0^t q_{i1k}(t)dt \le V_{i1k}(0) + Z_{ki1} ;$$

$$\int_0^t q_{ijk}(t')dt' \le V_{ijk}(0) + \int_0^t q_{ij-1,k}(t')dt' ;$$

$$i = 1, 2, \dots, N,\ j = 2, \dots, n_i,\ k = 1, 2, \dots, M,\ \forall t \in (0, T);$$

$$F < \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{M} Z_{ki1} w_k \le F + W \quad ,$$

здесь ***W*** – максимальный объем кредита, который может быть привлечен для закупки материальных ресурсов производства.

$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{i=1}^{ni} \frac{q_{ij}}{q_{ij}^0} * \alpha_{ijl} \le c_l ,\ l = 1, 2, \dots, M;$$

$$\int_0^T q_{in_i}(t)dt \le Pt_i ,\ i = 1, 2, \dots, N;$$

$$q_{in_i}(t) \ge 0 ,\ i = 1,2,\dots,N,\ j = 2,\dots, n_i .$$

Получив в приведенной выше задаче максимальную ставку по кредиту, ее можно сравнить с существующей ставкой кредитования α . Если значение μ окажется больше α , то величина $\mu - \alpha$ характеризует устойчивость стратегии привлечения кредита, а если $\mu < \alpha$, то величина $\alpha - \mu$ характеризует устойчивость стратегии использования для закупки материальных ресурсов только собственного оборотного капитала в объеме ***F*** (без привлечения кредитных ресурсов).

Некоторые подходы для решения динамических задач управления производственно-финансовой деятельностью предприятия

Рассмотрим оптимизационную задачу (48-50, 53) при отсутствии ограничений на заказ и спрос. Как было показано в работе [3, с. 126-128], эта задача может быть сведена к решению нескольких задач линейного программирования с целевой функцией:

$$\sum_{i=1}^{N} \beta_i q_{in_i}(t) \to \max \quad ,$$

где переменными являются интенсивности выпуска продукции ***i***-го вида $q_{in_i}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$) с учетом ограничений (49)-(50), при этом величины $q_{ij}(t)$ являются кусочно-постоянными функциями времени. Интервалы времени, в течение которых функции $q_{ij}(t)$ остаются постоянными определяются путем расчета моментов времени завершения обработки полуфабрикатов (незавершенного производства) на операции o_{ij} . В этой ситуации, если $v_{iN_i} > 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$), то вначале производственные ресурсы выделяются только на завершающие операции o_{iN_i} и, по мере обработки незавершенного производства на этих операциях, ресурсы передаются на предшествующие операции. После того, как обработка незавершенного производства по какой-либо продукции попадает на первую операцию, дополнительно появляются ограничения вида:

$$q_{i1}(t) \le u_{ij}(t)\,,\ i = 1, 2, \ldots, N;\ j = 2, \ldots, M,$$

здесь $u_{ij}(t)$ – интенсивность поступления материального ресурса j на начало обработки по продукции вида i. Такая схема может быть предложена, когда рассматривается задача (48-50) без ограничений на спрос и заказ (ограничения (51) и (52) соответственно).

Если необходимо учесть ограничения на спрос, то можно использовать изложенный выше подход с учетом того, что если в какой-либо момент времени τ_l выполняется неравенство:

$$\int_0^{\tau_l} q_{IN_l}(t)dt = Pt_l\,,\ \tau_l \in (0, T)\,,$$

то в дальнейшем производство продукции вида i прекращается.

В той ситуации, если решается задача (48-53) , т.е. учитываются ограничения на спрос и заказ, и выполняется равенство:

$$\int_0^{\tau_k} q_{IN_k}(t)dt = Z_k\,, \tau_k \in (0, T)\quad k = 1, 2, \ldots, N$$

временно прекращается выпуск продукции вида k, т.е. оптимизация проводится по всем видам продукции кроме продукции вида k. После того как выполнен заказ по всем видам продукции, используем методику решения задачи (48-50, 52, 53).

Применение математических моделей в управлении финансовыми ресурсами в компании ООО «Роберт Бош»

Теперь рассмотрим применение одной их описанных моделей на примере проекта расширения производства компании производителя Общество с ограниченной ответственности (ООО) «Роберт Бош».

ООО «Роберт Бош» – немецкая группа компаний, ведущий мировой поставщик технологий и услуг в области автомобильных и промышленных, строительных и упаковочных технологий, потребительских товаров.

В настоящее время компания Bosch в РФ ведет свою деятельность по нескольким направлениям, среди которых производство автозапчастей, электроинструментов, оборудования систем безопасности, отопительных систем.

Построение оптимизационной модели выпуска новой линии продукции компании с критерием на максимум валовой прибыли

Компания прочно утвердила свои позиции на рынке в России в области производства электроинструментов как профессионального класса, так и для личного потребления. Продажи компании с каждым годом увеличиваются. Поэтому для удовлетворения спроса потребителей предприятие планирует приобрести дополнительные площади с оборудованием для производства продукции. При этом отдел разработок уже смоделировал новую линейку продукции компании, в которую вошли аккумуляторные электроинструменты высокой долговечности благодаря системе защиты элементов питания Bosch Electronic Cell Protection (ECP), это аккумуляторный шуруповерт с литиий-ионным аккумулятором (артикул 060398102), аккумуляторный клеевой пистолет (артикул 060326402), аккумуляторная шлифмашина (артикул 060397692), универсальный инструмент с литий-ионным аккумулятором для пиления, резки, фрезирования, шлифования (многофункциональный аккумуляторный инструмент) (артикул 060310192).

У руководства компании есть проект расширения производственных площадей на заводе в городе Энгельс. При этом руководство решило не приобретать дополнительные производственные площади, а ограничится закупкой нового оборудования для последующей их установки использующиеся производственные помещения.

С учетом спроса на продукцию, менеджеры компании определили минимальное количество товаров новой серии, которые можно увидеть в табл. 1.

Таблица 1

ДИАПАЗОН СПРОСА НА ПРОДУКЦИЮ ВИДА *i*

Вид продукции (*i*)	Нижняя граница	Верхняя граница
1	30 000	35 000
2	12 000	15 000
3	22 000	28 000
4	18 000	22 000

i = 1 – аккумуляторный шуруповерт с литий-ионным аккумулятором (артикул 060398102);

i = 2 – аккумуляторный клеевой пистолет (артикул 060326402);

i = 3 – аккумуляторная шлифмашина (артикул 060397692);

i = 4 – универсальный инструмент с литий-ионным аккумулятором для пиления, резки, фрезирования, шлифования (многофункциональный аккумуляторный инструмент) (артикул 060310192).

Для производства данных товаров (на единицу) потребуются ресурсы в количествах, показанных в табл. 2.

Таблица 2

НОРМА ПОТРЕБЛЕНИЯ РЕСУРСА J ПРИ ВЫПУСКЕ ОДНОЙ ЕДИНИЦЫ ПРОДУКЦИИ

Кг

Вид продукции (*i*)	Металлические заготовки типа1	Металлические заготовки типа 2	Металлические заготовки типа 3	Пластмассовые заготовки типа1	Пластмассовые заготовки типа 2	Пластмассовые заготовки типа 3	Аккумуляторный элемент типа 1	Аккумуляторный элемент типа 2
1	0,23	0,54	0,35	0,06	0,15	0,3	0,35	0,12
2	0,36	0,44	0	0,16	0,25	0,4	0,4	0,13
3	0,6	0	0,5	0,3	0,44	0,12	0,2	0,2
4	0,16	0,42	0,31	0,51	0,24	0,13	0,31	0,19

Цены на ресурсы типов j приведены в табл. 3.

Таблица 3

СТОИМОСТЬ 1 КГ *j*-ГО ВИДА РЕСУРСА,

Тыс. руб.

Вид ресурса	Стоимость
Металлические заготовки типа 1 (j = 1)	0,27
Металлические заготовки типа 2 (j = 2)	0,29

Вид ресурса	Стоимость
Металлические заготовки типа 3 (***j*** = 3)	0,21
Пластмассовые заготовки типа 1 (***j*** = 4)	0,165
Пластмассовые заготовки типа 2 (***j*** = 5)	0,41
Пластмассовые заготовки типа 3 (***j*** = 6)	0,12
Аккумуляторный элемент типа 1 (***j*** = 7)	0,45
Аккумуляторный элемент типа 1 (***j*** = 8)	0,5

Продукция всех четырех типов изготовляется из вышеперечисленных ресурсов на четырех видах оборудования: литейное, токарное, сборочное, электрохимическое.

Применяя инструментарий MS Excel, воспользуемся математической моделью (5-9), критерием оптимизацией которой является максимизация валовой прибыли от данной выпускаемой продукции предприятия за счет ее увеличения:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i - \sum_{i=1}^{n} b_i x_i - Z_{пост} \to max \quad , \qquad (62)$$

где

a_i – цена реализации продукции вида ***i*** (***i = 1, 2, 3, 4***);

b_i – переменные издержки при выпуске единицы продукции вида ***i***.

В переменные издержки входят стоимость ресурсов, приобретаемых для производства данных видов продукции. В постоянные издержки компании включаются арендные и страховые платежи, затраты на отопления и освещение, заработная плата административно-управленческого персонала и инженерно-технических работников, аренда парковочных мест [4]:

$$\sum_{j=1}^{M_1} \beta_j \sum_{i=1}^{n} I_{ij} x_i \le V_1 , \qquad (63)$$

где

β_j – цена единицы материальных ресурсов вида ***j***, (***j*** = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8);

V_1 – краткосрочный кредит на закупку материальных ресурсов производства;

I_{ij} – нормы потребления ресурса ***j*** при выпуске одной единицы продукции вида ***i***.

$$\sum_{i=1}^{n} t_{il} x_i \le \tau_l (k_l + y_l), \; l = 1,..., K_1 , \qquad (64)$$

t_{il} – время, в течение которого в технологическом процессе задействовано оборудование вида ***l*** при выпуске одной единицы продукции ***i***,

τ_l – суммарное возможное время, в течение которого можно использовать оборудование вида ***l*** в технологическом процессе на интервале планирования (***0, T***);

y_l – количество единиц закупаемого оборудования вида ***l***,

k_l – количество единиц оборудования вида ***l***, которое есть у предприятия до начала реализации проекта расширения производства (***l = 1, 2, …, K***):

$$\sum_{j=1}^{M_1} y_1 \gamma_1 \le V_2 \quad , \qquad (65)$$

где

γ_1 – цена единицы оборудования вида ***l*** (***l = 1, 2, …, K1***);

V2 – среднесрочный или долгосрочный кредит, выделяемый на закупку дополнительного оборудования;

$$Pt_{i1} \le x_i \le Pt_{i2}, \; i = 1,..., n, \; x_i \in Z^t .$$

Pt_1 – нижняя граница спроса на продукцию вида ***i*** на интервале планирования (***0, T***);

Pt_{i2} – верхняя граница спроса на продукцию вида ***i*** на интервале планирования (***0, T***).

Необходимо также, чтобы удовлетворялось условие целочисленности, т.е., чтобы количество продукции, производимое организацией, а также количество закупаемого оборудования были целыми числами.

Расчет оптимального выбора схемы производства новой линии товаров компании проводится на весь рассматриваемый период (т.е. год) в ценах нулевого года, поправка на увеличение цен на готовую продукцию и производственную себестоимость с учетом инфляции здесь не учитывается, так как делается допущение, что ценовое изменение будет линейным, что, соответственно, не приведет к изменению оптимального решения.

В табл. 4 предоставлены данные о времени работы каждого вида оборудования для производства одной единицы продукции всех четырех видов.

Таблица 4

ВРЕМЯ РАБОТЫ ОБОРУДОВАНИЯ L ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА ОДНОЙ ЕДИНИЦЫ ПРОДУКЦИИ ВИДА *I*

Часов

Вид продукции (*I*)	Вид оборудования (*L*)			
	Литейное	Токарное	Сборочное	Электрохими ческое
1	0,777	0,693	0,600	0,263
2	0,632	0,473	0,600	0,128
3	0,700	0,560	0,600	0,140
4	0,915	0,790	0,600	0,195

До проекта расширения производства у компании было необходимое оборудование, которое не было задействовано в производственном процессе, двух типов: литейное и токарное (табл. 5).

Таблица 5

ОБОРУДОВАНИЕ ВИДА I, ИМЕЮЩЕЕСЯ ДО ПРОЦЕССА РАСШИРЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА

Шт.

Вид оборудования	Количество
Литейное	4
Токарное	3
Сборочное	0
Электрохимическое	0

Необходимого электрохимического оборудования до проекта расширения производства у компании не было, так как новая линия товаров разработана, ориентируясь на аккумуляторные электроинструменты высокой долговечности. Также стоит отметить, что сборочного оборудования, которое не задействовано в производственных циклах, на заводе нет.

Рыночные цены на новое оборудование всех четырех типов приведен в табл. 6.

Таблица 6

РЫНОЧНЫЕ ЦЕНЫ НА НОВОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

Тыс.руб.

Вид оборудования	Стоимость
Литейное	1 500
Токарное	550
Сборочное	1 200
Электрохимическое	50

Запишем в табличном виде задачу (62-66). Произведем расчеты с помощью MS Excel.

Ограничения на оборотный капитал приведены в табл. 8.

Таблица 7

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СХЕМА МОДЕЛИ. ФУНКЦИОНАЛ ЗАДАЧИ

№	Виды продукции, шт.	Цена реализации, тыс. руб.	Знак	Виды продукции, шт.	Переменные издержки при выпуске продукции i	Знак	Постоянные издержки	Знак	F
1	33 945	2,3	–	33 945	0,6171	–	12 000	>	Max
2	12 000	2,6		12 000	0,6467				
3	24 152	2,75		24 152	0,7013				
4	18 143	2,8		18 143	0,66275				

Таблица 8

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СХЕМА МОДЕЛИ. ОГРАНИЧЕНИЯ НА ОБОРОТНЫЙ КАПИТАЛ

Знак	*Bj*	Знак	Знак	*Lij*								Знак	*Xi*	Знак	*V1*
∑	0,27	*	∑	0,23	0,54	0,35	0,06	0,15	0,3	0,35	0,12	*	33 945	≤	55 000
	0,29			0,36	0,44	0	0,16	0,25	0,4	0,4	0,13		12 000		
	0,21			0,6	0	0,5	0,3	0,44	0,12	0,2	0,2		24 152		
	0,165			0,16	0,42	0,31	0,51	0,24	0,13	0,31	0,19		18 143		
	0,41			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,12			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,45			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,5			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Таблица 9

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СХЕМА МОДЕЛИ. ОГРАНИЧЕНИЕ НА КОЛИЧЕСТВО ЗАКУПАЕМОГО ОБОРУДОВАНИЯ.

i	*Xij*	*til*	Знак	τ_l	Знак	*K1*	*Y1*
L = 1							
1	33 945	0,777	≤	2 016	*	4	33
2	12 000	0,632					
3	24 152	0,700					
4	18 143	0,915					
L = 2							
1	33 945	0,693	≤	2 016	*	3	28
2	12 000	0,473					
3	24 152	0,560					
4	18 143	0,790					
L = 3							
1	33 945	0,600	≤	2 016	*	0	26
2	12 000	0,600					
3	24 152	0,600					
4	18 143	0,600					
l = 4							
1	33 945	0,263	≤	2 016	*	0	9
2	12 000	0,128					
3	24 152	0,140					
4	18 143	0,195					

Ограничение на количество закупаемого оборудования (табл. 9) ставим в соответствие с восьмичасовым рабочим днем, исходя из того, что среднее количество рабочих дней в месяце равно 21:

τ_l ***= 12 (мес) * 21 (день) * 8 (ч) = 2 016 ч.***

Ограничение на спрос (64) можно представить в следующем виде:

$$30\,000 \le x1 \le 35\,000;$$

$$12\,000 \le x2 \le 15\,000;$$

$$22\,000 \le x3 \le 28\,000;$$

$$18\,000 \le x4 \le 22\,000.$$

Компания заключает сделки с ее дистрибьюторами, которым обязуется предоставить определенное количество продукции, поэтому ***xi*** ограничено снизу. Также важно, чтобы модель учитывала уровень спроса на каждый вид товара, поэтому ***xi*** ограничено и сверху.

Таким образом, мы получаем следующие результаты, представленные в табл. 10.

Таблица 10

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Показатель	Количество, шт.
Продукция виды	
1	33 945
2	12 000
3	24 152
4	18 143
Новое оборудование	
1	33
2	28
3	26
4	9
Целевая функция: 534 334,45 тыс. руб.	

Соответственно получаем, что для удовлетворения спроса потребителей с имеющимися материальными ресурсами и производственными мощностями компании следует купить новое оборудование:

- типа 2 (литейное оборудование) в количестве 33 ед.;
- типа 2 (токарное) – 28 ед.;
- типа 3 (электрохимическое) – 26 ед.;
- типа 4 (сборочное) – 9 ед.

Оптимальная производственная программа:

- 33 945 ед. аккумуляторных шуруповертов с литий-ионным аккумулятором;
- 1 200 ед. аккумуляторных клеевых пистолетов;
- 24 152 ед. аккумуляторных шлифмашин;
- 18 143 ед. универсальных инструментов с литий-ионным аккумулятором для пиления, резки, фрезирования, шлифования (многофункциональный аккумуляторный инструмент).

В данной математической модели критерием оптимизации являлась валовая прибыль, которая составила 53 434,45 тыс. руб.

С помощью оптимизационной математической модели, исходя из расчета оптимального количества выпускаемой продукции, мы получили максимально возможное значение валовой прибыли от производства данной серии товаров, которое удовлетворяет существующим ограничениям спроса.

Литература

1. Крюкова О.Г. Производственная программа – основа конкурентоспособности, финансовой устойчивости и безопасности предприятия [Текст] / О.Г. Крюкова // Финансы и кредит. − 2003. – №19.
2. Мескон М.Х. и др. Основы менеджмента [Текст] : пер. с англ. / Мескон М.Х., Альберт М., Хедоури Ф. – М. : Дело, 1992. − 702 с.
3. Мищенко А.В. Методы управления ограниченными ресурсами в логистических системах [Текст] / А.В. Мищенко. – М. : ИНФРА-М, 2011. – 184 с.
4. Фролова Т.А. Микроэкономика [Электронный ресурс] : конспект лекций / Т.А. Фролова. URL: http://www.aup.ru/books/m174/.

Ключевые слова

Заемные средства; потребность в материальных ресурсах; динамические модели; неопределенность.

Мищенко Александр Владимирович

Артеменко Ольга Андреевна

РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность работы. Оптимизационные модели представляют собой эффективный и логически ясный для менеджмента предприятия аппарат для принятия решений о привлечении кредита, закупке материальных ресурсов, структуре производственной программы. Данные модели позволяют находить оптимальное соотношение между заемными и собственными средствами, а также закладывать неопределенность рыночных показателей, на чем будет сделан акцент в данной работе.

Научная новизна и практическая значимость. В статье рассматривается методика расчета оптимальной производственной программы промышленного предприятия на основе аппарата оптимизационных моделей. Данные модели позволяют также оценить потребность фирмы в закупке дополнительных материальных ресурсов и расширения производственной базы и провести анализ обоснованности привлечения кредитных средств. Определенной новизной характеризуется модификация базовых моделей: задание таких показателей, как поставки материальных ресурсов и поступление кредита, в качестве непрерывных функций; рассмотрение параметров модели, зависящих от конъюнктуры рынка, в качестве случайных величин. Приведен поход анализа устойчивости полученных решений моделей для случая роста инфляции, который в свою очередь активизирует рост цен на конечную продукцию, на материальные ресурсы и падение спроса. Отдельным блоком выделены динамические модели управления производственной деятельностью предприятия, в которых анализируется возможность привлечения кредита, оценивается максимально приемлемая процентная ставка по кредиту. Приводится поход к решению данных задач в зависимости от наличия ограничения на заказ продукции.

Заключение: рецензируемая статья отвечает требованиям, предъявляемым к научным публикациям, и может быть рекомендована к опубликованию.

Халиков М.А., д.э.н., проф. ФГБОУ ВПО «Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова»

[Перейти на Главное МЕНЮ](#)
[Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ](#)