3.7. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ИНОВАЦИОННЫХ КОМПАНИЙ И ОБЪЕМА РЕАЛИЗАЦИИ УСЛУГ СЕРВИСНЫХ КОМПАНИЙ В ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ТЕХНОПАРКА

Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, с.н.с., ИнноЦентр Высшей школы им. Е.А. Лурье;
Лесик А.И., к.ф.-м.н., доцент, кафедра математической статистики и системного анализа, Тверской государственный университет, г. Тверь

Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ

Рассматривается задача определения оптимальной структуры инновационных компаний и объемов реализации услуг сервисными компаниями технопарка, максимизирующих средневзвешенную плотность выхода инновационных компаний в линейной модели технопарка. Новым является разделение денежного потока от операционной деятельности технопарковой компании на поток от реализации товаров инновационных компаний, продажи услуг сервисных компаний и поток от аренды управляющей компании технопарка, рассматриваемого как финансовая группа. Предлагается алгоритм определения оптимальных долей выпуска инновационной продукции, объемов реализации услуг и арендных ставок, максимизирующих средневзвешенную плотность выхода инновационных компаний.

ВВЕДЕНИЕ

Предлагается алгоритм определения оптимальной структуры инновационных компаний и объема реализации услуг сервисных компаний технопарка, максимизирующих средневзвешенную плотность выхода инновационных компаний в условиях многопродуктового инновационного производства и общих ограничений на ресурсы. Данная статья основывается на работе [8, с. 4]. Главным отличием рассмотренной в статье модели является замена объемов производства инновационных компаний на соответствующие доли в общем объеме инновационного производства и критерия годового дохода управляющей компании на критерий средневзвешенной плотности выхода инновационных компаний в соответствии с основным предназначением технопарков. Кроме того, используется предположение о возможности устанавливать арендные ставки управляющей компанией, что роднит ее с многопродуктовой монополией, изученной в работе [4, с. 141]. Отличием является разделение денежного потока от операционной деятельности компании в соответствии с рекомендациями работы [7, с. 23] (см. также [6]) на поток от реализации товаров инновационных компаний, продажи услуг сервисных компаний и поток от аренды управляющей компании технопарка, рассматриваемого как финансовая группа. Как и в модели Мищенко-Артеменко, исследован случай планирования на один период.

В данной статье рассматривается задача определения оптимальной структуры инновационных компаний и объемов реализации услуг сервисными компаниями технопарка, максимизирующих средневзвешенную плотность выхода инновационных компаний в линейной модели технопарка, рассматриваемого как многопродуктовая монополия, изученная в работе [4, с. 141]. Отличием является разделение денежного потока от операционной деятельности технопарковой компании в соответствии с рекомендациями работы [7, с. 23] на поток от реализации товаров инновационных компаний, продажи услуг сервисных компаний и поток от аренды управляющей компании технопарка, рассматриваемого как финансовая группа. Горизонт планирования составляет один период. Объем реализации выбирается из общих ограничений на производственные ресурсы. В работе предлагается алгоритм определения оптимальных долей выпуска инновационной продукции, объемов реализации услуг и арендных ставок, максимизирующих средневзвешенную плотность выхода инновационных компаний.

Данная статья основывается на работе [8, с. 6] в части исследования устойчивости технопарковых компаний от возможного изменения объемов реализации услуг и арендных ставок в смысле [5]. Главным отличием рассмотренной в статье модели является замена объемов производства инновационных компаний на соответствующие доли в общем объеме инновационного производства и критерия годового дохода управляющей компании на критерий средневзвешенной плотности выхода инновационных компаний в соответствии с основным предназначением технопарков. Указанная замена потребовала доказательств дополнительных свойств модели. Производная задача управления ресурсами в линейной производственной задаче, рассмотренной в работе [8, с. 4], при помощи теоремы двойственности сводится к максиминной задаче с распадающимися переменными. Решение этой задачи может быть осуществлено с использованием стандартных алгоритмов субградиентного подъема. Задача определения долей инновационного производства, объемов реализации услуг и арендных ставок является, как будет показано ниже, задачей управления коэффициентами в некоторой вспомогательной задаче линейного программирования. При помощи теоремы двойственности она сводится к максиминной задаче со связанными переменными. Решение этой задачи может быть осуществлено с использованием алгоритмов квазиградиентного спуска, предложенных в работе [2, с. 496].

В методологическом смысле работа следует общей парадигме развития теории систем и ее применения в корпоративном и стратегическом управлении, разработанной в фундаментальной работе [3] применительно к развитию технопарковых структур. Как и в линейной модели многопродуктовой монополии, изученной в работе [4, с. 141], решение задачи осуществляется в два этапа: оптимизация по долям выпуска инвестиционных компаний при фиксированных объемах реализации сервисных компаний и арендных ставках управляющей компании и оптимизация по объемам реализации услуг и арендным ставкам. Аналогично монопольному случаю вводится внутренний критерий оптимальности долей и внешний критерий оптимальности объемов реализации услуг и арендных ставок. Критерий на втором уровне получается в результате решения задачи линейного программирования оптимизации критерия на первом уровне в двойственной форме с коэффициентами, зависящими от внешних переменных, что и приводит в итоге к максиминной форме задачи со связанными переменными.

Актуальность общей парадигмы развития теории систем и ее применения в корпоративном и стратегическом управлении подтверждает множество исследований, с обзором которых можно ознакомиться в указанной выше фундаментальной работе [3]. В рамках данной статьи учитывается ограниченность производственных мощностей, но предполагается, что изменение объемов производства не влияет на оптимальное использование факторов производства. В связи с этим исследуемая задача о долях выпуска инновационной продукции, объемах реализации услуг сервисных компаний и арендных ставок управляющей компании может рассматриваться как задача управления коэффициентами в некоторой вспомогательной задаче линейного программирования. Основной результат работы состоит в том, что она сводиться к решению максиминной задачи со связанными переменными.

1. ПРОСТЕЙШАЯ ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНОПАРКА

1.1. Постановка задачи

Имеется технопарк (ТП), включающий в простейшем случае управляющую компанию (УК) и ряд инновационных компаний (ИК), производящих инновационную продукцию (услуги) n видов и использующие m видов ресурсов. Предположим для простоты, что каждая компания производит инновационный товар (услугу) одного вида.

Введем обозначения: $b_i = T_i b_i^0 > 0; i = 1,2,...,m;$ – запасы ресурсов понимаемых в простейшем случае как годовой фонд рабочего времени однородного оборудования, где b_i^0 – количество единиц оборудования, T_i – годовой фонд рабочего времени единицы оборудования i-го типа. Пусть $t_{ij} \geq 0; i = 1,2,...,m;$ $j = 1,2,...,n$ – время работы i-го вида оборудования при изготовлении единицы j-й продукции; $s_j = p_j - c_j; j = 1,2,...,n$ – маржинальный доход при реализации единицы j-й продукции; $p_j \geq 0$ – цена единицы j-й продукции; $c_j > 0 (c_j^0 > 0)$ – переменные (постоянные) затраты на производство единицы j-й продукции. Известны величины $e_i > 0 (e_i^0 > 0)$ стоимости (арендной ставки) одной единицы (единичного времени работы) оборудования i-го типа.

Теперь общие ограничения по ресурсам можно записать в виде:

$$tx \leq b,$$

где $t = \|t_{ij}\|$ – технологическая матрица;

x – вектор-столбец объемов инновационного производства $x_j, j = 1,2,...,n$;

b – вектор-столбец ресурсов $b_i, i = 1,2,...,m$.

Технологическая матрица $t = t^{xb}$ задает удельные временные затраты ресурсов ТП, управляемого УК, при производстве инновационной продукции ИК. В скалярном виде ограничения по ресурсам имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ij} x_j = \langle t^i, x \rangle \leq T_i b_i^0, i = 1,2,...,m. \quad (1)$$

Здесь t^i – i-я строка матрицы t.

Замечание 1. Ограничения по производственным площадям можно учесть аналогично ограничениям по оборудованию. В этом случае ограничение (1) имеет вид:

$$\sum_{j=1}^{n} s_{ij} x_j = \langle s^i, x \rangle \leq S_i b_i^0, i = 1,2,...,m.$$

Здесь: $b_i = S_i b_i^0 > 0; i = 1,2,...,m$ – запасы ресурсов, понимаемых в данном случае как полезная площадь i-го однородного типа зданий офисного, торгового и складского типов, где b_i^0 – количество зданий i-го типа; S_i – полезная площадь одного здания i-го типа; $s_{ij} \geq 0; i = 1,2,...,m; j = 1,2,...,n$ – полезная площадь i-го типа здания, потребная при изготовлении единицы j-й продукции; s^i – i-я строка матрицы s.

С учетом замечания 1 далее для простоты обозначений мы не будем выделять ограничения по площади в отдельный тип производственных ресурсов.

Предположим, что выполнено условие рентабельности производства инновационной продукции:

$$s_j = p_j - c_j \geq 0, j = 1,2,...,n. \quad (2)$$

Тогда k-я инновационная компания $k = 1,2,...,K_j$, производящая x_j^k единиц j-инновационной продукции в год имела бы прибыль в размере $P_j^k = (p_j - c_j)x_j^k - c_j^0$. Величину относительных затрат c_j, связанную с оплатой аренды УК, в данном случае можно представить в виде:

$$c_j = \sum_{i=1}^{m} t_{ij} e_i^0 = \langle e^0, t_j \rangle \leq p_j. \quad (3)$$

Здесь t_j – j-й столбец матрицы $t = \|t_{ij}\|$.

Обозначим через $n_{ij}^0 = t_{ij} / T_j \geq 0; \quad i = 1,2,...,m;$ $j = 1,2,...,n$ удельную долю годового времени единицы оборудования i-го типа при выпуске одной единицы j-й продукции. Тогда для выпуска x_j^k единиц j-й инновационной продукции в год требуется $n_{ij}^k = x_j^k n_{ij}^0$ единиц оборудования i-го типа, если пренебречь целочисленностью. Последнее можно сделать, если считать, что при выкупе используемого оборудования у УК или приобретении аналогичного на рынке можно купить оборудование пропорционально меньшей мощности при сохранении его удельной стоимости. Стоимость выкупа необходимого оборудования i-го типа при этом составит $C_{ij}^k = n_{ij}^k e_i = x_j^k n_{ij}^0 e_i$, а всего:

$$C_j^k = \sum_{i=1}^{m} C_{ij}^k = x_j^k \langle e, n_j^0 \rangle.$$

Здесь n_j^0 – j-й столбец матрицы $n^0 = \|n_{ij}^0\|$. Считая, что вся прибыль может быть пущена для выкупа оборудования, стоимость которого включает пропорциональную долю производственных площадей, относящихся к одной единице, можно определить минимальное время выкупа величиной:

$$\tau_j^k = C_j^k / P_j^k = \frac{x_j^k \langle e, n_j^0 \rangle}{(p_j - c_j)x_j^i - c_j^0} \geq \frac{\langle e, n_j^0 \rangle}{p_j - \langle e^0, t_j \rangle}.$$

Соответственно плотность выхода на рынок сформированных инновационных компаний удовлетворяет неравенству:

$$\rho_j^k = 1 / \tau_j^k = P_j^k / C_j^k \leq \frac{p_j - \langle e^0, t_j \rangle}{\langle e, n_j^0 \rangle} = s_j^0. \quad (4)$$

Таким образом, пренебрегая постоянными расходами, можно оценить плотность выхода на рынок сформированных инновационных компаний, не зависящую от номера $k = 1, 2, ..., K_j$ компании, производящей x_j^k единиц j-й инновационной продукции в год. Обозначим через $x_j = \sum_k x_j^k$ – общий годовой выпуск инновационной продукции j-го типа на территории технопарка, а через $d_j = x_j / x$ – долю выпуска продукции j-го типа в общем выпуске продукции $|x| = \sum_j x_j$ ИК технопарка, понимаемым как соответствующую норму вектора $x \geq 0$ выпуска. При этом предполагается, что количество выпускаемой инновационной продукции измеряется в денежном выражении.

В качестве критерия УК можно взять среднюю плотность выхода на рынок сформированных инновационных компаний:

$$w = \sum_{j=1}^{n} s_j^0 d_j \to max . \quad (5)$$

Замечание 2. Преобразование, состоящее в переходе от абсолютных к относительным долям выпуска в классической производственной задаче было предложено в [1, с. 67]. Однако без использования дополнительных ограничений оно приводит исходную линейную производственную задачу к нелинейной максиминной задаче, что не представляется оправданным.

В силу замечания 2 тем более важно отметить, что дополнительное ограничение на доходность УК технопарка, как будет показано ниже, позволяет свести последнюю к линейной задаче относительно долей выпуска, определяющих структуру ИК. Это ограничение можно записать в виде:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \left\langle e^0, t_j \right\rangle \geq C_0 - v , \quad (6)$$

где C_0 – постоянные расходы технопарка, v – объем ежегодных дотаций, установленных государством технопарку, который может быть планово убыточным.

Задачу (1), (5), (6) нахождения неотрицательных векторов выпуска инновационной продукции $x \geq 0$ назовем простейшей моделью технопарка.

1.1.1. Оптимизация по долям выпуска инвестиционных компаний при фиксированных арендных ставках УК

Исключим переменные $x_j = d_j |x|$ из ограничений (1) следуя [1, с. 67]:

$$|x| \sum_{j=1}^{n} t_{ij} d_j \leq T_i b_i^0 , i = 1, 2, ..., m ,$$

что эквивалентно неравенствам:

$$|x| \leq \frac{T_i b_i^0}{\sum_{j=1}^{n} t_{ij} d_j} , i = 1, 2, ..., m . \quad (7)$$

Аналогично ограничение (6) эквивалентно неравенству:

$$|x| \geq \frac{C_0 - v}{\sum_{j=1}^{n} \left\langle e^0, t_j \right\rangle d_j} . \quad (8)$$

Условия (7), (8) равносильны неравенствам:

$$\frac{T_i b_i^0}{\sum_{j=1}^{n} t_{ij} d_j} \geq \frac{C_0 - v}{\sum_{j=1}^{n} \left\langle e^0, t_j \right\rangle d_j} , i = 1, 2, ..., m . \quad (9)$$

Система неравенств (9) эквивалентна системе:

$$T_i b_i^0 \sum_{j=1}^{n} \left\langle e_0, t_j \right\rangle d_j \leq (C_0 - v) \sum_{j=1}^{n} t_{ij} d_j , i = 1, 2, ..., m .$$

Или после образования:

$$\sum_{j=1}^{n} [T_i b_i^0 \left\langle e_0, t_j \right\rangle - (C_0 - v) t_{ij}] d_j \leq 0, i = 1, 2, ..., m . \quad (10)$$

Ограничения на доли d_j имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{n} d_j = 1, d_j \geq 0, j = 1, 2, ..., n .$$

Исключая переменную

$$d_n = 1 - \sum_{j=1}^{n-1} d_j \geq 0 , \quad (11)$$

из неравенств (10) получим эквивалентную систему:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n-1} [T_i b_i^0 \left\langle e^0, t_j - t_n \right\rangle - (C_0 - v)(t_{ij} - t_{in})] d_j \leq \\ &\leq -T_i b_i^0 \left\langle e^0, t_n \right\rangle + (C_0 - v) t_{in} , i = 1, 2, ..., m. \end{aligned} \quad (12)$$

Ограничения на доли d_j при этом имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{n-1} d_j \leq 1, d_j \geq 0, j = 1, 2, ..., n-1 . \quad (13)$$

Критерий (5) имеет вид:

$$\begin{aligned} w &= \sum_{j=1}^{n} d_j \frac{p_j - \left\langle e^0, t_j \right\rangle}{\left\langle e, n_j^0 \right\rangle} = \frac{p_n - \left\langle e^0, t_n \right\rangle}{\left\langle e, n_n^0 \right\rangle} + \\ &+ \sum_{j=1}^{n-1} d_j \left[\frac{p_j - \left\langle e^0, t_j \right\rangle}{\left\langle e, n_j^0 \right\rangle} - \frac{p_n - \left\langle e^0, t_n \right\rangle}{\left\langle e, n_n^0 \right\rangle} \right] \to max . \end{aligned} \quad (14)$$

Линейную задачу (12-14) нахождения долей d_j выпуска инновационной продукции назовем простейшей моделью оптимизации структуры инновационных компаний технопарка.

1.1.2. Оптимизация по арендным ставкам УК

Рассмотрим теперь задачу максимизации оптимального значения критерия $w^* = w^*(e^0)$ линейной задачи (12-14) при ограничениях (3):

$$G^j(e^0) = -\sum_{i=1}^{m} t_{ij} e_i^0 + p_j \geq 0, j = 1, 2, ..., n , \quad (15)$$

и условиях неотрицательности тарифных ставок: $e_i^0 \geq 0, i = 1, 2, ..., m$.

Обозначим через $E^0 = \left\{ e^0 \in E_+^m \middle| G(e^0) \geq 0 \right\}$ множество неотрицательных векторов e^0, удовлетворяющих ограничениям (15). Здесь $G(e^0) = min_{j=1,...,n} G^j(e^0)$. Тогда функция $G(e^0)$ будет вогнутой и ее субдифферециал определяется формулой [2, с. 491]:

$$\begin{aligned} &\partial G(e^0) = \\ &= \left\{ g \in E^m \middle| g = G_{e^0}^j(e^0), j \in Arg \min_{j=1,...,n} G^j(e^0) \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

Переходя от задачи (12-14) к двойственной задаче, получим задачу:

$$F^0(e^0,q)=\frac{p_n-\langle e^0,t_n\rangle}{\langle e,n_n^0\rangle}+q_0+ \\ +\sum_{i=1}^{m}q_i[-T_ib_i^0\langle e^0,t_n\rangle+(C_0-v)t_{in}]\to min. \quad (17)$$

При ограничениях:

$$F^j(e^0,q)=q_0+ \\ +\sum_{i=1}^{m}[T_ib_i^0\langle e^0,t_j-t_n\rangle-(C_0-v)(t_{ij}-t_{in})]q_i+ \\ -\frac{p_j-\langle e^0,t_j\rangle}{\langle e,n_j^0\rangle}+\frac{p_n-\langle e^0,t_n\rangle}{\langle e,n_n^0\rangle}\geq \\ \geq 0,\ j=1,2,...,n-1. \quad (18)$$

и условия неотрицательности двойственных переменных:

$$F^{n+i}(e^0,q)=q_i\geq 0, i=0,1,2,...,m. \quad (19)$$

Обозначим:

$$U(e^0)= \\ =\left\{q\in E^{m+1}\left|F^j(e^0,q)\geq 0;\ j=1,2,...,n+m\right.\right\}. \quad (20)$$

Рассмотрим максиминную задачу:

$$f(e^0)=\min_{q\in U(e^0)}F^0(e^0,q)\to\max_{e^0\in E^0}. \quad (21)$$

Максиминную задачу (21) нахождения арендных ставок e_i^0 назовем простейшей моделью оптимизации тарифов УК технопарка.

1.2. Дифференциальные свойства внутренней функции минимума

Предположим, что множество E^0 ограничено. Пусть множества $U(e^0), e^0\in E^0$ также ограничены. Тогда функции F^j непрерывны вместе с $F_{e^0}^j, F_q^j$ на $E'\times E^{m+1}, j=0,1,...,l,$ где $E'\supset E^0$ – некоторое ограниченное открытое множество. Это видно непосредственно из определения функций F^j в (17-19).

Кроме того, пусть выполнено условие регулярности [2, с. 491]:

$$F_q^j(e^0,q), j\in J_0(e^0,q),- \\ -\text{линейно независимы} \\ \text{при любых } e^0\in E', q\in\tilde U_0(e^0). \quad (22)$$

Здесь обозначено:

$$J_\tau(e^0,q)=\left\{j\in J\left|F^j(e^0,q)\leq\tau\right.\right\};$$

$$\tau\geq 0; J=\{1,2,...,m+n\};$$

$$\tilde U_\gamma(e^0)=\left\{q\in U(e^0)\left|F^0(e^0,q)\leq\min_{q\in U(e^0)}F^0(e^0,q)+\gamma\right.\right\};$$

$$\gamma\geq 0.$$

Функция $F^0(e^0,q)$ дифференцируема для любого $q\in\tilde U_0(e^0)$ и следовательно, липшицева.

Предположим, что точечно-множественное отображение $U(e^0)$ непрерывно по Хаусдорфу. В этих условиях из результатов работы [5] и ее дальнейших обобщений (см. точные ссылки в работе [2, с. 491]) следует существование производной по любому направлению $v\in E^m$ функции связанного минимума f на E', причем:

$$\frac{\partial f(e^0)}{\partial v}=\min_{r\in D(e^0)}\langle r,v\rangle, \quad (23)$$

где

$$D(e^0)=conv\left\{r\in E^m\left|r=F_{e^0}^0(e^0,q)\right.\right\}+ \\ +\left\{A^*(e^0,q)F_q^0(e^0,q), q\in\tilde U_0(e^0)\right\}, \quad (24)$$

$conv$ – замыкание выпуклой оболочки множества, * – знак сопряжения, $A(e^0,q): E^m\to E^{m+1}$ – произвольный линейный оператор (матрица при фиксированных базисах в E^m и E^{m+n}), удовлетворяющий равенству:

$$F_{e^0}^{J_0*}(e^0,q)+F_q^{J_0*}(e^0,q)A(e^0,q)=0. \quad (25)$$

Здесь

$$J_\tau=J_\tau(e^0,q), F^{J_\tau}(e^0,q)= \\ =\left(F^j(e^0,q), j\in J_\tau(e^0,q)\right).$$

Замечание 3. Условие (25) возникает из системы уравнений:

$$\langle F_{e^0}^j(e^0,q),\Delta e^0\rangle+ \\ +\langle F_q^j(e^0,q),\Delta q\rangle=0,\ j\in J_0(e_0,q), \quad (26)$$

которая представляет собой линеаризацию активных ограничений.

Решая эту систему в виде $\Delta q=A\Delta e^0$, получаем допустимое значение операторной функции $A(.,.)$ в точке (e^0,q).

Это значение определено неоднозначно. В работе [2, с. 492] показано, что квазиградиент r в (24) не зависит от выбора значения операторной функции в точке (e^0,q).

Предположим дополнительно, что точечно-множественное отображение $U(e^0)$ липшицево по Хаусдорфу. В этих предположениях в работе [2, с. 495] было установлено дополнительно к (23), что при сделанных предположениях (24) представляет собой точное выражение для квазидифференциала $\partial f(e^0)$ (множества ее квазиградиентов) слабовогнутой функции $f(e^0)$ связанного минимума (21).

Из условия (22) следует, что векторы $(\nabla F^j(e^0,q), j\in J_0(e^0,q))$ линейно независимы при любых $e^0\in E', q\in\tilde U_0(q)$.

Тогда в качестве оператора A можно взять, например, оператор [2, с. 494]:

$$A^*(e^0,q)=-F_{e^0}^{J_0}\left[F_q^{J_0*}F_q^{J_0}\right]^{-1}F_q^{J_0*}. \quad (27)$$

Однако проще использовать в данном случае непосредственно систему (26), которая в данном случае имеет вид:

$$\left\langle \frac{t_j}{\langle e, n_j^0 \rangle} - \frac{t_n}{\langle e, n_n^0 \rangle} + \sum_{i=1}^{m} q_i T_i b_i^0 (t_j - t_n); \Delta e^0 \right\rangle + \Delta q_0 +$$
$$+\left\langle \begin{matrix} (T_i b_i^0 \left[\langle e^0, t_j - t_n \rangle - (C_0 - v)(t_{ij} - t_{in}) \right], \\ i = 1, 2, ..., m)^*; \Delta q \end{matrix} \right\rangle, \quad . \quad (28)$$
$$j \in J_0(e^0, q);$$
$$\Delta q_i = 0, n + i \in J_0(e^0, q)$$

Здесь $\Delta q = (q_i, i = 1, 2, ..., m)^*$ – вектор-столбец.

Решать эту систему нужно в виде $\Delta q = A \Delta e^0$. Определению подлежат элементы матрицы A из условий, получающихся из равенства нулю коэффициентов при $\Delta e_i^0, i = 1, 2, ..., m$.

После этого можно определить соответствующий квазиградиент по формуле:

$$r = -\left(\frac{1}{\langle e, n_n^0 \rangle} + \sum_{i=1}^{m} q_i T_i b_i^0 \right) t_n + A_1^* +$$
$$+\hat{A}^* \left(-\langle e^0, t_n \rangle (T_i b_i^0, i = 1, ..., m)^* + (C_0 - v) t_n \right), \quad (29)$$

где A_1^* – первый столбец матрицы A^*, а $\hat{A}^*$ – матрица, получающаяся из A^* вычеркиванием первого столбца.

1.3. Метод квазиградиентного подъема для решения задачи (21)

Имея квазиградиенты (16), (29), для решения задачи (21) можно теперь применить комбинированный метод, использующий градиенты критерия и агрегированной функции в ограничении типа неравенства с программным шагом:

$$e_i^0(k+1) = \begin{cases} P(e_i^0(k) + a_k r_i^k), G(e^0(k)) \geq 0; \\ P(e_t(k) + a_k g_i^k); G(e^0(k)) < 0; \end{cases};$$
$$i = 1, ..., m, \quad (30)$$
$$r^k \in \partial f(e^0(k)), g^k \in \partial G(e^0(k)), k = 1, 2, ...$$

где k – номер шага; $a_k = Dk^{-s}$ – программный шаг метода, $1/2 < s \leq 1$ – параметр, например $s = 3/4$; D – характерный размер множества E^0 допустимых решений задачи (21), например оценка диаметра:

$$P(e_i^k) = \begin{cases} 0, e_i^k \leq 0 \\ e_i^k, e_i^k > 0 \end{cases} = max(e_i^k; 0)$$

– оператор проектирования на луч $E_+^1 = [0, \infty)$.

Тогда аналогично теореме 2 в работе [2, с. 499] можно доказать, что справедлива следующая теорема.

Теорема 1. При сделанных предположениях метод квазиградиентного подъема (30), сходится по значению к стационарному множеству задачи (21).

2. УЧЕТ СЕРВИСНЫХ КОМПАНИЙ В ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ТП

2.1. Постановка задачи

Большинство услуг ИК оказывают сервисные компании (СК), которые нужно включить в модель на следующем уровне описания ТП. Пусть $a_{kj} \geq 0$; $k = 1, 2, ..., l$; $j = 1, 2, ..., n$ – удельные затраты k-го вида услуг при изготовлении единицы j-й продукции. Общие ограничения по услугам СК можно записать в виде:

$$a^{xy} x \leq y,$$

где $a^{xy} = \| a_{kj}^{xy} \|$ – технологическая матрица;

y – вектор-столбец объемов производства услуг $y_k, k = 1, 2, ..., l$.

Технологическая матрица $a = a^{xy}$ задает удельные затраты услуг СК при производстве инновационной продукции ИК.

Теперь общие ограничения по ресурсам можно записать в виде:

$$t^{xb} x + t^{yb} y \leq b.$$

Технологическая матрица $t = t^{yb} = \| t_{ik}^{yb} \|$ задает удельные затраты ресурсов ТП при производстве услуг СК. Таким образом, технологическая матрица в этом случае имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} a^{xy} 0 \\ t^{xb} t^{yb} \end{pmatrix},$$

т.е. является разложимой.

В скалярном виде ограничения по ресурсам имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{kj}^{xy} x_j = \langle a_{xy}^k, x \rangle \leq y_k, k = 1, 2, ..., l, \quad (31)$$

и

$$\sum_{j=1}^{n} t_{ij}^{xb} x_j + \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k = \langle t_{xb}^i, x \rangle +$$
$$+\langle t_{yb}^i, y \rangle \leq T_i b_i^0, i = 1, 2, ..., m. \quad (32)$$

Здесь a_{xy}^k – k-я строка матрицы a^{xy};

t_{yb}^i – i-я строка матрицы t^{yb}.

Дополнительное ограничение на доходность УК технопарка можно записать в виде:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \langle e^0, t_j^{xb} \rangle + \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle \geq C_0 - v, \quad (33)$$

Здесь t_k^{yb} – k-й столбец матрицы t^{yb}.

В качестве критерия УК остается средняя плотность выхода на рынок сформированных инновационных компаний:

$$w = \sum_{j=1}^{n} s_j^0 d_j \to max. \quad (35)$$

Задачу (31-35) нахождения неотрицательных векторов выпуска инновационной продукции $x \geq 0$ и услуг $y \geq 0$ назовем общей моделью технопарка.

2.1.1. Оптимизация по долям выпуска инвестиционных компаний при фиксированных арендных ставках УК и объемах услуг СК

Исключим переменные $x_j = d_j|x|$ из ограничений (31), следуя [1, с. 67]:

$$|x|\sum_{j=1}^{n} a_{kj}^{xy} d_j \le y_k, k = 1,2,...,l,$$

что эквивалентно неравенствам:

$$|x| \le \frac{y_k}{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}^{xy} d_j}, k = 1,2,...,l. \qquad (36)$$

Исключим переменные $x_j = d_j|x|$ из ограничений (32), следуя [1, с. 67]:

$$|x|\sum_{j=1}^{n} t_{ij}^{xb} d_j \le T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k, i = 1,2,...,m,$$

что эквивалентно неравенствам:

$$|x| \le \frac{T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k}{\sum_{j=1}^{n} t_{ij}^{xb} d_j}, i = 1,2,...,m. \qquad (37)$$

Аналогично ограничение (33) эквивалентно неравенству:

$$|x| \ge \frac{C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle}{\sum_{j=1}^{n} \left\langle e^0, t_j^{xb} \right\rangle d_j}. \qquad (38)$$

Условия (36), (38) равносильны неравенствам:

$$\frac{y_k}{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}^{xy} d_j} \ge \frac{C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle}{\sum_{j=1}^{n} \left\langle e^0, t_j^{xb} \right\rangle d_j}, k = 1,2,...,l. \qquad (39)$$

Система неравенств (39) эквивалентна системе:

$$y_k \sum_{j=1}^{n} \left\langle e_0, t_j^{xb} \right\rangle d_j \le$$
$$\le [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle] \sum_{j=1}^{n} a_{kj}^{xy} d_j, k = 1,2,...,l.$$

Или после образования:

$$\sum_{j=1}^{n} (y_k \left\langle e_0, t_j^{xb} \right\rangle -$$
$$-[C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle] a_{kj}^{xy}) d_j \le \qquad (40)$$
$$\le 0, k = 1,2,...,l.$$

Исключая переменную

$$d_n = 1 - \sum_{j=1}^{n-1} d_j \ge 0,$$

из неравенств (40) получим эквивалентную систему:

$$\sum_{j=1}^{n-1} \{ y_k \left\langle e_0, t_j^{xb} - t_n^{xb} \right\rangle -$$
$$-[C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle](a_{kj}^{xy} - a_{kn}^{xy})\} d_j \le \qquad (42)$$
$$\le -y_k \left\langle e^0, t_n^{xb} \right\rangle +$$
$$+[C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle] a_{kn}^{xy}, k = 1,2,...,l.$$

Ограничения на доли d_j при этом имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{n-1} d_j \le 1, d_j \ge 0, j = 1,2,...,n-1. \qquad (43)$$

Предположим, что правая часть неравенств (37) неотрицательна:

$$\sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k \le T_i b_i^0, i = 1,2,...,m. \qquad (44)$$

Тогда условия (37), (38) равносильны неравенствам:

$$\frac{T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k}{\sum_{j=1}^{n} t_{ij}^{xb} d_j} \ge \frac{C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle}{\sum_{j=1}^{n} \left\langle e^0, t_j^{xb} \right\rangle d_j}, \qquad (45)$$
$$i = 1,2,...,m.$$

Система неравенств (45) эквивалентна системе:

$$(T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k) \sum_{j=1}^{n} \left\langle e_0, t_j^{xb} \right\rangle d_j \le$$
$$\le [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle] \sum_{j=1}^{n} t_{ij}^{xb} d_j, i = 1,2,...,m.$$

Или после образования:

$$\sum_{j=1}^{n} (T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k) \left\langle e_0, t_j^{xb} \right\rangle -$$
$$-[C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle] t_{ij}^{xb}) d_j \le 0, \qquad (46)$$
$$i = 1,2,...,m.$$

Исключая переменную d_n из неравенств (45), получим эквивалентную систему:

$$\sum_{j=1}^{n-1} \{(T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k) \left\langle e_0, t_j^{xb} - t_n^{xb} \right\rangle -$$
$$-[C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle](t_{ij}^{xb} - t_{nj}^{xb})\} d_j \le \qquad (47)$$
$$\le -(T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k) \left\langle e^0, t_n^{xb} \right\rangle +$$
$$+[C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \left\langle e^0, t_k^{yb} \right\rangle] t_{nj}^{xb}, i = 1,2,...,m.$$

Критерий (5) имеет вид:

$$w = \frac{p_n - \left\langle e^0, t_n \right\rangle}{\left\langle e, n_n^0 \right\rangle} +$$
$$+\sum_{j=1}^{n-1} d_j \left[\frac{p_j - \left\langle e^0, t_j \right\rangle}{\left\langle e, n_j^0 \right\rangle} - \frac{p_n - \left\langle e^0, t_n \right\rangle}{\left\langle e, n_n^0 \right\rangle} \right] \to max. \qquad (48)$$

Линейную задачу (42), (43), (47), (48) нахождения долей d_j выпуска инновационной продукции назовем общей моделью оптимизации структуры инновационных компаний ТП.

2.1.2. Оптимизация по арендным ставкам УК и объемам услуг СК

Рассмотрим теперь задачу максимизации оптимального значения критерия $w^* = w^*(e^0, y)$ линейной задачи (42), (43), (47), (48) . Ограничения задачи делятся на ограничения (3) по e^0, ограничения (44) по y и условия неотрицательности переменных.

Ограничения (3) по e^0 имеют вид (15):

$$G^j(e^0) = -\sum_{i=1}^{m} t_{ij} e_i^0 + p_j \geq 0, j = 1,2,...,n, \qquad (49)$$

и условиях неотрицательности тарифных ставок: $e_i^0 \geq 0, i = 1,2,...,m$.

Обозначим через $E^0 = \{e^0 \in E_+^m \mid G(e^0) \geq 0\}$ множество неотрицательных векторов e^0, удовлетворяющих ограничениям (49). Здесь $G(e^0) = min_{j=1,...,n} G^j(e^0)$. Тогда функция $G(e^0)$ будет вогнутой и ее субдифферециал определяется формулой [2, с. 491]:

$$\partial G(e^0) = \\ = \left\{ g \in E^m \middle| g = G_{e^0}^j(e^0), j \in Arg \max_{j=1,...,n} G^j(e^0) \right\}. \qquad (50)$$

Ограничения (44) по y имеют вид:

$$D^i(y) = T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k \geq 0, i = 1,2,...,m, \qquad (51)$$

и условиях неотрицательности объемов услуг: $y_k \geq 0, k = 1,2,...,l$.

Обозначим через $Y = \{y \in E_+^l \mid D(y) \geq 0\}$ множество неотрицательных векторов y, удовлетворяющих ограничениям (49). Здесь $D(y) = min_{k=1,...,l} D^i(y)$. Тогда функция $D(y)$ будет вогнутой, и ее субдифференциал определяется формулой [2, с. 491]:

$$\partial D(y) = \left\{ s \in E^l \middle| s = D_y^i(y), i \in Arg \min_{i=1,...,l} D^i(y) \right\}. \qquad (52)$$

Переходя от задачи (42), (43), (47), (48) к двойственной задаче, получим задачу:

$$\begin{aligned} F^0(e^0, y, q, p) = {} & \frac{p_n - \langle e^0, t_n \rangle}{\langle e, n_n^0 \rangle} + q_0 + \\ & + \sum_{i=1}^{m} q_i \{ -(T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k) \langle e^0, t_n^{xb} \rangle + \\ & + [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle] t_{nj}^{xb} \} + \\ & + \sum_{k=1}^{l} p_k \{ -y_k \langle e^0, t_n^{xb} \rangle + \\ & + [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle] a_{kn}^{xy} \} \to min. \end{aligned} \qquad (53)$$

При ограничениях:

$$\begin{aligned} F^j(e^0, y, q, p) = {} & \sum_{k=1}^{l} \{ y_k \langle e^0, t_j^{xb} - t_n^{xb} \rangle - \\ & -\{ C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle] (a_{kj}^{xy} - a_{kn}^{xy}) \} p_k + \\ & + q_0 + \sum_{i=1}^{m} \{ (T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k) \langle e_0, t_j^{xb} - t_n^{xb} \rangle - \\ & - [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle] (t_{ij}^{xb} - t_{nj}^{xb}) \} q_i + \\ & - \frac{p_j - \langle e^0, t_j^{xb} \rangle}{\langle e, n_j^0 \rangle} + \frac{p_n - \langle e^0, t_n^{xb} \rangle}{\langle t, n_n^0 \rangle} \geq 0, j = 1,2,...,n-1 \end{aligned} \qquad (54)$$

и условиях неотрицательности двойственных переменных:

$$\begin{aligned} & F^{n+i}(e^0, y, q, p) = q_i \geq 0, i = 0,1,2,...,m; \\ & F^{n+m+k}(e^0, y, q, p) = p_k \geq 0, k = 1,2,...,l. \end{aligned} \qquad (55)$$

Обозначим:

$$V(e^{\prime 0}, y) = \\ = \left\{ (q,p) \in E_{l+m+1} \middle| \begin{array}{l} F^j(e^0, y, q, p) \geq 0; \\ j = 1,2,...,n+m+l \end{array} \right\}. \qquad (56)$$

Рассмотрим максиминную задачу:

$$f(e^0, y) = \min_{(q,p) \in V(e^0, y)} F^0(e^0, y, q, p) \to \max_{(e^0, y) \in E^0 \times Y}. \qquad (57)$$

Максиминную задачу (57) назовем общей моделью оптимизации тарифов и услуг ТП.

2.2. Дифференциальные свойства внутренней функции минимума

Предположим, что множество $E^0 * Y$ ограничено. Пусть множества $V(e^{\prime 0}, y), (e^0, y) \in E * Y^0$ также ограничены. Тогда функции F^j непрерывны вместе с $F_{e^0}^j, F_q^j$ на $E'^0 * Y' * E^{k+m+1}, j = 0,1,...,n+m+l,$ где $E'^0 * Y' \supset E^0 * Y$ – некоторое ограниченное открытое множество. Это видно непосредственно из определения функций F^j в (17-19).

Кроме того, пусть выполнено условие регулярности [2, с. 491]:

$$\begin{aligned} & F_q^j(e^0, y, q, p), F_p^j(e^0, y, q, p), j \in \\ & \in J_0(e^0, y, q, p), \\ & -\text{линейно независимы} \\ & \text{при любых } (e^{\prime 0}, y) \in E'^0 * \\ & *Y', (q,p) \in \tilde{V}_0(e^0, y). \end{aligned} \qquad (58)$$

Здесь обозначено:

$$J_\tau(e^0, y, q, p) = \{ j \in J \mid F^j(e^0, y, q, p) \leq \tau \};$$

$$\tau \geq 0; J = \{1,2,...,n+m+l\};$$

$$\tilde{V}_\gamma(e^0, y) = \left\{ q \in W(V) \middle| \begin{array}{l} F^0(e^0, q) \leq \\ \leq \min\limits_{(q,p) \in V(e^0, y)} F^0(e^0, y, q, p) + \gamma \end{array} \right\};$$

$$\gamma \geq 0.$$

Функция $F^0(e^0, y, q, p)$ дифференцируема для любых $(q,p) \in \tilde{V}_0(e^0)$ и. следовательно, липшицева. Предположим, что точечно-множественное отображение $V(e^0, y)$ непрерывно по Хаусдорфу. В этих условиях из результатов работы [5] и ее дальнейших обобщений (см. точные ссылки в работе [2, с. 492]) следует существование производной по любому направлению $(v, \mu) \in E^{m+k}$ функции связанного минимума f на $E'^0 * Y'$, причем:

$$\frac{\partial f(e^0, y)}{\partial (v, \mu)} = \min_{(r,s) \in M(e^0, y)} (\langle r, v \rangle + \langle s, \mu \rangle), \qquad (59)$$

где

$$M(e^0,y)=$$
$$=conv\left\{(r,s)\in E^{m+k}\left|\begin{array}{l}(r,s)=F^0_{(e^0,y)}(e^0,y,q,p)+\\+A*F^0_q(e^0,y,q,p),(q,p)\in\\\in\tilde{V}_0(e^0,y)\end{array}\right.\right\},$$

$conv$ – замыкание выпуклой оболочки множества, – знак сопряжения, $A=A(e^0,y,q,p):E^{m+k}\to E^{m+l+1}$ – произвольный линейный оператор (матрица при фиксированных базисах в E^{m+k} и E^{n+m+l}), удовлетворяющий равенству:

$$F^{J_0*}_{(e^0y)}(e^0,y,q,p)+F^{J_0*}_{(q,p)}(e^0,y,q,p)A=0. \qquad (60)$$

Здесь

$$J_\tau=J_\tau(e^0,y,q,p),F^{J_\tau}(e^0,y,q,p)=$$
$$=\left(F^j(e^0,y,q,p),\ j\in J_\tau(e^0,y,q,p)\right).$$

Замечание 4. Условие (60) возникает из системы уравнений:

$$\left\langle F^j_{e^0}(e^0,y,q,p),\Delta e^0\right\rangle+\left\langle F^j_y(e^0,y,q,p),\Delta y\right\rangle+$$
$$+\left\langle F^j_q(e^0,y,q,p),\Delta q\right\rangle+\left\langle F^j_p(e^0,y,q,p),\Delta p\right\rangle= \qquad (61)$$
$$=0,\ j\in J_0(e_0,y,q,p),$$

которая представляет собой линеаризацию активных ограничений. Решая эту систему в виде $(\Delta q*,\Delta p*)*=A(\Delta e^0*,\Delta y*)*$, получаем допустимое значение операторной функции $A(.,.,.,.)$ в точке (e^0,y,q,p). Определению подлежат элементы матрицы A из условий, получающихся из равенства нулю коэффициентов при $\Delta e^0_i, i=1,2,...,m;$ $\Delta y_k, k=1,2,...,l$.

Эти значения определены неоднозначно. В работе [2, с. 492]показано, что квазиградиент (r,s) в определении множества $M(e^0,y)$ не зависит от выбора значения операторной функции в точке (e^0,y,q,p).

Предположим дополнительно, что точечно-множественное отображение $V(e^0,y)$ липшицево по Хаусдорфу. В этих предположениях в работе [2, с. 495] было установлено дополнительно к (59), что при сделанных предположениях (58) представляет собой точное выражение для квазидифференциала $\partial f(e^0,y)$ (множества ее квазиградиентов) слабовогнутой функции $f(e^0,y)$ связанного минимума (57).

2.3. Метод квазиградиентного подъема для решения задачи (57)

Имея квазиградиенты (50), (52), (59) для решения задачи (21), можно теперь применить комбинированный метод использующий градиенты критерия и агрегированной функции в ограничении типа неравенства с программным шагом:

$$e^0_i(t+1)=\begin{cases}P(e^0_i(t)+a_t r^t_i),G(e^0(t))\ge 0;\\P(e_t(t)+a_t g^t_i);G(e^0(t))<0;\end{cases} \qquad (62)$$
$$i=1,...,m$$

и

$$y_k(t+1)=\begin{cases}P(y_k(t)+a_t s^t_k),D(y(t))\ge 0;\\P(y_k(t)+a_t d^t_k);D(y(t))<0;\end{cases} \qquad (63)$$
$$k=1,...,l,$$

где

$$(r^t,s^t)\in\partial f(e^0(t),y(t)),g^t\in$$
$$\in\partial G(e^0(t)),d^t\in\partial D(y(t)),t=1,2,...; \qquad (64)$$

где t – номер шага;

$a_t=Dt^{-\sigma}$ – программный шаг метода, $1/2<\sigma\le 1,$ параметр, например $\sigma=3/4$;

D – характерный размер множества E^0*Y допустимых решений задачи (57), например оценка диаметра;

$$P(e^t_i)=\begin{cases}0,e^t_i\le 0\\e^t_i,e^t_i>0\end{cases}=max(e^t_i;0)$$

– оператор проектирования на луч $E^1_+=[0,\infty)$.

Тогда аналогично теореме 2 в работе [2, с. 499] можно доказать, что при сделанных предположениях метод квазиградиентного подъема (30-32) сходится по значению к стационарному множеству задачи (57).

3. УЧЕТ ЯКОРНЫХ КОМПАНИЙ В ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ ТП

3.1. Постановка задачи

Финансирование инновационных и сервисных компаний осуществляют якорные компании (ЯК) в форме предоставления кредитных ресурсов, которые нужно включить в модель на следующем уровне описания ТП. Пусть, как и на предыдущем уровне, $a_{kj}\ge 0; k=1,2,...,l;\ j=1,2,...,n$ – удельные затраты k-го вида услуг при изготовлении единицы j-й продукции. Общие ограничения по услугам СК можно записать в виде:

$$a^{xy}x\le y,$$

где $a^{xy}=\left\|a^{xy}_{kj}\right\|$ – технологическая матрица, y – вектор-столбец объемов производства услуг $y_k, k=1,2,...,l$. Технологическая матрица $a=a^{xy}$ задает удельные затраты услуг СК при производстве инновационной продукции ИК.

Пусть $f^{zx}_{hj}\ge 0$ $(f^{zy}_{hk}\ge 0);$ $h=1,2,...,u;$ $j=1,2,...,$ n $(k=1,2,...,l)$ – удельные затраты кредитных ресурсов h-й ЯК при изготовлении единицы j-й продукции (k-го вида услуг) определяемые, например, по соотношению оборотных средств к выручке соответствующих ИК. Общие ограничения по кредитным ресурсам СК можно записать в виде:

$$f^{zx}x + f^{zy}y \le z,$$

где $f^{zx} = \|f^{zx}_{hj}\|$ $(f^{zy} = \|f^{zy}_{hk}\|)$ – соответствующая технологическая матрица, z – вектор-столбец объемов кредитных ресурсов $z_h, h = 1,2,...,u$.

Технологическая матрица $f = f^{zx}$ $(f = f^{zy})$ задает удельные затраты кредитных ресурсов ЯК, при производстве инновационной продукции ИК (услуг СК).

Общие ограничения по нефинансовым ресурсам теперь можно записать в виде:

$$t^{xb}x + t^{yb}y + t^{zb} \le b.$$

Технологическая матрица $t = t^{zb} = \|t^{zb}_{ih}\|$ задает удельные затраты ресурсов ТП при производстве финансовых ресурсов ЯК. Таким образом, технологическая матрица в этом случае имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} a^{xy} & 0 & 0 \\ f^{xz} f^{yz} 0 \\ t^{xb} t^{yb} t^{zb} \end{pmatrix},$$

т.е. является разложимой.

В скалярном виде ограничения по ресурсам имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{n} a^{xy}_{kj} x_j = \langle a^k_{xy}, x \rangle \le y_k, k = 1,2,...,l, \tag{65}$$

$$\sum_{j=1}^{n} f^{zx}_{hj} x_j + \sum_{k=1}^{l} f^{zy}_{hk} y_k = \langle f^h_{xz}, x \rangle + \\ + \langle f^h_{zy}, y \rangle \le z_h, h = 1,2,...,u \tag{66}$$

и

$$\sum_{j=1}^{n} t^{xb}_{ij} x_j + \sum_{k=1}^{l} t^{yb}_{ik} y_k + \sum_{h=1}^{u} t^{zb}_{ih} z_h = \langle t^i_{xb}, x \rangle + \\ + \langle t^i_{yb}, y \rangle + \langle t^i_{zb}, z \rangle \le T_i b^0_i, i = 1,2,...,m. \tag{67}$$

Здесь f^h_{zx} (f^h_{zy}) – h-я строка матрицы f^{zx} (f^{zy}), t^i_{zb} – i-я строка матрицы t^{zb}.

Дополнительное ограничение на доходность УК технопарка можно записать в виде:

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \langle e^0, t^{xb}_j \rangle + \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t^{yb}_k \rangle + \\ + \sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t^{zb}_h \rangle \ge C_0 - v. \tag{68}$$

Здесь t^{zb}_h – h-й столбец матрицы t^{zb}.

В качестве критерия УК остается средняя плотность выхода на рынок сформированных инновационных компаний:

$$w = \sum_{j=1}^{n} s^0_j d_j \to \max. \tag{69}$$

Задачу (65-69) нахождения неотрицательных векторов выпуска инновационной продукции $x \ge 0$, услуг $y \ge 0$ и финансовых ресурсов $z \ge 0$ назовем общей моделью технопарка с учетом финансовых ресурсов ЯК.

3.1.1. Оптимизация по долям выпуска инвестиционных компаний при фиксированных арендных ставках УК, объемах услуг СК и финансовых ресурсов ЯК

Исключим переменные $x_j = d_j |x|$ из ограничений (65), следуя [1, с. 67]:

$$|x| \sum_{j=1}^{n} a^{xy}_{kj} d_j \le y_k, k = 1,2,...,l,$$

что эквивалентно неравенствам:

$$|x| \le \frac{y_k}{\sum_{j=1}^{n} a^{xy}_{kj} d_j}, k = 1,2,...,l. \tag{70}$$

Исключим переменные $x_j = d_j |x|$ из ограничений (66), следуя [1, с. 67]:

$$|x| \sum_{j=1}^{n} f^{zx}_{hj} d_j \le z_h - \sum_{k=1}^{l} f^{zy}_{hk} y_k, h = 1,2,...,u,$$

что эквивалентно неравенствам:

$$|x| \le \frac{z_h - \sum_{k=1}^{l} f^{zy}_{hk} y_k}{\sum_{j=1}^{n} f^{zx}_{hj} d_j}, h = 1,2,...,u. \tag{71}$$

Исключим переменные $x_j = d_j |x|$ из ограничений (67), следуя [1]:

$$|x| \sum_{j=1}^{n} t^{xb}_{ij} d_j \le T_i b^0_i - \sum_{k=1}^{l} t^{yb}_{ik} y_k - \sum_{h=1}^{u} t^{zb}_{ih} z_h, i = 1,2,...,m,$$

что эквивалентно неравенствам:

$$|x| \le \frac{T_i b^0_i - \sum_{k=1}^{l} t^{yb}_{ik} y_k - \sum_{h=1}^{u} t^{zb}_{ih} z_h}{\sum_{j=1}^{n} t^{xb}_{ij} d_j}, i = 1,2,...,m. \tag{72}$$

Аналогично ограничение (68) эквивалентно неравенству:

$$|x| \ge \frac{C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t^{yb}_k \rangle - \sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t^{zb}_h \rangle}{\sum_{j=1}^{n} \langle e^0, t^{xb}_j \rangle d_j}. \tag{73}$$

Условия (70), (73) равносильны неравенствам:

$$\frac{y_k}{\sum_{j=1}^{n} a^{xy}_{kj} d_j} \ge \\ \ge \frac{C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t^{yb}_k \rangle - \sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t^{zb}_h \rangle}{\sum_{j=1}^{n} \langle e^0, t^{xb}_j \rangle d_j}, \\ k = 1,2,...,l. \tag{74}$$

Система неравенств (74) эквивалентна системе:

$$y_k \sum_{j=1}^{n} \langle e_0, t^{xb}_j \rangle d_j \le [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t^{yb}_k \rangle - \\ - \sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t^{zb}_h \rangle] \sum_{j=1}^{n} a^{xy}_{kj} d_j, k = 1,2,...,l.$$

Или после образования:

$$\sum_{j=1}^{n}(y_k\left\langle e_0,t_j^{xb}\right\rangle-[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-$$
$$-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle]a_{kj}^{xy})d_j\le 0,k=1,2,...,l. \tag{75}$$

Исключая переменную

$$d_n=1-\sum_{j=1}^{n-1}d_j\ge 0,$$

из неравенств (75) получим эквивалентную систему:

$$\sum_{j=1}^{n-1}\{y_k\left\langle e_0,t_j^{xb}-t_n^{xb}\right\rangle-[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-$$
$$-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h zb\right\rangle](a_{kj}^{xy}-a_{kn}^{xy})\}d_j\le$$
$$\le -y_k\left\langle e^0,t_n^{xb}\right\rangle+[C_0-v- \tag{76}$$
$$-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle]a_{kn}^{xy},k=1,2,...,l.$$

Ограничения на доли d_j при этом имеют вид:

$$\sum_{j=1}^{n-1}d_j\le 1,d_j\ge 0,\ j=1,2,...,n-1. \tag{77}$$

Предположим, что правая часть неравенств (71) неотрицательна:

$$\sum_{k=1}^{l}f_{hk}^{zy}y_k-z_h\le 0,h=1,2,...,u. \tag{78}$$

Тогда условия (71), (73) равносильны неравенствам:

$$\frac{z_h-\sum_{k=1}^{l}f_{hk}^{zy}y_k}{\sum_{j=1}^{n}t_{hj}^{zx}d_j}\ge\frac{C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle}{\sum_{j=1}^{n}\left\langle e^0,t_j^{xb}\right\rangle d_j}, \tag{79}$$
$$h=1,2,...,u.$$

Система неравенств (79) эквивалентна системе:

$$(z_h-\sum_{k=1}^{l}f_{hk}^{zy}y_k)\sum_{j=1}^{n}\left\langle e_0,t_j^{xb}\right\rangle d_j\le$$
$$\le[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-$$
$$-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0 t_h^{zb}\right\rangle]\sum_{j=1}^{n}t_{ij}^{xb}d_j,h=1,2,...,u.$$

Или после образования:

$$\sum_{j=1}^{n}(z_h-\sum_{k=1}^{l}f_{hk}^{zy}y_k)\left\langle e_0,t_j^{xb}\right\rangle-[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-$$
$$-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle]t_{ij}^{xb})d_j\le 0,h=1,2,...,u.$$

Исключая переменную d_n из последних неравенств, получим эквивалентную систему:

$$\sum_{j=1}^{n-1}\{(z_h-\sum_{k=1}^{l}f_{hk}^{zy}y_k)\left\langle e_0,t_j^{xb}-t_n^{xb}\right\rangle-[C_0-$$
$$-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle](t_{ij}^{xb}-$$
$$-t_{nj}^{xb})\}d_j\le-(z_h-\sum_{k=1}^{l}f_{hk}^{zy}y_k)\left\langle e^0,t_n^{xb}\right\rangle+[C_0- \tag{80}$$
$$-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle]t_{nj}^{xb},h=$$
$$=1,2,...,u.$$

Предположим, что правая часть неравенств (72) неотрицательна:

$$\sum_{k=1}^{l}t_{ik}^{yb}y_k+\sum_{h=1}^{u}t_{ih}^{zb}z_h\le T_ib_i^0,i=1,2,...,m. \tag{81}$$

Тогда условия (72), (73) равносильны неравенствам:

$$\frac{T_ib_i^0-\sum_{k=1}^{l}t_{ik}^{yb}y_k-\sum_{h=1}^{u}t_{ih}^{zb}z_h}{\sum_{j=1}^{n}t_{ij}^{xb}d_j}\ge$$
$$\ge\frac{C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle}{\sum_{j=1}^{n}\left\langle e^0,t_j^{xb}\right\rangle d_j}, \tag{82}$$
$$i=1,2,...,m.$$

Система неравенств (82) эквивалентна системе:

$$(T_ib_i^0-\sum_{k=1}^{l}t_{ik}^{yb}y_k-\sum_{h=1}^{u}t_{ih}^{zb}z_h)\sum_{j=1}^{n}\left\langle e_0,t_j^{xb}\right\rangle d_j\le$$
$$\le[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle]\sum_{j=1}^{n}t_{ij}^{xb}d_j$$
$$i=1,2,...,m.$$

Или после образования:

$$\sum_{j=1}^{n}(T_ib_i^0-\sum_{k=1}^{l}t_{ik}^{yb}y_k)-\sum_{h=1}^{u}t_{ih}^{zb}z_h)\left\langle e_0,t_j^{xb}\right\rangle-$$
$$-[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle- \tag{83}$$
$$-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle]t_{ij}^{xb})d_j\le 0,i=1,2,...,m.$$

Исключая переменную d_n из неравенств (45) получим эквивалентную систему:

$$\sum_{j=1}^{n-1}\{(T_ib_i^0-\sum_{k=1}^{l}t_{ik}^{yb}y_k-\sum_{h=1}^{u}t_{ih}^{zb}z_h)\left\langle e_0,t_j^{xb}-t_n^{xb}\right\rangle-$$
$$-[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle](t_{ij}^{xb}-$$
$$-t_{nj}^{xb})\}d_j\le-(T_ib_i^0-\sum_{k=1}^{l}t_{ik}^{yb}y_k-\sum_{h=1}^{u}t_{ih}^{zb}z_h)\left\langle e^0,t_n^{xb}\right\rangle+ \tag{84}$$
$$+[C_0-v-\sum_{k=1}^{l}y_k\left\langle e^0,t_k^{yb}\right\rangle-\sum_{h=1}^{u}z_h\left\langle e^0,t_h^{zb}\right\rangle]t_{nj}^{xb},i=$$
$$=1,2,...,m.$$

Критерий (69) имеет вид:

$$w=\frac{p_n-\left\langle e^0,t_n\right\rangle}{\left\langle e,n_n^0\right\rangle}+$$
$$+\sum_{j=1}^{n-1}d_j\left[\frac{p_j-\left\langle e^0,t_j\right\rangle}{\left\langle e,n_j^0\right\rangle}-\frac{p_n-\left\langle e^0,t_n\right\rangle}{\left\langle e,n_n^0\right\rangle}\right]\to max. \tag{85}$$

Линейную задачу (76), (77), (80), (84), (85) нахождения долей d_j выпуска инновационной продукции назовем общей моделью оптимизации структуры инновационных компаний ТП с учетом финансовых ресурсов ЯК.

3.1.2. Оптимизация по арендным ставкам УК и объемам услуг СК

Рассмотрим теперь задачу максимизации оптимального значения критерия $w^*=w^*(e^0,y,z)$ линейной задачи (76), (77), (80), (84), (85). Ограничения задачи делятся на ограничения (3) по e^0, ограничения (78), (81) по y,z и условия неотрицательности переменных.

Ограничения (3) по e^0 имеют вид (15):

$$G^j(e^0) = -\sum_{i=1}^{m} t_{ij} e_i^0 + p_j \ge 0,\ j = 1,2,...,n \tag{86}$$

и условиях неотрицательности тарифных ставок:

$e_i^0 \ge 0, i = 1,2,...,m$.

Обозначим через $E^0 = \left\{ e^0 \in E_+^m \middle| G(e^0) \ge 0 \right\}$ множество неотрицательных векторов e^0, удовлетворяющих ограничениям (49). Здесь $G(e^0) = \ = min_{j=1,...,n} G^j(e^0)$. Тогда функция $G(e^0)$ будет вогнутой, и ее субдифференциал определяется формулой [2, с. 491]:

$$\partial G(e^0) =$$
$$= \left\{ g \in E^m \middle| g = G^j_{e^0}(e^0),\ j \in Arg \min_{j=1,...,n} G^j(e^0) \right\}. \tag{87}$$

Ограничения (78), (81) по y, z имеют вид:

$$D^h(y,z) = -\sum_{k=1}^{l} f_{hk}^{zy} y_k + z_h \ge 0, h = 1,2,...,u \ , \tag{88}$$

и

$$D^{u+i}(y,z) = T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k - $$
$$-\sum_{h=1}^{u} t_{ih}^{zb} z_h \ge 0, i = 1,2,...,m \tag{89}$$

и условиях неотрицательности объемов услуг и финансовых ресурсов:

$y_k \ge 0, k = 1,2,...,l;$

$z_h \ge 0, h = 1,2,...,u.$

Обозначим через $S = \left\{ (y,z) \in E_+^{l+u} \middle| D(y,z) \ge 0 \right\}$ множество неотрицательных векторов (y,z), удовлетворяющих ограничениям (88), (89). Здесь $D(y,z) = min_{k=1,...,l+u} D^i(y,z)$. Тогда функция $D(e,z)$ будет вогнутой, и ее субдифферециал определяется формулой [2, с. 491]:

$$\partial D(y,z) =$$
$$= \left\{ s \in E^{+ul} \middle| s = D^i_{(y,z)}(y,z), i \in Arg \min_{i=1,...,l+u} D^i(y,z) \right\}. \tag{90}$$

Переходя от задачи (42), (43), (47), (48) к двойственной задаче, получим задачу:

$$F^0(e^0,y,z,q,p,r) = \frac{p_n - \langle e^0, t_n \rangle}{\langle e, n_n^0 \rangle} + q_0 + \sum_{i=1}^{m} q_i$$
$$\{-(T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k - \sum_{h=1}^{u} t_{ih}^{zb} z_h) \langle e^0, t_n^{xb} \rangle + [C_0 - v -$$
$$-\sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle - -\sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t_h^{zb} \rangle] t_{nj}^{xb} \} + \sum_{h=1}^{u} r_h \{ -$$
$$-(z_h - \sum_{k=1}^{l} f_{hk}^{zy} y_k \langle e^0, t_n^{xb} \rangle + [C_0 - v - \tag{91}$$
$$-\sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle - \sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t_h^{zb} \rangle] t_{nj}^{xb} \} +$$
$$+\sum_{k=1}^{l} p_k \{ -y_k \langle e^0, t_n^{xb} \rangle + [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle -$$
$$-\sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t_h^{zb} \rangle] a_{kn}^{xy} \} \to min.$$

При ограничениях

$$F^j(e^0,y,z,q,p,r) =$$
$$= \sum_{k=1}^{l} \{ y_k \langle e^0, t_j^{xb} - t_n^{xb} \rangle - \{ C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle - \sum_{p=1}^{г} z_h \langle e^0, t_h^{zb} \rangle \}$$
$$(a_{kj}^{xy} - a_{kn}^{xy}) \} p_k + q_0 + \sum_{i=1}^{m} \{ (T_i b_i^0 - \sum_{k=1}^{l} t_{ik}^{yb} y_k - \sum_{h=1}^{u} t_{ih}^{zb}) \langle e_0, t_j^{xb} - t_n^{xb} \rangle -$$
$$-[C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle - \sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t_h^{zb} \rangle] (t_{ij}^{xb} - t_{nj}^{xb}) \} q_i +$$
$$+\sum_{h=1}^{u} \{ (z_h - \sum_{k=1}^{l} f_{hk}^{zy} y_k) \langle e^0, t_j^{xb} - t_n^{xb} \rangle - [C_0 - v - \sum_{k=1}^{l} y_k \langle e^0, t_k^{yb} \rangle -$$
$$-\sum_{h=1}^{u} z_h \langle e^0, t_h^{zb} \rangle] (t_{ij}^{xb} - t_{nj}^{xb}) \} r_h + - \frac{p_j - \langle e^0, t_j^{xb} \rangle}{\langle e, n_j^0 \rangle} +$$
$$+ \frac{p_n - \langle e^0, t_n^{xb} \rangle}{\langle t, n_n^0 \rangle} \ge 0, j = 1,2,...,n-1.$$

и условия неотрицательности двойственных переменных:

$$F^{n+i}(e^0,y,z,q,p,r) = q_i \ge 0, i = 0,1,2,...,m;$$
$$F^{n+m+k}(e^0,y,z,q,p,r) = p_k \ge 0, k = 1,2,...,l;$$
$$F^{n+m+l+h}(e^0,y,z,q,p,r) = r_h \ge 0, h = 1,2,...,u.$$

Обозначим:

$$W(e'^0,y,z) =$$
$$= \left\{ \begin{array}{l} (q,p,r) \in E_{u+l+m+1} \middle| F^j(e^0,y,z,q,p,r) \ge \\ \ge 0;\ j = 1,2,...,n+m+l+u \end{array} \right\}.$$

Рассмотрим максиминную задачу:

$$f(e^0,y,z) =$$
$$= \min_{(q,p,r) \in W(e^0,y,z)} F^0(e^0,y,z,q,p,r) \to \max_{(e^0,y,z) \in E^0 \times S} . \tag{92}$$

Максиминную задачу (92) назовем общей моделью оптимизации тарифов и услуг технопарка с учетом финансовых ресурсов ЯК.

3.2. Дифференциальные свойства внутренней функции минимума и метод квазиградиентного подъема для решения задачи (92)

Эти вопросы исследуются аналогично тому, как это было сделано в предыдущем разделе по схеме, предложенной при доказательстве теоремы 2 в работе [2, с. 499].

ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Проведенные исследования линейной модели технопарка позволяют утверждать, что задача определения структуры инновационных компаний может быть поставлена как задача линейного программирования. Переменными задачи служат доли выпуска в общем объеме инновационной продукции ТП. Ограничения задачи задаются технологической матрицей с элементами, нелинейно зависящими от параметров ТП, к которым можно отнести арендные ставки УК, объемы услуг СК и объемы финансовых ресурсов Я). УК может впрямую определять арендные ставки и косвенно влиять на объемы услуг СК и объемы финансовых ресурсов ЯК путем заключения или не заключения соответствующих договоров аренды. Таким же образом УК может косвенно влиять на объемы инновационной продукции ИК и тем самым на доли выпуска в общем объеме инновационной продукции ТП, характеризующую структуру ИК. Это связано с тем, что в ТП действуют много сравнительно небольших ИК и СК. Что касается брендовых ЯК, то их может быть сравнительно немного, и предположение о возможности косвенного влияния на объемы финансовых ресурсов ЯК зиждется на их взаимодействии с УК компанией в отношении предоставления финансовых ресурсов, например, УК кредитует ЯК, которые кредитуют ИК и СК, беря на себя их специфические риски. Эти отношения могут найти оформление в виде создания соответствующих корпоративных форм с участием УК и ЯК. В этом случае УК получает возможность впрямую влиять на кредитную политику в отношении ИК и СК.

При сделанных предположениях задача оптимизации тарифных ставок УК, объемов услуг СК и объемов предоставления финансовых ресурсов ЯК может быть поставлена как максиминная задача. Эта возможность возникает в связи с тем, что внутренняя задача определения структуры ИК может быть поставлена как задача линейного программирования, которая допускает двойственную постановку. Дифференциальные свойства внутренней функции минимума и метод квазиградиентного подъема для решения полученной максиминной задачи исследуются по схеме, предложенной при доказательстве теоремы 2 в работе [2, с. 499], что позволяет замкнуть предлагаемую модель и перевести вопросы оптимизации структуры ТП в практическую плоскость.

Литература

1. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций [Текст] / Ю.Б. Гермейер. – М. : Наука, 1971.
2. Завриев С.К. Метод стохастического обобщенного градиента для решения минимаксных задач со связанными переменными [Текст] / С.К. Завриев, А.Г. Перевозчиков // Ж-л вычислительной математики и математической физики. – 1990. – Т. 30 ; №4. – С. 491-500.
3. Клейнер Г.Б. Развитие теории систем и ее применение в корпоративном и стратегическом управлении [Текст] : препринт / Г.Б. Клейнер. – М. : ЦЭМИ РАН, 2010. – 59 с.
4. Лесик И.А. Определение оптимальных объемов и цен реализации в линейной модели многопродуктовой монополии [Текст] / И.А. Лесик, А.Г. Перевозчиков // Экономика и математические методы. – 2016. – Т. 52 ; №1. – С. 140-148.
5. Макаров В.Л. Математическая теория экономической динамики и равновесия [Текст] / В.Л. Макаров, Ф.М. Рубинов. – М. : Наука, 1973.
6. Мальцева А.А. Предпосылки организации менеджмента технопарка с использованием методологии корпоративного управления [Текст] / А.А. Мальцева // Теория и практика институциональных преобразований в России : сб. науч. тр. – М. : ЦЭМИ РАН, 2011. – Вып. 20. – С. 138-141.
7. Мальцева А.А. Финансовое управление технопарковой структурой с использованием модели денежных потоков [Текст] / А.А. Мальцева // Финансовый менеджмент. – 2012. – №5. – С.23-33.
8. Мищенко А.В. Модели управления производственно-финансовой деятельностью предприятия в условиях привлечения заемного капитала [Текст] / А.В. Мищенко, О.А. Артеменко // Финансовая аналитика. – 2012. – №42. – С. 2-13.

Ключевые слова

Линейная модель технопарка; доли объемов производства инновационных компаний; объемы реализации услуг управляющей компании; общие ограничения на ресурсы технопарка; оптимальная стратегия.

Перевозчиков Александр Геннадьевич

Лесик Александра Ильинична

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается задача определения оптимальной структуры инновационных компаний и объемов реализации услуг сервисными компаниями технопарка, максимизирующих средневзвешенную плотность выхода инновационных компаний в линейной модели технопарка. Новым является разделение денежного потока от операционной деятельности технопарковой компании на поток от реализации товаров инновационных компаний, продажи услуг сервисных компаний и поток от аренды управляющей компании технопарка, рассматриваемого как финансовая группа. Предлагается алгоритм определения оптимальных долей выпуска инновационной продукции, объемов реализации услуг и арендных ставок, максимизирующих средневзвешенную плотность выхода инновационных компаний.

В методологическом смысле работа следует общей парадигме развития теории систем и ее применения в корпоративном и стратегическом управлении применительно к развитию технопарковых структур. Как и в линейной модели многопродуктовой монополии, изученной в предыдущей работе авторов, решение задачи осуществляется в два этапа: оптимизация по долям выпуска инвестиционных компаний при фиксированных объемах реализации сервисных компаний и арендных ставках управляющей компании, и оптимизация по объемам реализации услуг и арендным ставкам. Критерий на втором уровне получается в результате решения задачи линейного программирования оптимизации критерия на первом уровне в двойственной форме с коэффициентами, зависящими от внешних переменных, что и приводит в итоге к максиминной форме задачи со связанными переменными, для решения которой разработаны эффективные алгоритмы.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья А.Г. Перевозчикова, А.И. Лесик может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н., профессор кафедры «Бухгалтерский учет, анализ и финансы», проректор по научной работе Тверской государственной сельскохозяйственной академии, г. Тверь.

Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ