

### 3.5. МЕТОДИКА ДВУХКРИТЕРИАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИЙ ДЛЯ СРАВНИТЕЛЬНОЙ ОЦЕНКИ АЛЬТЕРНАТИВ В ЭКОНОМИКЕ

Лапаева О.Н., к.э.н., доцент кафедры «Экономическая теория и эконометрика»

ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева»

[Перейти на Главное МЕНЮ](#)  
[Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ](#)

В статье изложена методика двухкритериальных проекций для осуществления сравнительной оценки альтернатив в экономике. Методика предусматривает изначальное формирование решений отдельно в каждой из проекций. При необходимости производится выработка совместного решения посредством пересечения частных множеств.

В экономике термином «альтернатива» обозначают различные объекты анализа на тех или иных уровнях управления, начиная с бизнес-единиц, бизнес-процессов, функций, предприятий и организаций, далее отраслей, видов экономической деятельности, регионов, федеральных округов, и заканчивая государством в целом. Данный термин применяется также и к инвестиционным проектам, реализуемым хозяйствующими субъектами [1-5].

Многокритериальный, многоуровневый подход, учитывающий интересы различных заинтересованных сторон, прочно вошел в теорию и практику решения широкого спектра экономических задач. В традиционной постановке он предусматривает наличие у заинтересованных сторон индивидуальной системы показателей, отличной от систем других участников [1-5]. В то же время известен класс задач, где позиция той или иной стороны более детализирована и представлена набором групп (проекций). Например, в задачах экономической безопасности на региональном уровне используются проекции экономического, социального, инновационного и экологического развития [6]. Аналогичная ситуация характерна для анализа задач устойчивого развития экономики.

Поэтому вполне уместным представляется проекционный подход. Суть подхода состоит в том, что позиция лица, принимающего решение (ЛПР), описывается не совокупностью показателей, а набором проекций, внутри которых производится решение частных задач оптимизации. Анализ сравниваемых вариантов может предусматривать определение лучших альтернатив, упорядочение альтернатив, формирование эффективных множеств, построение нижестоящих рангов. При необходимости осуществляется выработка совместного решения. В развитие проекционного подхода далее предложим авторскую методику принятия решений, оперирующую минимальным количеством показателей.

В двухкритериальной постановке методика в общем виде включает следующие действия.

1. В каждой проекции задается исходное множество вариантов  $S = \{S_i\}, i = 1, I$ . (1)  
отбираются и исчисляются показатели  $K1$  и  $K2$  для каждой альтернативы. Идентифицируется ситуация сравнительной оценки:  
□ показатели требуется максимизировать;  
□ показатели необходимо минимизировать;

- первый показатель требуется минимизировать, а второй – максимизировать;
  - первый показатель необходимо максимизировать, а второй – минимизировать.
2. Конкретизируется формат результата анализа:  
□ ситуация 1 – требуется определить лучшую альтернативу;  
□ ситуация 2 – как предельная в развитие предыдущей ситуации – необходимо упорядочить все варианты;  
□ ситуация 3 – требуется сформировать эффективное множество альтернатив;  
□ ситуация 4 – как предельная в развитие предыдущей ситуации – необходимо выделить все нижестоящие ранги.
  3. Используются соответствующие принципы и методы многокритериальной оптимизации, обеспечивающие требуемый результат анализа.

В ситуации 1 задействуется принцип доминирования либо принцип Парето, дополненный анализом темпов изменения показателей и методом выделения главного показателя. Их дальнейшее применение позволит осуществить упорядочение в ситуации 2. В ситуации 3 эффективные варианты отбираются согласно принципу Парето. Последовательное применение принципов доминирования и Парето обеспечит ранжирование в ситуации 4.

4. При необходимости осуществляется выработка много-проекционного решения между двумя и более проекциями посредством пересечения частных множеств.

Рассмотрим более детально каждую ситуацию.

**Ситуация 1.** Согласно [4] данный блок алгоритма содержит шесть этапов.

1. В проекциях выделяются опорные варианты по каждому показателю на первой стадии анализа. Таковыми являются альтернативы, характеризующиеся оптимальными величинами показателей  $K1$  и  $K2$  соответственно.
2. Формируется начальная область предпочтительных значений  $ОПЗ$ . Она представляет собой прямоугольный треугольник, построенный относительно опорного отрезка в направлении оптимизации.
3. Осуществляется проверка вариантов на предмет принадлежности области предпочтительных значений. Альтернативы, входящие в указанную область, исследуются дополнительно.
4. Производятся действия пунктов 1-3. Единственное отличие заключается в том, что оптимальные значения показателей  $K1$  и  $K2$  определяются внутри области предпочтительных значений, полученной на предыдущей стадии. Этап считается завершенным, когда на некоторой итерации внутри области предпочтительных значений не останется вариантов.
5. Изучаются все отобранные ранее опорные альтернативы посредством выпуклого анализа между стадиями. Вогнутая часть данного множества исключается. В выпуклой части осуществляется переход от начальных итераций к последующим. При необходимости для итогового отбора один из показателей принимается за главный.
6. Производится проверка лучшего варианта на предмет соответствия априорным требованиям, предъявляемым ЛПР. В случае выявления противоречий осуществляется корректировка показателей. Характерными способами корректировки показателей являются: изменение начальной области допустимых значений, введение новых и исключение исходных показателей и др.

**Ситуация 2.** В соответствии с [4] предусмотрены следующие действия. Отбираются варианты для дальнейшего анализа посредством исключения определенной ранее лучшей альтернативы. Среди элементов вновь полученного множества определяется своя лучшая альтернатива по аналогии с предшествующими этапами и т.д. По результатам всех этапов анализа формируется упорядоченная совокупность вариантов.

**Ситуация 3.** Согласно [1-5], указанный блок алгоритма также включает шесть этапов.

1. В проекциях определяются эффективные варианты по каждому показателю на первом этапе анализа. В ряде случаев может доминировать одна альтернатива. В иных ситуациях необходим дополнительный анализ. Первой в эффективное решение войдет альтернатива  $S_{11}$ , имеющая оптимальное значение показателя  $K1$ . Аналогично, второй в эффективное решение войдет альтернатива  $S_{21}$ , характеризующаяся оптимальной величиной показателя  $K2$ . Индекс обозначает порядковый номер стадии анализа (итерации).

Тогда эффективными вариантами станут следующие альтернативы:

• а) при максимизации показателей:  
 $S_{11}(K1_{max}, K2_{K1max})$  и  $S_{21}(K1_{K2max}, K2_{max});$  (2)

• б) при минимизации показателей:  
 $S_{11}(K1_{min}, K2_{K1min})$  и  $S_{21}(K1_{K2min}, K2_{min});$  (3)

• в) при минимизации  $K1$  и максимизации  $K2$ :  
 $S_{11}(K1_{min}, K2_{K1min})$  и  $S_{21}(K1_{K2max}, K2_{max});$  (4)

• д) при максимизации  $K1$  и минимизации  $K2$ :  
 $S_{11}(K1_{max}, K2_{K1max})$  и  $S_{21}(K1_{K2min}, K2_{min});$  (5)

где  $K1_{max}$  – максимальное значение показателя  $K1$ ;  $K2_{K1max}$  – соответствующее ему значение показателя  $K2$ ;  $K1_{min}$  – минимальное значение показателя  $K1$ ;  $K2_{K1min}$  – соответствующее ему значение показателя  $K2$ ;  $K2_{max}$  – максимальное значение показателя  $K2$ ;  $K1_{K2max}$  – соответствующее ему значение показателя  $K1$ ;  $K2_{min}$  – минимальное значение показателя  $K2$ ;  $K1_{K2min}$  – соответствующее ему значение показателя  $K1$ .

2. Формируется область допустимых значений показателей на первом этапе анализа  $ОДЗ_1$ .

Данные области имеют вид:

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{K2max}, K1_{max}], \\ K2 \in [K2_{K1max}, K2_{max}]; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{min}, K1_{K2min}], \\ K2 \in [K2_{min}, K2_{K1min}]; \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{min}, K1_{K2max}], \\ K2 \in [K2_{K1min}, K2_{max}]; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{K2min}, K1_{max}], \\ K2 \in [K2_{min}, K2_{K1max}]. \end{cases} \quad (9)$$

3. Осуществляется проверка альтернатив  $S_i$  на предмет принадлежности области допустимых значений. Варианты, входящие в такую область, подлежат дополнительному анализу.

4. Производятся действия этапов 1-3. Единственное отличие заключается в том, что оптимальные значения показателей  $K1$  и  $K2$  определяются внутри области допустимых значений, полученной на предыдущей итерации. Этап считается завершенным, когда на некоторой итерации  $t = T$  внутри области  $ОДЗ_t$  останется менее двух альтернатив.

5. Формируется эффективное решение посредством объединения эффективных альтернатив, выявленных на всех этапах анализа:

$$M_{эф} = \{S_{1t}, S_{2t}\}, t = 1, T. \quad (10)$$

6. Осуществляется проверка эффективных вариантов на предмет соответствия априорным требованиям,

предъявляемым ЛПР. В случае выявления противоречий производится корректировка показателей.

**Ситуация 4.** В соответствии с [1-5] предусмотрены следующие действия.

Отбираются варианты для дальнейшего анализа посредством исключения альтернатив первого ранга. Среди элементов вновь полученного множества определяется решение второго ранга по аналогии с предыдущими этапами и т.д. По результатам всех этапов анализа формируется совокупность рангов.

Приведем примеры реализации авторской методики. Обратимся к первой проекции. Рассмотрим варианты (альтернативы)  $S_1 - S_{12}$ , представленные в табл. 1.

Таблица 1

### ПЕРВАЯ ПРОЕКЦИЯ

Показатели	Сравниваемые альтернативы в порядке возрастания эффективности											
	$S_1$	$S_8$	$S_6$	$S_{10}$	$S_7$	$S_4$	$S_{11}$	$S_5$	$S_9$	$S_2$	$S_3$	$S_{12}$
$K1$	$S_1$	$S_8$	$S_6$	$S_{10}$	$S_7$	$S_4$	$S_{11}$	$S_5$	$S_9$	$S_2$	$S_3$	$S_{12}$
$K2$	$S_2$	$S_6$	$S_{12}$	$S_{11}$	$S_1$	$S_{10}$	$S_5$	$S_9$	$S_4$	$S_3$	$S_7$	$S_8$

Вариант  $S_{12}$  опережает прочие по показателю  $K1$ , а вариант  $S_8$  – по показателю  $K2$ . Формируем область предпочтительных значений  $ОПЗ_1$ , которая расположена выше отрезка  $S_8S_{12}$ . Положим, что она включает не все альтернативы, лежащие между  $S_8$  и  $S_{12}$ , а только  $S_3$ ,  $S_7$  и  $S_9$ . На втором этапе вариант  $S_3$  превосходит остальные по первому показателю, а вариант  $S_7$  – по второму. Формируем область  $ОПЗ_2$ . Судя по таблице, эта область не содержит каких-либо альтернатив. Следовательно, определены четыре варианта  $S_3$ ,  $S_7$ ,  $S_8$  и  $S_{12}$ , которые потребуются сопоставить с помощью выпуклого анализа. Допустим теперь, что альтернатива  $S_3$  находится выше отрезка  $S_7S_{12}$ , а  $S_7$  – ниже отрезка  $S_3S_8$ . Тогда вариант  $S_7$  исключаем. В первой проекции получим единственное решение

$$M_{опт} = \{S_3\}. \quad (11)$$

Перейдем ко второй проекции. Подлежат анализу варианты (альтернативы)  $S_1 - S_{12}$ , сведенные в табл. 2. Здесь задействуется своя система показателей  $K1$  и  $K2$ , отличная от табл. 1.

Таблица 2

### ВТОРАЯ ПРОЕКЦИЯ

Показатели	Сравниваемые альтернативы в порядке возрастания эффективности											
	$S_7$	$S_1$	$S_8$	$S_{11}$	$S_{12}$	$S_4$	$S_3$	$S_2$	$S_6$	$S_9$	$S_5$	$S_{10}$
$K1$	$S_7$	$S_1$	$S_8$	$S_{11}$	$S_{12}$	$S_4$	$S_3$	$S_2$	$S_6$	$S_9$	$S_5$	$S_{10}$
$K2$	$S_1$	$S_{10}$	$S_6$	$S_{11}$	$S_4$	$S_5$	$S_8$	$S_{12}$	$S_9$	$S_3$	$S_2$	$S_7$

Альтернатива  $S_{10}$  опережает остальные по показателю  $K1$ , а альтернатива  $S_7$  – по показателю  $K2$ . Формируем область предпочтительных значений  $ОПЗ_1$ , которая расположена выше отрезка  $S_7S_{10}$ . Положим, что она включает не все альтернативы, лежащие между  $S_7$  и  $S_{10}$ , а только  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_5$  и  $S_9$ .

На втором этапе альтернатива  $S_5$  превосходит прочие по первому показателю, а альтернатива  $S_2$  – по второму. Формируем область  $ОПЗ_2$ . Полагаем, что она включает вариант  $S_9$ , находящийся выше отрезка  $S_2S_5$ . Следовательно, определено пять вариантов  $S_2$ ,  $S_5$ ,  $S_7$ ,  $S_9$  и  $S_{10}$ , которые остается сопоставить с помощью выпуклого анализа. Будем полагать, что альтернатива  $S_5$  расположена ниже отрезка  $S_9S_{10}$ , а альтернатива  $S_2$  –

выше отрезка  $S_7S_9$ . Тогда вариант  $S_5$  исключаем. Окончательный выбор осуществим из альтернатив  $S_2$  и  $S_9$ , приняв за главный показатель  $K1$ . Тогда во второй проекции получим единственное решение

$$M_{opt} = \{S_9\}. \tag{12}$$

Таким образом, многопроекционное решение сформировано быть не может. При необходимости поиска компромисса целесообразно задействовать соответствующие паретовские множества.

В первой проекции изначально альтернатива  $S_{12}$  опережает остальные по показателю  $K1$ , а альтернатива  $S_8$  – по показателю  $K2$ . Формируем область ОДЗ1:

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{S_8}, K1_{S_{12}}], \\ K2 \in [K2_{S_{12}}, K2_{S_8}]. \end{cases} \tag{13}$$

Область включает варианты  $S_3 - S_5, S_7$  и  $S_9 - S_{11}$ . На втором этапе альтернатива  $S_3$  превосходит прочие по показателю  $K1$ , а альтернатива  $S_7$  – по показателю  $K2$ . Формируем область ОДЗ2:

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{S_7}, K1_{S_3}], \\ K2 \in [K2_{S_3}, K2_{S_7}]. \end{cases} \tag{14}$$

Удовлетворяющие условию варианты отсутствуют. Следовательно, эффективное множество в первой проекции примет вид

$$M_{эф} = \{S_3, S_7, S_8, S_{12}\}. \tag{15}$$

Во второй проекции альтернатива  $S_{10}$  опережает остальные по показателю  $K1$ , а альтернатива  $S_7$  – по показателю  $K2$ . Формируем область ОДЗ1:

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{S_7}, K1_{S_{10}}], \\ K2 \in [K2_{S_{10}}, K2_{S_7}]. \end{cases} \tag{16}$$

Область включает все остальные варианты, кроме  $S_7$ . На втором этапе альтернатива  $S_5$  превосходит прочие по показателю  $K1$ , а альтернатива  $S_2$  – по показателю  $K2$ . Формируем область ОДЗ2:

$$\begin{cases} K1 \in [K1_{S_2}, K1_{S_5}], \\ K2 \in [K2_{S_5}, K2_{S_2}]. \end{cases} \tag{17}$$

Она содержит единственный вариант  $S_9$ . Эффективное множество во второй проекции запишем в виде

$$M_{эф} = \{S_2, S_5, S_7, S_9, S_{10}\}. \tag{18}$$

Формируем многопроекционное решение посредством пересечения частных множеств. В результате получим альтернативу  $S_7$ .

## ВЫВОДЫ

1. В экономике имеют место постановки задач, при исследовании которых требуется многопроекционный подход. Суть последнего состоит в том, что позиция ЛПР раскрывается не набором коэффициентов, а совокупностью проекций, внутри которых происходит выбор альтернатив по двум и более показателям.

2. В развитие проекционного подхода в статье предложена авторская методика двухкритериальных проекций для осуществления сравнительной оценки альтернатив, заключающаяся в построении частных решений соответствующих проекций и определении компромиссного решения между проекциями.

3. Методика позволяет в каждой проекции отобрать лучшую альтернативу и затем упорядочить прочие варианты, либо сформировать паретовское множество и далее получить второй и нижестоящие ранги. С этой целью используются классические принципы доминирования и Парето, метод выделения главного показателя, исследуются темпы изменения показателей.

4. Для анализа двухкритериальных задач сравнительной оценки в работе изложена методика выбора лучших альтер-

натив. Методика предполагает поиск опорных вариантов, характеризующих оптимальными величинами показателей, и выделение областей предпочтительных значений. Аналогичным образом может быть упорядочена полная совокупность вариантов.

5. Также в работе приведена методика формирования паретовского множества. Указанная методика предусматривает пошаговый отбор эффективных альтернатив, имеющих оптимальные значения коэффициентов, и формирование областей допустимых значений. Аналогично могут быть найдены второй и нижестоящие ранги.

## Литература

- Лапаев Д.Н. Многокритериальная оценка экономического состояния хозяйствующих субъектов [Текст] : монография / Д.Н. Лапаев. – Н. Новгород : ВГИПУ, 2008. – 314 с.
- Лапаев Д.Н. Многокритериальное принятие инвестиционных решений [Текст] : монография / Д.Н. Лапаев. – Н. Новгород : ВГИПУ, 2009. – 316 с.
- Лапаев Д.Н. Многокритериальное принятие решений в экономике [Текст]: монография / Д.Н. Лапаев. – Н. Новгород : ВГИПУ, 2010. – 362 с.
- Многокритериальная оценка экономического состояния промышленных предприятий [Текст]: монография / Д.Н. Лапаев [и др.] – Н. Новгород : ВГИПУ, 2010. – 250 с.
- Лапаев Д.Н. Многокритериальное сравнение альтернатив в экономике [Текст]: монография / Д.Н. Лапаев, О.Н. Лапаева. – Н. Новгород : НГПУ, 2012. – 232 с.
- Экономическая безопасность регионов России [Текст] : монография / В.К. Сенчагов [и др.] – Н. Новгород Растр-НН, 2012. – 254 с.

## Ключевые слова

Проекционный подход; принятие решений; многокритериальная оптимизация; лучшая альтернатива; эффективное множество; ранжирование; упорядочение.

*Лапаева Ольга Николаевна*

## РЕЦЕНЗИЯ

В экономической теории и практике известны различные постановки задач, когда некоторой заинтересованной стороне для принятия итогового решения необходимо оперировать группами показателей. Указанная специфика характерна для исследования инновационных процессов, устойчивости развития, экономической безопасности на тех или иных эшелонах управления экономикой. Даже на низовом уровне предприятия при диагностике экономики наряду с финансовыми показателями принято комплексно рассматривать инвестиционные, инновационные, социальные, экологические и иные аспекты.

В таких условиях принципиально важной становится возможность адекватного решения оптимизационных задач. Ключевым является допущение раздельной попроекционной оптимизации показателей, а также возможность определения решения по совокупности проекций. При этом, уже начиная с двух коэффициентов в группе, могут в полной мере проявиться проблемы, связанные с противоречивостью показателей, когда оптимально по каждому из них достигаются в разных точках.

В качестве базы для создания методики анализа проекций автор логично принимает классическую методику выделения взаимоприемлемых решений с учетом интересов стейкхолдеров. Дальнейшая конкретизация методики обеспечивается вовлечением более ранних авторских разработок по поиску лучших альтернатив и упорядочению. Согласно предложенной методике, в каждой проекции формируется исходное множество альтернатив. Отбираются и исключаются оценочные показатели, задаются предпочтительные направления изменения и начальные области допустимых значений. Уточняются требования к результату анализа: отбор лучшей альтернативы, упорядочение вариантов, формирование паретовского множества, выделение нижестоящих рангов. Применяются известные принципы и методы многокритериальной оптимизации – принцип доминирования, принцип Парето, метод выделения главного показателя и перевода остальных в разряд ограничений. Учитываются темпы изменения показателей при сопоставлении альтернатив. В случае необходимости производится построение совместного решения между двумя и более проекциями посредством пересечения частных множеств.

Методика позволяет успешно оперировать как фактической, так и прогнозной информацией, охватывать объекты на различных иерархических уровнях. В перспективе для удобства анализа автору следует разработать соответствующее программное обеспечение.

На основании вышеизложенного считаю, что рецензируемая статья отвечает всем требованиям, предъявляемым Высшей аттестационной комиссией Министерства образования и науки РФ. Работа может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

*Шалкин Е.И., д.э.н., профессор кафедры управления инновационной деятельностью ФГБОУ ВПО «Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева».*