

6.3. ПОСТРОЕНИЕ ЭКОНОМИКО- МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Кириллов Ю.В., к.т.н., доцент, кафедра
Экономическая информатика, Новосибирский
государственный технический университет;
Назимко Е.Н., к.э.н., заведующий кафедрой,
кафедра Финансы и кредит, Новосибирский
гуманитарный институт

В работе представлена методика построения экономико-математических моделей в форме задачи оптимизации для оценки эффективности реальных инвестиционных проектов с различной структурой капитала. На основе аналитических выражений показателей эффективности построены модели в форме задач скалярной оптимизации с минимизацией дисконтированного срока окупаемости проекта, которые должны стать рабочим инструментом для создания информационной базы принятия инвестиционных решений.

Инвестиционная деятельность всегда была важной составной частью современного бизнеса. Это относится к реализации как капитальных (реальных) инвестиционных проектов, так и проектов, связанных с фондовым рынком. Именно поэтому оценка коммерческой эффективности проектов, финансируемых за счет капитальных вложений, является актуальной задачей, несмотря на некоторое снижение инвестиционной активности в последнее время, обусловленное известными внешнеполитическими причинами.

Для системного обоснования инвестиционных решений необходимо иметь достаточно большую информационную базу результатов по анализу чувствительности инвестиционного проекта в различных вариантах (сценариях) возможного развития событий. Однако ручной перебор таких вариантов и сравнение результатов в каждом из них имеет существенные ограничения по вполне понятным причинам. Кроме того, при таком подходе нет никакой гарантии, что полученное решение является объективно наилучшим в заданных условиях.

Возможным выходом здесь, на наш взгляд, является использование экономико-математических моделей. В случае, если поведение экономической системы можно представить такой моделью в форме задачи оптимизации, оба упомянутых недостатка – ограничение числа рассматриваемых вариантов и отсутствие объективной оптимальности полученного решения – устраняются, поскольку алгоритм решения задачи оптимизации основан на строгом математическом доказательстве объективной оптимальности получаемого результата при рассмотрении всех возможных вариантов в заданных условиях.

Именно с таких позиций в данной работе предлагается подход к построению экономико-математической модели оценки эффективности инвестиционных проектов с различной структурой ка-

питала. Объектом исследования является инвестиционный проект, общая финансовая схема реализации которого представлена на рис. 1.

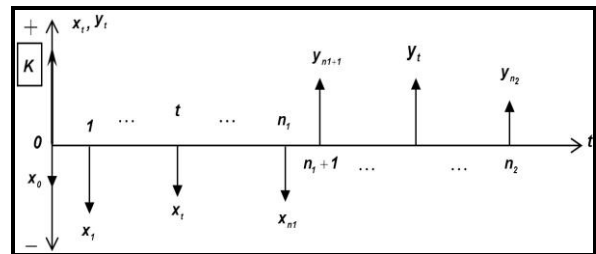


Рис. 1. Общая финансовая схема реализации инвестиционного проекта

Основными параметрами инвестиционного проекта являются:

- x_t ($t = 0, \dots, n_1$) – инвестиционные годовые платежи проекта;
- y_t ($t = n_1 + 1, \dots, n_2$) – доходные годовые платежи проекта;
- r – норматив доходности инвестора;
- n_1 – длительность инвестиционной части проекта (в годах);
- $n_2 - n_1$ – длительность доходной части проекта (в годах).

С общесистемной точки зрения предлагаемая экономико-математическая модель оценки эффективности инвестиций должна содержать показатели эффективности проекта в качестве критериев и ограничений задачи оптимизации. Экономический смысл и математические выражения этих показателей общеизвестны [2, 8, 9], поэтому рассмотрим их как функции вышеназванных параметров проекта.

Показатель **NPV** – приведенный чистый доход проекта – который для схемы реализации на рис. 1 определяется как:

$$NPV(x_t, y_t, r, n_1, n_2) = \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} - \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t},$$

очевидно, следует использовать в качестве критерия максимизации. Показатель **DPI** – дисконтированный индекс доходности проекта – который для схемы реализации на рис. 1 определяется как:

$$DPI(x_t, y_t, r, n_1, n_2) = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t}},$$

в данной модели может быть использован только в качестве ограничения, так как между **NPV** и **DPI** существует очевидная связь:

$$NPV = (DPI - 1) * \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t},$$

рассмотренная в работе [4], из анализа которой следует, что:

$$\begin{aligned} \arg [NPV(x_t, y_t, r, n_1, n_2) \rightarrow \max] &= \\ &= \arg [DPI(x_t, y_t, r, n_1, n_2) \rightarrow \max], \end{aligned} \quad (1)$$

т.е., оптимальные значения параметров проекта для максимизации критериев **NPV** и **DPI** совпадают. Ограничением здесь будет являться неравенство:

$$DPI(x_t, y_t, r, n_1, n_2) \geq DPI_0,$$

где $DPI_0 > 1$ – заданное число, определяющее нижнюю границу индекса доходности проекта для потенциального инвестора.

Показатель **DPP** – дисконтированный срок окупаемости проекта – в форме аналитического выражения, предложенного в работе [5]:

$$DPP(x_t, y_t, r, n_1, n_2) = \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{S(x_t)}{P(y_t)} [1 - (1+r)^{-(n_2-n_1)}] \right\}}{\ln(1+r)},$$

где $S(x_t) = \sum_{t=0}^{n_1} x_t \cdot (1+r)^{n_1-t}$ – сумма инвестиционных платежей, наращенная к моменту $t = n_1$;

$P(y_t) = \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^{t-n_1}}$ – стоимость доходных платежей, приведенная к моменту $t = n_1$, естественно использовать в качестве критерия минимизации.

В работе [4] была установлена связь между критериями **DPP** и **DPI**:

$$DPP = - \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{1}{DPI} [1 - (1+r)^{-(n_2-n_1)}] \right\}}{\ln(1+r)},$$

из анализа которой, с учетом (1), следует, что:

$$\begin{aligned} \arg [NPV(x_t, y_t, r, n_1, n_2) \rightarrow \max] &= \\ &= \arg [DPP(x_t, y_t, r, n_1, n_2) \rightarrow \min], \end{aligned}$$

т.е., оптимальные значения параметров проекта для максимизации критерия **NPV** и минимизации критерия **DPP** также совпадают.

Известный показатель оценки эффективности инвестиций – **IRR** (внутренняя норма доходности проекта) – не может использоваться в данной модели, так как по своему экономическому смыслу является корнем алгебраического уравнения

$$\sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+IRR)^t} - \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+IRR)^t} = 0, \quad (2)$$

где параметры x_t , y_t , n_1 и n_2 имеют конкретное числовое значение.

Однако решение (2) сопряжено с принципиальными математическими трудностями [10] и невозможностью представления показателя **IRR** в аналитической форме как функции упомянутых выше параметров проекта.

Еще одним дополнительным ограничением модели оценки эффективности инвестиций в форме задачи оптимизации является общая сумма инвестиционных платежей:

$$\sum_{t=0}^{n_1} x_t = K,$$

которая должна соответствовать общей сумме капитала K , необходимого для реализации инвестицион-

ной части проекта – на основе данных его бизнес-плана.

Полученные выше соотношения позволяют получить важный результат: экономико-математическая модель оценки эффективности инвестиционного проекта может быть построена в форме задачи оптимизации с одним критерием:

$$\begin{cases} \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} - \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t} \rightarrow \max \\ \sum_{t=0}^{n_1} x_t = K \\ x_t, y_t \geq 0 \\ \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} \geq DPI_0 * \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t}, \end{cases} \quad (3)$$

или

$$\begin{cases} \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{S(x_t)}{P(y_t)} [1 - (1+r)^{-(n_2-n_1)}] \right\}}{\ln(1+r)} \rightarrow \min \\ \sum_{t=0}^{n_1} x_t = K \\ x_t, y_t \geq 0 \\ \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} \geq DPI_0 * \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t}. \end{cases} \quad (4)$$

Следует отметить, что модель (3) в форме задачи максимизации критерия **NPV** с математической точки зрения будут иметь неограниченное решение, так как ограничения этой задачи формируют область допустимых решений как открытое сверху множество. Именно поэтому окончательной формой экономико-математической модели оценки эффективности будет задача скалярной оптимизации (4).

При заданных значениях параметров K , r , n_1 и n_2 решение задачи (4) определяет оптимальные размеры инвестиционных x_t и доходных y_t платежей, при которых приведенный чистый доход проекта достигает максимального значения, срок окупаемости **DPP** – минимален, а норматив рентабельности будет не меньше заданного уровня DPI_0 .

Здесь необходимо отметить, что в работе [3] экономико-математическая модель оценки эффективности инвестиций представлена в форме аналогичной задачи оптимизации, но с максимизацией критерия **NPV**, что является принципиально неверным из-за неограниченности получаемого решения, о чем было сказано выше. Практическое решение числовой задачи (4), но с максимизацией критерия **NPV** (например, в пакете Maple) этот факт полностью доказывает.

Естественно, модель (4) отражает самый общий подход к оценке эффективности инвестиций, поэтому в условиях реализации конкретного проекта модель (4) будет дополняться ограничениями на размеры конкретных платежей в соответствии с бизнес-планом этого проекта.

Рассмотренная выше (см. рис. 1) финансовая схема реализации является самой общей схемой инвестирования, в которой не отражается структура инвестиционного капитала проекта. Анализ схем финансирования реальных инвестиционных проектов [1, 6, 7] показывает, что все используемые на практике финансовые схемы реализации могут быть

к одному из трех типов. Рассмотрим первый тип, когда финансирование проекта ведется только за счет собственного капитала (**СК**).

Проекты типа 1 в общем случае реализуются с помощью финансовой схемы, представленной на рис. 1, за исключением того, что $K = CK$. В этом случае норма дисконта r будет являться желаемым нормативом доходности инвестора на вложенный в проект капитал в объеме **СК**. Экономико-математическая модель оценки эффективности инвестиционных проектов типа 1 будет, очевидно, представляться задачей оптимизации аналогичной (4):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{S(x_t)}{P(y_t)} [1 - (1+r)^{-(n_2-n_1)}] \right\}}{\ln(1+r)} \rightarrow \min \\ \sum_{t=0}^{n_1} x_t = CK \\ x_t, y_t \geq 0 \\ \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} \geq DPI_0 * \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t} \end{array} \right. \quad (5)$$

Финансовые схемы реализации проектов типа 2 в общем случае представлены на рис. 2.

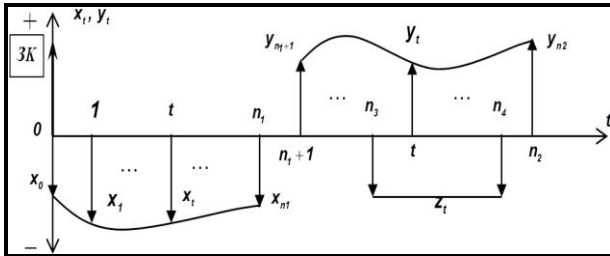


Рис. 2. Финансирование проекта с использованием заемного капитала

В этом случае инвестор является заемщиком капитала в форме кредита объемом **3K**, необходимого для реализации инвестиционной части проекта, с последующим погашением долга из доходов проекта. Погашение кредита с процентами по ставке i , как правило, производится годовыми платежами z_t в форме постоянных рент – аннуитетов, стоимость которых, приведенная к началу проекта, в соответствии с правилами финансовой математики [9] должна соответствовать величине долга:

$$3K = \frac{z_t * \left[1 - \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{-m * (n_4 - n_3)} \right]}{p * \left[\left(1 + \frac{i}{m} \right)^{m/p} - 1 \right]} * \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{m} \right)^{m * n_3}}, \quad (6)$$

для ренты постнумерандо и

$$3K = \frac{z_t * \left[1 - \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{-m * (n_4 - n_3)} \right]}{p * \left[\left(1 + \frac{i}{m} \right)^{m/p} - 1 \right]} * \frac{\left(1 + \frac{i}{m} \right)^{m/p}}{\left(1 + \frac{i}{m} \right)^{m * n_3}}, \quad (7)$$

для ренты пренумерандо, где p – количество платежей в году, m – количество начислений процентов в году.

Очевидно, что размер платежа погашения z_t , найденный из соотношений (6-7), будет использоваться для определения стоимости доходных платежей, приведенных к точке $t = n_1$:

$$P(y_t, z_t) = \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^{t-n_1}} - \sum_{t=n_3}^{n_4} \frac{z_t}{(1+r)^{t-n_1}}, \quad (8)$$

и показателя **DPI**

$$DPI(x_t, y_t, z_t) = \frac{\sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} - \sum_{t=n_3}^{n_4} \frac{z_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t}}. \quad (9)$$

Тогда экономико-математическая модель оценки эффективности инвестиционных проектов типа 2 будет, с учетом (8-9), представляться следующей задачей оптимизации:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{S(x_t)}{P(y_t, z_t)} [1 - (1+r)^{-(n_2-n_1)}] \right\}}{\ln(1+r)} \rightarrow \min \\ \sum_{t=0}^{n_1} x_t = 3K \\ x_t, y_t \geq 0 \\ \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} - \sum_{t=n_3}^{n_4} \frac{z_t}{(1+r)^t} \geq DPI_0 * \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t} \end{array} \right. \quad (10)$$

Финансовая схема реализации проектов типа 2 на рис. 2 и экономико-математическая модель оценки их эффективности (10) будет также справедлива и для проектов типа 1 в случае, если собственный капитал инвестора является платным (например, для акционерных компаний) и его стоимость соответствует процентной ставке i .

В инвестиционных проектах типа 3 инвестор вначале вкладывает собственный капитал в размере **СК**, которого хватает для реализации инвестиционной части проекта только до момента $t = n_5$, и использует кредит в размере **3K** под проценты i , для финансирования проекта от момента $t = n_1$ до момента $t = n_3$. В этом случае финансовая схема реализации проекта представлена на рис. 3.

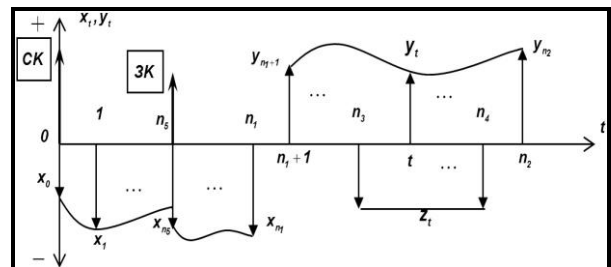


Рис. 3. Финансирование проекта с использованием собственного и заемного капитала

Размер погасительного платежа z_t в этой схеме определяется соотношениями, аналогичными (6-7) в зависимости от выбранной схемы погашения кредита **3K**. Тогда экономико-математическая модель оценки эффективности инвестиционных проектов

типа 3 будет представляться следующей задачей оптимизации:

$$\begin{cases} \ln \left\{ 1 - \frac{S(x_t)}{P(y_t, z_t)} [1 - (1+r)^{-(n_2-n_1)}] \right\} \\ \frac{\ln(1+r)}{\sum_{t=0}^{n_5} x_t = CK, \sum_{t=n_5+1}^{n_1} x_t = 3K} \rightarrow \min \\ x_t, y_t \geq 0 \\ \sum_{t=n_1+1}^{n_2} \frac{y_t}{(1+r)^t} - \sum_{t=n_3}^{n_4} \frac{z_t}{(1+r)^t} \geq DPI_0 * \sum_{t=0}^{n_1} \frac{x_t}{(1+r)^t} \end{cases} \quad (11)$$

Таким образом, рассмотренные выше экономико-математические модели оценки эффективности инвестиционных проектов в форме задач скалярной оптимизации (5), (10) и (11) позволят, при заданных параметрах проекта $CK, 3K, r, n_1, n_2, \dots, n_5, i, m, p$, определить оптимальные размеры доходных y_t платежей, при которых приведенный чистый доход проекта NPV достигает максимального значения, срок окупаемости DPP минимален, а норматив рентабельности будет не меньше заданного уровня DPI_0 .

В рассмотренных моделях размеры платежей x_t могут являться параметрами, заданными бизнес-планом проекта или искомыми переменными, тогда решение задач (5), (10) и (11) позволит определить оптимальные размеры не только доходных, но и инвестиционных платежей. Поиск оптимальных размеров x_t может быть интересен инвестору для сравнения наилучшего варианта распределения средств с принятым бизнес-планом: это будет дополнительным инструментом оценки эффективности использования инвестиционного капитала.

Здесь необходимо отметить, что в работе [3] экономико-математические модели оценки эффективности инвестиций с различной структурой капитала представлены в форме задач оптимизации, аналогичных (5), (10) и (11), но с той же принципиальной ошибкой – максимизацией критерия NPV , о которой говорилось выше. Кроме того, в ограничениях моделей работы [3] с использованием заемного капитала не учитываются размеры погасительных платежей z_t , что также неверно.

Использование экономико-математических моделей в экономике вообще и в области оценки эффективности инновационно-инвестиционных проектов в частности не является самоцелью. Любая такая модель должна быть в первую очередь инструментом для поддержки принятия управленческих решений. Использование современных информационных технологий при решении задач оптимизации позволяет, наряду с автоматизированным получением оптимального решения, значительно повысить оперативность постоптимизационного анализа для получения объективных результатов и системной оценки различных вариантов поведения экономической системы. Таким образом, использование экономико-математических моделей в форме задач оптимизации, на наш взгляд, является объективно наилучшим средством для создания информационной базы, необходимой для оперативного принятия оптимальных управленческих решений в сложных условиях ведения современного бизнеса.

Литература

1. Бизнес-планы – готовые примеры [Электронный журнал] // Журнал идей для бизнеса. URL: <http://coolidea.ru/business-plan>.
2. Виленский П.Л. и др. Оценка эффективности инвестиционных проектов. Теория и практика [Текст] / П.Л. Виленский, В.Н. Лившиц, С.А. Смоляк. – М.: Дело, 2008. – 1104 с.
3. Досуева Е.Е. Модели оценки коммерческой эффективности инновационно-инвестиционных проектов [Электронный журнал] / Е.Е. Досуева // Наукоедение. – 2015. – Т. 7; №3. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/55EVN315.pdf>.
4. Кириллов Ю.В. и др. Методическое обеспечение оценки коммерческой эффективности инновационно-инвестиционных проектов [Текст]: монография / Ю.В. Кириллов, Е.Е. Досуева. – Барнаул: Си-пресс, 2014. – 272 с.
5. Кириллов Ю.В. и др. Экономико-математический подход к вычислению срока окупаемости инвестиционного проекта [Текст] / Ю.В. Кириллов, Е.Н. Назимко // Экономический анализ: теория и практика. – 2012. – №45. – С. 49-54.
6. Коллекция бизнес-планов реальных проектов [Электронный ресурс] // Институт экономической безопасности: официальный сайт компании. URL: <http://www.bre.ru/risk/4421.html>.
7. Коллекция бизнес-планов реальных проектов [Электронный ресурс] // Центр маркетинга: информационный портал. URL: <http://marketing62.ru/?p=436>.
8. Методические рекомендации по оценке эффективности инвестиционных проектов [Текст] / Авт. колл. академических институтов. – 3-е изд, перераб. и доп. – М., 2004.
9. Четыркин Е.М. Финансовая математика [Текст]: учеб. для вузов / Е.М. Четыркин. – 9-е изд. – М.: Дело, АНХ, 2010. – 400 с.
10. Pesic P. Abel's proof: An essay on the sources and meaning of mathematical unsolvability [Text] / P. Pesic // MIT Press. – 2003. – May.

Ключевые слова

Экономико-математическая модель; задача оптимизации; оценка эффективности; схема финансирования; инвестиционный проект.

Кириллов Юрий Васильевич

Назимко Елена Николаевна

РЕЦЕНЗИЯ

Статья Кириллова Ю.В. и Назимко Е.Н. «Построение экономико-математической модели для оценки эффективности инвестиционного проекта» является логическим продолжением статьи одного из авторов на эту тему, которая была опубликована в журнале «Финансовая аналитика: проблемы и решения» (2013. – №32. – С. 18-24). Настоящая статья посвящена анализу возможности сведения многокритериальной модели к задаче оптимизации с одним критерием. Полученные авторами результаты позволяют существенно упростить экономико-математическую модель оценки эффективности инвестиций, что, несомненно, положительно скажется на возможности ее практического использования.

Авторы приводят подробные математические выкладки для обоснования всех сделанных ими экономических выводов, что только подтверждает объективность и научную новизну полученных результатов. Считаю, что данная статья представляет научный и практический интерес для специалистов в области инвестиционного анализа, поэтому может быть рекомендована к публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Хайруллина М.В., д.э.н., профессор кафедры менеджмента НГТУ, декан факультета бизнеса НГТУ.