

6.5. ПРОСТЕЙШАЯ НЕСТАЦИОНАРНАЯ МОДЕЛЬ ИНВЕСТИЦИЙ В ОСНОВНЫЕ СРЕДСТВА ПРЕДПРИЯТИЯ

Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАН, профессор кафедры вычислительной математики, Тверской государственной университет;

Лесик И.А., старший инженер отдела автоматизации бизнес-процессов и документооборота Центра разработки и внедрения технологий управления ОАО «НПО РусБИТех», г. Тверь

Рассматривается простейшая модель инвестиций в основные средства компании с использованием заемного капитала. В качестве критерия предлагается использовать прямой критерий стоимости собственного капитала компании. Стоимость собственного капитала может быть получена методом прямой капитализации валовой прибыли в рамках доходного подхода, что позволяет поставить задачу исследования стоимости компании в зависимости от объема заемных средств. Эту зависимость можно назвать линией финансового менеджера и изучать в различных аспектах. Линия финансового менеджера строится, исходя из стационарной модели доходов в постпрогнозный период. Поэтому в настоящей работе. В дополнение к ней предложена простейшая нестационарная модель доходов в прогнозный период. На этой основе предложен инструментарий, позволяющий оценить, как соотносится реальная текущая стоимость собственного капитала компании и ее потенциальная постпрогнозная стоимость.

Рассматривается простейшая модель инвестиций в основные средства компании с использованием заемного капитала. Эта модель представляет собой частный случай моделей предложенных в [7] для изучения влияния заемного капитала на рост ее стоимости в процессе инвестиций в основные и оборотные средства компании. Целью финансового менеджмента компании в долгосрочной перспективе, как известно [2, 5], является обеспечение роста ее стоимости за счет инвестиции собственных и заемных средств в основные и оборотные средства компании.

В отличие [7], где используется косвенный критерий валовой прибыли, в качестве критерия предлагается использовать прямой критерий стоимости собственного капитала компании. Эта стоимость в простейшем случае может быть получена методом прямой капитализации валовой прибыли в рамках доходного подхода [3, 4, 6, 12], что позволяет поставить задачу исследования стоимости компании от объема заемных средств. Эту зависимость можно назвать линией финансового менеджера и изучать в различных аспектах. Она наглядно показывает потенциальные возможности по росту стоимости компании в долгосрочной перспективе в зависимости от располагаемых финансовых ресурсов.

В работе [11] было показано, что линия финансового менеджера является графиком возрастающей, вогнутой и кусочно-линейной функции и получена формула для ее обобщенного дифференциала в смысле [3, 4]. Линия финансового менеджера строится, исходя из стационарной модели доходов в постпрогнозный период. Поэтому в настоящей ра-

боте в дополнение к ней предложена простейшая нестационарная модель доходов в прогнозный период. На этой основе предложен инструментарий, позволяющий оценить, как соотносится реальная текущая стоимость собственного капитала компании к ее потенциальной постпрогнозной стоимости.

Вот основные идеи, заложенные в нашей новой работе. Она предназначена для аспирантов и докторантов, специализирующихся в области финансового менеджмента предприятия, а также для действующих профессиональных оценщиков инвестиций и бизнеса.

Стационарная модель доходов компании

Рассмотрим задачу построения функции валовой прибыли компании $Q = Q(V)$ без учета постоянных расходов c_0 [11]:

$$Q(V) = \max_y F(b + y), \quad (1)$$

$$\langle e, y \rangle \leq V, y \geq 0,$$

где:

$$F(b + y) = \max_x \langle C, x \rangle, \quad (2)$$

$$Ax \leq b + y, x \geq 0.$$

Здесь A – технологическая $m \times n$ – матрица производственной задачи (ПЗ);

c – n – вектор столбец цен на продукцию предприятия уменьшенных на удельные переменные расходы;

b – m – вектор столбец производственных ресурсов выраженных в соответствующих единицах измерения;

e – m – вектор столбец цен производственных ресурсов;

x – n – вектор столбец выпуска продукции,

y – n – вектор столбец дополнительно приобретенных ресурсов за счет предполагаемого объема V финансирования в виде долгосрочного займа по ставке r .

Для функции (2) можно использовать двойственное представление [11]:

$$F(b + y) = \min_p \langle b + y, p \rangle, \quad (3)$$

$$A^* p \geq c, p \geq 0.$$

Здесь A^* – сопряженная $n \times m$ – матрица;

p – n – вектор столбец двойственных переменных.

Функция минимума (3) будет вогнутой, как минимум линейных функций. Функция валового дохода (1) будет также вогнутой [11]. Стоимость собственного капитала компании может быть в простейшем случае получена методом прямой капитализации:

$$x = X(V) = \frac{q(V)}{i}, \quad (4)$$

где i – стоимость собственного капитала;

$q(V) = (1 - c)(Q(V) - c_0 - A(V))$ – величина чистой прибыли компании до уплаты процентов по

займам, скорректированная на ставку c налога на прибыль;

$A(V) = A_0 + aV$ амортизация, a – средняя норма амортизации основных средств компании;

$A_0 = a(e, b)$ – амортизация старых основных средств (ОС) до новых капитальных вложений. Предполагается, что структура ОС не изменится и в результате капитальных вложений объемом v и среднее значение нормы амортизации a останется на прежнем уровне.

Формула (4) метода прямой капитализации применяется для стационарного постпрогнозного периода, наступающего после завершения всех предполагаемых инвестиций в ОС и возврата основной суммы займа. Поэтому проценты по займам не учитываются. Полученная зависимость наглядно показывает потенциальные возможности по росту стоимости компании в долгосрочной перспективе в зависимости от располагаемых финансовых ресурсов. Поэтому интересно сравнить эту потенциальную стоимость с реальной текущей стоимостью компании. Для этого нужно построить модель нестационарного изменения дохода компании в прогнозном периоде, охватывающем по времени все предполагаемые инвестиции и стабилизацию структуры капитала хотя бы на среднеотраслевом уровне. Прогнозный период таким образом можно разделить на период собственно инвестиций в основные средства компании и период стабилизации структуры капитала компании после завершения всех предполагаемых инвестиций, в котором доля заемного капитала в инвестированном капитале компании снижается до какого-то приемлемого уровня, который соответствует представлению о финансовой устойчивости компании. Соответствующие модели дохода компании имеют свои особенности, и поэтому имеет смысл рассмотреть их отдельно.

Общая модель финансирования инвестиционного проекта

Предположим, что финансирование проекта осуществляется в форме предоставления заемщиком кредитной линии на весь срок действия проекта.

Платежи p_t по кредитной линии включающую проценты и часть основного долга можно представить в виде [3]:

$$p_t = Z_{t-1}g(1-c) - Z_t + Z_{t-1} = Z_{t-1}(1+g') - Z_t, t = 0, 1, \dots, n. \tag{5}$$

Здесь g – средняя ставка по займам и для краткости обозначено: $g' = g(1-c)$.

Остаток долга должен находиться в пределах:

$$0 \leq Z_t, t = 1, \dots, n-1; \tag{6}$$

$$Z_t \leq S_t, t = 1, \dots, n-1. \tag{7}$$

Мы предполагаем возможными переменный объем кредитной линии s_t и ненулевые начальные и конечные значения остатков, необходимых для расчета платежей по формуле (5):

$$Z_0 = Z_0^0, Z_n = Z_n^0. \tag{8}$$

Здесь Z_0^0 – фактический остаток долга на начало нулевого года.

Он нужен для расчета платежа p_0 по формуле (5), а Z_n^0 – планируемый остаток по кредитной линии на конец n -го года.

Пусть d_t – прогноз денежного потока на инвестированный капитал на конец t -го года, который получается по формуле [6]:

$$d_t = q_t - K_t - O_t. \tag{9}$$

Здесь $q_t = q(z_t), z_t = \max_{i=1, \dots, t} Z_i$;

$K_t = \Delta z_t$ – предполагаемые капитальные вложения в t -м году;

$O_t = v\Delta Q_t, \Delta Q_t = \Delta Q(z_t)$, – соответствующее увеличение оборотного капитала компании; v – соответствующий параметр линейной регрессии, построенный по ретроспективным данным.

Предполагается, что амортизация $A(V) = A_0 + aV$ остающаяся фактически в распоряжении предприятия после уплаты налога на прибыль идет по своему назначению, т.е. на ремонт и замещение выходящих основных средств.

Рассмотрим задачу оптимизации кредитной линии по критерию максимума текущей стоимости собственного капитала инвестора:

$$X_0 = \sum_{t=1}^n \frac{d_t - p_t}{(1+i)^t} + \frac{X_n}{(1+i)^n} \rightarrow \max. \tag{10}$$

Предполагается, что выполнено условие консолидированных затрат [4]:

$$p_t \leq d_t. \tag{11}$$

Подставляя в (10) выражения (9), где $q_t = q(z_t) = (1-c)(Q(z_t) - C_0 - A_0 - az_{t-1})$ приходим к явному выражению для критерия:

$$X_0 = \sum_{t=1}^n \frac{(1-c)(Q(z_t) - C_0 - A_0) + (\Delta Z_t - \Delta z_t) - (g'Z_{t-1} + a'z_{t-1}) - v\Delta Q(z_t)}{(1+i)^t} + \frac{X_n}{(1+i)^n}, \tag{12}$$

где для краткости обозначено: $a' = a(1-c)$.

Простейшая нестационарная модель доходов в собственно инвестиционный период

Предположим, что все инвестиции осуществляются до момента $T < n$ и по смыслу изучаемого периода $t = 1, 2, \dots, T$ справедливо равенство $Z_t = V$ и дополнительно выполнено условие:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} \geq 0, t = 1, 2, \dots, T, \tag{13}$$

Тогда $z_t = Z_t, \Delta z_t = \Delta Z_t$ и критерий (12) принимает вид:

$$X_0 = \sum_{t=1}^T \frac{\bar{q}(Z_t) - (g' + a')Z_{t-1} - v\Delta Q(Z_t)}{(1+i)^t} + \frac{X_T}{(1+i)^T}, \tag{14}$$

где обозначено для краткости:

$$\bar{q}(V) = (1-c)(Q(V) - C_0 - A_0), a' = (1-c)a.$$

Таким образом, предполагается, что последовательность $\{z_t\}$ монотонно не убывает и выполняется конечное условие:

$$z_T = V. \tag{15}$$

В [11] было установлено, что функцию $Q = Q(Z)$ в (14) можно представить как минимум из конечного числа линейных функций:

$$Q(Z) = \min_{j=1,2,\dots,m} (Q_j^0 + k_j Z). \tag{16}$$

Например, в модельном примере из [11] фактически была построена функция:

$$Q(Z) = \begin{cases} 570 + 0,875Z; & 0 \leq Z \leq 80; \\ 623 + 0,207Z; & 80 \leq Z \leq 1820; \\ 636 + 0,200Z; & Z \geq 1820. \end{cases} \tag{17}$$

Обычно, заемщик наращивает займы по кредитной линии траншами по величине ΔV , например $\Delta V = 100$ в модельном примере. В этом случае $T = [V / \Delta V]$ и следует положить:

$$z_t = S_t = t\Delta V, t = 1, \dots, T - 1. \tag{18}$$

Простейшая нестационарная модель доходов в период восстановления финансового равновесия компании

Рассмотрим оставшуюся часть прогнозного периода, целью которой является восстановление финансовой устойчивости предприятия, путем погашения основной суммы займа и возвращения структуры капитала к среднеотраслевым показателям. Предположим, что по смыслу изучаемого периода $t = T, \dots, n$ справедливо равенство $z_T = V$ и дополнительно выполнено условие:

$$\Delta z_t = z_t - z_{t-1} \leq 0, t = 1, 2, \dots, n, \tag{19}$$

Тогда $z_t = z_T = V, \Delta z_t = 0; \Delta Q(z_t) = 0$ и критерий (12) принимает вид:

$$X_T = \sum_{t=T+1}^n \frac{q(V) - g'z_{t-1} + \Delta z_t}{(1+i)^{t-T}} + \frac{X_n}{(1+i)^{n-T}}. \tag{20}$$

где $q(V)$ – ранее введенная постпрогнозная чистая прибыль после погашения займа:

$$q(V) = (1-c)(Q(V) - C_0 - A_0 - aV). \tag{21}$$

Таким образом, предполагается, что последовательность $\{z_t\}$ монотонно не возрастает и выполняется конечное условие:

$$z_n = z_n^0. \tag{22}$$

Постпрогнозную стоимость собственного капитала компании x_n в (20) с учетом возможного ненулевого остатка по займу и равенства $z_n = z_T = V$ можно найти по формуле (4):

$$X_n = X(z_n) = \{q(V) - g'z_n^0\} / i. \tag{23}$$

Условие консолидированных затрат (11) имеет вид:

$$(1-c)(Q(V) - C_0 - A_0 - aV) - g'z_{t-1} + \Delta z_t \leq 0. \tag{24}$$

В случае наиболее быстрого погашения задолженности по займу, оно выполняется как равенство, откуда:

$$|\Delta z_t| = -\Delta z_t = (1-c)(Q(V) - C_0 - A_0 - aV) - g'z_{t-1}, t = T + 1, \dots, n. \tag{25}$$

Тогда с учетом равенства $z_T = V$ имеем:

$$|\Delta z_{T+1}| = (1-c)(Q(V) - C_0 - A_0 - (a+g)V), \tag{26}$$

и справедливо рекуррентное уравнение:

$$|\Delta z_t| = |\Delta z_{t-1}| + g'|\Delta z_{t-1}| = (1+g')|\Delta z_{t-1}|, t = T + 1, \dots, n. \tag{27}$$

Поэтому должно выполняться равенство:

$$V - z_n^0 = \sum_{t=T+1}^n |\Delta z_t| = |\Delta z_{T+1}| \sum_{t=0}^{n-T-1} (1+g')^t = |\Delta z_{T+1}| \frac{(1+g')^{n-T} - 1}{g'}. \tag{28}$$

Отсюда в силу (26) имеем:

$$V - z_n^0 = (1+c)(Q(V) - C_0 - A_0 - (a+g)V) \frac{(1+g')^{n-T} - 1}{g'}. \tag{29}$$

Отсюда, пренебрегая целочисленностью дискретного времени, можно выразить наискорейшее время погашения займа:

$$\Delta T = n - T = \frac{\ln \left(1 + \frac{V - z_n^0}{q(V)} g' \right)}{\ln(1+g')}, \tag{30}$$

где обозначено для краткости:

$$\bar{q}(V) = (1-c)(Q(V) - C_0 - A_0 - (a+g)V). \tag{31}$$

Величина (31) представляет собой чистую прибыль после инвестиций и налогообложения, но до погашения займа, в отличие от величины чистой прибыли (21) после погашения займов. Вместе с ранее введенной верхней оценкой $\bar{q}(V)$ величина $\bar{q}(V)$ дает нижнюю оценку $q(V)$:

$$\bar{q}(V) \leq q(V) \leq \bar{q}(V). \tag{32}$$

Пример 1. Пусть, например, в модельном примере (17) из [11]:

$$\begin{aligned} C_0 + A_0 &= 600; a' = 0,05; \\ v &= 0,3; i = 0,186; g' = 0,12; \\ c &= 0,2; V = 500; z_n^0 = 0 \end{aligned}$$

тогда: $a = a' / (1-c) = 0,0625;$ и по формуле (31) $g = g' / (1-c) = 0,15$

получим:

$$\begin{aligned} \bar{q}(500) &= (1-0,2)(Q(500) - 600 - 0,2125 \cdot 500) = \\ &= 0,8(23 + 0,207 \cdot 500 - 0,2125 \cdot 500) = \\ &= 0,8(23 - 0,0055 \cdot 500) = 0,8(23 - 2,75) = 16,2. \end{aligned}$$

Теперь по формуле (30) имеем:

$$\Delta T = \frac{\ln\left(1 + \frac{V}{\bar{q}(V)} g'\right)}{\ln(1 + g')} = \frac{\ln\left(1 + \frac{500}{16,2} 0,12\right)}{\ln(1 + 0,12)} = \frac{\ln 4,7}{\ln 1,12} = \frac{1,548}{0,113} = 13,656.$$

Связь между функцией менеджера и текущей стоимостью компании

В силу (20) и (25) в случае наискорейшего погашения займа справедлива приближенная формула:

$$x_{\tau} = \frac{x_n}{(1+i)^{\Delta T}} = \frac{q(V) - g'z_n^0}{i(1+i)^{\Delta T}}, \tag{33}$$

которая дает конечное условие в модели собственно инвестиционного периода (14).

В частности при $z_n^0 = 0$ получаем связь конечного условия в (14) с функцией менеджера (4):

$$x_{\tau} = \frac{x(V)}{(1+i)^{\Delta T}}. \tag{34}$$

Уравнение (13) с учетом (17) имеет вид:

$$x_0 = \sum_{t=1}^{\tau} \frac{\tilde{q}(\Delta V t) - (g' + a')\Delta V(t-1) - v\Delta Q(\Delta V t)}{(1+i)^t} + \frac{x_{\tau}}{(1+i)^{\tau}}. \tag{35}$$

Это уравнение равносильно рекуррентному уравнению:

$$x_{t-1} = \frac{\tilde{q}(\Delta V t) - (g' + a')\Delta V(t-1) - v\Delta Q(\Delta V t) + x_t}{1+i}, \tag{36}$$

$t = T, \dots, 1,$

с конечным условием (33), в частности (34).

Решая рекуррентное уравнение (33) с конечным условием (33) получаем последовательно все значения текущей стоимости $x_t, t = T, \dots, 0$, компании, что позволяет оценить, как соотносится реальная текущая стоимость собственного капитала компании к ее потенциальной постпрогнозной стоимости.

Пример 2. Рассчитаем стоимость собственного капитала компании в условиях примера 1 по формулам (36), (34), (4). Расчеты приведены в следующей таблице.

Таблица 1

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Наименование	Результат					
	0	1	2	3	4	5
$\Delta V t$		100	200	300	400	500
$\tilde{q}(\Delta V t)$		34,96	51,52	68,08	84,64	101,2
$Q(\Delta V t)$	-30	43,7	64,4	85,1	105,8	126,5
$\Delta Q(\Delta V t)$		73,7	20,7	20,7	20,7	20,7
x_t	128	131	117	100	79	53

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложена простейшая нестационарная модель доходов в прогнозный период. На этой основе предложен инструментарий, позволяющий оценить, как соотносится реальная текущая стоимость собственного капитала компании к ее потенциальной постпрогнозной стоимости. Построенная модель обобщает производственную задачу (ПЗ) на динамический случай и является, по сути, микроэкономическим аналогом макроэкономической модели динамического межотраслевого баланса В. Леонтьева [1]. При этом связь производственных задач осуществляется не путем замыкания их выхода на вход, что в общем случае невозможно в силу различной размерности этих векторов, а при помощи нежесткой связи вектора ресурсов с текущим объемом финансирования в основные средства (ОС) компании.

Литература

1. Ашманов С.А. Линейное программирование [Текст] / С.А. Ашманов. – М.: Наука, 1981.
2. Брейли Р. Принципы корпоративных финансов [Текст] / Р. Брейли, С. Майерс. – М.: ИНФРА-М, 1999.
3. Беляков А.В. К вычислению обобщенного дифференциала в однопараметрической задаче оптимизации инвестиционного проекта [Текст] / А.В. Беляков, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2011. – №2. – С. 242-247.
4. Беляков А.В. К вычислению обобщенного дифференциала в двухпараметрической задаче оптимизации инвестиционного проекта [Текст] / А.В. Беляков, А.Г. Перевозчиков // Аудит и финансовый анализ. – 2011. – №3. – С. 76-84.
5. Ван Хорн Дж. К. Основы финансового менеджмента [Текст] / Дж. К. Ван Хорн. – М.: Финансы и статистика, 2004.
6. Методология и руководство по проведению оценки бизнеса и / или активов ОАО РАО «ЕЭС России» и ДЗО ОАО РАО «ЕЭС России» / Deloitte&Touche. Декабрь 2003 – март 2005.
7. Мищенко А.В. Модели управления производственно-финансовой деятельностью предприятия в условиях привлечения заемного капитала [Текст] / А.В. Мищенко, О.А. Артеменко // Финансовая аналитика. – 2012. – №42. – С. 2-13.
8. Оценка бизнеса [Текст]: учеб. / под ред. А.Г. Грязновой, М.А. Федотовой. – М.: Финансы и статистика, 2002.
9. Перевозчиков А.Г. Модельный пример инвестиций в основные средства компании [Текст] / А.Г. Перевозчиков, И.А. Лесик // Аудит и финансовый анализ. – 2014. – №3.
10. Перевозчиков А.Г. Общая модель инвестиций в основные средства предприятия [Текст] // А.Г. Перевозчиков, И.А. Лесик // Аудит и финансовый анализ. – 2014, №2. – С. 233-240.
11. Перевозчиков А.Г. Простейшая модель инвестиций в основные средства предприятия [Текст] / А.Г. Перевозчиков, И.А. Лесик // Аудит и финансовый анализ. – 2014. – №2. – С. 233-240.
12. Шарп У. и др., Александер Г., Бейли Дж. Инвестиции [Текст]: пер. с англ. / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли. – М.: ИНФРА-М, 1998. – XII, 1028 с.

Ключевые слова

Собственный капитал компании; стоимость собственного капитала компании; доходный подход; метод прямой капитализации прибыли; инвестиции в основные средства компании; заемные средства компании на долгосрочной основе; зависимость стоимости от объема инвестиций; линия финансового менеджера; стационарная и нестационарная модель доходов; прогнозный и постпрогнозный период.

Перевозчиков Александр Геннадьевич

Лесик Илья Александрович

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается простейшая модель инвестиций в основные средства компании с использованием заемного капитала. В качестве критерия предлагается использовать прямой критерий стоимости собственного капитала компании. Стоимость собственного капитала может быть получена методом прямой капитализации валовой прибыли в рамках доходного подхода, что позволяет поставить задачу исследования стоимости компании от объема заемных средств. Эту зависимость можно назвать линией финансового менеджера и изучать в различных аспектах. Она наглядно показывает потенциальные возможности роста стоимости компании в долгосрочной перспективе в зависимости от располагаемых финансовых ресурсов.

В предыдущих работах авторов на эту тему было показано, что линия финансового менеджера является графиком возрастающей, вогнутой и кусочно-линейной функции и получена формула для ее обобщенного дифференциала. Линия финансового менеджера строится, исходя из стационарной модели доходов в постпрогнозный период. Поэтому в настоящей работе в дополнение к ней предложена простейшая нестационарная модель доходов в прогнозный период. На этой основе предложен инструментарий, позволяющий оценить, как соотносится реальная текущая стоимость собственного капитала компании к ее потенциальной постпрогнозной стоимости.

Вот основные идеи, заложенные в работе. Она предназначена для аспирантов и докторантов, специализирующихся в области финансового менеджмента предприятия, а также для действующих профессиональных оценщиков инвестиций и бизнеса.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья А.Г. Перевозчикова, И.А. Лесика может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, зав. кафедрой бухгалтерского учета и аудита, проректор по научной работе Тверской государственной сельскохозяйственной академии