

3.9. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ФИНАНСОВЫХ РИСКОВ

Антышева Е.Р., к.э.н., доцент, кафедра «Аудит и налогообложение»

Санкт-Петербургский торгово-экономический университет

[Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ](#)
[Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ](#)

В работе рассмотрены математические модели оценки финансовых рисков и процессов их управления, позволяющих принимать оптимальные решения по снижению рисков финансовой деятельности хозяйствующих субъектов. Для этого проведен анализ финансовых рисков; исследованы динамические свойства финансовых потоков, возникающих при моделировании искусственных финансовых инструментов; исследовано влияние ошибки в оценках параметров математической модели на результаты управления финансовыми рисками.

Несмотря на обилие публикаций, в которых встречается слово «риск» и имеется изрядное количество формул, следует признать, что математический аппарат оценки финансовых рисков недостаточно полно используется в процессе принятия управленческих решений на практике. Причина в том, что теория риска до настоящего времени сосредоточена на изучении наиболее трудно формализуемых аспектов теории принятия решений. Наиболее часто применяемым математическим аппаратом до сих пор остаются методы теории вероятностей.

Математические задачи теории риска по их цели можно разделить на прямые, обратные и задачи исследования чувствительности. В прямых задачах требуется на основании априори заданной информации о ситуации оценить риск, т.е. определить его уровень. В обратных – определить ограничения на один или несколько варьируемых параметров исходной ситуации таким образом, чтобы выполнялись заданные ограничения на уровень приемлемости.

В задачах исследования чувствительности рассматривается чувствительность результата к варьированию параметров моделей (распределению вероятностей, областей изменения тех или иных величин и т.п.). Такое исследование необходимо в связи с неизбежной неточностью исходной информации. Математический аппарат определяется характером исходной информации, имеющейся в момент постановки задачи, и выбранным способом описания неопределенности, что влияет на выбор моделей определенного класса:

- детерминированные модели;
- стохастические модели;
- лингвистические модели;
- нестохастические (игровые) модели.

Рассмотрим способы описания неопределенности на примере элементарных событий, т.е. несводимых в данной модели к комбинации более простых. Детерминированные модели применяются, когда природа причин и факторов риска определена и относительно

каждого действия известно, что оно непременно приводит к некоторому конкретному исходу. В стохастических моделях неопределенность описывается распределением вероятностей на заданном множестве, в лингвистических – задаваемой вербально функцией принадлежности, в нестохастических (игровых) – задается лишь множество значений.

В условиях статистически значимой информации о прошлых реализациях неопределенной переменной использование стохастических моделей является разумным. В лингвистических моделях неопределенность описывается задаваемой вербально функцией принадлежности. Функции принадлежности строятся с помощью экспертных суждений. На их основе необходимо определить предрасположенность к реализации каждого возможного события. При этом применяется аппарат нечеткой логики и не требуется уверенности в повторяемости событий.

В случае построения нестохастической (игровой) модели задается лишь множество значений элементарного события, потенциально могущих быть реализованными. В целом построение модели оценки риска осложнено нестабильностью причин или факторов риска и сложностью формализации результатов деятельности. Поэтому при обосновании и разработке моделей оценивания риска требуется тщательный анализ характера исходной информации о причинах и факторах риска.

Выполняя задачи анализа риска, исходная информация может быть представлена в виде нагруженной причинно-следственной сети (НПСС), отражающей результат качественного анализа риска [5]. В случае разработки стратегии предприятия узлы сети отображают события, т.е. факторы риска (начальные узлы сети) или последствия их проявления, а дуги – возможные пути нежелательного развития событий (рис. 1) [5].

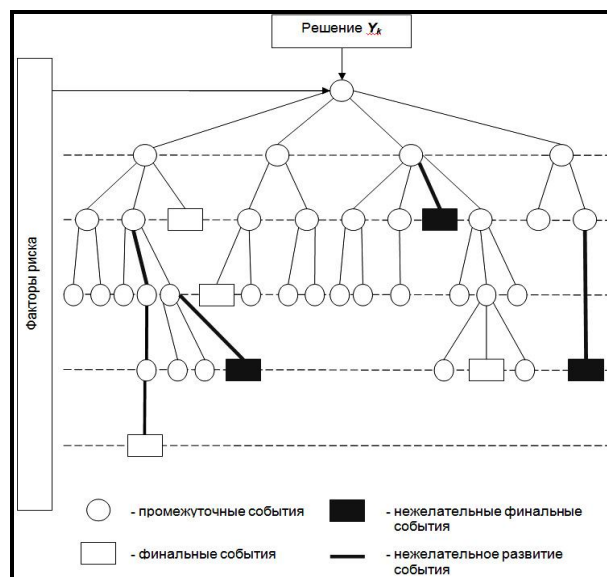


Рис. 1. Развитие событий

Под причинно-следственной сетью (ПСС) здесь понимается ориентированный граф, каждый узел которого обозначает событие или совокупность событий,

приводящих к нежелательным последствиям, дуги соединяют причины с каждым из возможных непосредственных следствий [3]. Таким образом, ПСС формализует качественные результаты анализа риска данного объекта, фиксируя перечень факторов риска и вариантов развития событий в случае реализации одного или нескольких факторов риска. Неопределенность и неоднозначность развития событий отражаются в ПСС тем, что из каждого узла ПСС выходит в общем случае не одна дуга. Способ нагружения ПСС – это способ описания неопределенности перехода, который фактически и определяет класс математической модели анализа риска [5].

В настоящее время приходится ограничиваться однородно нагруженными ПСС, т.е. НПСС, неопределенность всех узлов, которых описана одинаково. Это обусловлено тем, что математический аппарат, адекватный задачам теории риска с неоднородно нагруженными ПСС, еще не разработан. В различных источниках предлагают следующие варианты [3, 5, 4]:

- заранее выбрать единый способ нагружения НПСС и затем интерпретировать имеющиеся данные в соответствии с выбранным способом;
- получив неоднородную НПСС, выбрать единый способ описания неопределенности и уже тогда переменить способ нагружения тех узлов, где это будет необходимо.

Недостатком обоих вариантов является то, что при этом придется мириться с некоторой потерей информации. Построение математической модели производится на основе качественного содержательного изучения объекта исследования риска. Одним из результатов такого исследования должно быть выявление компонентов совокупного риска и определение по каждой компоненте соответствующих характеристических показателей, одного или нескольких.

При стохастическом подходе такими показателями могут быть: вероятность перехода заданного (примлемого) уровня риска, математическое ожидание, медиана или другое среднее значение. Иными словами, исследование риска на этом этапе завершается построением НПСС, которая формализует качественные результаты анализа риска для данного объекта, фиксируя перечень факторов риска (исходных вершин), варианты развития событий (дуги графа) и информацию о степени возможности того или иного направления развития событий (нагружение каждого узла информацией о степени возможности перехода по каждой исходящей дуге) [5]. Ниже рассмотрены математические модели, соответствующие различным способам однородного нагружения ПСС.

Стохастические модели. Рассмотрим случай, когда исходная ПСС нагружена в каждом узле распределением вероятностей. Это означает, что для любых двух узлов НПСС Y_i и Y_j задана вероятность $q(i,j)$ непосредственного перехода из узла Y_i в Y_j . При этом вероятности $q(i,j)$ удовлетворяют очевидным соотношениям [1]:

$$0 < q(i, j) < 1, \quad \sum_j q(i, j) = 1. \quad (1)$$

для любого i . Число $q(i,j)$ может быть отлично от нуля при том условии, что из узла Y_i в Y_j идет дуга.

Тогда для любой совокупности факторов риска исходы также снабжены распределениями вероятностей, которые сравнительно легко вычисляются по формуле Байеса [7]. Вероятность реализации события, отображаемого узлом Y_Φ , при условии реализации события, отображаемого узлом Y_n (фактор риска или совокупности факторов риска), вычисляется по формуле:

$$p\left(\frac{Y_\Phi}{Y_n}\right) = \sum_{i_0, \dots, i_{s-1}} q(i_s, i_{s-1}) \cdot \quad (2)$$

В этой формуле суммирование идет по всем ориентированным путям, соединяющим Y_n с Y_Φ . Вероятность события Y_Φ , причиной которого могут послужить независимые события $Y_{n1}, \dots, Y_{nr}$, рассчитывается по формуле Байеса [7]:

$$p(Y_\Phi) = p(Y_\Phi / Y_{n1}) \cdot p(Y_{n1}) + \dots + p(Y_\Phi / Y_{nr}) \cdot p(Y_{nr}) \quad (3)$$

Важно, что для применения формулы Байеса независимость событий $Y_{n1}, \dots, Y_{nr}$ должна обеспечиваться на этапе построения ПСС.

Для решения прямых задач анализа риска можно определить показатели уровня риска. Для этого необходимо вычислить распределения вероятностей наступления тех или иных последствий реализации выбранных для анализа факторов риска (или их сочетаний). Следует заметить, что задача отыскания и перечисления всех путей, соединяющих данную исходную вершину с данной финальной, представляет самостоятельный интерес для анализа риска. Она не только возникает при решении прямых и обратных задач теории риска, но и тесно связана с задачами качественного анализа риска, т.е. с определением тех путей в графе, прохождение по которым ведет к наиболее тяжелым последствиям. Выявление таких путей может указать на эффективные меры компенсации риска и выбор правильных управленческих решений, а как минимум – рекомендовать по возможности избежать попадания на такие пути.

Выбор методов анализа чувствительности определяется способом описания погрешности исходных данных [5]. Параметры статистически нагруженной ПСС – условные вероятности переходов по ПСС – оценивают, как правило, либо путем статистической обработки полученных данных (например, сведений об отказах средств информационной техники), либо путем опроса экспертов. Анализируя статистические данные, погрешность точечных оценок обычно описывается доверительными интервалами [7], при анализе экспертных данных либо задается интервал, в котором находится искомое значение, либо функция принадлежности [1].

Таким образом, как и в более общем случае, наиболее удобным способом описания стохастической нагрузки НПСС оказываются интервальные оценки вероятностей. Поскольку ПСС, снабженная интервальными оценками вероятностей переходов, может быть интерпретирована как специальный вид НПСС, то задача анализа чувствительности сводится к задаче анализа риска для НПСС со смешанным описанием неопределенности [5].

Основные трудности применения математических методов анализа риска, основанных на статистическом описании неопределенности, обусловлены возможной неадекватностью моделей и неточностью идентификации параметров. Как правило, неадекватность моделей является следствием неполноты информации об объекте и источниках риска. Причины неадекватности моделей не могут быть исключены полностью. Поэтому анализ риска скорее всего должен проводиться с целью выявления и оценки факторов риска, чем для доказательства принципиально недостижимой абсолютной безопасности (безрисковости). В то же время исследование чувствительности в такой ситуации не только помогает контролировать точность результатов, но и отсеивать несущественные переменные.

Нестохастические модели. В данном случае для каждой неопределенной переменной задается неупорядоченное множество значений. В этом случае ни одно из возможных значений переменных не является более и менее чем другие предрасположенным к тому, чтобы реализоваться. Нестохастическое описание неопределенности применяется преимущественно при качественном анализе риска. Для количественном анализе риска используются иные подходы (либо стохастические, либо смешанные).

Смешанное описание неопределенности. В данном случае неопределенная переменная является случайной величиной, ее распределение задано неполно – вместо значения параметров распределения заданы лишь множества, в котором эти параметры находятся. Т.е. смешанно-неопределенная переменная – это случайная величина, распределение вероятности которой зависит от параметров [4, 5].

Методы в рамках причинно-следственного подхода направлены на установление причинно-следственных связей между неопределенностью и некоторыми событиями, связанными с внутренними процессами предприятия. Эти методы достаточно трудны для реализации и не направлены на анализ событий с низкой частотой реализации. Однако ключевые показатели риска могут использоваться в качестве узлов для моделирования риска предприятия, и являться основой для сценарного анализа.

Риск – категория вероятностная, поэтому методы его количественной оценки базируются на ряде важнейших понятий теории вероятностей и математической статистики. Общеметодический подход к количественной оценке риска связан с использованием статистического метода. Главными инструментами статистического метода расчета риска являются показатели [6].

1. Среднее значение $\bar{X}$ (средняя арифметическая) изучаемой случайной величины (последствий какого-либо действия, например, дохода, прибыли и т.п.). Из теории статистики известно, что для ограниченного числа n возможных значений случайной величины ее среднее значение определяется из выражения:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}, \quad (4)$$

где n – количество единиц исследуемого признака.

Средняя величина представляет собой обобщенную количественную характеристику ожидаемого результата.

2. Мету изменчивости определяет дисперсия – средневзвешенное из квадратов отклонений действительных результатов от средних σ^2 , рассчитывается по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n} = \overline{X_i^2} - (\bar{X})^2. \quad (5)$$

3. Также очень близким понятием является стандартное (среднеквадратическое) отклонение σ , определяемое по формуле: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

4. Проанализировать мету изменчивости можно с помощью коэффициента вариации V , который определяется по формуле:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}}. \quad (6)$$

5. Ожидаемый результат зависит от различных факторов и условий, поэтому является случайной величиной. Одной из характеристик случайной величины X является закон распределения ее вероятностей.

Для характеристики распределения социально-экономических явлений наиболее часто используется так называемое нормальное распределение. Допущение о том, что большинство результатов хозяйственной деятельности (доходы, прибыль, финансовый результат и т.п.) как случайные величины подчиняются закону, близкому к нормальному, широко используется в литературе по проблеме количественной оценки экономического риска [6]. График функции нормального распределения описывается так называемой нормальной кривой (кривой Гаусса) [6, 11] (рис. 2).

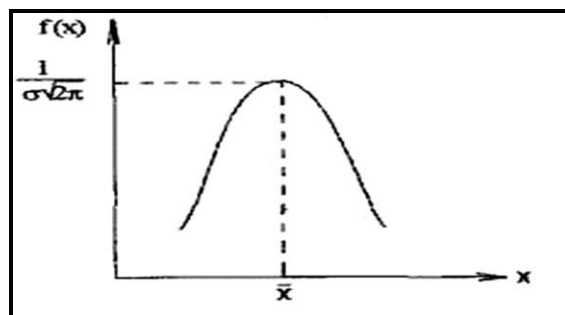


Рис. 2. Кривая нормального распределения Гаусса

Использование функции плотности нормального распределения позволяет вычислить частоту (вероятность) появления случайной величины. Для оценки вероятности попадания случайной величины в определенный интервал используют интегральную функцию плотности вероятности $\Phi(X)$ [6]. Следует обратить внимание, что площадь, ограниченная нормальной кривой и осью X , всегда равна единице:

$$\Phi(X) = \int_{-\infty}^X f(t) dt. \quad (7)$$

Изложенные выше положения являются исходной базой, применяемой для количественной оценки риска с использованием статистических методов.

Таблица 1

ДИНАМИЧЕСКИЙ БАЛАНС ПО УСЛОВНЫМ ДАННЫМ

Показатель	Сумма по отклонениям					
	расходы R, тыс. руб.			доходы D, тыс. руб.		
	план	факт	отл.	план	факт	отл.
1. По обычным видам деятельности, S	1200000	1255690	55690	1000000	1199334	199334
2. Прочие, V	39000	40799	1799	22500	25111	2611
Итого:	1239000	1296489	57489	1022500	1224445	201945
Отклонения по финансовому результату: прибыль ($\Sigma D > \Sigma R$), убыток ($\Sigma D < \Sigma R$)	-	-	-	216500	72044	144456

Тогда границы, в которых должен находиться этот результат, составят:

- нижняя граница:

$$X^* = X_{ожд} - \Delta = 216500 - 144456 = 72044 \text{ тыс.руб.};$$
- верхняя граница:

$$X^{**} = X_{ожд} + \Delta = 216500 + 144456 = 360956 \text{ тыс.руб.}$$

Это положение отображено на рис. 3.

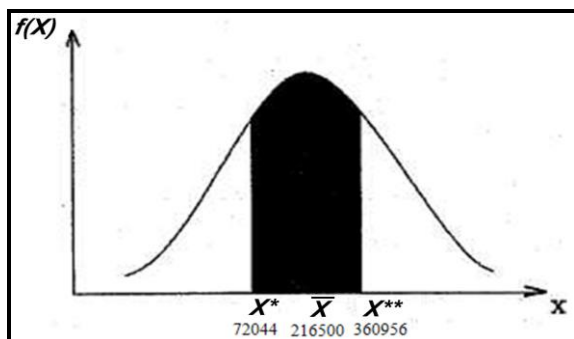


Рис. 3. Границы риска

Исходя из смысла функции плотности распределения, вероятность того, что достигаемый результат будет находиться в допустимых пределах P, определится из выражения:

$$P = P(X^* \leq X_{ожд} \leq X^{**}) = \int_{X^*}^{X^{**}} f(X) dX, \quad (8)$$

где $f(x)$ – функция плотности распределения финансового результата. Желаемый результат вероятности будет получен подсчетом площади заштрихованного участка на рис. 3.

Полученная таким образом вероятность называется уровнем вероятности, достижения ожидаемого (планируемого) результата [9, 10]. Значение уровня вероятности $P = 0,5$ показывает, что степень веро-

ятности возникновения рисков ситуации, по условным данным, составляет 50%. На основании обобщения научных результатов различных авторов по анализу и определению количественной оценки экономического риска можно привести эмпирическую шкалу риска [2]. Данную шкалу рекомендуют применять при использовании ими в качестве количественной оценки риска вероятности наступления рисков события (табл. 2).

Таблица 2

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ШКАЛА УРОВНЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РИСКА

№	Вероятность нежелательного исхода (величина риска)	Наименование градаций риска
1	0,0-0,1	Минимальный
2	0,1-0,3	Малый
3	0,3-0,4	Средний
4	0,4-0,6	Высокий
5	0,6-0,8	Максимальный
6	0,8-1,0	Критический

Минимальную, малую и среднюю градации вероятности нежелательного исхода в различных источниках предлагают относить к приемлемому уровню риска, при котором рекомендуется принимать обычные предпринимательские решения.

Принятие управленческих решений с большим уровнем риска возможно только в случае, если наступление нежелательного исхода не приведет к банкротству.

Коэффициент вариации V, являющийся относительной величиной, участвует в анализе оценки приемлемости [2]. Он помогает сравнивать колеблемость признаков, выраженных и в разных величинах измерения риска. Коэффициент вариации может изменяться от нуля до ста. Принята следующая качественная оценка различных значений коэффициента вариации:

- до 10% – слабая колеблемость;
- 10-25% – умеренная колеблемость;
- свыше 25% – высокая колеблемость.

По результатам анализа значений финансового результата рассчитывается коэффициент вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{\sqrt{X_i^2 - (\bar{X})^2}}{\bar{X}}. \quad (9)$$

При оценке приемлемости коэффициента, определяющего риск банкротства, существует несколько не противоречащих друг другу точек зрения. Одни считают, что оптимальным является коэффициент риска, составляющий 0,3, а коэффициент риска, ведущий к банкротству, – 0,7 и выше. Другие предлагают определить диапазон действия риска на основе соотношения среднеквадратичного отклонения и запаса финансовой прочности со следующими градациями указанного выше коэффициента:

- приемлемый риск – до 0,25, когда риск потерь не превышает размеров чистой прибыли;
- допустимый риск – 0,25-0,50, когда уровень потерь не превышает размеров планируемой прибыли;
- критический риск – 0,50-0,75, когда уровень потерь выше планируемой прибыли, но не превышает ожидаемых доходов;

- катастрофический риск – 0,75-1,00, когда уровень потерь выше ожидаемой доходов и может достичь величины, равной всему имущественному состоянию фирмы [2].

На основе этих показателей разрабатывается модель диагностики риска банкротства, где в качестве зависимой переменной будет переменная, отражающая статус предприятия. Она будет равна единице, если предприятие банкрот по решению арбитражного суда. Будет принимать значение ноль, если предприятие не банкрот. Значение в интервале от нуля до единицы будет говорить о вероятности банкротства предприятия за один год. Для вычисления модели необходимо построение модели регрессии [9].

В соответствии с приемлемостью риска принимаются управленческие решения диагностики риска банкротства предприятия. Важно, что расчет риска банкротства следует проводить с определенной периодичностью и анализировать динамику изменения его во времени: это позволит более точно определить устойчивость предприятия и своевременно принять соответствующие меры. Если предприятие финансово устойчиво, то оно имеет преимущество по сравнению с другими участниками рынка в привлечении инвестиций, получении кредитов, работе с поставщиками и кадрами, оно не вступает в конфликт с государством и обществом. Чем больше финансовая устойчивость предприятия, тем более оно способно адаптироваться к изменению условий внешней среды. В связи с этим первостепенное значение для предприятия приобретает диагностика риска банкротства предприятия.

Параметры модели должны учитывать отраслевые сегменты и ряд ключевых факторов, позволяющих учесть наиболее важные аспекты деятельности предприятия при оценке риска банкротства, к которым относятся макроэкономическая ситуация в стране, эффективность, ликвидность, финансовая устойчивость, а также динамика масштабов деятельности предприятия и его отраслевая специфика. Данные факторы характеризуют деятельность предприятия с различных сторон, что позволяет провести комплексную оценку риска его банкротства.

При выборе модели оценки риска банкротства необходимо принимать во внимание фактор, характеризующий кредитную историю предприятия, который ранее не учитывался ни в российских, ни в зарубежных моделях. Включение данного фактора в модель позволит оценить риск банкротства не только с точки зрения прогноза деятельности анализируемого предприятия в обозримом будущем, но и, что очень важно, учесть его кредитоспособность в прошлом. Поскольку в РФ на сегодняшний день существует институт бюро кредитных историй, получение данных подобного рода относительно того или иного предприятия не представляет каких-либо затруднений.

Вопросы, связанные с количественной оценкой финансовых рисков, требуют особого внимания, что будет способствовать принятию оптимального управленческого решения и, следовательно, улучшению результатов деятельности промышленного предприятия. Интенсификация исследований в этом

направлении позволит укрепить научно обоснованные подходы к управлению финансовыми рисками.

Литература

- Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг [Текст] / А.Н. Буренин. – М. : Науч.-техн. об-во им. С.И. Вавилова, 2007. – 404 с.
- Макеева Д.Р. Методическое пособие для студентов очной, очно-заочной и заочной формы обучения для дистанционного изучения курса «Оценка риска и страхование» [Текст] / Д.Р. Макеева. – М. : 2004. – 158 с.
- Могилевский В.Д. Методология систем: вербальный подход [Текст] / В.Д. Могилевский. – М. : Экономика, 1999. – 76 с.
- Моисеев Н.И. Математические задачи системного анализа [Текст] / Н.И. Моисеев. – М. : Наука, 1981. – 488 с.
- Стратегии бизнеса [Текст] : аналит. справ. / под общ. ред. акад. РАЕН, д.э.н. Г.Б. Клейнера [Текст]. – М. : КОНСЭКО, 1998. – 331 с.
- Учитель Ю.Г. и др. Разработка управленческих решений [Текст] : учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности «Антикризисное управление» и другим экон. специальностям, специальности «Менеджмент организации» / Ю.Г. Учитель, А.И. Терновой, К.И. Терновой. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2008. – 383 с.
- Ширяев А.Н. Вероятность [Текст] / А.Н. Ширяев. – М. : Наука, 1980. – 576 с.
- Халл Дж. К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты [Текст] / Джон К. Халл. – 8-е изд. – М. : Вильямс, 2013. – С. 790-802.
- M. Crouhy et al. Risk management [Text] / Crouhy M., Galai D., Mark R. – Two Penn Plaza, N.Y. 2000. – Pp. 196-199.
- Hull J.C. Risk management and financial institutions [Text] / John C. Hull. – 3rd ed. – New-Jersey: Pearson education, 2012. – 672 p.
- Jorion Ph. Value at risk : the new benchmark for managing financial risk [Text] / P. Jorion. – 3rd ed. – New York : McGraw-Hill, 2007. – 603 p.

Ключевые слова

Риск; измерение; модели; анализ; причинно-следственная сеть; математические модели; стохастические модели; нестохастические модели; динамический баланс; зона риска; финансовые коэффициенты; риск банкротства.

Антышева Елена Робертовна

РЕЦЕНЗИЯ

Выбранная автором статьи тема является актуальной в условиях нарастания процессов глобализации и интеграции, когда разработка и регулярная оценка эффективности системы управления финансовыми рисками, возникающими в коммерческих организациях в процессе их деятельности, становится объективной необходимостью для дальнейшего развития компаний.

В настоящее время вопросам управления финансовыми рисками на российских предприятиях уделяется большое внимание. Однако неразвитость систем контроля над финансовыми рисками является одной из основных причин столь глубокого экономического кризиса, который с финансовых рынков распространился и в реальный сектор экономики. Многие предприятия оказались не защищенными от данного рода факторов.

В статье рассмотрены количественные подходы к оценке финансовых рисков, которые позволяют получить основу для дальнейшего управления финансовыми рисками на предприятии. Совершенствование механизма оценки финансовых рисков приведет к общему развитию этих систем в коммерческих организациях, что позволит им более оперативно реагировать на риски и, следовательно, улучшить финансовые показатели.

Представляемая, что рецензируемая статья Е.Р. Антышевой может быть интересна для широкого круга читателей и специалистов, что дает основание рекомендовать ее к публикации.

Томшинская И.Н., заведующий кафедрой аудита и налогообложения Санкт-Петербургского торгово-экономического университета

[Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ](#)

[Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ](#)