БАНКОВСКИЙ АУДИТ

БАНКОВСКИЙ ПОРТФЕЛЬ: ОЦЕНКА РИСКА, УПРАВЛЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ ОПЦИОНОВ

Щукин Д.Ф., к.э.н.

Московский физико-технический институт

Введение

Современная тенденция развития национальных и интернациональных финансовых систем заключается в глобализации финансов и финансового риска. На состояние рынков оказывает влияние все большее число факторов, что приводит к увеличению частоты неожиданных изменений на рынках и усложнению проблемы оценки и управления рисками, существующими при работе на финансовых рынках.

В последнее десятилетие широко применяется в качестве оценки риска величина Value at Risk (VaR). Так, с 1998 г. международные регулирующие банковские организации рассчитывают требования к капиталу банков на основе величины VaR банковского портфеля. Создано множество моделей оценки риска на основе VaR, нашедших успешное применение в банках, финансовых компаниях, регулирующих организациях. Однако, серия кризисов на мировых финансовых рынках в 1997-1998 годах выявила недостатки существующих моделей оценки риска. В частности, отсутствие учета моделями ликвидности рынков привело к неадекватной оценке риска портфелей в кризисной ситуации и, как следствие, многие финансовые институты понесли крупные убытки. В связи с этим актуальной является проблема корректной оценки риска портфеля на основе VaR с учетом ликвидности рынков.

Из-за относительной новизны использования в качестве меры риска портфеля величины VaR и увеличения числа инструментов, которые можно использовать для управления риском, вопросы управления риском, как управления величиной VaR, на сегодняшний день недостаточно хорошо исследованы.

В условиях возросшей сложности мировой финансовой системы особую роль при управлении рисками приобретают рынки производных инструментов, как эффективный механизм распределения риска между агентами экономики. Тенденция увеличения неожиданных изменений на рынках делает привлекательным использование опционов в качестве инструмента управления риском, поэтому актуальной является проблема эффективного управления риском на основе VaR с помощью опционов.

Цель данного исследования заключается в изучении с системных позиций проблемы корректной оценки рыночного риска на основе VaR и роли рынка опционов при управлении риском, разработке соответствующих методов и моделей.

Эта цель конкретизируется в следующих задачах:

- проведение системного анализа рисков, существующих при работе на финансовых рынках, и моделей оценки риска на основе величины VaR, современного состояния рынка производных инструментов и функций рынка опционов в экономике;
- рассмотрение задач использования опционов в качестве инструмента управления риском при операциях хеджирования и активных операциях на основе прогноза развития ситуации на рынке, обоснование на этой основе эффективности применения опционов по сравнению с другими производными инструментами;
- оценка ликвидности рынка и её влияния на величину VaR портфеля;
- постановка проблемы оценки стоимости опционов и построение модели оценки стоимости опционов в случае ожидаемого кризиса на рынке.

1. ФИНАНСОВЫЙ РЫНОК И РИСК

1.1. Тенденции развития финансового рынка

Современный финансовый рынок начал формироваться в начале семидесятых годов, когда произошли сразу несколько событий, повлиявших на мировую финансовую систему:

- Крах в 1973 году механизма фиксированного обменного курса валют ведущих развитых стран, установленного Бреттон-Вудсскими соглашениями 1944 года, и переход к плавающим обменным курсам. Это привело, с одной стороны, к необходимости для участников экономики учитывать и управлять валютными рисками, с другой стороны к необходимости активных действий со стороны центральных банков для контроля и управления курсом национальной валюты;
- Отказ США в 1971 году от поддержания цены золота на фиксированном уровне, приведший к десятикратному росту цен на рынке драгоценных металлов;
- Мировой нефтяной кризис, вызвавший резкий рост цен на нефть и приведший к перераспределению потоков мирового капитала;
- Кредитный кризис, связанный с займами развивающимся странам, повлекший кризис мировой банковской системы и сделавший актуальным вопрос о размещении банковских активов.

В результате финансовый рынок стал более изменчивым и непредсказуемым, что дало толчок к развитию сложных финансовых инструментов и сложных финансовых стратегий.

Основная тенденция развития современного финансового рынка заключается в усилении международной интеграции финансовых рынков.

Так, согласно отчету Международного Валютного Фонда за 1998 г. [64] "структурные изменения, которые возникли в национальных и интернациональных финансовых системах в течение последних двух десятилетий, могут рассматриваться как часть сложного процесса, лучше всего описываемого как *глобализация финансов и финансового риска*". Этот вывод подтверждается отчетом Bank of International Settlement [6].

Основными индикаторами этого процесса, согласно отчету МВФ, были:

- увеличение технических возможностей оценки и перераспределения финансового риска,
- интеграция национальных финансовых рынков, инвесторов и заемщиков в один глобальный финансовый рынок,
- стирание различий между финансовыми институтами, их деятельностью и рынками, на которых они работают,
- возникновение глобальных банковских и финансовых конгломератов.

Основой усиления интеграции служат изменения в мировой экономике и технологическая революция в области обработки и передачи информации.

Экономические изменения заключаются:

- в увеличении открытости экономик стран для иностранных финансовых институтов. Например, согласно [99], в США работает свыше 700 иностранных банков, в Великобритании более 500. Большинство развивающихся стран также двигаются в направлении увеличения открытости внутренних рынков для иностранного капитала;
- в ослаблении регулирования финансового сектора как в развитых странах, так и в развивающихся, что привело к увеличению эффективности и прозрачности финансовой системы;
- в расширении финансовой системы за счет вхождения в мировую экономику стран Юго-Восточной Азии и Латинской Америки.

Технологические изменения, связанные с развитием информационных технологий, привели к доступности информации о ходе торгов на финансовых рынках в режиме реального времени в любой точке мира. Снизилась стоимость совершения сделок и стоимость взаимодействия между финансовыми институтами. Увеличилась оперативность в проведении и подтверждении трансакций, в переводе капитала между рынками.

Указанные изменения привели к тому, что:

- Происходит увеличение потока капитала между странами. И если рынки развитых стран уже относительно давно были связаны между собой потоками капитала, то в последнее десятилетие увеличивается поток капитала между развитыми странами и странами с развивающейся экономикой. Так, согласно [6], чистый приток капитала на развивающиеся рынки (emerging markets) вырос с нуля в 1989 г. до 307 миллиардов долларов в 1996 г., с последующим уменьшением до 150 миллиардов в 1997 г. и 1998 г.
- Финансовый рынок развивается за счет увеличения интенсивности операций между странами с развитой экономикой и за счет расширения географии финансового рынка из-за вхождения в мировую экономику стран Южной Америки, Юго-Восточной Азии и других. Возникают новые рынки, при этом темп роста новых рынков значительно превосходит темп роста устоявшихся рынков развитых стран.

В силу экономических и технологических изменений сегодня практически нет препятствий для быстрого перевода капитала в случае необходимости с одного рынка на другой. Подтверждением интеграции рынков является тот факт, что торговля одними и теми же ценными бумагами осуществляется в разных географических местах. Так, Нью-Йоркская фондовая биржа котировала акции 343 иностранных фирм в 1997 году. В результате интеграции рынков возникла конкуренция между торговыми площадками разных стран. Из-за конкурентной борьбы биржи и торговые системы постоянно внедряют технологические новшества, что влечет снижение стоимости совершения сделок для участников и увеличение мобильности совершения операций. В качестве примера укажем, что практически все ведущие биржи мира сегодня внедряют электронные системы торгов, для снижения затрат на совершение сделок и уменьшения времени, требуемого на совершение сделки.

Конкуренция послужила толчком и к созданию ряда новых финансовых инструментов, позволяющих получать участникам финансового рынка желаемую комбинацию требуемой доходности, риска и ликвидности.

В результате создания новых финансовых технологий стало возможным совершение определенных трансакций, эффективных по стоимости их проведения, что дало мощный толчок спроса на эти продукты.

Как следствие, для современного инвестора доступны любые торговые площадки разных стран, причем многие финансовые инструменты торгуются 24 часа в сутки. Инвестор оперативно и с низкими издержками может перемещать капитал между рынками. Стоимость затрат на совершение операций уменьшается, а оперативность получения необходимой информации и совершения операций увеличивается. При отсутствии требуемого инструмента на внутреннем рынке или при слишком высокой стоимости совершения сделки инвестор легко может провести необходимую операцию на каком-либо международном рынке. Поэтому идет увеличение числа институтов, ведущих торговые операции по всему миру. Интеграция финансовых систем в одну глобальную финансовую систему подтверждается все более диверсифицированными инвестиционными портфелями, ростом числа фирм, использующих иностранные источники для привлечения заемного капитала [64].

Сегодня внутренние показатели финансового рынка отдельной страны, такие как процентные ставки, ситуация на фондовом рынке, все сильнее зависят от состояния мировой экономической системы в целом, а не определяются только внутренними факторами.

Это привело к резкому росту объема торгов и объему финансового рынка (суммарному объему обязательств участников рынка). Так, согласно отчету BIS [7], средний дневной оборот валютного рынка достиг в середине 1998 года **полутора триллионов** долларов в день.

Таблица 1.1.1

ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗВИТИЯ ФИНАНСОВОГО РЫНКА

миллиардов долларов США

	1993	**1994**	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**	**Объем рынка на конец 1998**
Оценка изменений международного финансирования							
Общее чистое изменение объема международного финансирования	275.0	405.0	545.0	760.0	875.0	565.0	8,345.0
Основные черты выпуска международных долговых облигаций							
Общее чистый объем выпуска	188.7	253.6	263.1	537.3	573.3	677.7	4,316.1
Справка: Анонсированные выпуски	534.6	492.5	534.5	861.1	1,010.9	1,172.7	
Основные черты банковской деятельности							
Чистые международные банковские требования	200.0	190.0	330.0	420.0	465.0	115.0	5,485.0
Справка: синдицированные кредиты	279.4	477.1	697.7	900.9	1136.3	957.3	

Источник: 69-й годовой отчет Bank of International Settlement

Другим показателем служит объем трансакций в связанных системах, обеспечивающих прохождение платежей и поставку, который превышает **десять триллионов** долларов в день. Приведем данные о динамике развития финансового рынка с 1993 по 1998 год (табл. 1.1.1).

На сегодняшний день интенсивность торговых операций, объем отдельных сегментов финансового рынка достигли таких величин, что регулирующие организации выражают беспокойство о стабильности и устойчивости финансовой системы в целом.

По мере усложнения структуры финансового рынка происходит усложнение торговых стратегий, применяемых участниками рынка.

Используя возможности современных технологий обработки информации, участники на сегодняшний день применяют автоматизированные системы торговли, которые автоматически при возникновении соответствующей ситуации на рынках, совершают торговые операции. Так, согласно [64], происходит рост числа менеджеров по управлению активами, применяющих сложные стратегии, значительная часть которых фокусирует свою деятельность исключительно на выявлении и исследовании арбитражных возможностей по всему миру.

Другой тенденцией глобализации финансового рынка является процесс слияния и поглощения между финансовыми институтами, ведущий к созданию все более крупных финансовых организаций. Согласно [64] (там же можно найти объяснение причин этого процесса), недавнее предложение о слиянии двух швейцарских банков может привести к возникновению финансового института с активами, близкими к одному триллиону долларов. Причем, наряду с этим, существует тенденция, что рост фирм с большими активами превышает рост более маленьких фирм. Так в 1985 г. десять самых крупных институциональных инвесторов США управляли в совокупности более чем $969 миллиардами. Десятилетием позже они управляли активами, превышающими $2,4 триллиона.

Активы самого крупного институционального инвестора США в 1996 году превысили $900 миллиардов, что более чем в пять раз превышает показатель 1985 года. В то же время в 1995 году трехсотая компания по величине управляемых активов управляла $2,7 миллиардами, что лишь слегка превышает показатель 1985 года $2,4 миллиарда. Эти факты являются подтверждением *тенденции консолидации активов*.

Процесс консолидации активов сопровождается усилением конкуренции между финансовыми организациями в силу исчезновения различий между ранее сегментированными группами финансовых институтов и усилением конкуренции между ними. "Традиционные банковские институты трансформировались в новые компании по предоставлению финансового сервиса, стали заниматься новыми направлениями бизнеса …небанковские финансовые институты, такие как взаимные фонды, инвестиционные банки, пенсионные фонды, страховые компании, сейчас активно конкурируют с банками…в силу развития рынка капитала корпорации сегодня могут непосредственно получать финансирование посредством выпуска облигаций и акций, что уменьшает роль банков, как финансовых посредников"[64].

В целях повышения доходности своего капитала участники широко используют для своих операций заемные средства. Современный портфель инвестора может состоять из десятков тысяч инструментов различных рынков.

Все это увеличивает непредсказуемость реакции участников на резкое изменение ситуации на рынках.

Примером может служить годовой отчет BIS за 1998 г., объясняющий причины разрастания финансового кризиса после дефолта России в 1998 году: вплоть до моратория на выплату долгов, объявленного Россией 17 августа 1998 г. происходил рост объема выданных кредитов и выпущенных облигаций на международном кредитном рынке.

В отчете отмечаются следующие негативные стороны этого процесса:

- во-первых, использование кредитов в финансовых операциях подняло цены многих финансовых активов на нереалистичные уровни.
- во-вторых, значительная часть кредиторов демонстрировала приспосабливающееся поведение, что стало причиной резких смен потоков капитала. Так Мексика и Азия сначала столкнулись с массивным потоком капитала в страну, а затем пережили еще более сильный обратный отток. В то время как Азия впала в кризис, инвесторы не проявили никакого беспокойства относительно устойчивости развивающихся рынков, и потоки капитала в Латинскую Америку и Россию даже увеличились. Но как только Россия объявила мораторий на выплату долгов, направление потоков капитала полностью изменилось. Фактически всем развивающимся рынкам стал недоступен международный рынок кредитов. Корпорациям с недостаточно высоким кредитным рейтингом доступ к рынку также был закрыт.
- в-третьих, ряд событий после кризиса в России выявил потенциальную опасность резкого увеличения рынка кредитов, а именно эффект схлопывания финансовых рынков, на которых в значительной мере распространено использование заемных средств при операциях. Российский дефолт стал катализатором изменений правил игры для всех, кто использовал в своих операциях ту или иную форму залога.

В результате кризиса спред на рынке кредита резко увеличился, кроме этого исчезла ликвидность на многих вторичных рынках, усиливая движение процентных ставок. Как следствие, платежеспособность фирм, осуществлявших спекулятивные операции на узости спредов, оказалась под вопросом. Они столкнулись с необходимостью внесения дополнительных залоговых средств, но рынок кредита оказался недоступен, что привело к принудительной ликвидации позиций, которые казались очень прибыльными при обычных обстоятельствах. Данный процесс привел к распространению кризиса на рынки высоконадежных облигаций. Как следствие, оценки рыночного риска превысили допустимый уровень, приведя к всеобщим попыткам уменьшить воздействие риска, что только увеличило изменчивость и непредсказуемость рынков. Такие тенденции только усиливались, по мере того как все больше инвесторов осознавали, что их процедуры управления риском оказались неработоспособными и видели выход из ситуации в переводе активов в безопасные и ликвидные инструменты. В результате цены многих рынков демонстрировали внутридневную волатильность во много раз выше, чем при обычных условиях. Например, кросс курс доллар/йена вырос почти на 7% в один из дней октября 1998 г., по мере того как инвесторы с большим соотношением заемных средств в йенах были вынуждены ликвидировать свои позиции.

Обобщая вышесказанное, можно сделать вывод, что развитие современного финансового рынка характеризуется следующими тенденциями:

- происходит интеграция финансовых рынков, увеличение их объема и оборота операций на них, возникновение новых рынков за счет вхождения в него стран Азии и Латинской Америки;
- в силу конкуренции усложняются стратегии поведения участников финансовой системы;
- появляются новые сложные финансовые инструменты;
- капитал может беспрепятственно переводиться с одного рынка на другой в кратчайшие сроки;

- увеличивается взаимозависимость рынков, поэтому кризис на отдельно взятом рынке может иметь непредсказуемые последствия для всей финансовой системы;
- происходит процесс концентрации капитала, в результате состояние финансовых рынков все сильнее зависит от действий крупных участников.

В результате финансовый рынок стал более изменчив и подвержен влиянию существенно большего числа факторов, чем раньше. Это привело к увеличению частоты неожиданных изменений на рынках и делает актуальным вопрос контроля и управления риском, как для отдельного участника, так и для всей финансовой системы.

Так, в годовом отчете Bank of International Settlement за 1998 г. констатируется факт, что кризисы в Азии и России выявили неспособность существующих систем управления риском адекватно реагировать на стрессовые ситуации [6]. Причем для стран с развивающейся экономикой, рынки которых гораздо менее устойчивы, данная проблема стоит еще острее.

Понятие риск очень объемно и многогранно. В данной работе рассматриваются вопросы оценки и управления риском с позиции отдельного участника, и не рассматривается вопрос об общем риске финансовой системы.

Для конкретизации проблемы рассмотрим, с какими рисками сталкивается участник финансового рынка в своей деятельности.

1.2. Риски и методы их оценки

1.2.1. Виды рисков при финансовых операциях

Любая компания, работающая на финансовых рынках, подвергается воздействию риска. Общий риск, которому подвергается компания, состоит из нескольких составляющих. На сегодняшний момент регулирующие организации признают существование и необходимость в оценке, контроле и управлении следующих рисков: *рыночного риска, риска ликвидности, кредитного риска, операционного риска*.

Все остальные, встречающиеся в литературе виды риска, являются или частным случаем вышеуказанных видов или их комбинацией. Чаще других упоминаются такие виды риска как:

- *законодательный риск* (legal risks) — риск, связанный с тем, что контрагент по сделке не имел право ее совершать, или риск, что совершаемая сделка противоречит существующим правилам. Данный риск есть частный случай операционного риска;
- *риск поставки* (settlement risk) — риск, связанный с тем, что ожидаемые согласно условиям сделки выплаты не будут произведены в срок. Этот риск является комбинацией кредитного риска и операционного;
- *страновой риск* — риск, включающий в себя законодательный, политический, риск поставки и другие риски, связанные с проведением трансакций в конкретной стране, фактически является частным случаем кредитного риска;
- *системный риск* — риск разрушения финансовой системы в целом из-за лавинообразной цепочки невыполнения обязательств компаниями.

Рассмотрим подробнее указанные выше основные виды риска и существующие рекомендации по контролю над ними.

1.2.2. Операционный риск

Операционный риск — это риск финансовых потерь вследствие ошибок в системе управления компании, ошибок при проведении торговых операций. Устоявшегося точного определения этого понятия не существует, а встречающиеся определения отличаются в полноте и расстановке акцентов. Приведем одно из наиболее полных определений, которое предлагает International Organization of Securities Commissions (IOSCO) [65]:

“Операционный риск — это риск, состоящий в том, что несоответствующие операции при проведении финансовых сделок или функционирование систем управления приведут к финансовым потерям. Операционный риск включает риск потерь из-за ошибок при проведении внутренних операций компании, таких как превышение установленных лимитов при торговых операциях, несанкционированные торговые операции, обман со стороны служащих, неправильный учет операций, ошибки внутреннего аудита компании, неопытность персонала, сбои в компьютерной сети компании.”

The Basle Committee on Banking supervision инициировал в 1998 году работу по исследованию операционного риска. Согласно его отчету, управление этим риском становится важной задачей в практике управления риском на современном финансовом рынке, и все большее число финансовых институтов начинает осознавать необходимость управления этим риском [10].

Для оценки этого риска предлагается использовать вероятностные оценки потерь, основанные на предыдущем статистическом материале, однако основная проблема заключается в многогранности данного риска и отсутствии необходимого количества статистического материала.

На основании указанных отчетов можно сделать вывод, что проблема существования операционного риска по большей части является проблемой внутрикорпоративной культуры и относится к задачам управления организациями. До последнего времени этой проблеме просто не уделялось достаточного внимания, хотя масштаб и география финансовых операций компаний быстро увеличивались. В результате именно с операционным риском связано несколько крупных финансовых потерь последнего десятилетия, например, банкротство английского банка Barings. Можно предположить, что после того, как проблема операционного риска привлекла внимание ведущих регулирующих организаций финансового рынка и были выработаны рекомендации по контролю и управлению операционным риском, число потерь, связанных с данным видом риска, существенно сократится.

1.2.3. Кредитный риск

Кредитный риск (credit risk) связан с потерями, которые может понести компания из-за ненадлежащего исполнения обязательств контрагентом по финансовой сделке. Приведем определение, которое дает Basle Committee on Banking Supervision [11]:

“Кредитный риск наиболее просто определяется как возможность, что заемщик банка или контрагент не сможет выполнить свои обязательства в соответствии с заключенными соглашениями”.

Кредитный риск является основным риском, с которым сталкиваются банковские организации и финансовые институты, работающие на внебиржевых рынках. Регулирующие организации достаточно давно уделяют этому вопросу внимание, и на сегодняшний день выработаны требования по созданию резервного капитала для кредитного портфеля банковских организаций и финансовых компаний, рекомендации по управлению кредитным риском [11,13,95].

Основной проблемой является получение оценки величины кредитного риска.

Для определения величины кредитного риска надо знать ожидаемую стоимость замещения контракта, по которому может произойти отказ выполнения обязательств, и вероятность возникновения отказа. Стоимость замещения определяется обычно как текущая рыночная стоимость контракта эквивалентного контракту, по которому не выполнены или могут быть не выполнены обязательства [11]. Другой подход, который чаще используется для производных инструментов, состоит в оценке потенциальной стоимости контракта в момент его исполнения [36].

Сейчас существует несколько систем, помогающих оценить кредитный риск. Две системы оценки кредитного риска (согласно [64]) получили наиболее широкое распространение: J.P. Morgan's CreditMetrics и Credit Suisse Financial Products CreditRisk+). Цель данных систем состоит в оценке распределения потерь портфеля из-за воздействия кредитного риска.

В модели CreditMetrics анализируется поведение отдельных активов, находится корреляция между ними и строится распределение потерь для всего портфеля. Модель CreditRisk+ изучает отношение среднего числа отказов от выполнения обязательств компаниями с определенным кредитным рейтингом к общему числу компаний с таким рейтингом и волатильность данного отношения.

Основная проблема для обеих систем заключается в отсутствии необходимых данных. Многие цифры, характеризующие кредитный риск (например, число невозвращенных кредитов внутри одного банка), не раскрываются для публичного пользования или отсутствуют в необходимом для корректной оценки количестве (дефолт компаний с высоким кредитным рейтингом явление достаточно редкое).

Поскольку кредитный риск является основным риском для кредитных организаций, а они образуют ядро финансовой системы, то неправильная оценка и некорректные процедуры контроля кредитного риска могут привести к кризису всей финансовой системы. Подтверждением этого является мировой банковский кризис в начале восьмидесятых, связанный с задолженностью развивающихся стран. Его причина заключалась как раз в некорректной оценке банками кредитного риска.

1.2.4. Рыночный риск

Рыночный риск (market risk) — это риск возможных потерь или неполучения планируемой доходности компанией вследствие неблагоприятного изменения цен на рынках. Также в классических теориях управления портфелем этот риск называют *систематическим*. Причина существования рыночного риска заключается в неопределенности развития ситуации на финансовых рынках.

Этот вид риска является наиболее изученным и на сегодняшний день можно говорить о существовании общепринятого подхода к оценке рыночного риска. Данный подход основан на оценке риска с помощью величины *Value at Risk* (возможный русский эквивалент — оценка стоимости риска) и получил в последнее десятилетие широкое признание как среди участников финансового рынка, так и среди регулирующих органов. Так, с 1 января 1998 банки стран, входящих в группу G-10, должны резервировать определенную величину капитала для покрытия своего рыночного риска (подробнее в [12,64]), причем оценка рыночного риска производится на основе величины ***VaR***. Учитывая определяющее влияние центральных банков ведущих стран при выработке новых стандартов, можно заключить, что использование величины ***VaR*** становится стандартом при оценке рыночного риска. На сегодняшний момент концепция оценки риска на основе ***VaR*** хорошо разработана, существует множество моделей оценки риска на основе ***VaR***, и дальнейшее усложнение систем оценки рыночного риска, согласно [64], вряд ли приведет к существенным изменениям в методах управления риском.

Сторонники оценки риска как оценки величины ***VaR*** верят, что она заменит менее стандартизированные техники, и, как результат, можно надеяться, что регулирующие органы, аудиторы, акционеры и менеджеры наконец заговорят на общем языке по отношению к риску.

Учитывая вышесказанное и слабую известность данного подхода в России, рассмотрим более подробно его суть, достоинства и недостатки.

Определение и причины создания моделей *VaR*

С ростом объема финансового рынка и расширением его географии структура портфелей финансовых институтов также усложнялась. Современный портфель может состоять из десятков тысяч финансовых инструментов. На изменение стоимости современного портфеля влияет сегодня гораздо большее число факторов, чем раньше.

Для большинства конкретных сегментов финансового рынка существуют соответствующие эффективные методы оценки риска работы на них.

Так, для рынка облигаций основной риск связан с изменением процентных ставок. Данный риск вполне успешно измеряется дюрацией портфеля. Более сложные способы измерения риска состоят в изучении поведения структуры процентных ставок.

Для оценки риска при работе на кредитном рынке можно использовать системы кредитных рейтингов.

Для фондового рынка риск можно измерять с помощью беты актива.

На рынке производных инструментов риск может быть измерен с помощью различных коэффициентов зависимости стоимости производного инструмента от стоимости базового актива, таких как дельта, гамма.

Такие методы оценки риска, хорошо работающие на конкретных рынках, не учитывают взаимозависимость рынков, и их совместное применение не может правильно оценить общий рыночный риск портфеля. Поэтому с усложнением структуры портфеля появилась необходимость в оценке риска всего финансового портфеля.

Казалось бы, что современная теория управления финансовым портфелем дает ответ, что считать риском и как его измерить. Под риском, согласно теории, следует понимать стандартное отклонение портфеля. Но на практике применение в качестве оценки риска стандартного отклонения имеет следующие недостатки.

Во-первых, как правило, лица, принимающие решения по управлению портфелем, предпочитают получать информацию о риске в виде величины реальных денежных потерь, а не в форме стандартного отклонения.

Во-вторых, стандартное отклонение учитывает как благоприятные изменения стоимости портфеля, так и неблагоприятные. Но современный портфель имеет в своем составе опционы и подобные опционам инструменты. Изменение стоимости таких портфелей относительно изменения рыночных цен является нелинейным. Это приводит к тому, что распределение изменения стоимости портфеля перестает быть симметричным, и стандартное отклонение приводит к некорректной оценке риска.

В результате альтернативные методы измерения и управления риском развивались параллельно с ростом финансовых рынков. Одним из таких методов стал метод измерения риска на основе величины Value at risk (VaR).

Концепция VaR была разработана, чтобы с помощью единственного числа отобразить информацию о риске портфеля.

Концепция VaR очень проста:

VaR — это величина потерь, такая, что потери в стоимости портфеля с заданной вероятностью не превысят этой величины за определенный период времени.

Согласно определению, для вычисления VaR требуется задать два параметра: интервал времени, для которого надо получить оценку риска портфеля и величину вероятности — уровень достоверности.

Если стандартное отклонение, как мера риска, определяет "ширину" плотности распределения доходности портфеля, то VaR определяет конкретное значение доходности, соответствующее заданному весу "хвоста" распределения.

Как правило, интервал времени, для которого вычисляется значение VaR, составляет от одного до десяти дней, а уровень достоверности равен 99% или 95%.

Например, значение VaR =$1 млн. для одного дня с уровнем достоверности 95% означает, что ожидаемые однодневные потери в стоимости портфеля в 95% случаев не должны превысить $1 млн. долларов. А значение VaR =$5 млн. для недельного интервала и уровня достоверности 95% означает, что ожидаемые потери в стоимости портфеля за неделю в 95% случаев не должны превысить $5 млн. (см. рис. 1).

Популярность моделей VaR состоит в их простоте и способности агрегировать различные рыночные риски, которым подвергается компания, в одно число, которое является хорошим индикатором общего уровня риска. Но официальное признание оценка риска портфеля с помощью величины VaR получила после принятия ее регулирующими банковскими организациями в качестве инструмента при установлении требований к капиталу банка в зависимости от рыночного риска, которому подвергается банк.

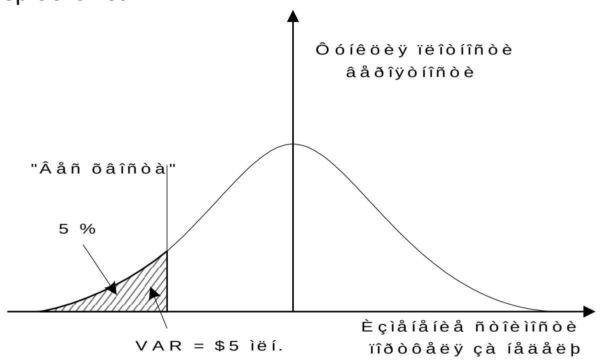

Рис. 1. Функция плотности вероятности риска

Так, регулирующие органы разрешают использовать банкам внутренние модели оценки VaR, устанавливая только временной горизонт и уровень достоверности, для которых оценивается VaR. Так, BIS установил временной интервал равным 10 рабочим дням (две календарные недели), а уровень достоверности равным 99%.

Требования к капиталу банка для покрытия рыночного риска (Market Risk Capital — MRC) в момент времени t устанавливается как произведение соответствующего коэффициента S на большее из двух значений: текущее значение VaR (10, 1) или среднее значение VaR за предыдущие 60 дней:

$$MRC_t = S_t \max\left[\frac{1}{60}\sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}(10,1), VaR_t(10,1)\right] + S_t R_t ,$$

где $VaR_t(10,1)$ означает оценку риска для интервала времени 10 дней и уровня достоверности 99%,

S_t является коэффициентом, устанавливаемым регулирующими органами,

SR_t являются дополнительными требованиями к капиталу для портфелей со специфичным риском.

Коэффициент S_t связывает размер резервируемого капитала с точностью VaR модели.

Так Bank of International Settlement [14] устанавливает величину S_t в зависимости от точности банковской модели вычисления однодневного VaR для уровня достоверности 99%: VaR (1,1). Банковские институты должны сравнивать полученную оценку VaR (1,1) с фактически полученным на следующий день изменением стоимости портфеля.

Значение S_t зависит от того, сколько раз за последние 250 торговых дней дневные потери превосходили соответствующие оценки VaR.

Существует три зоны для числа нарушений.

Внутри зеленой зоны (четыре и меньше нарушений), модель VaR считают адекватной и S_t равен 3. Внутри желтой зоны (от пяти до девяти нарушений) S_t меняется в зависимости от числа нарушений от 3.4 до 3.85.

Внутри красной зоны (десять и более нарушений) VaR модель считается неадекватной и S_t равен 4. Банк должен также улучшить в этом случае свою систему измерения и управления риском.

Методы оценки VaR

Для вычисления VaR, как следует из определения, необходимо знать состав портфеля, интервал времени для которого вычисляется VaR, и функцию распределения доходности текущего портфеля.

Получение информации о составе портфеля не является, как может показаться, примитивной задачей. Крупные компании, имеющие в своем портфеле тысячи инструментов, торгуемых на различных рынках, и ведущие активные торговые операции, сталкиваются с проблемой оперативного получения информации о текущей структуре портфеля.

Другая проблема состоит в выборе времени фиксации цен активов, образующих портфель. Торговые сессии на мировых рынках заканчиваются в разное время, это создает проблему: по каким ценам считать изменение стоимости портфеля? Обычно время фиксации выбирается как время закрытия торговли на рынке, где сосредоточены основные активы компании.

После того как определена структура портфеля и выбран желаемый интервал времени для подсчета риска, необходимо определить функцию распределения доходности портфеля. В этом заключается основная проблема. Хотя идея, лежащая в основе моделей *VaR* очень проста, осуществление ее на практике связано с серьезными трудностями.

Вычисление напрямую функции распределения доходности портфеля, состоящего из десятков тысяч финансовых инструментов, невозможно, так как для этого потребовалось бы собрать огромное количество (не всегда имеющихся) данных и провести еще более грандиозные вычисления параметров функции распределения. Так, для портфеля состоящего из одной тысячи инструментов потребовалось бы в случае применения аналитического метода (см. ниже) вычислить корреляционную матрицу размером 1000x1000.

Поэтому обычно для уменьшения размерности задачи выделяются основные рыночные факторы, влияющие на стоимость портфеля, и производится аппроксимация функции стоимости портфеля. Затем моделируется поведение выделенных рыночных факторов.

В зависимости от доли в портфеле инструментов с нелинейными функциями выплат проводят линейную (дельта методы) или квадратичную (дельта-гамма методы) аппроксимацию. Достаточно полный обзор существующих дельта и дельта-гамма моделей приведен в работе Pritzker, Matthew [80].

На сегодняшний момент можно выделить три основных подхода (согласно обзорной работе Zvi Wiener [100]) в определении функции распределения доходности портфеля: исторический метод, аналитический (вариационно-ковариационный) и метод Монте-Карло симуляции.

Исторический метод

Исторический метод заключается в построении гистограммы доходности портфеля на основе реальных исторических данных изменения цен на рынках.

Наиболее широко используемый метод симуляции использует прошлые движения рыночных цен для вычисления гипотетического распределения доходности портфеля. Доходности рыночных факторов наблюдаются за некоторый прошлый период и применяются к портфелю для определения серии изменений в стоимости портфеля, которые произошли, если бы текущий портфель держался без изменения весь этот период. Строится гистограмма доходности портфеля, и *VaR* определяется как доходность портфеля, соответствующая заданному уровню достоверности. Используя реальные движения цен, исторический подход берет в расчет реальную форму распределения стоимости портфеля, поэтому данный метод свободен от предположений о виде распределения рыночных факторов.

Как известно, реальное распределение цен довольно часто обладает несимметрией и имеет более толстые “хвосты”, чем нормальное распределение. Особенно это утверждение справедливо для развивающихся рынков, которые чаще подвержены резким изменениям, что приводит к утяжелению “хвостов” распределения. Поэтому исторический метод обладает преимуществом перед другими методами при применении на развивающихся рынках. Другим преимуществом этого метода является его простота. Хотя простота влечет наличие определенных недостатков.

Принципиальный недостаток метода состоит в том, что “хвосты” распределения сложно оценить точно без большого количества исторических данных. Кроме того, оценка возможных изменений стоимости портфеля ограничена набором имеющихся исторических изменений. Включение слишком старых данных для увеличения количества исходной информации приводит к тому, что оценка риска не отражает текущее состояние рынка.

Другая проблема состоит в том, что цены активов часто проявляют трендовое поведение на определенных временных интервалах, что приводит к несимметрии гистограммы. Одно из решений этой проблемы заключается в наложении симметрии на распределение стоимости портфеля, путем удвоения количества исходной информации с помощью смены знака у имеющихся данных доходностей портфеля.

Для решения проблемы отсутствия необходимого количества данных для корректной оценки хвостов распределения применяют следующий прием: на основе имеющихся исторических данных строится гистограмма доходности портфеля. Затем, с помощью статистических методов, находится аналитическая функция распределения, лучше всего описывающая имеющиеся данные. После этого, с использованием найденной функции распределения, вычисляется величина *VaR* . Так в работе Butler и Schachter эмпирическое распределение оценивается с помощью непараметрического метода, известного как Gaussian kernel [26].

Подчеркнем еще раз, что основным достоинством исторического метода является отсутствие каких-либо предположений о виде распределения рыночных факторов, а вычисления проводятся на основе реального исторического распределения.

Аналитический метод

Этот метод предполагает явное аналитическое задание функции распределения для доходности рыночных факторов. Затем производится оценка, как правило, на основе исторических данных, параметров совместного распределения этих факторов, и на основе полученной функции распределения вычисляется величина *VaR* . Чаще всего предполагается, что доходности рыночных факторов распределены по нормальному закону. Тогда основной задачей становится вычисление матрицы ковариаций между доходностями рыночных факторов.

Пусть R_t — вектор доходности рыночных факторов в момент t. Пусть Σ_t представляет матрицу ковариаций между доходностями рыночных факторов. Обычно предполагается, что математическое ожидание доходности рыночных факторов равно нулю.

Существует несколько подходов при определении элементов матрицы ковариаций.

Первый подход основан на использовании предыдущих значений доходностей рыночных факторов за определенный исторический период. Предполагается, что значения вариаций доходностей и ковариаций между ними являются постоянными и не меняющимися со временем. Все исторические данные, независимо от их давности, имеют одинаковый вес при расчете элементов матрицы ковариаций. И элементы матрицы оцениваются как среднее арифметическое за некоторый интервал времени T на основе исторических данных:

$$\Sigma_{t+1} = \frac{1}{T}\sum_{s=0}^{T-1} R_{t-s} R'_{t-s}$$

Данный подход имеет недостаток в том, что свежие и старые данные имеют одинаковое влияние. Для устранения этого недостатка применяют метод экспоненциального сглаживания.

Этот метод приписывает больший вес недавним данным при вычислении элементов матрицы. Данный метод получил широкое распространение после опубликования компанией J.P.Morgan своей модели оценки VaR, известной под названием RiskMetrics™. Описание данного метода можно найти в технических документах компании J.P.Morgan, например в “Introduction to RiskMetrics ™” за 1995 год. Преимущество этого метода в том, что для большинства рыночных факторов все необходимые параметры нормального распределения известны. Так, J.P.Morgan’s RiskMetrics™ является отличным источником таких данных. Они распространяются бесплатно и доступны через Интернет.

Этот метод реагирует быстрее на изменения корреляции между рынками, чем предыдущий, однако больший вес недавних данных уменьшает размер эффективной выборки. Формула для оценки элементов матрицы, при использовании этого метода, имеет вид:

$$\Sigma_{t+1} = (1-\lambda)\sum_{s=0}^{T-1} \lambda^{s-1} R_{t-s} R'_{t-s},$$

где $0<\lambda<1$.

Обычно λ находится в диапазоне от 0.9 до 0.99.

К сожалению, оценка коэффициентов ковариаций на основе предыдущих двух методов хорошо работает только в условиях стационарной ситуации на рынках, когда данные коэффициенты остаются более или менее постоянными. Однако при резком изменении связей между рынками в случае возникновения экстремальных условий данные методы с большим опозданием прореагируют на произошедшие изменения.

Хотя экспоненциальные модели и захватывают кластерность в поведении волатильности, лучше всего она описывается моделями GARCH (generalized autoregressive conditional heteroscedasticy), предложенными Bollerslev [21]. Эти модели учитывают как среднее историческое поведение волатильности, так и последнее ее значение. Существует множество разновидностей таких моделей. Наиболее простая из них имеет вид:

$$\sigma^2_{t+1} = \omega + \alpha R_t^2 + \beta\sigma_t^2,$$

где параметры α, β, ω определяются с помощью методов наибольшего правдоподобия.

Подробное рассмотрение GARCH моделей можно найти в работе James Engel, Marianne Gizycki [40].

Общий недостаток моделей GARCH состоит в том, что число параметров, которые надо оценить в такой модели резко растет с ростом числа факторов риска и их вычисление становиться затруднительным.

Аналитические методы позволяют быстро получать оценку VaR. Но качество оценки ухудшается при увеличении в портфеле доли инструментов с нелинейными функциями выплат. Ограниченность аналитического метода состоит в необходимости делать предположение о виде распределения рыночных факторов. Поскольку реальное распределение отличается от нормального, это приводит к существованию ошибки в оценке риска.

Метод Монте-Карло

Данный метод заключается в моделировании возможных изменений стоимости портфеля при некоторых предположениях.

Описанные выше методы выводили оценку VaR, используя исторические наблюдаемые данные. Метод Монте-Карло сначала требует задания явной статистической модели, а затем использует математические техники для генерации большого числа возможных доходностей портфеля.

Метод Монте-Карло позволяет принимать в расчет события, которые могли и не наблюдаться за имеющийся исторический период, но которые, в принципе, могут возникнуть. Именно способность генерировать более широкое множество событий, чем множество, задаваемое историческими данными, является одним из главных преимуществ этого метода.

Для осуществления данного метода сначала должна быть выбрана статистическая модель, описывающая доходности рыночных факторов. Как правило, делается предположение о нормальном распределении, и с помощью аналитических методов оцениваются соответствующие параметры распределения портфеля. Встречаются модели [40], когда распределение портфеля рассматривается как сумма нескольких нормальных распределений с разными параметрами (обычно, это делается с целью корректного описания хвостов распределения).

После этого симулируется большое число возможных сценариев развития ситуации, и изменение портфеля считается для каждого результата симуляции. Далее строится гистограмма, полученных данных и определяется значение VaR.

Этот метод имеет несколько серьезных преимуществ. Он не использует конкретную модель определения параметров и может быть легко перенастроен в соответствие с экономическим прогнозом. Точность результатов можно улучшить, увеличив число симуляций. Метод симулирует не конечную стоимость портфеля, а целый сценарий развития ситуации, что позволяет отслеживать изменение стоимости портфеля в зависимости от развития ситуации.

Недостаток метода — его медленная сходимость, что приводит к существенным временным и вычислительным затратам.

Конкретные модели оценки VaR основаны на использовании одного из перечисленных методов или на их комбинации. Разные модели обладают разной степенью точности и временем, затрачиваемым на вычисления. Сравнение эффективности, аккуратности и скорости вычисления VaR различных моделей было предметом всестороннего сравнения во многих работах. Например, в работах Beder (1995), Hendricks (1995),Jackson, Maude, and Perraudin (1995) [66], Jordan and Mackay (1995) [67].

В работе Pritzker (1995) сравнивается точность различных моделей и время, которое они затрачивают для получения оценки величины VaR [80].

В работе William Fallon производится сравнение различных моделей VaR, использующих аппроксимацию первого и второго порядка [42].

Christopher Marshall, Michael Siegel провели сравнение, как отличаются результаты оценки VaR для модели RiskMetrics ™, полученные различными компьютерными системами [74].

Hendricks изучил 12 различных моделей оценки VaR и нашел, что стандартное отклонение от средней оценки находится между 10 и 15% [56].

Beder изучила 8 подходов вычисления VaR и обнаружила, что нижняя и верхняя оценки VaR для данного портфеля отличались в 6-14 раз в зависимости от структуры портфеля [15].

Таким образом, в зависимости от применяемого в модели метода аппроксимации и метода вычисления, значения *VaR* для одного и того же портфеля могут отличаться достаточно сильно.

Учитывая это, многие недавние работы посвящены изучению аккуратности моделей *VaR* и оценке величины ошибки в предсказании величины риска. Так работа Jose A. Lopez рассматривает три методологии оценки аккуратности моделей *VaR* [70].

Однако независимо от применяемого метода все модели *VaR* обладают общими недостатками.

Недостатки моделей *VaR*

Наиболее широко распространены модели, использующие предположение о нормальном распределении доходности рыночных факторов. Но движения рыночных цен не всегда имеют нормальное распределение, обычно реальное распределение имеет более “толстые хвосты” и более резкий пик. То есть на практике экстремальные движения цен происходят чаще, чем предполагается нормальным распределением. Это приводит к недооценке рыночного риска. Отдельные теоретические работы предлагают способы учета несимметричности (skewness) реального распределения и более тяжелых хвостов распределения (leptokurtosis), например [69].

Общий недостаток *VaR* заключается в том, что все модели *VaR* , независимо от применяемых методов вычисления, используют исторические данные. Но прошлое не всегда хорошая аппроксимация будущего. Модели не могут адекватно захватить событийный риск, возникающий при исключительных рыночных обстоятельствах. И если условия на рынке резко меняются, (например, скачкообразно изменяется волатильность рынка, или изменяется корреляция между активами), то модель оценки *VaR* учтет эти изменения только через определенный промежуток времени. А до этого оценка *VaR* будет некорректна.

Оценки *VaR* обычно основаны на использование цен закрытия и, как правило, не принимают в расчет внутридневный риск.

Для оценки *VaR* используется та или иная модель, а это означает наличие *модельного* риска в расчетах. Поэтому периодическая проверка адекватности применяемой модели необходима.

VaR измеряет величину потерь в денежном эквиваленте. Поэтому если в портфеле имеются инструменты, номинированные в разных валютах, то существует проблема пересчета их стоимости в валюте, в которой оценивается величина потерь.

VaR оценивает вероятность возникновения потерь больше определенного уровня, то есть оценивает “вес хвоста” распределения, но ничего не говорит о том, насколько велики могут быть эти потери. Поэтому дополнительно к *VaR* рекомендуется изучать поведение портфеля в стрессовых ситуациях, чтобы оценить “длину хвоста” распределения. Построение модели *VaR* , учитывающей экстремальные движения на рынке можно найти в работе Alexander J. McNeil [75].

Все эти факторы приводят к тому, что *VaR* хорошо работает в случае стабильного состояния на рынках, и перестает адекватно отображать величину риска, если на рынках происходят драматические изменения.

Надо помнить, что *VaR* лишь один из инструментов при управлении риском, а не панацея от всех проблем.

1.2.5. Риск ликвидности

Риск ликвидности (Liquidity risk) связан с потерями, которые может понести компания из-за недостаточной ликвидности рынка.

Этот вид риска привлек внимание регулирующих органов и академических институтов относительно недавно в результате роста объема динамичных торговых стратегий, роста рынка производных инструментов. В последнее время еще одним толчком к исследованию вопроса ликвидности послужили кризисы на финансовых рынках в 1997-1998 годах, когда вопрос ликвидности вышел неожиданно на первый план.

В 1994 году Bank for International Settlements (BIS) опубликовал рекомендацию по работе с производными финансовыми инструментами “Risk management guidelines for derivatives” [17], в которой впервые явно указана необходимость учитывать риск ликвидности и предпринята попытка дать рекомендации по управлению этим риском. Так в указанной работе дается следующее определение риска ликвидности и рекомендации по контролю над ним:

“Риск ликвидности — риск, что институт не будет способен или не сможет легко ликвидировать какую-либо позицию на рынке по цене, близкой к рыночной, из-за неадекватной глубины рынка… Устанавливая лимиты на торговые операции институт должен осознавать размер, глубину и ликвидность каждого конкретного рынка и инструмента.

При создании систем контроля над риском, институт должен рассматривать вероятность, что он может потерять доступ на один или несколько рынков при ухудшении кредитного риска контрагента или в результате стрессовых условий на рынке. В этом случае институт может иметь меньше гибкости при управлении своим рыночным, кредитным риском”.

Однако никакой методологии оценки риска приведено не было.

В мае 1999г. BIS опубликовал отчет комитета “Committee on the Global Financial System” о проведенном годовом исследовании различных аспектов ликвидности рынка. В отчете обобщаются результаты исследования ликвидности рынка по следующим направлениям: определение и способы измерения ликвидности, динамика ликвидности, факторы, влияющие на ликвидность рынка.

Основной вывод, содержащийся в отчете, состоит в том, что до сих пор отсутствует четкое понимание понятия ликвидности и, соответственно, отсутствует общепринятая методология оценки риска ликвидности:

“Ликвидность рынка является неуловимым понятием. Тогда как большинство наблюдателей могут прийти к мнению, является ли рынок ликвидным или нет, очень сложно вывести точное определение ликвидности рынка. Это происходит в силу многогранности этого понятия. Определение обязательно меняется в зависимости от аспекта, который стремятся подчеркнуть”.

Наибольшее распространение, согласно указанному отчету, получило следующее определение ликвидности: под ликвидным рынком понимают рынок, на котором участники могут быстро совершить трансакцию большого объема с незначительным воздействием на текущий уровень цены.

На основе проведенных исследований были выделены следующие основные характеристики ликвидности: **вязкость**(tightness), **глубина** (depth) и **восстановление** рынка (resiliency).

Вязкость рынка показывает, как далеко отклоняется цена реальной сделки от средней рыночной цены (будем понимать под этим термином среднее значение между ценой спроса и предложения). Для измерения вязкости рынка используется величина рыночного спреда. Выделяют три вида спреда:

- *наблюдаемый* спред, то есть разница между лучшими ценами на покупку и продажу;
- *реализованный* спред, равный разнице между средневзвешенными ценами сделок за какой-то период времени, совершенных по цене спроса и сделок, совершенных по цене предложения;
- *эффективный* спред, определяемый для каждого участника рынка индивидуально и равный разнице между реальной ценой сделки и средней ценой рынка в момент сделки.

Глубина характеризует развитость рынка, его объем, число участников, интенсивность торговли. Для измерения глубины рынка используют количество и объем заявок на рынке на покупку и продажу. Косвенной характеристикой глубины рынка является отношение объема торговли активом за данный период времени к общему объему, находящемуся в обращении.

Восстановление рынка характеризуется временем, за которое исчезает флуктуация цены, вызванная совершением сделки, или временем, за которое устраняется дисбаланс между спросом и предложением. Адекватные методы измерения данной величины на сегодняшний день отсутствуют.

Можно предположить, что именно на использовании этих характеристик ликвидности будет в итоге создана методология оценки ликвидности рынка.

Основной проблемой при измерении указанных характеристик является получение необходимых данных. Для их сбора необходимо вести фактически непрерывный мониторинг рынка, что является само по себе трудновыполнимой задачей, решение которой под силу только организаторам торгов и участникам торговли, имеющим доступ к требуемой информации. Необходимые данные, как правило, отсутствуют в публичных отчетах о состоянии рынка.

Измерение ликвидности рынка важно потому, что ликвидность рынка напрямую влияет на величину риска ликвидности.

Определим величину риска ликвидности как разницу между средней рыночной ценой в момент совершения сделки и фактически реализованной ценой сделки.

То есть в качестве величины риска будем использовать величину эффективного спреда. Данная величина определяет стоимость проведения операций на рынке (без учета комиссионных).

В принципе, для оценки риска ликвидности компания могла бы применять такие же статистические методы, как и для оценки кредитного и рыночного риска, используя исторические данные.

Но, во-первых, как указывалось выше, необходимые данные не доступны для публичного пользования, и их получение связано с определенными техническими трудностями.

Во-вторых, стоимость проведения операции зависит от объема сделки. До тех пор, пока объем планируемой сделки не превышает объема лучшей заявки на покупку (продажу), стоимость постоянна и определяется величиной наблюдаемого спреда на рынке. Но, начиная с момента, когда объем сделки превышает объем лучшей заявки на рынке, стоимость операции начинает расти при увеличении объема операции. Это приводит к тому, что риск ликвидности кроме объективной, одинаковой для всех составляющей имеет еще субъективную составляющую, которая зависит от объема конкретной сделки.

А сбор исторических данных о зависимости стоимости проведения операции от её объема представляется непосильной задачей даже для крупных финансовых институтов. Поэтому с помощью исторических рыночных данных в лучшем случае можно оценить только объективную составляющую риска.

В качестве возможного решения проблемы можно рекомендовать компаниям использовать ту или иную модель оценки ожидаемой стоимости проведения операции, с последующей проверкой расхождения между ожидаемой стоимостью и реализованной.

1.2.6. Управление риском

Общий риск, которому подвергается компания, складывается из перечисленных выше компонентов. Данные компоненты не являются независимыми друг от друга и изменение одного из них, как правило, влечет изменение остальных. Как показывает практика, риски имеют положительную корреляцию между собой: при потерях в случае неблагоприятного развития ситуации на рынке вероятность, что компания окажется неплатежеспособной увеличивается, что приводит к увеличению кредитного риска для контрагентов такой компании. Поэтому увеличение рыночного риска приводит к увеличению кредитного риска.

Увеличение операционного риска ведет к увеличению кредитного риска, поскольку компания с более высоким операционным риском с большей вероятностью может оказаться неплатежеспособной в силу внутренних ошибок.

Во многих работах, посвященных изучению эмпирической взаимосвязи между волатильностью рынка и ликвидностью, была обнаружена положительная корреляция между ними [3,73].

Увеличение риска ликвидности также приводит к увеличению кредитного риска, так как компания может столкнуться с трудностями при проведении необходимых операций и тем самым может оказаться неплатежеспособной.

Для корректной оценки общего риска компания должна учитывать взаимосвязь между различными компонентами риска. Но, как было сказано выше, для операционного и кредитного риска существует проблема в получении необходимых данных для их оценки, а риск ликвидности только недавно привлек внимание участников финансового рынка. Поэтому на сегодняшний момент задача оценки общего риска, с которым сталкивается компания, с учетом взаимосвязи между отдельными видами риска не имеет удовлетворительного решения.

Современные системы управления риском обычно предназначены для оценки только одного вида риска. Так, большинство компаний оценивают рыночный риск, часть компаний оценивает кредитный риск (в основном это относится к банкам и финансовым институтам).

После Азиатского кризиса в 1997 г., согласно отчету IMF, наиболее передовые риск-менеджеры стали рассматривать способы интеграции моделей оценки рыночного и кредитного риска, чтобы лучше идентифицировать полный риск, которому подвержена компания [64]. В последнее время появилось несколько работ, посвященных вопросу учета риска ликвидности в моделях оценки рыночного риска [3,79], но применяются ли такие модели на практике — неизвестно.

Отметим, что и операционный, и кредитный риски определяются в принципе внутренней политикой компании (организационная структура компании, выбор контрагентов при совершении сделок) и являются субъективными, а не объективными рисками для компании. Рассмотрение этих рисков более детально выходит за рамки данной работы, и далее во всех рассуждениях мы не будем учитывать их наличие.

Рыночный риск и риск ликвидности являются индикаторами неопределенности состояния финансовых рынков в будущем. Рыночный риск отражает неопределенность динамики цен на рынке, а риск ликвидности — неопределенность отклонения цены реальной сделки от средней цены в момент сделки. Эти риски компания не может контролировать, так как они определяются общим состоянием рынка и не зависят от действий отдельных участников. Управление рыночным риском и риском ликвидности являются основными задачами, с которыми сталкивается компания при работе на финансовых рынках. Поэтому финансовая математика и финансовая инженерия имеет дело, главным образом, с этими видами риска.

На сегодняшний момент основными средствами уменьшения рыночного риска являются диверсификация портфеля и операции хеджирования.

Цель диверсификации портфеля состоит в уменьшении изменчивости портфеля путем включения в портфель инструментов, имеющих отрицательную корреляцию между собой. Примерами диверсификации является модель CAPM для фондового рынка, или “правило большого пальца”, состоящее в том, что доля каждого актива в портфеле должна равняться доли этого актива относительно всего рынка. Так, согласно этому правилу, доля финансовых инструментов отдельной страны в портфеле международного инвестора должна соответствовать доле этой страны в мировой экономике [64]. Но диверсификация не позволяет полностью избавиться от рыночного риска, а может только уменьшить его влияние. Полного устранения рыночного риска можно добиться с помощью операций хеджирования.

Операция хеджирования заключается в использовании производных финансовых инструментов или динамичных торговых стратегий для детерминирования будущих денежных потоков. Как следствие усложнения финансовых рынков и осознания участниками необходимости управления рыночным риском, в последние два десятилетия происходит бурное развитие рынка производных инструментов. Поскольку данный рынок играет основную роль в операциях хеджирования, рассмотрим его место в финансовой системе, динамику развития и выполняемые экономические функции.

1.3. Место и роль опционов в экономической системе

В наибольшей степени изменения на финансовом рынке были связаны с рынками производных финансовых инструментов (также называемыми рынками деривативов). Такие инструменты, как фьючерсы, форвардные контракты, свопы и опционы, стали стандартными финансовыми инструментами.

Объем рынков деривативов до последнего времени рос по экспоненциальному закону. Например, за период с 1987 года по 1995 объем рынка процентных свопов вырос с 683 миллиардов долларов в 1987 году до 12810 миллиардов в 1995, продемонстрировав экспоненциальный рост со скоростью 37% в год.

Нередко номинальные объемы рынка деривативов превосходят объемы наличного рынка. В 1995 году, например, объем рынка долговых обязательств Европы, Японии и Северной Америки составил 25.8 триллионов долларов, тогда как номинальный объем связанных с ними деривативов составил около 44 триллионов долларов.

Деривативы стали играть заметную роль в современной финансовой системе, а их использование стало оказывать влияние на финансовую устойчивость крупных корпораций. В 1994-1995 годах ряд корпораций обнародовал свои потери от использования деривативов. Так Barings Bank of England признал себя банкротом в результате потерь в размере 1.4 миллиарда долларов от операций с деривативами. В апреле 1994 года компания Proctor and Gamble потеряла 102 миллиона долларов от операций на свопах после увеличения процентных ставок. Kashima Oil потеряла 1.5 миллиарда долларов на операциях с долларовыми деривативами. Orange County округ в штате Калифорния потерял около 2 миллиардов долларов на операциях с облигациями. К концу 1994 года суммарные потери от операций с деривативами составили более 10 миллиардов долларов.

Все эти факты заставляют рассмотреть вопрос о роли и месте рынка деривативов в современном финансовом мире.

Далее рассматриваются экономические функции, выполняемые рынками деривативов, описывается современное состояние рынка деривативов и существующие тенденции. Особое внимание уделяется рынку опционов. Приводится классификация существующих видов опционов. Описываются основные модели оценки стоимости опционов.

1.3.1. Функции рынка опционов и других деривативов в экономике

В данном разделе делается попытка понять значение рынка деривативов для экономики в целом. Деривативы, как финансовый инструмент, имеют много привлекательных особенностей для отдельных экономических агентов. Но, являясь по своей сути игрой с нулевым результатом, приносят ли они дополнительные выгоды для экономической системы в целом? Экономическую роль деривативов нельзя рассматривать при изолированном анализе денежных потоков, возникающих от операций с деривативами. Чтобы понять роль деривативов в экономической системе, надо ответить на вопрос, добавляет ли рынок деривативов дополнительные выгоды и риски к существующей финансовой системе.

Роль финансовой системы заключается в том, что она облегчает распределение и создание экономических ресурсов в пространстве и во времени (Merton 1990, p.263) [77]. Экономические функции финансовой системы заключаются в распределении во времени финансовых потоков, распределении риска между участниками, в обеспечении информацией экономических агентов: основная функция финансовой системы заключается в возможности для экономических агентов распределения во времени своих денежных потоков. Выдача и получение займов, кредитов являются основными процессами для финансовой системы, которые позволяют достичь эффективного распределения финансовых ресурсов во времени и пространстве. Это позволяет фирмам управлять распределением во времени, потреблением и сбережением ресурсов. Таким образом, финансовые рынки позволяют фирмам получать требуемый денежный поток во времени, и фирмы могут осуществлять оптимальную для них инвестиционную политику.

Риск является неотъемлемой характеристикой финансовых решений. Поэтому функцией финансовой системы является также распределение риска между участниками, связанного с возможным изменением процентных ставок, цен на акции, на товары, с неопределенностью валютных курсов и так далее. Рынок капитала (также называемый спот рынком или наличным рынком, где продукт или товар меняет владельца в обмен на сумму денег во время совершения сделки) обеспечивает широкий диапазон финансовых инструментов, которые позволяют уменьшить риск для общества в целом, или перераспределить недиверсифицируемую часть риска между участниками рынка.

Для того, чтобы достигнуть Парето эффективного распределения рисков внутри системы рынков, рынки капитала должны обеспечивать достаточно возможностей для торговли и оценки различных видов риска. Рынки капитала обеспечивают ценный источник информации для экономических агентов. Информация о рыночных ценах позволяет участникам оценивать риск их позиций и брать на себя такой риск, какой они готовы нести. Несовершенство информации налагает серьезные ограничения на эффективность рыночной системы. Поэтому информационная открытость рынка необходима для правильной оценки существующих рисков и эффективного функционирования рынка.

Рынок деривативов улучшает эффективность функционирования финансовой системы по каждому из перечисленных направлений: деривативы являются эффективным инструментом при управлении риском, позволяют улучшить планирование финансовых потоков и являются производителями информации о состоянии рынков и ожиданиях участников. Рассмотрим более подробно каждую из перечисленных функций.

Роль деривативов в распределении риска

Основную экономическую функцию рынка производных инструментов обычно видят в возможности распределения или устранения риска.

Деривативы обеспечивают дешевый, эффективный способ для пользователей хеджирования и управления рисками, которым они подвергаются из-за изменения процентных ставок, цен на товарных рынках, курсов валют. Например, процентные фьючерсы помогают банкам лучше управлять несоответствием между размещением активов на длительный срок и привлечением краткосрочных пассивов.

Товарные фьючерсы и опционы помогают фермерам и производителям страховаться от риска изменения цен на товарных рынках. Авиакомпании могут использовать товарные деривативы для хеджирования от возможных флуктуаций цен на топливо. Транснациональные корпорации могут хеджировать валютный риск с помощью валютных форвардов, фьючерсов и опционов.

Деривативы позволяют корпорациям более эффективно управлять своими активами. Фонд по управлению акциями может, например, уменьшить риск своего портфеля быстро и относительно дешево без продажи части своего портфеля, продав фьючерс на фондовый индекс.

Валютные и процентные деривативы обеспечивают возможность занимать на дешевых рынках капитала, внутренних или внешних, независимо от того в какой валюте деноминирован кредит и в какой форме выплачиваются проценты. С помощью деривативов можно преобразовать иностранный заем в синтетический внутренний заем с требуемой формой процентных выплат.

Вопрос заключается в следующем: являются ли деривативы *необходимым* инструментом для получения лучшего распределения рисков среди участников?

Для ответа на этот вопрос необходимо рассмотреть понятие полноты рынка.

Функцией выплат портфеля назовем функцию, определяющую для выбранного момента времени зависимость стоимости портфеля от значений рыночных факторов (цен активов рынка).

Полным рынком (complete market) назовем рынок, на котором для любой заданной функции выплат можно сформировать портфель из обращающихся на нем активов, который воспроизводит заданную функцию выплат. Также встречается следующее более узкое определение полноты рынка: полный рынок — это рынок, на котором обращается количество разнообразных ценных бумаг, достаточное для формирования портфеля, обладающего положительной доходностью, при любом заданном стечении обстоятельств. (Sharpe [88]).

Базовым компонентом (state security) назовем актив, функция выплат которого равна единице для определенного состояния рынка и нулю для всех других состояний.

Очевидно, для полноты рынка необходимо и достаточно, чтобы на рынке было доступно полное множество базовых компонентов. То есть на полном рынке для каждого возможного состояния рынка существует соответствующий базовый компонент, и наоборот, если для каждого состояния рынка существует базовый компонент, то рынок полный.

Тогда любая функция выплат может быть получена построением портфеля, состоящего из соответствующего количества базовых компонент. В результате любой инвестор может строить портфель в соответствие со своей функцией полезности. В итоге на полном рынке инвесторы имеют полный диапазон выбора между риском и доходностью, что позволяет достичь эффективного распределения риска среди участников.

К сожалению, концепция полного рынка является теоретическим понятием, реальные рынки далеки от полноты. То есть не для каждой заданной функции выплат может быть построен соответствующий портфель, что не позволяет достичь эффективного распределения рисков среди участников.

Одна из наиболее важных функций деривативов заключается в том, что они увеличивают диапазон выбора возможных инвестиций и тем самым полноту рынка. Анализ этого вопроса проведен в модели предпочтений состояний (state-preferences model), разработанной Arrow (1953, 1964) and Debreu (1959) [1,35]. В рамках этой модели они показали, что опционы являются инструментом, способным обеспечить полноту рынков. Модель полного рынка особенно важна и полезна для анализа экономической функции опционов. Этот подход применялся Россом (Ross) [83] и Хакансоном (Hakansson) [52,53], чтобы продемонстрировать эффект опционов на не полных рынках. Они показали, что простые опционы на индивидуальные активы и опционы на портфели (опционы на агрегированные активы) необходимы и достаточны для полноты рынка и, следовательно, для эффективного распределения риска.

Таким образом, опционы являются инструментом, с помощью которого любой неполный рынок можно сделать полным. И если позволена неограниченная торговля опционами, можно достичь Парето эффективного распределения риска. С помощью опционов таким образом можно построить любую требуемую функцию выплат от цены актива для заданного момента времени, (конкретные стратегии см. Hull [58], Breeden, Litzenberg [24]). Поэтому опционы теоретически увеличивают эффективность финансовой системы для экономики.

С другой стороны, теория оценки стоимости деривативов основана на предположении, что функция выплат деривативa может быть воспроизведена с помощью построения соответствующего портфеля из базовых активов и безрискового инструмента (банковского счета) [84]. Поэтому деривативы теоретически не приносят для финансовой системы ничего нового, и, следовательно, являются избыточными инструментами. Но для воспроизведения функции выплат деривативa с помощью портфеля базовых активов требуется проведение динамичной торговли (то есть необходимо пересматривать структуру портфеля при изменении рыночной ситуации).

Поэтому существует дилемма:

- либо опционы (деривативы) делают рынок полным (добавляют новую структуру выплат, которая не может быть воспроизведена с помощью существующих активов) и тем самым добавляют новые возможности финансовой системе;
- либо опционы (деривативы) могут быть воспроизведены посредством построения портфеля из существующих активов, и тем самым являются избыточными с экономической точки зрения инструментами.

Решение дилеммы заключается в том, что воспроизведение функции выплат опциона требует проведения динамической торговли базовым активом. Поэтому опционы являются заменой проведения динамической торговли. Это имеет важное следствие: если опционы способны сделать рынок полным и функция выплат опциона может быть воспроизведена с помощью динамической торговли (при определенных предположениях), значит, динамическая торговля существующими активами является способом сделать рынок полным. Поэтому ценность опционов (деривативов) для экономики можно анализировать только если выгоды от использования деривативов значительны, то есть если стоимость трансакций на наличном рынке достаточно высока для осуществления динамических стратегий, и рынок обладает информационной несовершенностью. В этом случае деривативы больше не являются избыточными инструментами.

Проведение операций на реальном рынке требует определенных затрат, которые слагаются из комиссионных процентов посредникам, наличия на рынке спреда между ценой спроса и предложения. Для деривативов, имеющих в качестве базового актива индекс на определенный набор активов, затраты на воспроизведение их функции выплат увеличиваются многократно. В результате, хотя теоретически деривативы являются избыточными инструментами, в реальном мире они увеличивают полноту рынка и тем самым улучшают эффективность распределения риска между участниками.

Рассмотрим преимущества, которыми обладает рынок деривативов по сравнению с наличным рынком.

Роль деривативов при размещении активов и осуществлении торговых стратегий

На сегодняшний день, согласно данным BIS, деривативы используются банковскими организациями и как инструмент управления риском, и как источник получения дохода. С точки зрения управления риском они позволяют финансовым институтам и другим участникам идентифицировать, изолировать и отдельно управлять рыночными рисками финансовых инструментов и товаров. При разумном использовании деривативы могут служить эффективным методом уменьшения определенных рисков через операции хеджирования.

Деривативы могут также использоваться для уменьшения финансовых затрат и для увеличения доходности при операциях с определенными активами.

Растет число банковских организаций, для которых операции с деривативами становятся прямым источником дохода через исполнение макет-мейкерских функций (особенно на внебиржевом рынке), занятие позиции на рынке в предвидении будущего движения цен и арбитражные операции, суть которых состоит в получении прибыли от малых расхождений в ценах похожих инструментов на различных рынках.

Рынок деривативов обладает рядом свойств, которые делают его более привлекательным для компаний по сравнению с наличным рынком:

- деривативы предоставляют возможность левереджа. А именно, для приобретения того или иного производного инструмента необходимо внести в качестве залога только часть (как правило не превышающую 10-15%) от номинальной стоимости контракта, при этом финансовые потоки от владения контрактом, возникающие при изменении цены на базовый актив, аналогичны потокам при операциях с базовым активом. В результате при изменении цены базового актива на 1% владелец контракта получает прибыль (убыток) в 5-10% на внесенный залог в зависимости от доли залога относительно номинальной стоимости контракта. Тогда как возможность использования левереджа на наличном рынке часто недоступна или обходится значительно дороже, чем при операциях с деривативами. Например, не все наличные рынки позволяют проведение продаж без покрытия (коротких продаж —short sale).
- стоимость проведения операций на рынке деривативов в несколько раз меньше, чем стоимость проведения аналогичных операций на реальном рынке. Основная причина этого состоит в том, что размер комиссий определяется обычно как некоторый процент от величины реальных затрат при совершении сделки, а для рынка деривативов они на порядок меньше, чем для наличного рынка (см. предыдущий абзац).
- деривативы обеспечивают доступ к классам активов, которые не доступны в качестве финансовых инвестиций на наличном рынке. Например, деривативы на товары (кофе, золото, нефть) или товарные индексы. Деривативы доступны на многие агрегированные экономические факторы, такие как индекс средней мировой процентной ставки, или индекс портфель ценных бумаг, что позволяет управлять риском всего портфеля с помощью одного финансового продукта. Тогда как, например, довольно проблематично торговать корзиной ценных бумаг на фондовом рынке.
- деривативы (в большей степени это относится к опционам) облегчают проведение торговых стратегий. Все торговые стратегии можно разделить на два класса: статичные стратегии, когда после формирования портфеля его структура остается неизменной в течение определенного интервала времени, и динамичные стратегии, когда пропорции различных активов в портфеле динамично меняются при изменении ситуации на рынке.

Одна из наиболее привлекательных черт опционов заключается в нелинейности их функции выплат. В этом случае они позволяют с помощью статичной стратегии достигать такой же структуры выплат, как и динамичные стратегии, основанные на торговле базовыми активами. Но еще более важная экономическая роль опционов заключается в упрощении или замене динамичных стратегий.

Рассмотрим в качестве примера хеджирование портфеля с помощью опционов. Вместо защиты портфеля с помощью пут опционов возможно проведение стратегии торговли базовым активом на наличном рынке, которая обеспечивает такую же функцию выплат портфеля, как и опцион. К сожалению, это утверждение верно только при определенных допущениях, в частности, динамичное страхование основано на допущении, что позиция может быть ликвидирована прежде,чем ее стоимость опустится ниже определенного уровня. Если рынок движется быстрее чем ожидалось (или если волатильность неожиданно скачкообразно возросла), пересмотр портфеля может быть осуществлен слишком поздно,и динамичная стратегия потерпит крах, что не произошло бы в случае использования опционов.

Сегодня финансовые институты динамично оценивают и управляют риском своего портфеля. Управление риском фактически означает управление функцией выплат портфеля. Учитывая свойство опционов увеличивать полноту рынка, они активно используются для достижения требуемой функции выплат. В результате опционы сместили фокус со статичной диверсификации на динамичное распределение риска во времени.

На совершенном эффективном рынке, на котором отсутствуют трансакциозные издержки, нет задержки в реагировании цен на поступающую информацию и нет информационной асимметрии, не было бы никакой дополнительной выгоды от существования деривативов. Однако в реальном мире ситуация в корне другая. Совершение сделок требует затрат на комиссию посредникам, рынки часто бывают неликвидными. В этом случае стратегии с использованием деривативов дешевле и проще в осуществлении, чем аналогичные стратегии без использования деривативов. В этом аспекте экономическая роль деривативов заключается в уменьшении стоимости трансакций. Но это только одна часть экономических преимуществ деривативов. Другим важнейшим свойством рынка деривативов является его способность обнаруживать информацию об ожиданиях участников и их действиях.

Роль рынка деривативов в раскрытии информации

Информационная структура — основной детерминант динамики и стабильности экономической системы. Деривативы обеспечивают распространение информации и раскрытие цен. Левередж и низкие издержки при торговле на этих рынках привлекают спекулянтов, и по мере того как их присутствие увеличивается, увеличивается количество информации, заключенной в рыночной цене, тем самым цена базового актива все сильнее соответствует своему истинному значению.

Вклад рынка деривативов в экономику состоит в выявлении новой информации, которую невозможно было бы получить, если существовал бы только наличный рынок. В большей степени информационная роль принадлежит рынку опционов.

Например, информация об ожидаемой участниками волатильности рынка. Эта информация заключена в ценах опционов, и участники, покупая и продавая опционы по определенным ценам, обнаруживают стратегическую информацию об ожидаемой волатильности (см., например [41]).

Другое направление в получении информации состоит в изучении результатов торговли опционами. Знание спроса и предложения для пут и колл опционов для различных цен исполнения, объема открытых позиций выявляет информацию о намерениях инвесторов покупать и продавать ценные бумаги при возникновении определенных рыночных условий. Информационная роль опционов проиллюстрирована в работах Grossman 1988 году [50, 51]. Отметим, что такая информация недоступна на наличном рынке, если осуществляются динамичные стратегии, так как просто намерения участников купить и продать ценные бумаги при возникновении определенных условийне могут наблюдаться участниками рынка. Это показывает, что торговля опционами производит и агрегирует информацию о будущей волатильности рынка.

Таким образом, хотя теоретически деривативы являются избыточными инструментами на совершенном эффективном рынке, в реальном мире они выполняют сразу несколько важных экономических функций: увеличивают возможности распределения риска между участниками, расширяют множество возможных инвестиций, раскрывают информацию о рынке.

На сегодняшний день рынок деривативов используется участниками финансовой системы следующим образом:

- В первую очередь деривативы являются инструментом для управления риском. Например, использование различных схем хеджирования позволяет полностью устранить фирмам влияние рыночного риска на свою деятельность, и тем самым увеличить стабильность своей деятельности.
- Деривативы используются при решении задачи размещения активов. Расходы при операциях с деривативами на порядок ниже аналогичных операций на наличном рынке. Деривативы автоматически обеспечивают левередж, увеличивая эффективность операций. Ликвидность рынка деривативов часто выше ликвидности наличного рынка. Все эти факторы делают операции на рынке деривативов привлекательной заменой аналогичных операций на наличном рынке.
- Деривативы используют для увеличения доходности финансовых операций. Так как деривативы создают дополнительные возможности диверсификации, то их использование позволяет при том же риске увеличить доходность от финансовых операций.
- Деривативы используются для создания инструментов с функциями выплат, недоступных для получения при работе только на наличном рынке.
- Рынки деривативов используются для получения информации о параметрах наличного рынка, недоступных для прямого наблюдения. Например, для определения ожидаемой участниками волатильности рынка.

Перейдем теперь к рассмотрению характеристик рынка деривативов и рынка опционов.

1.3.2. Структура рынка деривативов

Исторически сложилось, что торговля деривативами ведется на двух отличающихся принципиально организацией торгов рынках: биржевом и внебиржевом.

Биржевой рынок составляют биржевые площадки всего мира. Он характеризуется обезличенностью участников торговли (контрагент по сделке, как правило, неизвестен), характеристики инструментов, предлагаемых к торговле, более стандартизированы по сравнению с внебиржевым рынком. В России примером биржевого рынка является Московская Межбанковская Валютная Биржа (ММВБ).

Внебиржевой рынок (Over the counter market) не имеет конкретного места проведения торгов, торги проводятся путем выставления с помощью информационных систем индикативных котировок участников, а для совершения (подтверждения) сделок участники должны взаимодействовать друг с другом. Тем самым каждый участник ограничен в совершении сделок некоторым доступным для него кругом участников, с которыми у него установлены отношения. Рынок характеризуется менее стандартизированными условиями торговли и более широким набором торгуемых инструментов. Это связано с менее жесткими, по сравнению с биржевыми, правилами получения разрешения на торговлю тем или иным финансовым инструментом. Российским примером внебиржевых рынков являются рынок межбанковских кредитов, торговля акциями в Российской Торговой Системе (РТС).

Основные рыночные риски финансовой системы связаны с возможными изменениями процентных ставок, валютных курсов, цен на акции и на товары. Соответственно, большинство производных инструментов можно отнести к одному из четырех классов (определение классов приводится в соответствие с методологией BIS [4]):

- **товарные деривативы** (commodities) — контракты, зависящие от состояния товарного рынка, или от совместного состояния товарного рынка и какого-либо иного (например, валютного рынка, рынка процентных инструментов или фондового);
- **деривативы на акции** (equities) — кроме контрактов, зависящих от совместного состояния фондового и товарного рынка (они относятся к товарным деривативам), все деривативы, связанные с состоянием акции или индексов на акции, то есть деривативы, зависящие также еще и от состояния валютных курсов и процентных ставок также относятся к данной категории;
- **валютные деривативы** (foreign exchange) — контракты, зависящие от состояния более чем одной валюты, будь то зависимость от валютных курсов или процентных ставок;
- **процентные деривативы** (interest rate contracts) — контракты, зависящие от состояния процентных ставок только одной валюты.

Доля данных классов в общем мировом рынке на конец 1998 года составляла:

для биржевого рынка, без учета товарной группы (табл. 1.3.1):

- процентные инструменты — 90,8%,
- валютные — 0,4%,
- инструменты на акции — 8,8%;
- для внебиржевого рынка (табл. 1.3.5):
- процентные инструменты — 62,3%,
- валютные инструменты — 22,4%,
- деривативы на акции — 1,9%,
- товарные деривативы — 0,5%,
- другие — 12,9%.

Как видно, лидирующее положение занимают деривативы на процентные инструменты и валютные деривативы. Это является отражением факта, что основным рыночным риском для участников экономики является риск изменения процентных ставок и валютный риск.

Последнее десятилетие характеризуется стремительным ростом рынка деривативов. Так по основным финансовым инструментам рост объема (номинальный объем незавершенных обязательств, то есть вовлеченность участников в торговлю) биржевого рынка с 1993 по 1998 год составил 175%, а внебиржевого рынка более чем 600%; в итоге, например, с 1986 по 1998 биржевой рынок вырос в 22 раза (табл. 1.3.1, 1.3.5).

Номинальный объем мирового внебиржевого рынка деривативов сейчас сравним с суммарным объемом всего мирового денежного рынка и рынка ценных бумаг.

Кроме роста объема рынка происходит рост объема торговли. Рост объема торговли для биржевого рынка составил 1,67 раза с 1993 по 1998, а для внебиржевого рынка 1,43 раза с 1995 по 1998. Так общий дневной оборот рынка ОТС в апреле 1998 года оценивался в $1,3 триллиона долларов. А годовой оборот за 1998 год биржевого рынка составил $387,7 триллионов долларов, что соответствует дневному обороту $1,5 триллиону долларов (табл. 1.3.2, 1.3.3).

Быстрый рост объема внебиржевого рынка объясняется тем фактом, что в отличие от биржевого рынка почти все контракты, заключаемые на рынке ОТС доводятся до исполнения (отчасти это связано с более низкой ликвидностью рынка по сравнению с биржевым).

Распределение объема биржевого рынка по странам на конец 1996 года следующее (табл. 1.3.1):

- Сев. Америка — 49,0%,
- Европа — 28,6%,
- Азия — 21,8%,
- Другие страны — 0,6%.

Это соотношение примерно сохраняется последние десять лет. С 1986 по 1990 г.г. наблюдался резкий рост рынков деривативов в Европе, когда их доля в мировом объеме выросла практически с нуля до двадцати процентов. Современная тенденция заключается в расширении мировой биржевой торговли и увеличении доли других стран в мировой биржевой торговле (табл. 1.3.6).

Существует тенденция в увеличении доли рынка опционов в объеме рынка деривативов.

При этом распределение доли опционов для каждого класса деривативов следующее:

для биржевого рынка финансовых инструментов:

- процентные опционы — 37,4%,
- валютные опционы — 32,9%,
- опционы на акции — 73%;

для внебиржевого рынка:

- процентные опционы — 16%,
- валютные опционы — 20,5%,
- опционы на акции — 90,2%,
- товарные опционы — 23,4%.

Отметим высокую долю опционов для деривативов на акции, как на биржевом, так и на внебиржевом рынке.

Таблица 1.3.1

РЫНКИ ФИНАНСОВЫХ ДЕРИВАТИВОВ. Номинальный объем незавершенных обязательств на конец года

миллиардов долларов США

Годы	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Инструменты, торгуемые на биржах:	7,771.2	8,862.9	9,188.6	9,879.6	12,202.2	13,549.2
фьючерсы на процентные инструменты	4,958.8	5,777.6	5,863.4	5,931.2	7,489.2	7,702.2
опционы на процентные инструменты	2,362.4	2,623.6	2,741.8	3,277.8	3,639.9	4,602.8
валютные фьючерсы*	34.7	40.1	38.3	50.3	51.9	38.1
валютные опционы	75.6	55.6	43.5	46.5	33.2	18.7
фьючерсы на фондовые индексы	110.0	127.7	172.4	195.9	211.5	321.0

опционы на фондовые индексы	229.7	238.4	329.3	378.0	776.5	866.5
Инструменты внебиржевого рынка:	8,474.6	11,303.2	17,712.6	25,453.1	29,035.0	50,997.0
свопы на процентные ставки	6,177.3	8,815.6	12,810.7	19,170.9	22,291.3	-
валютные свопы	899.6	914.8	1,197.4	1,559.6	1,823.6	-
опционы на процентные ставки	1,397.6	1,572.8	3,704.5	4,722.6	4,920.1	-

* Данные только для членов организации ISDA

Источник: 69 отчет BIS (включает данные Futures Industry Association; различные фьючерсные и опционные биржи; вычисления BIS). Отчет BIS включает данные, предоставленные основными банками и дилерами стран, входящих в группу G-10

Таблица 1.3.2

НОМИНАЛЬНЫЙ ГОДОВОЙ ОБОРОТ БИРЖЕВОЙ ТОРГОВЛИ

триллионов долларов США

	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Фьючерсы на процентные инструменты	177.3	271.7	266.3	253.5	274.6	294.8
Опционы на процентные инструменты	32.8	46.7	43.3	41.0	48.6	55.5
Валютные фьючерсы	2.8	3.3	3.3	3.0	3.5	3.1
Валютные опционы	1.4	1.4	1.0	0.9	0.7	0.4
Фьючерсы на фондовые индексы	7.1	9.4	10.6	12.9	16.4	20.8
Опционы на фондовые индексы	6.3	8.0	9.2	10.1	13.0	13.2
Всего	227.8	340.5	333.9	321.5	356.7	387.7
Сев. Америка	113.1	175.9	161.1	154.2	182.7	199.5
Европа	61.4	83.9	87.5	100.1	114.9	134.6
Азия [1]	53.0	77.8	81.1	63.8	56.3	51.3
Другое	0.4	2.9	4.2	3.4	2.9	2.3

[1] Включая Австралию и Новую Зеландию.

Источник: 69 отчет BIS (включает данные Futures Industry Association; различные фьючерсные и опционные биржи; вычисления BIS). Отчет BIS включает данные, предоставленные основными банками и дилерами стран, входящих в группу G-10

Таблица 1.3.3

ОБОРОТ ВНЕБИРЖЕВОГО РЫНКА ДЕРИВАТИВОВ ОТС

Среднедневной номинальный оборот

Миллиардов долларов США

	Апрель 1995	Апрель 1998
Оборот по валютным инструментам	688	961
В том числе опционы:	41	87
Оборот по процентным инструментам	151	265
В том числе опционы	21	36
Общий оборот	880	1,265

Источник: Bank for International Settlements, Monetary and Economic Department: “Central Bank survey of foreign exchange and derivatives market activity”, Basle. May 1999

Таблица 1.3.4

ОБОРОТ БИРЖЕВОЙ ТОРГОВЛИ В 1998 г.

штук контрактов

	Остальной мир	США	Всего
Фьючерсы	797,771,429	503,201,445	1,300,972,874
Опционы	344,877,049	529,959,450	874,836,499
Всего:	1,142,648,478	1,033,160,895	2,175,809,373
Доля опционов	30.2%	51.3%	40.2%

Источник: The Futures Industry Institute. “Futures and Options Fact Book”. 1999.

Так, согласно приведенным в табл. 1.3.6 данным, с 1988 по 1998 г. доля рынка опционов для биржевого рынка увеличилась с 28% до 40% (не учитывалась торговля опционами на акции отдельных компаний). Доля опционов для внебиржевого рынка ниже и составляет на конец 1998 года 18,7% от общего объема.

Доля опционов в суммарном обороте торговли составила в 1998 году 17,8% и 9,7% для биржевого и внебиржевого рынка соответственно, для сравнения в 1995 году 16,0% и 7,0% (табл.1.3.2, 1.3.3).

Согласно отчету Международного Валютного Фонда (International Monetary Fund) современное развитие мирового рынка деривативов характеризуется тремя основными тенденциями [63].

Таблица 1.3.5

ГЛОБАЛЬНЫЙ РЫНОК ОТС ДЕРИВАТИВОВ. Номинальный объем незавершенных обязательств на конец 1998

Миллиардов долларов США

Валютные контракты	18,011 (3,695)
Контракты на процентные ставки*	50,015 (7,997)
Контракты, связанные с акциями*	1,488 (1,342)
Товарные контракты	415 (97)
Другие	10,371
Всего	**80,300**

*В том числе опционов

Источник: Bank for International Settlements, Press release: “The global OTC derivatives market at end-December 1998”, 2 June 1999 [5]

По данным Futures Industry Institute суммарный оборот опционов с учетом всех типов опционов составил 40% в суммарном объеме торговли деривативами на биржах в 1998 году. Причем для США этот показатель составил 51,3% (табл. 1.3.4).

Первая тенденция состоит в том, что внебиржевая торговля деривативами все уверенней занимает центральное место в мире деривативов.

Так, в 1987 году мировой номинальный объем незавершенных операций (notional principal of outstanding volume) по основным инструментам внебиржевого рынка был на 20% больше, чем оборот мировой биржевой торговли, к 1995 году на 90%, а к концу 1998, согласно 69-му годовому отчету BIS, внебиржевой рынок по разным данным превышал биржевой в 3.5–5.5 раза.

Основными причинами преимущества внебиржевого рынка являются более слабый контроль со стороны регулирующих органов и более гибкие параметры деривативов, подстраиваемые под спрос клиентов. Однако намечается тенденция по ужесточению мер по регулированию деятельности внебиржевого рынка, тогда как биржевая торговля будет расширяться за счет развивающихся рынков.

Вторая тенденция состоит в консолидации торговли на рынках деривативов: и на биржах, и на внебиржевых рынках. Так, на внебиржевых рынках США 8 ведущих банков обеспечивают около 95% общего оборота (около 19 триллионов долларов на конец 1996 года). Консолидация биржевой торговли, кроме того, усиливается за счет установления связей между биржами. В Европе идет активное слияние и поглощение бирж, их укрупнение. Последний проект, например, подписание соглашения об объединении Лондонской и

Франкфуртской бирж, двух крупнейших финансовых европейских центров.

Третья тенденция заключается в стандартизации обращающихся инструментов. Кроме стандартизации наиболее популярных инструментов, которая позволила уменьшить размер залоговых средств, необходимых для торговли, и увеличить объем сделок, произошло резкое падение торговли экзотическими типами деривативов. Во многом это связано с опубликованными огромными убытками, понесенными рядом крупных корпораций в 1993-1995 годах. Произошел сдвиг интереса к классическим инструментам, таким как европейские и американские опционы. Но наряду с этим, некоторые инструменты, которые рассматривались как экзотические, стали широко используемыми стандартными продуктами (например, барьерные опционы).

Продолжающийся рост рынков деривативов сопровождается растущим осознанием возможностей, предоставляемых рынком деривативов. Это проявляется в том, что использование деривативов является существенным компонентом управления риском в большинстве международных банков и корпораций. Росту популярности деривативов способствуют успехи в разработке аналитических и информационных технологий, связанных с оценкой риска инструментов рынка деривативов.

Крупные потери, связанные с использованием деривативов, и о которых сообщалось в 1994-1995 годах, поставили вопрос о роли этих инструментов и об их будущем. В результате в 1995 году появилось несколько обзоров, посвященных использованию деривативов. Ниже приведены результаты опроса институциональных инвесторов в США и Европе. Опросы New York University/Stern School и Record Treasury Management проведены среди институциональных инвесторов в США, Watson Wyatt опрос провел среди европейских институциональных инвесторов.

Опрос, проведенный Institutional Investor, выявил, что 19% институциональных инвесторов в Америке рассматривают деривативы как самостоятельный вид финансовых активов, тогда как только 2% европейских инвесторов считают также. Результаты опросов приведены в табл. 1.3.7. Как видно, рынок деривативов активно используется для управления риском и размещения активов.

Кроме того, обзор New York University/Stern School показал, что 20% респондентов использовали деривативы, чтобы создать инструменты с требуемыми характеристиками, которые отсутствуют на рынке.

Обзор, проведенный совместно в 1998 году CIBS World Markets и Weiss Center for International Financial Research of Wharton School [97], посвященный вопросам управления финансовым риском американскими нефинансовыми компаниями, обнаружил следующее:

- 50% фирм используют деривативы в своей деятельности. Деривативы используют гораздо активнее крупные фирмы (83%), чем маленькие (12%) и средние фирмы (45%). Использование деривативов выше среди primary product фирм (68%) и производителей (48%), чем среди сервисной индустрии (42%).
- Расширение видов торгуемых опционов стало повсеместным в последние несколько лет. Но фирмы продолжают использовать стандартные европейские и американские опционы в большей степени, чем экзотические опционы.

Из 200 фирм, использующих деривативы, 68% указали, что использовали опционы в той или иной форме за прошедший год. Таким образом, около 35% всех нефинансовых фирм в своей деятельности используют опционы. Результаты опроса приведены в табл. 1.3.9.

Данные результаты показывают, что стандартные европейские и американские опционы наиболее распространены. Комбинации опционов используются 25% фирм от общего числа, использующих деривативы. Наиболее часто используемым экзотическим опционом является average rate опцион: его отличие от стандартного опциона в том, что функция выплат основана на разнице между ценой исполнения опциона и некоторой средней исторической ценой актива. Этот тип опциона используется 19% фирм. Среди других, отсутствующих в таб. 1.3.9 экзотических опционов, упоминались сложные опционы (опционы на опцион). Заметим, что данные этого опроса совпадают с выводами международного валютного фонда о наличии тенденции к стандартизации торговли.

Процент фирм, использующих опционы, является возрастающей функцией от размера фирм. 74% крупных фирм, использующих деривативы, показали, что использовали опционы за прошедший год, 58% средних фирм и 47% маленьких фирм.

Фирмам, использующим деривативы, но не использующим опционы, был задан вопрос о причине отказа от опционов. Большинство ответило, что причиной является высокая стоимость опционов, причем подавляющее большинство выразило сожаление, что опционы так дороги. Другая причина — отсутствие квалифицированного персонала для работы с опционами.

Таблица 1.3.6

НОМИНАЛЬНЫЙ ОБЪЕМ НЕЗАВЕРШЕННЫХ ОБЯЗАТЕЛЬСТВ НА КОНЕЦ ГОДА: БИРЖЕВАЯ ТОРГОВЛЯ

миллиардов долларов США

	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Фьючерская процентная ставка	370.0	487.7	895.4	1201	1455	2157	2913	4959	5778	5864	5931	7489	7702
Выборы внутренней ставки	146.5	122.6	279.2	387.9	599.5	1073	1385	2362	2624	2742	3278	3640	4603
Фьючерская валюта	10.2	14.6	12.1	16.0	17.0	18.3	26.5	34.7	40.1	38.3	50.3	51.9	38.1
Валютные выборы	39.2	59.5	48.0	50.2	56.5	62.9	71.1	75.6	55.6	43.2	46.5	33.2	18.7
Фьючерский индекс фондовой биржи	14.5	17.8	27.1	41.3	69.1	76.0	79.8	110.0	127.3	172.2	198.6	211.5	321.0
Фондовые выборы индекса биржи	37.8	27.7	42.9	70.7	93.7	132.8	158.6	229.7	238.3	329.3	380.2	776.5	866.5
Total	**618.3**	**729.9**	**1305**	**1767**	**2291**	**3520**	**4634**	**7771**	**8863**	**9188**	**9885**	**12202**	**13549**
Северная Америка	518.1	578.1	951.7	11568	1269	2152	2695	4359	4820	4850	4840	-	-
Европа	13.1	13.3	177.7	251.0	461.2	710.1	1114	1778	1832	2242	2832	-	-
Азия	87.0	138.5	175.4	360.0	560.5	657.0	823.5	1606	2172	1990	2154	-	-
Другое	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.5	1.8	28.7	39.5	106.8	59.3	-	-

Источник: International Monetary Fund, Bank for International Settlement

Таблица 1.3.7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЕРИВАТИВОВ ИНСТИТУЦИОНАЛЬНЫМИ ИНВЕСТОРАМИ В ЕВРОПЕ И США

Проводил опрос	Группа опроса	Дата опроса	Используют деривативы, %	Причины использования деривативов, %		
				Управление риском	Размещение активов	Увеличение доходности
NYU/Stern School	Pension and endowment funds with assets ranging from $2.3 billion to$3.3 billion	1995	67	70	60	20
Record Treasury Management	US Pension fund managers	1994-1995	92	31	30	28
Institutional Investor	Quarterly surveys of corporate and public pension plan sponsors	1995	52	35	35	33
Ernst& Young	143 investment management complexes with combined assets of more than $535 billion	1995	31	-	-	-
Watson Wyatt	44 pension funds in 10 European countries with combined assets of more than $300 billion	1995	54	54	25	-

Таблица 1.3.8

ПРИЧИНЫ БЕСПОКОЙСТВА ИНСТИТУЦИОНАЛЬНЫХ ИНВЕСТОРОВ ПРИ РАБОТЕ С ДЕРИВАТИВАМИ

Показатель	Значение, %
Риск ликвидности	11
Рыночный риск	24
Кредитный риск	15
Стоимость трансакций	6
Сложность в оценке стоимости	12
Системный риск	5
Другое	17
Нет особых причин	21

Источник Institutional Investor

1.3.3. Риски, связанные с использованием деривативов

Выше были рассмотрены преимущества, которые дает рынок деривативов для экономики в целом и для конкретных участников. Другой вопрос, связанный с ростом рынков деривативов, связан с риском, а именно: приносят ли деривативы дополнительные риски для экономической системы в целом и для отдельных ее участников?

В настоящий момент общепринятой точкой зрения является вывод, что деятельность, связанная с деривативами подвержена тем же самым видам риска, что и традиционная деятельность фирм. То есть, деривативы не приносят для участников новых видов риска. Официально данная позиция нашла отражение в руководстве по управлению риском при работе с деривативами, выпущенным BIS в 1994 году [17].

Таблица 1.3.9

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПЦИОНОВ НЕФИНАНСОВЫМИ ФИРМАМИ В США

Типы опционов	% фирм, использующих опционы, от числа фирм, использующих деривативы	% пользователей в каждом классе		
		Валютные опционы	Опционы на процентные ставки	Товарные опционы
Все опционы	68	44	28	25
Стандартные европейские опционы	42	67	33	30
Стандартные американские опционы	38	41	35	44
Average rate опционы	19	39	18	45
Basket опционы	9	47	29	24
Барьерные опционы	13	69	19	19
Contingent Premium options	6	42	8	42
Комбинации опционов	25	42	20	48

Результаты различных опросов также подтверждают, что причины, вызывающие беспокойство участников при работе с деривативами такие же, как и при работе с обычными финансовыми инструментами. Так, опрос институциональных инвесторов США показал (табл. 1.3.8), что основное внимание при использовании деривативов уделяется рыночному (24%) и кредитному (15%) риску, и риску ликвидности (11%).

Соответственно способы оценки и управления рисками для деривативов такие же, как и для обычных инструментов. Более того, так как деривативы более сложные инструменты, чем обычные, то их использование потребовало от компаний создания более сложных систем для оценки и управления риском. В результате сейчас методы, применяемые ранее только для деривативов, распространяются также на классические виды деятельности, что ведет в итоге к общему улучшению качества систем управления и оценки риска.

Новым видом риска, появляющимся при работе с деривативами, является *модельный* риск. Стоимость деривативов зависит от поведения базового актива. Большинство дилеров и брокеров имеют в своем распоряжении сложные аналитические инструменты, позволяющие оценивать теоретическую стоимость деривативов. Существует достаточное количество (см. параграф о моделях оценки опционов) математических моделей, которые при тех или иных предположениях позволяют получить зависимость стоимости деривативов от стоимости базового актива. Но даже используя сложный математический аппарат, модели все равно остаются только моделями реальности. Поэтому использование любых моделей приводит к появлению риска, связанного с расхождением между моделью и реальностью из-за неадекватности модели. Проблема осложняется тем, что модели деривативов требуют от пользователя введения ряда параметров, включая и такие, которые недоступны для непосредственного наблюдения на рынке. В большей степени это касается задания значений волатильности при оценке стоимости опционов. Волатильность можно предсказать с большей или меньшей аккуратностью, но в этом случае необходимо учитывать ошибку прогноза волатильности, которая добавляется к модельному риску. Проблема модельного риска подробно рассматривается в работе Стефана Фиглевски (Stephen Figlewski) ”Derivatives Risk, Old and New” [43].

Различные исследования, посвященные вопросу соответствия теоретических и реальных цен на деривативы (в основном проблема модельного риска касается рынка опционов), как правило, не обнаруживают серьезных расхождений между реальной ценой и ее теоретическим значением. Подробный перечень данных работ можно найти в книге J. Hull “Options, Futures, and other Derivatives”, в разделе 19 [58].

Это означает, что либо модели корректно описывают реальную ситуацию, либо большинство участников из-за отсутствия других ориентиров для оценки стоимости деривативов применяют существующие модели, что приводит к совпадению реальной и теоретической цены. Ограниченность применимости моделей хорошо известна. Значит можно сделать вывод, что большинство участников полагаются при работе с деривативами на оценки, даваемые моделями.

При возникновении ситуации на рынке, которую существующие модели не могут описать корректно, участники не смогут получить правильную оценку стоимости деривативов, что приведет к неверной оценке величины риска портфеля участника. Поэтому при работе с деривативами (особенно с опционами) есть проблема оценки корректности применяемой модели оценки стоимости деривативов, особенно, если на использовании такой модели строятся торговые стратегии.

Существование модельного риска находит свое отражение в результатах опросов участников рынка деривативов. 12% институциональных инвесторов обеспокоены (см. табл. 1.3.8) проблемой оценки стоимости деривативов.

Стремительный рост рынков деривативов поставил вопрос о рисках для финансовой системы, связанных с деривативами. Основной вопрос состоит в том, увеличивают или нет рынки деривативов волатильность наличного рынка? Широкое распространение динамической торговли между рынком деривативов и наличным рынком, проведение масштабных операций динамичного хеджирования больших опционных позиций вызывает беспокойство об устойчивости финансовой системы. Рынки деривативов в силу своих преимуществ сделали финансовые сегменты более взаимосвязанными. Это породило беспокойство, что в случае катастрофических событий в одном сегменте рынка деривативы ускорят и усилят распространение коллапса между рынками вместо того, чтобы демпфировать негативное воздействие.

Тесная связь между реальным рынком и рынком деривативов ставит вопрос: а не увеличивает ли рынок деривативов волатильность базового рынка? Такое беспокойство часто озвучивается в контексте дестабилизирующего эффекта рынка деривативов при понижающей тенденции на рынке. Так, одной из причин краха фондового рынка 1987 года считается слишком высокий объем позиций рынка деривативов.

Существуют как теоретические, так и эмпирические исследования данного вопроса. На совершенных рынках деривативы не должны влиять на поведение базовых активов, так как они являются избыточными инструментами (то есть, они могут быть созданы синтетически путем комбинации актива и банковского счета). При несовершенстве рынка деривативы делают рынок более полным (Ross [83], Hakanson [54]), позволяя осуществлять инвестиции, которые раньше были неэффективными по стоимости их проведения, или невозможны из-за других ограничений. Так как инвесторы получают выгоду от расширения возможного множества инвестиций, риск, необходимый для получения требуемой доходности должен уменьшаться. Кроме того, Danthine [34] предположил, что деривативы, расширяя торговлю, основанную на информации, увеличивают глубину и ликвидность рынка и уменьшают волатильность. Grossman [50] показал, что торговля опционами позволяет обнаружить противоположные мнения о волатильности, что может уменьшить волатильность. Detemple and Selden [37] показали, что торговля опционами может позволить более эффективное распределение риска, что увеличивает спрос на базовый актив и уменьшает волатильность. Работа Stein [92] — единственная теоретическая работа, которая допускает, что волатильность может увеличиться, из-за того, что плохо информированные спекулянты могут внести дестабилизирующий эффект на рынок.

Эмпирические исследования обычно совпадают с теоретическими выводами. Обычно такие исследования фокусируются на изучении введения опционов на акции из-за большого количества доступной необходимой информации. Большинство таких исследований (Skinner [89]; Conrad [29]) позволяет сделать вывод, что после начала торговли опционами происходило уменьшение волатильности. Дополнительно Damodaran и Lim [33], и Skinner [90] нашли, что скорость раскрытия информации, заключенной в ценах и точность такой информации увеличивается после введения опционов. Edwards [39] обнаружил уменьшение волатильности после введения фьючерсных индексов на акции и облигации. В тоже время существуют работы, показывающие увеличение волатильности после введения деривативов. Так Harris [55] показал, что волатильность индекса S&P 500 увеличилась после введения фьючерсов. Fleming и Ostdiek [44] нашли увеличение волатильности на товарных рынках после введения деривативов.

Существует также наблюдения, что волатильность уменьшается при увеличении объема рынка деривативов. Bessembinder and Seguin [16] показали, что волатильность наличного рынка позитивно связана с неожиданно большими объемами торгов и негативно связана с величиной открытых позиций. Эти данные показывают, что торговля фьючерсами увеличивает глубину и ликвидность реального рынка.

Перейдем теперь к рассмотрению существующих видов опционов и моделей оценки стоимости опционов.

Современная теория оценки стоимости опционов берет свое начало с работы Fischer Black и Myron Scholes, опубликованной в 1973 году в журнале “Political Economy” [19]. Начиная с этого момента происходило бурное развитие как рынка опционов, так и теории оценки стоимости опционов. Давайте рассмотрим многообразие существующих опционов, а затем опишем современное состояние теории опционов и существующие проблемы.

1.3.4. Виды опционов

Напомним прежде всего наиболее распространенные стандартные виды опционов: опционы европейского и американского типа.

Европейские опционы могут быть предъявлены к исполнению в момент истечения срока их обращения.

Американские опционы могут быть предъявлены к исполнению в любое время до момента исполнения опциона. Функция выплат и европейских, и американских опционов зависит только от цены в момент исполнения опциона лежащего в основе опциона актива.

Наряду со стандартными опционами существует множество опционов с нестандартными процедурами определения цены исполнения опциона, функциями выплат, условиями исполнения и приобретения, базовыми активами. Обычное название таких опционов — экзотические опционы или опционы второго поколения. Ниже сделана попытка систематизации существующих экзотических опционов. Сохранены английские названия опционов, так как они, во-первых, являются устоявшимися словосочетаниями. Во вторых, прямой перевод на русский язык часто не отражает правильно суть названия опциона.

Все многообразие экзотических опционов условно можно разделить на пять классов:

- **path-dependent options** — опционы, чья функция выплат зависит от динамики изменения цены базового актива за время жизни опциона,
- **multi-factor options** — опционы, чья функция выплат зависит более чем от одного актива,
- **time-dependence options** — опционы, зависящие от различных временных параметров,
- **single payment options** — опционы, исполнение обязательств по которым носит условный дискретный характер;
- **complex options** — опционы, которые по тем или иным параметрам принципиально отличаются от классических опционов.

Path-dependent options

Среди опционов, зависящих от динамики цены базового актива, выделим два направления: опционы, основанные на использование средних цен за какой-то период времени жизни опциона (mean-dependent options), и опционы (extremum-dependent options), основанные на использование экстремальных цен (минимальной или максимальной цены актива за какой-то период времени жизни опциона).

Первое направление включает:

Average price (rate) options (Asian options) — опционы, чья функция выплат в момент исполнения опциона основана на разности между страйком опциона и средней ценой актива за выбранный период времени жизни опциона. Правила определения средней цены определяются заранее. Период времени, за который считается средняя цена, может быть в начале жизни опциона, в конце, или определяться более сложным способом. Вычисление средней цены также может производиться разными способами: как среднее арифметическое, среднее взвешенное, среднее геометрическое.

Такие опционы популярны на валютных рынках, так как транснациональные корпорации страхуют валютные риски за определенный период времени, а не в конкретную дату. Использование average rate опционов также является общепринятой практикой на рынках энергоносителей и на рынках металлов.

Average strike options — опционы с заранее неопределенной ценой исполнения. Страйк таких опционов определяется как средняя цена базового актива за какой-то период времени жизни опциона. Функция выплат определяется как разность между ценой базового актива в момент исполнения опциона и средним страйком. Таким образом, выплаты average price опционов определяются разностью между средней ценой актива и фиксированной величиной (страйк опциона), а выплаты average strike опционов определяются разностью между средней ценой актива и ценой актива в момент исполнения опциона.

Average strike опционы менее распространены чем average price опционы.

Второе направление включает:

Barrier options — опционы, чья функция выплат и их сохранение до конца срока исполнения зависят не только от цены базового актива в день экспирации, но и от того, выходила или нет цена базового актива за время жизни опциона за границы определенного диапазона.

Барьерные опционы требуют задания некоторого ценового диапазона в дополнение к цене исполнения и сроку исполнения.

Когда цена базового актива достигает границ диапазона в зависимости от типа используемого барьерного опциона, опцион или появляется (выписывается), или прекращает существование.

Опционы, прекращающие существование (knocked out options) — наиболее общий тип барьерных опционов. Функция выплат таких опционов такая же, как у стандартных опционов, если цена актива не выходит за границы диапазона, в противном случае опцион прекращает существование.

Выписываемые опционы (knocked in options) — это стандартные европейские или американские опционы, которые появляются только при достижении цены актива границ заданного диапазона.

Обычно для барьерных опционов базовый актив и актив, на основе цены которого определятся границы диапазона, совпадают. Однако иногда при построении барьерных опционов в качестве цены-триггера используется цена актива, отличного от актива, лежащего в основе опциона. Например, в основе опциона может лежать кросс курс доллар/марка, а в качестве цены актива, определяющего возникновение или прекращение существования такого опциона, может использоваться кросс курс доллар/японская йена.

Другой разновидностью барьерных опционов являются опционы с изменяющимся страйком (roll-options). Существуют "roll-up" пут опционы и "roll-down" колл опционы. Такие опционы выписываются как стандартные пут или колл опционы, но при достижении цены базового актива заранее определенного порогового значения превращаются в барьерные опционы, и опциону назначается новый страйк, более предпочтительный для держателя опциона.

Capped options. Выделим отдельно в силу их широкого распространения опционы с ограниченной функцией выплат, хотя по своей сути они являются барьерными опционами. Такие опционы при достижении цены порогового уровня автоматически исполняются, ограничивая тем самым возможную прибыль держателя опциона. Capped опционы являются более дешевой альтернативой при построении стандартных спред комбинаций опционов.

Lookback options — опционы с заранее не определенной ценой исполнения. В качестве цены исполнения выбирается наиболее предпочтительное для держателя опциона значение цены базового актива, которое возникало за время жизни опциона. Например, для lookback пут опциона функция выплат равна $max(S_{max} - S_T, 0)$, где S_{max} - максимальная цена базового актива за время жизни опциона, S_T — цена актива в момент исполнения опциона.

Такие опционы в основном распространены на валютных и фондовых рынках.

Разновидностью lookback опционов являются ladder опционы.

*Ladder options. И*х отличие заключается в том, что в качестве страйка берется не экстремальное значение цены актива за время жизни опциона, а одно из фиксированных заранее значений цены актива, которое будет достигнуто за время жизни опциона.

Shout options. Это опционы, которые соединяют в себе черты lookback опционов и ratchet опционов. Держатель таких опционов может в любой момент до экспирации опциона потребовать от продавца опциона зафиксировать величину разности между страйком опциона и текущей ценой базового актива. В день исполнения опциона держатель опциона получит наибольшую из сумм: зафиксированную ранее или стоимость опциона в момент исполнения. Обычно такой опцион дает право зафиксировать промежуточную стоимость опциона один раз, хотя бывают опционы, предусматривающие возможность неоднократной промежуточной фиксации стоимости опциона. Очевидно, что такие опционы дороже, чем стандартные опционы.

Multi-factor options

На стоимость таких опционов влияет поведение нескольких активов. В данном классе можно выделить следующие виды опционов: rainbow, quanto, basket опционы.

Rainbow options — опционы, в основе которых лежит два и более актива. Различают три различных структуры функции выплат таких опционов.

Better-of/worse-of опционы. Это опционы, у которых цена исполнения равна нулю, а функция выплат выглядит следующим образом:

better-of опцион: Max(S1,S2,…,Sn)
worse-of опцион: Min(S1,S2,…,Sn),

где ***Si*** — цена актива i в момент исполнения опциона, или процентное изменение цены актива за время жизни опциона.

Опционы этого типа используются в основном на фондовом рынке при работе с фондовыми индексами. Как правило, активы, лежащие в основе опциона, относятся к одной группе (например, различные типы фондовых индексов), хотя встречаются опционы, базовые активы которых относятся к разным классам активов (например, один актив — фондовый индекс, другой — процентная ставка).

Outperformance options. Выплаты таких опционов основаны на разности между ценами или доходностями активов. Страйк таких опционов также равен нулю. Функция выплат имеет вид:

$$Max(s_1 - s_2, 0).$$

Max/min options.

Эти опционы аналогичны better-of/worse опционам, но страйки такого опциона отличны от нуля. Функция выплат имеет вид:

$$Max(max(s_1 - x_1, s_2 - x_2, \dots, s_n - x_n), 0),$$

или

$$Max(min(s_1 - x_1, s_2 - x_2, \dots, s_n - x_n), 0),$$

где

s_i — цена актива i,

x_i — цена исполнения для актива i.

Функции выплат приведены для колл опциона, для пут опционов вид аналогичен.

*Quanto options.*Опционы этого типа используются для устранения риска изменения курсов валют. Суть опциона состоит в том, что покупатель приобретает опцион на актив, деноминированный в иностранной валюте, и заранее фиксирует курс обмена валют в момент покупки опциона, по которому будут произведены расчеты после исполнения опциона, устраняя тем самым риск возможного изменения курса. Разновидностью являются опционы, где курс обмена не фиксируется, а гарантируется некоторый его уровень, и в момент исполнения расчеты происходят или по текущему курсу или по гарантированному.

*Basket options.*Опционы на корзину активов представляют собой обычные стандартные опционы, но в качестве актива используется портфель, состоящий из нескольких видов активов. Цена такого портфеля определяется как взвешенная с какими-то коэффициентами сумма цен активов, составляющих портфель. Наибольшее распространение этот тип опционов получил на валютных рынках.

Time-dependence options

Bermuda options. Так называются нестандартные американские опционы, которые можно предъявить к исполнению только в определенные периоды времени жизни опциона.

Forward start options. Опционы с отложенным стартом. Это опционы, которые приобретаются сейчас, но покупатель получает права держателя опциона только через определенный период времени. Далее опционы обращаются как стандартные.

Chooser (as you like it) options. Данный вид опционов позволяет держателю опциона через определенный период времени жизни опциона определить его тип, то есть определить является опцион пут опционом или колл опционом. Такие опционы используются в качестве замены стратегий опционов, основанных на ожидании изменения волатильности рынка.

Ratchet options. Это — опционы, которые первоначально выписываются как стандартные опционы со страйком, равным цене актива в момент выписывания опциона. В заранее определенный момент времени у опциона меняется страйк: он становится равен текущей цене актива. При этом, если опцион оказался в выигрыше к этому моменту, то разность между предыдущим и новым страйком выплачивается автоматически держателю опциона. После этого опцион снова ведет себя как стандартный опцион.

Single payment options

К данному классу отнесем два вида опционов: binary опционы и contingent premium опционы.

Binary options. Опционы, чья функция выплат имеет дискретный характер, называются binary (digital) опционами. Выделим два вида таких опционов:

Cash or nothing options. По такому опциону в момент исполнения не выплачивается ничего, если он оказывается без выигрыша, или платится фиксированная сумма, если опцион оказался с выигрышем (независимо от того, как сильно различаются страйк и цена базового актива в момент экспирации).

Asset or nothing options. Выплаты по такому опциону определяются по тем же правилам, как и для предыдущего вида опционов, только вместо фиксированной суммы выплачивается полная стоимость актива в момент исполнения опциона.

Contingent premium опционы. Это опционы, премия за которые платится не в момент приобретения опциона, а при его экспирации. Размер премии заранее определен. Премия за такой опцион выше премии стандартного опциона, но уплачивается она, только если в момент экспирации опцион оказывается в выигрыше. В остальном такой опцион ничем не отличается от стандартного европейского опциона.

Complex options

Compound options — это опционы, базовым активом которых также является опцион. Составные опционы имеют две цены исполнения и две даты исполнения. Существует четыре вида составных опционов: колл на пут, колл на колл, пут на пут, пут на колл. Если опцион, лежащий в основе другого опциона в свой момент исполнения оказывается с выигрышем, то владелец опциона может заплатить страйк этого опциона и получить в свое распоряжение второй опцион со вторым страйком и датой погашения.

*Exchange options.*Данный опцион дает право владельцу в момент исполнения опциона обменять первый актив по цене S1 на второй актив по цене S2. Цены обмена обоих активов, лежащих в основе опциона, фиксируются в момент выписывания опциона.

Отметим, что экзотические опционы в подавляющем своем большинстве торгуются на внебиржевом рынке. И их доля в общей торговле опционами постепенно снижается (см. предыдущий раздел).

Рассмотрим далее существующие методы и модели оценки стоимости опционов и их применение для различных видов опционов.

1.3.5. Модели опционов

Теоретически задача оценки стоимости опциона любого вида заключается в вычислении ожидаемой стоимости опциона в момент исполнения и дисконтировании этой величины к текущему моменту. На практике для вычисления ожидаемой стоимости опциона необходимо знать закон, которому подчиняется динамика цены базового актива. Так как не существует какой-либо удовлетворительной теории, на основе которой можно было бы предсказывать будущие изменения цен на рынках, то общепринятая точка зрения заключается в том, что изменение цен имеет случайный характер. Это позволяет привлечь для изучения динамики цен финансовых активов аппарат теории случайных процессов.

Поэтому одной из основных в теории оценки стоимости опционов является задача определения параметров случайного процесса, которому следует изменение цены актива. Заметим, что параметры случайного процесса, равно как и его тип нельзя прямо наблюдать на рынке. Для их определения требуется, во-первых, сделать предположение о типе случайного процесса, а затем, на основе исторических данных о ценах актива, вычислить его параметры. Наиболее стандартной является гипотеза, что цены имеют логнормальное распределение.

Теория оценки стоимости опционов имеет достаточно короткую историю: первая фундаментальная работа появилась только в 1973 году. Попытки оценить стоимость опционов предпринимались и ранее [54,85], но построенные модели были далеки от реальности. Прорыв произошел после того как Black и Scholes показали, что комбинация опционов колл и акции, лежащей в основе опциона, позволяет построить портфель, независящий от рыночного риска. На основе этого им удалось получить аналитическое решение для стоимости европейского колл опциона на акции [19]. Эта работа явилась краеугольным камнем в современной теории оценки стоимости опционов.

Существующие модели можно разбить на два больших класса: модели, позволяющие получить аналитическое решение, и модели, использующие численные методы для получения оценки стоимости опциона [91].

Аналитические модели

Все существующие аналитические модели основаны на следующих принципах.

Делается предположение о виде случайного процесса, которым описывается динамика цен актива (активов), лежащего в основе опциона. На основе этого получают дифференциальное стохастическое уравнение для стоимости опциона.

Строится портфель из опционов и базового актива, стоимость которого не зависит от изменения цены базового актива, то есть от рыночного риска. На основе этого получают дифференциальное уравнение, свободное от случайных переменных.

Используя граничные условия, налагаемые правилами выплат по опциону, решают уравнение и получают формулу оценки стоимости опционов.

Важнейшим методическим приемом при решении таких дифференциальных уравнений является использование метода риск нейтральной оценки (risk-neutral valuation). Данный прием основан на факте, что полученное дифференциальное уравнение для стоимости опциона свободно от параметров, описывающих склонность инвесторов к риску. Решение такого уравнения также не зависит от склонности инвесторов к риску. Поэтому при решении уравнения, не ограничивая общности решения, можно сделать предположение, что все инвесторы нейтральны к риску, и соответственно доходность всех финансовых активов одинакова и равна безрисковой ставке. Это существенно облегчает получение решения дифференциального уравнения в явном виде.

В своей основополагающей работе Black и Scholes сделали следующие допущения:

- цена акции имеет логнормальное распределение с постоянной волатильностью;
- отсутствуют трансакциозные издержки, дивиденды и налоги;
- отсутствует возможность арбитража;
- акции торгуются непрерывно;
- безрисковая процентная ставка постоянна;
- имеется возможность свободной продажи акций без покрытия.

В результате ими была получена формула оценки опциона колл на акции:

$$C = S_0 \Phi \frac{\ln(S/X) + (r + \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{\tau}} -$$

$$- X\exp(-r\tau)\Phi \frac{\ln(S/X) + (r - \frac{\sigma^2}{2})}{\sigma\sqrt{\tau}},$$

где

$\Phi(...)$ — кумулятивная функция нормального распределения,

r — безрисковая ставка,

σ — волатильность акции,

S_0 — текущая цена акции,

X —цена исполнения опциона,

τ — время до исполнения опциона.

После этого развитие аналитических моделей происходило по двум направлениям:

- обобщение модели Black-Scholes. Такие модели строились с использованием более мягких ограничений, чем в модели Black-Scholes.
- распространение модели на опционы с другими базовыми активами и на другие виды опционов.

Приведем далее основные характеристики существующих моделей и ссылки на статьи, в которых данные модели опубликованы.

Обобщенные модели

После опубликования работы Black-Scholes в том же 1973 году Robert Merton[76] оценил стоимость европейского опциона на акции, по которым выплачиваются дивиденды. Кроме этого он рассмотрел случай переменной безрисковой процентной ставки [78].

В 1975 году Jonathan Ingersoll усложнил модель, рассмотрев случай, когда дивиденды облагаются налогом [62].

Одно из предположений в модели Black-Scholes заключается в том, что изменение цены имеет непрерывный характер и описывается с помощью простого Винеровского процесса. На практике цены имеют тенденцию изменяться скорее скачками, чем непрерывно. Модель, где цены меняются не непрерывно, а скачками, была рассмотрена Cox и Ross в 1976 году [31]. Эта идея затем привела к появлению биномиальной модели Cox-Ross-Rubinstein.

Merton развил идею о скачкообразном поведение цен, предположив, что развитие цены есть комбинация скачков цены и диффузионного движения. В его модели [78] задается частота появления скачков цены, делается предположение, что величина скачков имеет логнормальное распределение.

Проведенные практические исследования распределения цен показали, что логнормальное распределение некорректно описывает "хвосты" реального распределения. Поэтому целый класс моделей рассматривает случай, когда цена актива следует другому процессу, отличному от логнормального.

Jarrow и Rudd построили модель, учитывающую расхождение между реальным распределением цен и логнормальным [68].

Еще более сильным допущением в модели Black-Scholes, не подтверждающимся на практике, является предположение о постоянной волатильности цены акции. Серия моделей, появившаяся в 1987 году, изучает случай, когда волатильность не постоянна, а описывается некоторым стохастическим процессом [61,87,101].

Модели на другие опционы

В 1976 году Fischer Black расширил исходную модель, рассмотрев случай, когда базовым активом является фьючерсный контракт [20].

В 1983 году Garman и Kohlhagen, Orlin и Grabbe получили решение для европейского опциона на курс валют [45,48].

Целый ряд моделей посвящен оценке американских опционов [82,98]. Учитывая, что решение для американских опционов в аналитическом виде получить значительно сложнее, а часто и невозможно, большинство моделей оценки американских опционов используют численные методы.

Другое направление исследований связано с оценкой экзотических опционов.

В 1979 году Barry Goldman, Sosin, Mary Ann Gatto рассмотрели оценку стоимости path dependent европейских опционов [47].

Robert Geske предложил модель оценки стоимости compound опционов [46].

Оценка exchange опционов приведена в работе William Margrabe [72].

Rene Stulz оценил один из типов multi factor опционов [93].

Численные модели

Численные модели основаны на трех подходах. Первый подход известен как биномиальный, второй подход основан на использовании метода конечных разностей, третий — на использовании метода Монте-Карло симуляции.

Биномиальные модели

Этот подход был предложен William Sharpe в 1978 году и разработан J. Cox, S. Ross и M. Rubinstein [32]. Его идея заключается в том, что время до погашения опциона разбивается на интервалы. В каждом интервале, как предполагается, цена актива следует биномиальному процессу: цена или возрастает на заданную величину, или падает на заданную величину. Таким образом получают множество возможных значений цены актива в момент исполнения опциона, для каждого значения цены цена опциона известна. После этого, используя возможность построения безрискового портфеля из актива и опционов, производят свертку полученного дерева цен. Преимущество такого подхода состоит в возможности его использования для любых видов опционов.

Наибольшее распространение биномиальные модели получили при оценке опционов на процентные инструменты. Первая модель была предложена Richard

Rendleman и Brit Bartter [81]. В 1986 году Thomas Ho и Sang-Bin Lee рассмотрели модель изменения структуры процентных ставок, но волатильность всех процентных ставок была одинакова [57]. В 1990 Fischer Black, Derman и Toy устранили это ограничение [18].

Метод конечных разностей

Этот подход заключается в нахождение численного решения дифференциального уравнения для стоимости опциона. Первая работа была предложена Eduardo Schwartz [86] и расширена Courtadon в 1982 [30]. Brennan и Schwartz показали, что этот подход можно рассматривать как триномиальное дерево цен. John Hull и Alan White модифицировали их модель, доказав, что методология триномиального дерева цен и дифференциальное уравнение приводят к одному решению [60].

Монте-Карло симуляция

Это принципиально другой подход. Все описанные выше методы оценки опционов сводились к необходимости решать стохастическое дифференциальное уравнение. Подход Монте-Карло симуляции заключается в непосредственной прямой оценке ожидаемой стоимости опциона посредством симуляции возможных значений цены актива в момент исполнения опциона. Правда этот подход также требует предположения о виде стохастического процесса, которому следует цена базового актива.

Первая модель появилась в 1977 году в работе Phelim Boyle [23].

Сегодня этот метод оценки опционов получил наибольшее распространение и продолжает динамично развиваться. Так, Jim Tilley [96] в 1993 году впервые предложил метод оценки опционов американского типа. После этого последовали модели Grant, Vora и Weeks (1994), Barraquand и Martineau (1995), Broadie и Glasserman (1995) [9, 25, 49].

Модели аналитической аппроксимации

Эти модели основаны на сочетании аналитического и численного подходов. Обычно они применяются для оценки американских видов опционов. Подход заключается в получении аналитической оценки стоимости опциона в момент исполнения, а затем с помощью численных методов оценивается добавка к стоимости опциона из-за возможности раннего исполнения.

Lionel Macmillan предложил оценку опционов используя подход квадратичной аппроксимации, эта идея получила отражение в работе Giovanni Barone-Adesu и Robert Whaley[8,71].

Все модели оценки стоимости опционов требуют знания напрямую ненаблюдаемых параметров рынка. А именно, необходимо знать вид процесса, которому следует изменение цены актива, лежащего в основе опциона, во-вторых, необходимо знать параметры этого процесса. Основным влияющим параметром является волатильность базового актива.

Эти параметры, как уже отмечалось, нельзя напрямую наблюдать на рынке, как остальные величины (цена актива, безрисковая ставка). Их оценку получают на основе исторических данных. В этом кроется главная проблема теории стоимости опционов: волатильность рынка не является постоянной величиной, и ее изменения носят часто скачкообразный характер. Адекватно учесть будущие изменения волатильности ни одна из моделей не в состоянии.

Выводы

Современной тенденцией развития мирового финансового рынка является процесс глобализации финансовой системы. Тенденция характеризуется следующими процессами:

- Наблюдается интеграция национальных финансовых рынков, инвесторов и заемщиков в один глобальный финансовый рынок, увеличивается объем финансовой системы и интенсивность операций на рынках.
- В силу экономических и технологических изменений капитал может беспрепятственно переводиться с одного рынка на другой в кратчайшие сроки. Происходит увеличение потока капиталов как между развитыми странами, так и между развитыми и развивающимися странами.
- Увеличивается взаимозависимость рынков, и кризис на отдельно взятом рынке может иметь непредсказуемые последствия для всей финансовой системы.
- Темп роста активов крупных финансовых институтов превосходит темп роста средних и мелких институтов. Кроме этого, процессы слияния и поглощения приводят к возникновению новых глобальных банковских и финансовых конгломератов. В результате идет процесс концентрации капитала в крупных финансовых институтах, и, как следствие, состояние финансовых рынков все сильнее зависит от действий отдельных участников.
- Стираются различия в деятельности различных финансовых институтов, что приводит к усилению конкуренции между ними, в результате все более усложняются стратегии поведения участников финансовой системы.

В результате финансовый рынок стал более изменчив и подвержен влиянию существенно большего числа факторов, чем раньше. Все это привело к увеличению частоты неожиданных изменений на рынках и делает, как никогда раньше, актуальным вопрос контроля и управления риском.

Выделяют четыре основных риска, которым подвергается любая компания в своей деятельности:

- рыночный риск,
- кредитный риск,
- риск ликвидности и
- операционный риск.

Как правило, наибольшее беспокойство участников вызывают существование рыночного и кредитного риска. В результате осознания участниками необходимости выработки единого унифицированного подхода к оценке риска прежде всего для корректной оценки риска портфеля контрагентов, на сегодняшний день можно говорить о существовании метода оценки рыночного и кредитного риска, принятого в качестве стандарта при оценке риска. Данный метод основан на вычислении величины *Value at Risk (**VaR**)* портфеля, получил в последнее десятилетие широкое международное признание как среди участников финансового рынка, так и среди регулирующих органов. В то же время при оценке риска портфеля таким компонентам риска, как риск ликвидности до сих пор не уделялось достаточного внимания, хотя в силу усилившейся взаимозависимости рынков в случае резких изменений на рынке риск ликвидности может вносить существенный вклад в общий риск портфеля.

Рынок производных инструментов выполняет несколько важных функций в экономике:

- деривативы являются инструментом распределения риска среди агентов экономики;
- используются при решении задачи размещения активов, для увеличения доходности финансовых операций, для создания инструментов с функцией выплат, недоступных только при работе на наличном рынке;

- рынки деривативов используются для получения информации о параметрах наличного рынка, недоступных для прямого наблюдения.

Как следствие существующих тенденций развития финансовой системы рынок производных финансовых инструментов является наиболее динамично развивающимся сектором финансовой системы. Все большее число компаний используют в своей деятельности производные инструменты. Особая роль в свете увеличившейся непредсказуемости развития ситуации на финансовых рынках принадлежит опционам. Данные инструменты, особенно в нестабильной ситуации на рынке, обладают рядом привлекательных свойств.

Учитывая тенденции развития финансовой системы, особенно увеличившуюся непредсказуемость рынков, усиление влияния таких не рассматриваемых ранее рисков как риск ликвидности, актуальной является проблема корректной оценки и управления рыночным риском портфеля с учетом риска ликвидности.

При этом рынок опционов будет иметь все большее значение при решении задач управления риском. Поэтому актуальной является задача управления риском с помощью опционов, как для финансовых, так и для нефинансовых компаний.

2. ОПЦИОНЫ И УПРАВЛЕНИЕ РЫНОЧНЫМ РИСКОМ

2.1. Управление рыночным риском с помощью фьючерсов и опционов

2.1.1. Особенности торговли фьючерсов и опционов

Существует два основных кардинально отличающихся друг от друга класса производных инструментов: фьючерсы (форварда) и опционы. Основное различие заключается в функции выплат данных инструментов. Для фьючерсов и подобных им инструментов зависимость функции выплат в момент исполнения контракта является линейной от цены базового актива. Для опционов функция выплат имеет нелинейный характер. Кроме этого, торговля данными инструментами также имеет существенные различия, которые могут иметь принципиальное значение при выборе инструмента управления риском. В процессе торговли производными инструментами можно выделить два основных этапа:

- первый этап — условия торговли контрактом от момента его введения в торговлю до момента исполнения контракта;
- второй этап — условия исполнения контракта, которые определяют порядок расчетов между контрагентами.

В работе мы не будем касаться вопросов, связанных с исполнением контрактов, хотя условия поставки контрактов влияют на значение кредитного риска и на число контрактов, доводимых до исполнения. Вопросы, связанные с исполнением контрактов являются объектом пристального внимания регулирующих органов, подробные отчеты и рекомендации можно найти в [27,28,94]. Далее будем считать, что компания может без издержек осуществить исполнение контрактов.

Остановимся на различиях торговли фьючерсными и опционными контрактами.

Правила торговли фьючерсными контрактами

Правила торговли фьючерсными контрактами устанавливаются каждой биржевой площадкой самостоятельно и могут отличаться друг от друга в деталях, но основные моменты одинаковы для всех торговых площадок.

Приобретение фьючерса (форварда) требует внесения начального залога (маржи) на торговый счет компании и поддержания определенного уровня маржи в дальнейшем. Начальная маржа составляет обычно 10-15% от стоимости контракта, поддерживающая маржа составляет 7-12% от стоимости контракта. Залог является гарантией выполнения обязательств компанией по контракту. При изменении цены актива, лежащего в основе фьючерсного контракта, меняется котировка фьючерсного контракта, и разница между предыдущей котировкой контракта и текущей зачисляется или списывается с торгового счета компании. Если сумма, находящаяся на торговом счете компании, становится меньше требуемой величины залога, компания должна оперативно восстановить уровень залога для сохранения позиции на рынке, иначе позиция компании будет принудительно ликвидирована. Как правило, зачисление-списание средств с торговых счетов происходит после закрытия торговой сессии, расчеты осуществляются по цене закрытия (цена последней сделки с фьючерсными контрактами). При необходимости внесения дополнительных залоговых средств компания обязана, как правило, перевести деньги на свой торговый счет в течение одного банковского дня.

Правила торговли опционами

Правила торговли опционами различны для продавца и покупателя опционного контракта.

Покупатель обязан заплатить стоимость (премию) опциона, после чего он становится владельцем опциона и может исполнить его в соответствие с установленными правилами исполнения контракта или продать его до момента исполнения, ликвидировав тем самым свою позицию на рынке. Никаких других требований к покупателю опциона не существует.

Продавец опциона обязан сохранять на своем торговом счете 100% полученной премии за продажу опциона и дополнительно внести залог, равный 10-15% от стоимости контракта, лежащего в основе опциона.

Приведем пример спецификации опционного контракта на американский фондовый индекс S&P500. Биржа устанавливает следующие требования к продавцу опционов: “компания, продающая непокрытый опцион, должна поместить на депозит 100% полученной премии за опцион плюс 15% от номинальной стоимости базового контракта, уменьшенной на величину, на которую опцион находится без выигрыша. Минимальная маржа составляет 100% премии опциона плюс 10% от номинальной стоимости базового контракта”.

Так, 28 сентября 1999 индекс S&P500 равнялся 1283.3 пункт (1 пункт равняется $100 долларов). Опцион пут с исполнением в октябре 1999 со страйком X=1275 стоил 21 пункт. Тогда продавец такого опциона должен был бы внести залог, равный

$$Z=21*\$100+0.15(1275*\$100)=\$21225 \text{ долларов},$$

что в десять раз больше суммы премии, полученной за опцион.

Как видим, требования к продавцу и покупателю опциона существенно отличаются.

Сформулируем и решим задачу управления рыночным риском, оцениваемым с помощью величины VaR, при операциях хеджирования с помощью фьючерсов, затем с помощью опционов и проведем сравнение эффективности использования фьючерсов и опционов для достижения требуемого уровня риска портфеля.

Начальные предположения

Прежде чем приступить к формулировке задач сделаем ряд начальных предположений:

1. В качестве величины риска будем использовать значение VaR портфеля для интервала времени τ и уровня достоверности $(1-\alpha)$. Компания стремится уменьшить величину VaR своего портфеля до некоторого определенного уровня.

2. Будем считать, что компания в своей деятельности подвергается риску возможного неблагоприятного изменения цены на единственный актив. От этого риска она стремится оградить себя. В качестве такого актива может быть цена на нефть, энергоносители, зерно, кредитная процентная ставка, фондовый индекс и т.д. Примерами таких компаний являются нефтедобывающие компании, компании-производители, себестоимость продукции которых зависит от какого-либо фактора, банковские организации.

Цена актива является случайной величиной, и ее изменение во времени описывается следующим стохастическим дифференциальным уравнением:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz, \qquad (2.1.1)$$

где

S — текущая цена актива,

μ - ожидаемая доходность за интервал времени dt,

σ - волатильность цены актива,

z — переменная, изменение которой следует стандартному Винеровскому процессу:

$$dZ = \varepsilon\sqrt{dt},$$

где

ε — случайное значение величины со стандартным нормальным распределением.

Данное уравнение наиболее часто используется для описания поведения рыночных цен и хорошо описывает динамику цен товарных и фондовых рынков, динамику процентных ставок. Это же уравнение используется при выводе формулы стоимости опционов. (Более подробно об этом можно прочитать в книге: J.C. Hull “Options, Futures, and other derivatives” [58]).

3. Для управления риском компания использует опционы или фьючерсы, которые исполняются в момент времени τ. Без ущерба общности рассмотрим случай, когда используются европейские опционы типа пут (put option), то есть случай, когда компания стремиться застраховаться от падения цены на базовый актив.

4. Стоимость опционов правильно оценивается формулой Блека-Шоулза (Black-Scholes) для акций, по которым не платится дивидендов. Как показывает практика, данное предположение верно в большинстве случаев, а расхождение между фактической ценой и теоретической не превышает разницу между ценами покупки и продажи.

2.1.2. Хеджирование фьючерсами

Пусть для данного актива S ведется торговля фьючерсными контрактами на него, и существует контракт с моментом исполнения, равным τ. Тогда в начальный момент времени $t=0$ котировка такого контракта равна:

$$K = S_0 e^{c\tau},$$

где S_0 — цена актива в начальный момент времени,

c — стоимость владения (cost of carry). Она измеряется стоимостью хранения актива плюс безрисковая процентная ставка минус доход, приносимый активом. Так для акций, по которым не платятся дивиденды, $c = r$ (r — безрисковая процентная ставка для выбранного периода времени), для акций, по которым выплачиваются дивиденды в размере q, $c = r - q$, для товаров, стоимость хранения которых равняется u-й доли от цены товара $c = u + r$ и т.д. Данная формула справедлива для инвестиционных активов. Величина c может быть как положительной, так и отрицательной. Будем считать, что в нашем случае $c = r$.

Так как мы рассматриваем случай, когда компания страхуется от возможного падения цены актива S, то на срочном рынке компания должна приобрести фьючерсный контракт на продажу. В этом случае платеж f по фьючерсному контракту в момент исполнения τ равен:

$$f = K - S_\tau.$$

Пусть компания в начальный момент времени приобретает для уменьшения риска портфеля фьючерсные контракты на продажу, и их доля относительно актива S равна h, тогда портфель компании состоит из актива S и h фьючерсов на продажу данного актива в момент τ. Стоимость такого портфеля V_t^{fut} равняется в начальный момент времени $t=0$:

$$V_0^{fut} = S_0$$

в момент времени τ: $V_\tau^{fut} = hK + (1-h)S_\tau$

Найдем значение VaR такого портфеля для уровня достоверности $1\text{-}\alpha$ и интервала времени τ.

Согласно сделанному предположению, изменение цены актива описывается уравнением (2.1.1). В этом случае цена актива S в момент τ описывается логнормальным распределением со следующими параметрами:

$$S_\tau = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s S_\tau} \exp\left(-\frac{(\ln S_\tau - m)^2}{2s^2}\right) = f(S), \qquad (2.1.2)$$

где $m = \ln S_0 + (\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)\tau$, $s = \sigma\sqrt{\tau}$.

Тогда распределение стоимости портфеля с фьючерсными контрактами имеет логнормальный вид, но с другими параметрами. Рассмотрим три случая:

а) $h < 1$:

В этом случае $(1-h) > 0$, и распределение хеджированного портфеля имеет вид:

$$f(V_\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s(V_\tau - hK)} \exp\left(-\frac{(\ln(V_\tau - hK) - \ln(1-h) - m)^2}{2s^2}\right),$$

Минимальное значение портфеля в этом случае равно hK, и значение VaR портфеля равняется, согласно определению:

$$VaR = V_0 - V_\tau^* \qquad (2.1.3)$$

где V_τ^* удовлетворяет условию:

$$\int_{hK}^{V_\tau^*} f(V_\tau)\, dV_\tau = \alpha,$$

что равносильно условию:

$$V_\tau^* = hK + (1-h)e^{m + s u(\alpha)},$$

где $u(\alpha): \Phi(u(\alpha)) \equiv \int_{-\infty}^{u(\alpha)} \frac{\exp(-\frac{x^2}{2})}{\sqrt{2\pi}} = \alpha$.

b) h =1.

В этом случае стоимость портфеля в момент τ равняется:

$$V_\tau^{fut} = K ,$$

и значение VaR равняется:

$$VaR = V_0 - K . \qquad (2.1.3')$$

c) h >1:

В этом случае (h -1)>0, и распределение портфеля имеет вид:

$$f(V_\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s(hK - V_\tau)} exp(-\frac{(ln(hK - V_\tau) - - ln(h-1) - m)^2}{2s^2}),$$

Максимальное значение портфеля равняется

$$V_{max} = hK ,$$

минимальное значение

$$V_{max} \xrightarrow{s\to\infty} -\infty$$

$$\int_{-\infty}^{V_\tau^*} f(V_\tau)dV_\tau = \alpha ,$$

что равносильно условию:

$$V_\tau^* = hK - (1-h)e^{m - su(\alpha)},$$

и значение VaR равняется:

$$VaR = V_0 - V_\tau^* .$$

Таким образом значение VaR портфеля, хеджированного фьючерсными контрактами, является линейной функцией от коэффициента хеджирования h .

Если h <1, то с увеличением коэффициента хеджирования значение VaR линейно убывает, а при ***h>1*** линейно возрастает. Минимальное значение VaR достигается при h =1:

$$VaR_{min} = S_0(1 - exp(c\tau)) .$$

Заметим, что если ***c<0***, то существует некоторое минимальное значение риска, меньше которого уменьшить риск портфеля с помощью фьючерсных контрактов не удастся.

Таким образом, значение VaR зависит только от выбора величины h коэффициента хеджирования.

Так как при увеличении коэффициента хеджирования h величина VaR портфеля линейно убывает до минимально возможного значения при h ***=1***, а затем монотонно возрастает, то для одного и того же значения VaR существует, вообще говоря, два значения коэффициента хеджирования, при которых достигается данное значение VaR: одно меньше единицы, другое больше единицы. Учитывая необходимость внесения залога для открытия фьючерсной позиции, приобретение большего числа фьючерсных контрактов требует от компании внесения большего залога и потенциально возможного большего отвлечения средств для поддержания такой позиции. Держать перехеджированный портфель (то есть портфель с ***h>1***) с целью уменьшения риска невыгодно, поэтому при хеджировании портфеля фьючерсами следует выбирать коэффициент хеджирования меньше единицы для достижения требуемого уровня риска. Значение коэффициента хеджирования определяется уравнением (2.1.3).

Рассмотрим вопрос, что считать стоимостью хеджирования фьючерсами.

Во-первых, применение фьючерсов, в силу линейной зависимости их функции выплат от цены базового актива, уменьшает не только величину риска, но и прибыль в случае благоприятного развития ситуации. Фактически фьючерсы являются искусственным способом сокращения объема портфеля без реальной продажи базового актива. Поэтому разность между ожидаемой прибылью незастрахованного портфеля и ожидаемой прибылью портфеля, в состав которого включены фьючерсы, можно рассматривать как стоимость уменьшения риска портфеля.

Математическое ожидание хеджированного портфеля равняется:

$$E(V_\tau) = hK + (1-h)E(S_\tau) = = hK + (1-h)exp(m + \frac{s^2}{2}), \qquad (2.1.4)$$

а разность Δ между ожидаемой доходностью незастрахованного портфеля и портфеля с фьючерсами:

$$\Delta = h\,exp(m + \frac{s^2}{2}) - hK . \qquad (2.1.4')$$

Во-вторых, приобретение фьючерсных контрактов требует внесения определенного залога и поддержания необходимого уровня залога вплоть до момента исполнения контракта. Привлечение средств на поддержание позиции на срочном рынке имеет стоимость в виде процентов за их использование. Если γ — доля залога от номинальной стоимости контракта, то начальный залог z_0 равняется:

$$z_0 = \gamma h S_0 .$$

Но цена базового актива не остается постоянной. При повышении цены актива ***S*** в нашем случае компания на срочном рынке будет нести убытки и вынуждена будет направлять дополнительные средства на поддержание требуемого залога. Величина залога определяется как:

$$z_t = z_0 + S_t - K \qquad (2.1.5)$$

До тех пор, пока ситуация на рынке остается стабильной, то есть цена актива находится в некотором устойчивом диапазоне, компания может с помощью своих средств или посредством привлечения кредитов поддерживать позицию на срочном рынке. Но если на рынке происходит резкое изменение цены, или возникает устойчивое движение цены в одном направлении (в нашем случае, например, цена актива начинает быстро расти), то компания может столкнуться с проблемой нахождения необходимых средств на поддержание фьючерсной позиции, так как кредитные возможности любой компании не безграничны.

Приведем в качестве примера историю немецкой компании Metallgesellchaft. Данная компания продала большой объем контрактов на поставку по фиксированным ценам газа и бензина своим потребителям. Срок исполнения контрактов варьировался от пяти до десяти лет, цена контрактов незначительно превышала текущие рыночные цены. Компания таким образом оказалась подверженной риску изменения цен на нефть и газ (в случае роста цен на них компания была бы вынуждена исполнять контракты по цене ниже рыночной). Для уменьшения риска компания решила использовать фьючерсный рынок и приобрела фьючерсные контракты на покупку в соответствующем количестве. Но срок исполнения фьючерсных контрактов был существенно короче, чем срок контрактов, заключенных с потребителями. Как оказалось, цены на газ и бензин стали падать и компании для сохранения своих позиций на срочном рынке пришлось отвлекать значительные средства. В результате размер отвлеченных ресурсов достиг такой величины, что возникла угроза платежеспособности компании, и компания была вынуждена отозвать контракты, заключенные с потребителями и ликвидировать свои позиции на фьючерсном рынке. Потери компании составили свыше $1.3 миллиарда долларов.

То есть, компания, уменьшая рыночный риск своего портфеля, при наличии ограничений на получение заемных средств сталкивается с риском потери платежеспособности.

Максимальный размер залога, который может потребоваться от компании, равен:

$$Z_{max} = Z_0 + h(S_{max} - K),$$

где S_{max} — максимальное значение цены актива за интервал времени τ.

Если данная величина превысит размер средств, которые компания может выделить на поддержание фьючерсной позиции, то она столкнется с проблемой платежеспособности.

Таким образом, стоимость использования фьючерсов можно рассматривать как сумму разности между ожидаемыми стоимостями незастрахованного и застрахованного портфелей и стоимости отвлеченных средств на поддержание позиции на срочном рынке. Кроме этого, использование фьючерсов приводит к возникновению риска возможной неплатежеспособности компании, при необходимости отвлечения значительных средств на поддержание требуемого уровня залога на срочном рынке.

В данной работе мы пренебрегаем стоимостью отвлеченных средств на поддержание фьючерсной позиции и в качестве стоимости использования фьючерсов для управления риском рассматриваем величину Δ, определяемую уравнением (2.1.4').

Рассмотрим теперь, как компания может уменьшить риск своего портфеля при использовании опционов.

2.1.3. Хеджирование опционами

Будем считать, что существует множество опционов пут (put option) со всевозможными ценами исполнения X. Время исполнения всех опционов одинаково и равняется τ. Так как мы рассматриваем случай, когда компания сталкивается с риском падения цены актива S, для уменьшения риска следует приобретать опционы типа пут.

Пусть h — доля опционов в портфеле относительно актива S. По определению функция выплат $Payoff$ опциона пут в момент исполнения определяется:

$$Payoff = max(X - S, 0)$$

Тогда стоимость портфеля V_t^{op} в момент τ, состоящего из одной единицы актива S и h опционов пут, определяется как:

$$V_t^{op} = S_\tau + hMax(X - S, 0) = \\ = Max(hX + (1-h)S_\tau, S_\tau)$$

Как видно, стоимость портфеля в момент τ зависит от двух параметров, которые может выбирать компания: коэффициента хеджирования h и цены исполнения опциона X. Чем больше значение X, тем при более высоких значениях S_τ исполняется опцион, и, следовательно, увеличивается защита, которую он обеспечивает, увеличение коэффициента хеджирования приводит к увеличению объема выплат в случае исполнения опциона, поэтому оптимальным для компании был бы выбор как можно более высокой цены исполнения опциона и как можно более высокого коэффициента хеджирования.

Но в отличие от фьючерсных контрактов, которые в момент их приобретения имеют нулевую стоимость и требуют только внесения залога, опционные контракты имеют определенную стоимость, и их приобретение требует уплаты данной стоимости (премии опциона). Напомним, что мы предполагаем, что стоимость опционов определяется формулой Блэка-Шоулза, тогда стоимость опционов пут в начальный момент времени определяется следующим образом:

$$P(X,\tau) = Xe^{-r\tau}\Phi(d_1) - S_0\Phi(d_2), \qquad (2.1.6)$$

где r — безрисковая процентная ставка,

$\Phi(d_{1,2})$ — кумулятивная функция нормального распределения, а значения d_1, d_2 определяются как:

$$d_1 = \frac{ln(X/S_0) - (r - \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}};$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}.$$

Чем выше цена исполнения опциона, тем, согласно формуле (2.1.6), выше стоимость такого опциона.

Естественно предположить существование ограничения размера суммы C, которую компания готова потратить на приобретение опционов с целью уменьшения риска портфеля. Тогда можно сформулировать следующую задачу:

1. Для заданного значения VaR портфеля, найти цену исполнения опционов X и коэффициент хеджирования h, при которых затраты C на приобретение опционов минимальны, и достигается заданное значение VaR. Решение данной задачи проще искать с помощью решения обратной задачи:
2. Для заданного уровня затрат C на приобретение опционов, найти цену исполнения опционов X и коэффициент хеджирования h, при которых достигается минимальное значение VaR портфеля.

Задача 2 впервые была сформулирована и решена в работе Dong-Hyun Ahn, Jacob Boudoukh, Matthew Richardson и Robert Whitelaw “Optimal Risk Management Using Options” [22]. Далее приводится решение этой задачи для того, чтобы сохранить логику изложения рассматриваемой проблемы сравнения эффективности использования фьючерсных и опционных контрактов при управлении риском.

Стоимость C, определяется как произведение числа купленных опционов на их стоимость:

$$C = hP(X).$$

Таким образом, при заданной стоимости, чем больше коэффициент хеджирования h, тем меньше цена исполнения опциона X. Поэтому компания имеет выбор: или приобрести небольшое количество опционов с высокой ценой исполнения, или приобрести больше опционов, но с меньшим страйком. Рассмотрим вопрос об оптимальном соотношении коэффициента хеджирования и цены исполнения опциона при заданной стоимости затрат на покупку опционов, при которых достигается минимальное значение VaR портфеля. Формальная постановка задачи:

$$VaR \xrightarrow[X,h]{} min; \; C = hP(X) = const$$

Определим для начала, чему равно значение VaR_τ портфеля для интервала времени τ и уровня достоверности (1-α).

Определение VaR для портфеля с опционами

Напомним, мы предполагаем, что развитие цены актива описывается уравнением (2.1.1). Тогда, как известно, значение цены актива подчиняется логнормальному распределению:

$$S_\tau \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi}sS_\tau}exp(-\frac{(\ln S_\tau - m)^2}{2s^2}) = f(S_\tau)$$

При отсутствии хеджа значение VaR портфеля определяется следующим образом:

$$VaR = S_0 - S^*, \qquad (2.1.7)$$

где значение цены S^*, такое, что вероятность того, что $S_\tau < S^*$, не превышает α.

S^* определяется уравнением:

$$\int_0^{S^*} f(S_\tau)dS_\tau \equiv \Phi(\frac{\ln S^* - m}{s}) = \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S^* = exp(su(\Phi(\alpha)) + m)$$

Для нахождения функции распределения вероятности хеджированного портфеля и значения VaR необходимо рассмотреть три случая, в зависимости от значения коэффициента хеджирования:

- a) h <1

Функция распределения стоимости хеджированного портфеля V_τ в момент τ зависит от того, исполняется опцион или нет.

Если опцион не исполняется, то есть $S_\tau \geq X$, то $V_\tau = S_\tau$, и распределение V_τ также логнормально.

Если опцион исполняется (что означает $S_\tau < X$), то стоимость портфеля равна:

$$V_\tau = hX + (1-h)S_\tau,$$

и распределение V_τ также логнормально, но с другими параметрами:

$$f(V_\tau | S_\tau < X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s(V_\tau - hX)}exp(-\frac{1}{2}\frac{(\ln V_\tau - hX) - (\ln(1-h)+m)^2}{s^2})$$

$S_\tau < X$ влечет, что $V_\tau < X$ (предполагаем h <1), минимальное значение портфеля равняется hX. Тогда функция плотности распределения стоимости портфеля в момент τ равна:

$$f(V_\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}sV_\tau}exp(-\frac{1}{2}\frac{(\ln V_\tau - m)^2}{s^2}) & | \quad V_\tau \geq X \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}s(V_\tau - hX)}exp(-\frac{1}{2}\frac{(\ln V_\tau - hX) - (\ln(1-h)+m)^2}{s^2}) & | \quad hX \leq V_\tau < X \\ 0 & | \quad V_\tau < hX \end{cases} \qquad (2.1.8)$$

и значение VaR определяется как

$$Var = V_0 - V^*, \qquad (2.1.9)$$

где V^* удовлетворяет условию:

$$\int_{hX}^{V^*} f(V_\tau)dV_\tau = \alpha. \qquad (2.1.10)$$

Если $V^* < X$, то значение V^* удовлетворяет условию:

$$V_\tau^* = hX + (1-h)e^{m+su(\alpha)}. \qquad (2.1.10')$$

Условие $V^* < X$ равносильно условию: $X > S^*$. Очевидно, что в реальных условиях хеджа это всегда так. Иначе, цена актива S^*, соответствующая данному уровню достоверности **(1-α)**,будет выше, чем цена исполнения опциона X, и наличие опционов в портфеле не влияет на величину VaR портфеля. Поэтому приобретение опционов со страйком меньше чем значение S^* для данного уровня достоверности не имеет смысла. Действительно, если $V^* > X$, то уравнение (2.1.10) имеет следующий вид:

$$\int_{hX}^{X} f(V_\tau)dV_\tau + \int_X^{V^*} f(V_\tau)dV_\tau = \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Phi(\frac{\ln X - m}{s}) + [\Phi(\frac{\ln V^* - m}{s}) - \Phi(\frac{\ln X - m}{s})] = \alpha \Leftrightarrow$$

$$\Phi(\frac{\ln V^* - m}{s}) = \alpha \Leftrightarrow V^* = e^{m+su(\alpha)}$$

откуда следует, что V^* не зависит от параметров опциона и коэффициента хеджирования.

Таким образом, в случае h <1, значение VaR определяется уравнением (2.1.9).

- b) h =1

В этом случае функция выплат портфеля определяется выражением:

$$V_\tau = \begin{cases} X, & S_\tau \leq X; \\ S_\tau, & S_\tau > X. \end{cases}$$

И функция распределения имеет вид:

$$f(V_\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}sV_\tau}exp(-\frac{1}{2}\frac{(\ln V_\tau - m)^2}{s^2}) & | \quad V_\tau \geq X; \\ 0 & | \quad V_\tau < hX. \end{cases}$$

Так как мы показали, что выбор опциона с ценой исполнения меньше, чем значение цены **S^*,** соответствующей данному уровню достоверности, не имеет смысла, то значение VaR при h =1 равно:

$$Var = V_0 - X \qquad (2.1.11)$$

- c) h >1

В этом случае одно и то же значение стоимости портфеля достигается при двух различных значениях S. Действительно, если $S_\tau \geq X$, то опционы не исполняются и распределение портфеля имеет вид:

$$f(V_\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}sV_\tau}exp(-\frac{1}{2}\frac{(\ln V_\tau - m)^2}{s^2}),$$

и условие $S_\tau \geq X$, влечет условие $V_\tau \geq X$.

Если $S_\tau < X$, то распределение портфеля имеет вид:

$$f(V_\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s(hX - V_\tau)} exp(-\frac{1}{2}\frac{(ln(hX - V_\tau) - ln(h-1) + m)^2}{s^2})$$

Минимальное значение $V_\tau = X$ достигается при $S_\tau = X$, максимальное значение $V_\tau = hX$ достигается при S_τ =0, то есть $X < V_\tau < hX$.

Таким образом, при $X < V_\tau < hX$ распределение портфеля является суммой двух распределений, и распределение портфеля имеет вид:

$$f(V_\tau) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s V_\tau} exp(-\frac{1}{2}\frac{(ln V_\tau - m)^2}{s^2}) & | \quad V_\tau \ge hX; \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s(hX - V_\tau)} exp(-\frac{1}{2}\frac{(ln\, hX - V_\tau) - (ln(h-1) + m)^2}{s^2}) + & | \quad X \le V_\tau < hX; \\ + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\, s V_\tau} exp(-\frac{1}{2}\frac{(ln V_\tau - m)^2}{s^2}) & \\ 0 & | \quad V_\tau < X. \end{cases}$$

Выражение для VaR в этом случае имеет более сложный вид и, как показано в [22], определяется как:

$$Var = V_0 - V^*,$$

где V^* удовлетворяет уравнению:

$$\alpha = \begin{cases} \Phi(\frac{ln V^* - m}{s}) - \Phi(\frac{ln \frac{hx - V^*}{h-1} - m}{s}) & ,\text{åñëè} \quad \alpha < \Phi(\frac{ln(hX) - m}{s}); \\ \Phi(\frac{ln V^* - m}{s}) & ,\text{åñëè} \quad \alpha \ge \Phi(\frac{ln(hX) - m}{s}). \end{cases} \qquad (2.1.12)$$

Аналитическое выражение значения VaR в этом случае получить не удается, и необходимо применять численные методы для нахождения решения.

Приступим теперь к решению сформулированной выше задачи (2).

Нахождение оптимального решения

Рассмотрим случай h <1, в этом случае удается получить решение в виде уравнения, которому удовлетворяют оптимальные параметры опциона.

Задача формулируется следующим образом:

$$\underset{h,X}{Min} \quad VAR_\tau = \underset{h,X}{Min} \quad (V_0 - V^*),$$

$$\text{при условии } C = hP(X) = const \qquad (2.1.13)$$

Так как V_0 не зависит от h и X, то задача (2.1.13) эквивалентна задаче (заменяя V^* согласно (2.1.10')):

$$\underset{h,X}{Max} \quad [hX + S_0(1-h)e^{(\mu - \sigma^2)\tau + \sigma\sqrt{\tau}u(\alpha)}],$$

$$\text{при условии } C = hP(X) = const \qquad (2.1.13')$$

Заменяя в целевой функции $h = C / P$, и обозначая $\theta(\alpha) = (\mu - \sigma^2)\tau + \sigma\sqrt{\tau}u(\alpha)$ получаем следующую задачу:

$$X_{opt} = arg\,max[C\frac{X - S_0 exp(\theta(\alpha))}{P}] =$$

$$= arg\,max[\frac{X - S_0 exp(\theta(\alpha))}{P}]. \qquad (2.1.14)$$

Как видно из полученного выражения, выбор оптимального страйка не зависит от стоимости хеджа C. То есть, независимо от величины суммы, которая тратится на хедж, значение оптимальной цены исполнения опциона остается тем же самым. Можно сделать вывод, что коэффициент хеджирования h определяется просто делением суммы, выделенной на хедж, на стоимость оптимального опциона. Напомним, что данный результат получен в предположении, что h <1.

Для нахождения оптимального страйка необходимо найти решение уравнения:

$$\frac{P - (X - S_0 exp(\theta(\alpha)))\frac{\partial P}{\partial X}}{P^2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$X = S_0\, exp(\theta(\alpha)) + X - S_0\, exp(r\tau)\frac{\Phi(d2)}{\Phi(d1)} \Leftrightarrow$$

$$\frac{\Phi(d2)}{\Phi(d1)} = exp(\theta(\alpha)) - r\tau \qquad (2.1.15)$$

Таким образом, значение оптимального страйка является решением уравнения (2.1.15), а оптимальное значение коэффициента хеджирования определяется делением выделенной суммы C на стоимость опциона с оптимальным страйком. Данный результат справедлив для случая h <1.

Для случая h >1 следует использовать выражение для VaR, соответствующее уравнению (2.1.11). Для нахождения решения в работе применялся алгоритм нелинейной оптимизации Generalized Reduced Gradient (GRG2), разработанный Леоном Лэсдоном (Leon Lasdon) и Аланом Уореном (Allan Waren). В результате исследования работы алгоритма получен следующий вывод: оптимальное решение соответствует значению h =1; оптимальная цена исполнения опциона определяется уравнением:

$$P(X) = C.$$

Таким образом, общее решение задачи минимизации VaR при фиксированной стоимости затрат на приобретение опционов следующее.

Если стоимость хеджа C достаточно мала, так что при X, соответствующему решению уравнения (2.1.15), коэффициент хеджирования меньше единицы:

$$h = C / P(X) < 1,$$

то оптимальная цена исполнения опциона определяется уравнением (2.1.15), а оптимальное значение коэффициента хеджирования определяется делением стоимости хеджа на стоимость опциона с оптимальным страйком.

Таблица 2.1.1

ЗАВИСИМОСТЬ ОПТИМАЛЬНОГО СТРАЙКА И ЗНАЧЕНИЯ VaR ОТ ЗАТРАТ НА ХЕДЖ

Стоимость хеджа	Оптимальный страйк	VaR	Коэффициент хеджирования
0		2,54	
0,01	18,02	2,398	0.25
0,02	18,02	2,26	0.50
0,30	18,02	2,12	0.75
0,04	18,02	1,98	1
0,10	18,58	1,42	1
0,20	19,09	0,9	1
0,30	19,43	0,57	1
0,40	19,70	0,30	1
0,50	19,93	0,07	1
0,53	20	0	1

Если стоимость хеджа C достаточно велика, так, что решению уравнения (2.1.15) соответствует h >1, то оптимальное решение соответствует значению коэффициента хеджирования, равного единице: h_{opt} = 1, а оптимальный страйк опциона определяется решением уравнения $P(X) = C$.

Обратим внимание на факт, что как и в случае с фьючерсными контрактами, невыгодно иметь перехеджированный портфель (h >1). Независимо от суммы, выделяемой на уменьшение риска, оптимальный коэффициент хеджирования не превышает единицы.

Приведем пример оптимального хеджирования опционами, близкий к реальным рыночным условиям:

Численный пример

Рассмотрим в качестве примера российского экспортера нефти. Экспортер стремится застраховаться от возможного падения цен на нефть и приобретает пут опционы на поставку нефти, например на американской бирже NYMEX.

Пусть интервал времени, для которого считается значение VaR, равен одному месяцу, уровень достоверности равен 97,5% (α=2,5%).

Текущее значение цены на нефть S =$20 долларов за баррель. Волатильность равна 25%, ожидаемый темп роста μ =10%. Безрисковая процентная ставка равняется 5%.

Тогда значение VaR незахеджированного портфеля равняется VaR **=$2,54** доллара. То есть с вероятностью 97,5% потери хеджера не превысят за один месяц $2,54 доллара с каждого барреля нефти.

Допустим теперь, что хеджер готов потратить на хеджирование сумму C = $0,04 доллара. В этом случае согласно уравнению (2.1.15), оптимальному решению соответствует опцион со страйком X = $18,02 доллара. Цена такого опциона равняется P = $0,04 доллара и коэффициент хеджирования равен h = 1. Значение VaR, соответствующее оптимальному решению, равно:

VaR **min=$1,98** доллара**.**

Таким образом, затратив на хеджирование только 0,2% ($0,04 от $20) от стоимости одного барреля нефти, хеджер уменьшает свой риск на **22%**.

Зависимость оптимального страйка и значения VaR от затрат на хедж приведена в табл. 2.1.1 и графике 2.1.1.

Как видно, пока C <0,04 коэффициент хеджирования меньше единицы и решение ищется с помощью уравнения (2.1.15); при C =0,04 коэффициент хеджирования достигает значения единицы и далее значения оптимального страйка ищется как страйк опциона, стоимость которого равна затратам на хеджирование.

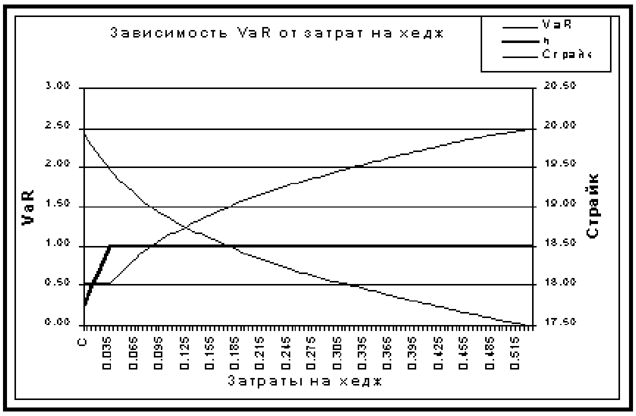

График 2.1.1 Зависимость оптимального страйка и значения VaR от затрат на хедж

Отметим, что увеличивая C, можно добиться, чтобы VaR равнялся нулю. Это соответствует ситуации полного хеджирования (h =1) опционом, страйк которого совпадает с текущей ценой на нефть. Затраты на такой хедж составляют 2,68% от стоимости одного барреля нефти.

Стоимость хеджирования опционами

Обратимся теперь к вопросу, что считать стоимостью уменьшения риска портфеля при использовании опционов. В отличие от фьючерсов, начальная стоимость которых равна нулю, опционы имеют начальную стоимость, и за их приобретение уплачивается безвозвратная премия. Но в отличие от фьючерсов, в результате использования которых математическое ожидание стоимости портфеля может как повыситься, так и понизиться, использование опционов, как интуитивно понятно, всегда приводит к увеличению ожидаемой стоимости портфеля по сравнению с незастрахованным портфелем. Поэтому общей стоимостью применения опционов можно рассматривать величину, равную уплаченной сумме при их приобретении (компаундированную к моменту исполнения опциона), плюс разность между ожидаемой стоимостью незастрахованного портфеля и ожидаемой стоимостью застрахованного портфеля.

Найдем ожидаемую стоимость портфеля с опционами.

Рассмотрим случай h <1. Функция плотности вероятности стоимости портфеля задается тогда уравнением (2.1.8), и ожидаемая стоимость равна:

$$E(V_\tau) = \int_{hX}^{\infty} V_\tau f(V_\tau)\,dV_\tau =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,s}\Big[\int_{hX}^{X} \frac{V_\tau}{V_\tau - hX} e^{-\frac{1}{2}\frac{(\ln V_\tau - hX) - (\ln(1-h) + m)^2}{s^2}}\,dV_\tau +$$

$$+ \int_{X}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\frac{(\ln V_\tau - m)^2}{s^2}}\,dV_\tau \Leftrightarrow E(V_\tau) = e^{m+\frac{s^2}{2}} + hX\Phi\Big(\frac{\ln X - m}{s}\Big) -$$

$$= he^{m+\frac{s^2}{2}}\Phi\Big(\frac{\ln X - (m + \frac{s^2}{2})}{s}\Big). \qquad (2.1.16)$$

В случае h =1 находим:

$$E(V_\tau) = \int_{0}^{\infty} V_\tau f(V_\tau)\,dV_\tau =$$

$$= \int_{0}^{X} Xf(S_\tau)\,dS_\tau + \int_{X}^{\infty} S_\tau f(S_\tau)\,dS_\tau \Leftrightarrow E(V_\tau) = X\Phi\Big(\frac{\ln X - m}{s}\Big) +$$

$$+ e^{m+\frac{s^2}{2}}\Big(1 - \Phi\Big(\frac{\ln X - (m + \frac{s^2}{2})}{s}\Big)\Big) \qquad (2.1.16')$$

Что совпадает с результатом, полученным по формуле (2.1.16) при h =1. Таким образом, формула (2.1.16) верна для всех $h \le 1$.

Сравним теперь эффективность использования фьючерсов и опционов при управлении риском портфеля.

2.1.4. Сравнение эффективности использования фьючерсов и опционов

Суммируем для начала плюсы и минусы использования фьючерсов и опционов.

Фьючерс

При хеджировании фьючерсами требуется внести и поддерживать определенный залог. Существует опасность, что необходимость отвлечения средств на поддержание залога приведет к потере платежеспособности компании.

Включение фьючерсов в портфель ограничивает не только риск портфеля, но и прибыль в случае благоприятного развития ситуации.

Начальная стоимость фьючерсного контракта равна нулю, поэтому для их приобретения не требуется уплачивать безвозвратную премию как в случае с опционами.

Опцион

При приобретении опциона не требуется вносить и поддерживать залог.

Включение опционов в портфель позволяет уменьшить риск портфеля, но не ограничивает прибыль при благоприятном развитии событий.

Опционы, по сравнению с фьючерсами, имеют начальную стоимость, поэтому их приобретение требует определенных затрат.

Общий результат решения задач управления риском портфеля с помощью фьючерсов и опционов состоит в том, что в обеих задачах оптимальный коэффициент хеджирования не превышает единицы, то есть при управлении риском иметь портфель с коэффициентом хеджирования больше единицы нерационально.

Использование фьючерсов и опционов имеет одну и ту же цель — уменьшить риск портфеля до требуемой величины. Поэтому существует проблема, какой из данных производных инструментов предпочтительно использовать и в каких ситуациях.

Критерием сравнения эффективности использования фьючерсов и опционов может служить стоимость достижения требуемого уровня риска портфеля при использовании фьючерсов и опционов.

Разумно предположить, что инструмент, позволяющий уменьшить риск портфеля до требуемой величины за меньшую стоимость, является более предпочтительным. Естественно, речь идет о предпочтительности в среднем.

К сожалению, провести аналитическое сравнение стоимости использования фьючерсов и опционов при заданном значении VaR не получается. Так как, во-первых, для конкретного значения VaR способ определения оптимального значения цены исполнения опциона и коэффициента хеджирования зависит от величины VaR (см. предыдущий параграф), а во-вторых, если рассмотреть каждый случай решения задачи с опционами отдельно, значение разности стоимости операций хеджирования при использовании фьючерсов и опционов удается получить только в форме уравнения.

Поэтому для сравнения эффективности использования фьючерсов и опционов проведем эксперимент по симуляции поведения соответствующих портфелей, и по результатам симуляции сравним стоимость использования фьючерсов и опционов.

Симуляция проводится с помощью программного продукта Microsoft Excel 7.0. Данные электронные таблицы имеют в своем составе встроенный генератор случайных чисел в диапазоне от нуля до единицы. Для получения выборки, распределенной по нормальному закону, применим следующую процедуру: с помощью генератора случайных чисел получаем значение случайного числа и с помощью функции НОРМСТОБР(x) получаем значение нормального обратного распределения для данного случайного числа. После этого повторяем генерацию случайного числа и т.д., до тех пор, пока не будет получена выборка требуемого объема.

Таблица 2.1.2

НАБОРЫ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕНЫ АКТИВА

Параметры	τ	μ	σ	r
1	1 месяц	10%	25%	5%
2	1 месяц	10%	50%	5%
3	1 месяцев	-10%	25%	5%
4	6 месяцев	10%	50%	5%
5	6 месяцев	10%	25%	5%

Процесс симуляции включает следующие шаги:

1. Будем считать, что изменение цены актива S описывается уравнением (2.1.1). Симуляция проводится для двух интервалов времени: один месяц, и шесть месяцев при различных значениях волатильности и темпа роста. Всего рассматривается пять различных сценариев (табл. 2.1.2), измерение всех величин приведено к одному году.
2. С помощью описанной выше процедуры для каждого набора параметров совершается следующая процедура:

а) генерируется N значений цены актива S, где N — число дней в интервале времени τ, по следующей формуле, являющейся дискретной записью уравнения (2.1.1):

$$S_{i+1} = S_i\,(1 + \mu\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}\,\varepsilon)\,,$$

где Δt - интервал времени, для которого проводится итерация (в нашем случае Δt =1/360),

ε - случайное значение из нормального распределения.

В результате получаем одну тысячу возможных значений цены актива S_τ в конец интервала времени τ. Найдем также максимальное значение цены актива за интервал времени τ.

Таким образом, получается симуляция траектории цены S за интервал времени τ. Пример пути изменения цены S для μ =10% годовых, а σ =25% и τ =0,083 года (1 месяц) приведен в табл. 2.1.3 (начальная цена S_0 =20, конечная цена S_τ =17,95).

б) генерируется одна тысяча возможных траекторий изменений цены S за интервал времени τ. Начальная цена S_0 во всех генерациях остается одинаковой.

А) Подсчитаем значение VaR нехеджированного портфеля, в соответствие с формулой (2.1.7). Потребуем, чтобы величина риска портфеля составляла 0.9, 0.8 и т. д., вплоть до нуля от величины риска не хеджированного портфеля. Для каждого значения риска найдем соответствующие значения коэффициентов хеджирования при использовании фьючерсов, и оптимальные значения коэффициентов хеджирования и цены исполнения при использовании опционов.

a) Для каждого из полученных портфелей найдем значения V_τ соответствующие значениям S_τ. Таким образом, получаем одну тысячу возможных значений стоимости портфеля через интервал τ.

b) Для каждого из портфелей найдем средние значения его стоимости в момент τ.

c) Подсчитаем стоимость использования фьючерсов, как разность между средней стоимостью не хеджированного портфеля и средней стоимости хеджированного портфеля.

d) Подсчитаем стоимость использования опционов, как стоимость опционов плюс разность между средней стоимостью нехеджированного портфеля и средней стоимостью портфеля с опционами.

е) Для каждого из портфелей с фьючерсами по формуле (2.1.5) найдем максимальную величину средств, отвлекаемых на поддержание фьючерсной позиции.

Таблица 2.1.3

ОДНА ИЗ РЕАЛИЗАЦИЙ ТРАЕКТОРИИ ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕНЫ ЗА ИНТЕРВАЛ ВРЕМЕНИ τ

День	ε	Цена S
1	0.54	20.00
2	-2.60	20.15
3	-2.65	19.46
4	0.10	18.79
5	-0.82	18.82
6	-0.97	18.62
7	-1.94	18.39
8	-1.14	17.92
9	3.40	17.66
10	1.23	18.45
11	-0.44	18.76
12	-0.64	18.65
13	1.51	18.50
14	0.46	18.87
15	-1.90	18.99
16	-0.28	18.52
17	0.54	18.46
18	-0.59	18.59
19	0.65	18.46
20	-0.77	18.62
21	-0.57	18.44
22	-0.21	18.30
23	-0.28	18.26
24	-1.30	18.20
25	-0.16	17.89
26	0.12	17.86
27	0.86	17.89
28	0.03	18.10
29	-0.70	18.11
30	-0.78	17.95

Как показывают результаты симуляции (табл. 2.1.4), при предположении, что опционы правильно оцениваются формулой Блэка-Шоулза, и изменение цены актива описывается уравнением 2.1.1, *использование опционов оказывается эффективнее чем фьючерсов для достижения требуемого уровня риска, если $\mu > r$ (что выполняется на реальных рынках).*

Такой же результат дает сравнение стоимости использования фьючерсов и опционов на основе уравнений 2.1.4' и 2.1.16.

При оценке стоимости использования фьючерсов мы не учитывали стоимость поддержания залога (ее учет приводит к увеличению общей стоимости использования фьючерсов). Рассмотрим теперь, какой максимальной величины достигает объем средств, направляемый на срочный рынок на поддержание фьючерсной позиции, за время τ .

Рассмотрим случай максимального значения коэффициента хеджирования: h =1.

Таблица 2.1.4

РЕЗУЛЬТАТЫ СИМУЛЯЦИИ СТОИМОСТИ ПОРТФЕЛЯ ПРИ ХЕДЖИРОВАНИИ ФЬЮЧЕРСАМИ И ОПЦИОНАМИ

Симуляция для процесса с параметрами: ***S0=20; K=20.08; μ=0.1; σ=0.25; τ=0.083; α=0.025; r=0.05***												
***VaR* портфеля**		**2.538**	**2.284**	**2.031**	**1.777**	**1.523**	**1.269**	**1.015**	**0.761**	**0.508**	**0.254**	**0.000**
Решение для опционов	Премия опциона	0	0.02	0.04	0.06	0.09	0.12	0.17	0.24	0.32	0.42	0.53
	Страйк	0	18.02	18.02	18.22	18.48	18.73	18.98	19.24	19.49	19.75	20.00
	Коэффициент хеджирования	0	0.45	0.90	1	1	1	1	1	1	1	1
Решение для фьючерсов	Коэффициент хеджирования	0	0.10	0.19	0.29	0.39	0.48	0.58	0.68	0.77	0.87	0.97
Результаты симуляции	Средняя стоимость портфеля с опционами	20.19	20.20	20.22	20.24	20.26	20.30	20.34	20.40	20.47	20.56	20.67
Средняя стоимость портфеля с фьючерсами		20.19	20.18	20.17	20.16	20.15	20.14	20.13	20.12	20.11	20.10	20.09
Стоимость использования опционов		0	0.002	0.004	0.007	0.012	0.015	0.021	0.029	0.038	0.045	0.051
Стоимость использования фьючерсов		0	0.010	0.020	0.030	0.040	0.050	0.060	0.070	0.080	0.090	0.100
Симуляция для процесса с параметрами: ***S0=20; K=20.08; μ=0.1; σ=0.5; τ=0.083; α=0.025; r=0.05***												
***VaR* портфеля**		**4.96**	**4.46**	**3.97**	**3.47**	**2.98**	**2.48**	**1.98**	**1.49**	**0.99**	**0.50**	**0**
Решение для опционов	Премия опциона		0.03	0.07	0.11	0.17	0.25	0.36	0.49	0.66	0.87	1.11
	Страйк		16.00	16.03	16.53	17.02	17.52	18.02	18.51	19.01	19.50	20.00
	Коэффициент хеджирования		0.52	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Решение для фьючерсов	Коэффициент хеджирования		0.10	0.20	0.30	0.39	0.49	0.59	0.69	0.79	0.89	0.98
Результаты симуляции	Средняя стоимость портфеля с опционами	20.20	20.23	20.27	20.30	20.36	20.43	20.53	20.66	20.82	21.02	21.25
Средняя стоимость портфеля с фьючерсами		20.20	20.19	20.18	20.17	20.16	20.14	20.13	20.12	20.11	20.10	20.09
Стоимость использования опционов		0	0.002	0.004	0.009	0.014	0.017	0.028	0.040	0.050	0.057	0.063
Стоимость использования фьючерсов		0	0.012	0.024	0.035	0.047	0.059	0.071	0.082	0.094	0.106	0.118
Симуляция для процесса с параметрами: ***S0=20, K=20,51, μ=0,1,σ=0,25, τ=0,5, α=0,025, r=0,05***												
***VaR* портфеля**		**5.36**	**4.83**	**4.29**	**3.75**	**3.22**	**2.68**	**2.14**	**1.61**	**1.07**	**0.54**	**0**
Решение для опционов	Премия опциона		0.04	0.09	0.14	0.20	0.29	0.41	0.55	0.72	0.92	1.16
	Страйк		15.83	15.83	16.25	16.78	17.32	17.86	18.39	18.93	19.46	20.00
	Коэффициент хеджирования		0.45	0.90	1	1	1	1	1	1	1	1
Решение для фьючерсов	Коэффициент хеджирования		0.09	0.18	0.27	0.37	0.46	0.55	0.64	0.73	0.82	0.91
Результаты симуляции	Средняя стоимость портфеля с опционами	21.03	21.06	21.09	21.13	21.19	21.26	21.35	21.48	21.63	21.81	22.03
Средняя стоимость портфеля с фьючерсами		21.03	20.98	20.93	20.89	20.84	20.79	20.74	20.69	20.65	20.60	20.55
Стоимость использования опционов		0	0.011	0.023	0.033	0.047	0.061	0.082	0.103	0.122	0.141	0.161
Стоимость использования фьючерсов		0	0.048	0.095	0.143	0.191	0.239	0.286	0.334	0.382	0.430	0.477
Симуляция для процесса с параметрами: ***S0=20; K=20.51; μ=0.1; σ=0. 5; τ=0.5; α=0.025; r=0.05***												
***VaR* портфеля**		**10.12**	**9.10**	**8.08**	**7.06**	**6.04**	**5.02**	**4.00**	**3.04**	**2.02**	**1.01**	**0.00**
Решение для опционов	Премия опциона		0.07	0.14	0.25	0.40	0.60	0.87	1.19	1.58	2.02	2.53
	Страйк		11.45	11.90	12.91	13.93	14.94	15.95	16.96	17.98	18.99	20.00
	Коэффициент хеджирования		0.64	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Решение для фьючерсов	Коэффициент хеджирования		0.10	0.19	0.29	0.38	0.48	0.58	0.67	0.76	0.86	0.95
Результаты симуляции	Средняя стоимость портфеля с опционами	21.05	21.11	21.17	21.27	21.41	21.59	21.84	22.16	22.53	22.97	23.46
Средняя стоимость портфеля с фьючерсами		21.05	21.00	20.94	20.89	20.84	20.79	20.74	20.69	20.64	20.58	20.53
Стоимость использования опционов		0	0.008	0.016	0.028	0.039	0.058	0.071	0.081	0.094	0.105	0.115
Стоимость использования фьючерсов		0	0.052	0.104	0.156	0.208	0.260	0.312	0.361	0.412	0.464	0.515
Симуляция для процесса с параметрами: ***S0=20; K=20.08; μ=-0.1; σ=0.25; τ=0.083; α=0.025; r=0.05***												
***VaR* портфеля**		**2.83**	**2.54**	**2.26**	**1.98**	**1.70**	**1.41**	**1.13**	**0.85**	**0.57**	**0.28**	**0.00**
Решение для опционов	Премия опциона		0.01	0.02	0.04	0.06	0.10	0.15	0.22	0.30	0.41	0.53
	Страйк		17.68	17.74	18.02	18.30	18.59	18.87	19.15	19.43	19.72	20.00
	Коэффициент хеджирования		0.560	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Решение для фьючерсов	Коэффициент хеджирования		0.10	0.19	0.29	0.39	0.49	0.58	0.68	0.78	0.87	0.97
Результаты симуляции	Средняя стоимость портфеля с опционами	19.85	19.86	19.88	19.90	19.94	19.99	20.05	20.13	20.23	20.36	20.50
Средняя стоимость портфеля с фьючерсами		19.85	19.87	19.89	19.92	19.94	19.96	19.98	20.01	20.03	20.05	20.08
Стоимость использования опционов		0	-0.01	-0.01	-0.02	-0.03	-0.04	-0.05	-0.07	-0.09	-0.11	-0.12
Стоимость использования фьючерсов		0	-0.02	-0.05	-0.07	-0.09	-0.12	-0.14	-0.16	-0.18	-0.21	-0.23

Вычислим две величины: для каждой симуляции траектории изменения цены s от начального момента времени до момента τ найдем максимальное значение s для данной траектории. Напомним, что всего было симулировано 1000 траекторий цены s для каждого набора параметров, таким образом, вычислим среднее максимальное значение $\overline{s}_{max}$, и максимальное значение s_{max}^{global} среди всех полученных траекторий.

После этого определим среднее значение величины максимального залога и глобальное максимальное значение залога, полученное в процессе симуляции. Величину залога определим по следующей формуле (учитывая, что $h = 1$):

$$\overline{Z}_{max} = Z_0 + \overline{S}_{max} - K,$$

$$\overline{Z}_{max}^{global} = Z_0 + \overline{S}_{max}^{global} - K,$$

$$Z_0 = \gamma S_0.$$

Положим для определенности γ =0.1. Результаты приведены в табл. 2.1.5.

В результате мы видим, что при увеличении волатильности и времени, для которого производится хеджирование, максимальное значение залога может превышать стоимость самого актива. То есть компания, владеющая активом и хеджирующая риск с помощью фьючерсов может столкнуться с необходимостью привлечения средств для поддержания залога в несколько раз превышающие стоимость самого актива.

Компания должна ожидать, что при наличии фьючерсной позиции в среднем максимальный размер суммы, отвлекаемой на поддержание позиции, будет превышать начальный залог. Поэтому, если компания ограничена в возможности оперативного привлечения средств, то проведение операций хеджирования с помощью фьючерсов требует большой осторожности.

При проведении симуляции были сделаны предположения о корректности оценки опционов с помощью Блэка-Шоулза и нормальном распределении изменения цены актива. Реальное распределение рыночных цен, как указывалось выше, имеет более "тяжелые хвосты", это приводит к тому, что формула Блэка-Шоулза не дооценивает опционы пут с ценой исполнения сильно ниже текущей цены. Поэтому, оценивая результаты решения задачи оптимизации для опционов, следует понимать, что стоимость использования опционов со страйком, далеким от текущей цены, недооценена.

Рассмотренные в данном параграфе задачи управления риском портфеля на основе величины VaR с помощью фьючерсов и опционов решены при довольно жестких ограничениях как на состав портфеля (рассмотрен простейший случай одного актива), так и на изменение цены актива (допущение о нормальном распределении изменения цены актива). Реальное распределение изменений рыночных цен отличается от нормального более "тяжелыми хвостами" распределения и составы реальных портфелей, конечно, сложнее, чем рассмотренного нами.

Однако следует сказать, что идеи, лежащие в основе рассмотренных задач, могут применяться на практике, единственное изменение будет связано с нахождением решения, которое для реальной рыночной ситуации, по нашему мнению, следует искать с помощью алгоритмов направленного перебора.

Таблица 2.1.5

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ЗАЛОГА ПО ФЬЮЧЕРСНОЙ ПОЗИЦИИ (s_0 =20, γ =0.1)

h =1	μ	σ	τ	Z_0	Среднее значение максимального залога	% от s_0	Максимальное полученное значение залога	% от s_0
1	0.1	0.25	0.083	2	3.05	15.3	7.29	36.5
2	0.1	0.25	0.5	2	3.70	18.5	13.16	65.8
3	0.1	0.5	0.083	2	5.34	26.7	23.81	119.0
4	0.1	0.5	0.5	2	8.07	40.3	62.89	314.5
5	-0.1	0.25	0.083	2	2.88	14.4	6.42	32.1

2.2. Задача максимизации ожидаемой прибыли для заданного уровня риска портфеля при проведении активных операций на рынке опционов

В предыдущем разделе мы рассмотрели, как с помощью производных инструментов можно управлять риском портфеля. Проведение операций хеджирования можно рекомендовать производственным компаниям и компаниям, для которых работа на финансовых рынках не является первичной в их деятельности. Как показано выше, использование опционов в таких операциях предпочтительнее, чем использование фьючерсов.

Производные инструменты, наряду с использованием их как инструмента управления риском, достаточно активно используются (в основном финансовыми компаниями) как способ увеличения доходности финансовых операций.

Существующая точка зрения о функционировании финансовых рынков заключается в том, что текущие рыночные цены на эффективном рынке отражают всю имеющуюся информацию, тем самым являются справедливым отражением будущей стоимости актива. Их дальнейшее изменения зависят от будущего потока информации (событий), который в принципе не определен, и имеет *случайный* характер. Поэтому заранее предсказать будущее значение цены (и динамику ее изменения) невозможно.

Однако, большинство финансовых институтов часто проводят активные операции, руководствуясь своим пониманием текущей ситуации на рынке и видением ее дальнейшего развития. Есть целое направление прогнозирования будущих движений цен на основе их предыдущего поведения: *технический анализ*. На сегодняшний день специалисты технического анализа сумели создать целую индустрию предоставления своих услуг. Все крупные компании имеют свой аналитический отдел, который занимается прогнозированием развития ситуации на рынках. Учитывая тенденции развития финансовой системы (см. раздел 1), крупный институт, совершая операции на основе своего прогноза, может повлиять на рыночную ситуацию. Поэтому рассматривать поведение рынка как случайное нам представляется сильным упрощением реальности. Да, изменение цен имеет какое-то распределение и удовлетворительно описывается теорией случайных процессов, но в каждый момент времени ситуация на рынке является уникальной, существуют моменты, когда изменение цен определяется действиями участников рынка, а не изменением фундаментальных факторов.

Можно предположить, что на изменение цен, кроме фундаментальных причин, оказывает влияние действия участников рынка. Причем, если фундаментальные факторы оказывают влияние на долгосрочную перспективу, то краткосрочные тенденции определяются практически полностью действиями участников и зависят от их настроений, и психологии.

Приведем в качестве примера российский фондовый рынок. Фондовый индекс РТС в 1998 году понизился в 10 раз, в результате общая капитализация всех российских компаний составила 10 млрд. долларов. Причем условия функционирования компаний, составляющих основу индекса (нефтяная отрасль, энергетика, телекоммуникации), существенно не изменились, а после девальвации рубля даже улучшились. Падение объясняется паникой среди инвесторов, которые понесли большие убытки и начиная с некоторого момента времени имели только одно желание — уйти с рынка, что только усиливало падение цен.

Гораздо более близкой к истине представляется теория, предложенная американским финансистом Джорджем Соросом [106].

Согласно его концепции “Общепринятое представление состоит в том, что финансовые рынки стремятся к равновесию и в целом правильно учитывают будущее. На мой взгляд, финансовые рынки не могут правильно учитывать будущее – они вообще не учитывают будущее, они помогают его сформировать. В определенных обстоятельствах финансовые рынки могут затронуть так называемые фундаментальные ценности, которые они, как считается, должны отражать. Когда это происходит, рынки вступают в период динамического дисбаланса и ведут себя абсолютно не так, как следовало бы, — в свете теории эффективных рынков”[106].

Мы не будем углубляться в вопрос о функционировании рынков и об их прогнозируемости, и примем как факт, что многие участники в своих действиях руководствуются собственным прогнозом.

Если компания обладает прогнозом, то использование производных инструментов является, в силу их особенностей (см. раздел 1), более эффективным, чем операции на реальном рынке.

Рассмотрим задачу оптимального поведения компании в случае наличия прогноза развития ситуации на рынке.

При этом задача заключается в том, чтобы на основе имеющегося прогноза выбрать из множества доступных альтернатив тот финансовый инструмент, который принесет максимальную прибыль. Получение прибыли, однако, неразрывно связано с риском, поэтому при формировании портфеля необходимо следить за величиной его риска. В качестве этой величины мы будем рассматривать значение VaR портфеля.

Решим задачу максимизации ожидаемой прибыли финансовых операций для фиксированного уровня риска при наличии прогноза на примере операций на рынке опционов.

При проведении операций на основе прогноза на рынках производных инструментов, использование фьючерсов, форвардов и подобных им инструментов имеет следующие недостатки:

Во-первых, при использовании фьючерсов и форвардов возможны существенные финансовые потери, если прогноз, на основе которого проводились операции, оказался ошибочен, так как ограничения на максимально возможные потери отсутствуют.

Во-вторых, наличие фьючерсной позиции требует от инвестора постоянного контроля над состоянием торгового счета и при необходимости своевременного внесения дополнительных залоговых средств. Если на рынке возникнет сильное неблагоприятное колебание цены, то возможна ситуация, что инвестор не сможет поддержать требуемый уровень залоговых средств (см. пример предыдущего параграфа), и будет вынужден ликвидировать свои позиции, понеся убытки, хотя в итоге прогноз может оправдаться.

При использовании опционов таких проблем нет. Потери ограничены при неблагоприятной конъюнктуре рынка, дополнительных затрат после приобретения опциона не возникает, отсутствует необходимость в постоянном контроле состояния торгового счета. Кроме этого, если допустить, что имелся бы абсолютно достоверный прогноз, то максимально возможная прибыль от владения опционом, как правило, была бы выше прибыли от владения фьючерсом или форвардом при одной и той же сумме начальных инвестиций.

Недостаток использования опционов заключается в том, что их приобретение требует определенных начальных затрат.

Начальные предположения

Прежде чем приступить к формулировке задачи, сделаем ряд начальных предположений:

1. В качестве инструмента измерения риска используется величина VaR .
2. На рынке имеется множество опционов с любыми сроками $T \geq \tau$ и ценами исполнения X >0; все опционы выписаны на единственный актив S . Стоимость опционов правильно оценивается формулой Блека-Шоулза (Black-Scholes).
3. Прогноз цены актива S в момент времени τ задается в виде функции логнормального распределения $\pi_\tau(\overline{m}, \delta)$, с математическим ожиданием $\overline{m}$ (наиболее вероятное значение цены актива в момент τ) и стандартным отклонением δ (погрешность в точности прогноза).

Постановка задачи

Допустим, что финансовый институт обладает капиталом K и имеет прогноз $\pi_\tau(\overline{m}, \delta)$ относительно цены актива в момент времени τ .

Без ущерба общности будем считать, что, согласно прогнозу, ожидается повышение цены, и что разрешена только покупка опционов, тогда для максимизации прибыли, очевидно, надо приобретать колл (call) опционы.

В момент t_0 =0 на рынке в обращении находятся опционы колл с различными ценами исполнения X и сроками исполнения T .

Задача состоит в выборе опционов, которые в момент τ принесут максимальный доход на вложенный капитал. Так как в прогнозе всегда присутствует неточность ($\delta \neq 0$), то реальное значение цены S_τ в момент τ может отличаться от $\overline{m}$. Поэтому существует риск потери вложенного капитала, если стоимость опциона в момент τ окажется меньше, чем в момент t_0 .

Спрашивается, сколько опционов колл и с какими параметрами надо приобрести для максимизации ожидаемой прибыли на вложенный капитал, при условии, что вероятность потери доли капитала β не превысит уровень α.

Формальная запись задачи имеет вид:

$$f(X,T)=\frac{C^{\tau}(X,T-\tau,\overline{m})}{C^{0}(X,T,S_0)}\to \underset{X,T}{Max} \qquad (2.2.1)$$

$$Pr\left[\frac{C^{\tau}(X,T-\tau,S_{\tau})}{C^{0}(X,T,S_0)}\le 1-\beta\right]\le\alpha\,, \qquad (2.2.2)$$

где

$C^0(X,T,S_0)$ - стоимость опциона колл с ценой исполнения X и временем исполнения T в начальный момент времени $t=0$, $C^{\tau}(X,T-\tau,\overline{m})$ стоимость опциона в момент τ при условии, что $S_{\tau}=\overline{m}$.

Неравенство (2.2.2) равносильно неравенству:

$$C^{\tau}(X,T-\tau,S^*)\ge(1-\beta)C^0(X,T,S_0)\,, \qquad (2.2.2')$$

где s^* удовлетворяет уравнению

$$\int_0^{s^*}\pi_{\tau}(u)du=\alpha\,.$$

Подставляя выражение для C^t из формулы Блэка-Шоулза, получаем:

$$f(X,T)=\frac{\overline{m}\,\Phi(d_1^{\tau})-X\exp(-r(T-\tau)\Phi(d_2^{\tau})}{S_0\Phi(d_1^{0})-X\exp(-rT)\Phi(d_2^{0})}\to\underset{X,T}{Max}\,,$$

$$d_1^0=\frac{\ln S/X+(r+\frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}\,,$$

$$d_1^{\tau}=\frac{\ln\overline{m}/X+(r+\frac{\sigma^2}{2})(T-\tau)}{\sigma\sqrt{T-\tau}}\,,$$

$$d_2^0=d_1^0-\sigma\sqrt{T}\,,$$

$$d_2^{\tau}=d_1^{\tau}-\sigma\sqrt{T-\tau}\,.$$

Частные производные функции f по X и T равны:

$$\frac{\partial f}{\partial X}=\frac{\exp(-rT)\Phi(d_2^0)C^{\tau}-\exp(-r(T-\tau))\Phi(d_2^{\tau})C^0}{(C^0)^2}\,,$$

$$\frac{\partial f}{\partial T}=\frac{\left[\left(\frac{\overline{m}\,\sigma}{2\sqrt{T-\tau}}N(d_1^{\tau})+Xr\exp(-r(T-\tau))\Phi(d_2^{\tau})\right]C^0-\left[\left(\frac{S_0\sigma}{2\sqrt{T}}N(d_1^0)+Xr\exp(-rT)\Phi(d_2^0)\right]C^{\tau}}{(C^0)^2}\,,$$

где

$$N(u)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-\frac{u^2}{2})\,.$$

Анализ функций $\frac{\partial f}{\partial X}$ показывает, что частная производная $\frac{\partial f}{\partial X}$ обращается в ноль в единственной точке X, значение которой определяется уравнением:

$$\frac{m}{S_0\exp(r\tau)}=\frac{\Phi(d_2^{\tau})\Phi(d_1^0)}{\Phi(d_2^0)\Phi(d_1^{\tau})}\,. \qquad (2.2.3).$$

На графиках 2.2.1 и 2.2.2 показана зависимость функции $\frac{\partial f}{\partial X}$ от X при различных значениях T и зависимость функции $\frac{\partial f}{\partial T}$ от T при различных X. (Все графики в данном параграфе построены для следующих значений параметров: S_0 =1300, m =1350, s^* =1330, τ =1 месяц, r =5%, σ =20%).

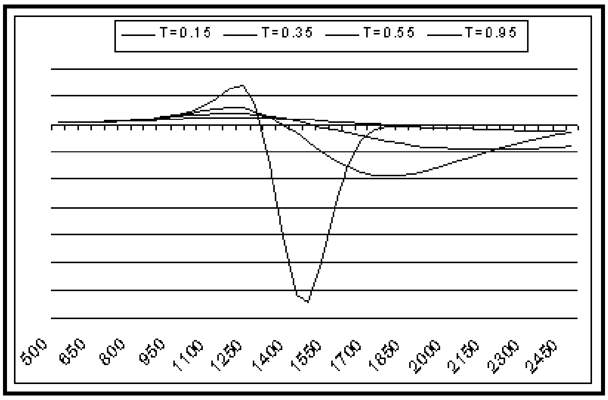

График 2.2.1. Зависимость функции $\frac{\partial f}{\partial X}$ от X при различных значениях T

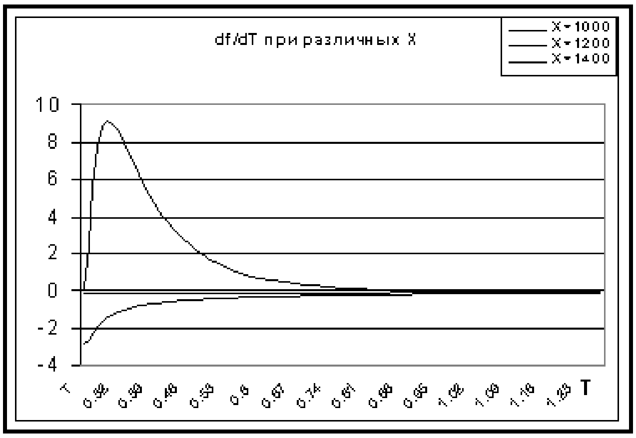

График 2.2.2. Зависимость функции $\frac{\partial f}{\partial T}$ от T при различных X.

Анализ поведения функции ***f(X,T)*** показывает, что если ожидаемая доходность от владения активом S за время τ при прогнозе π превосходит безрисковую ставку r, то на интервале $X\in(0,X^*)$, где X^* — решение уравнения (2.2.3), функция f монотонно возрастает, а на интервале $X\in(X^*,\infty)$ монотонно убывает. На графике 2.2.3 показано изменение функции $f(X,T)$ при различных значениях T.

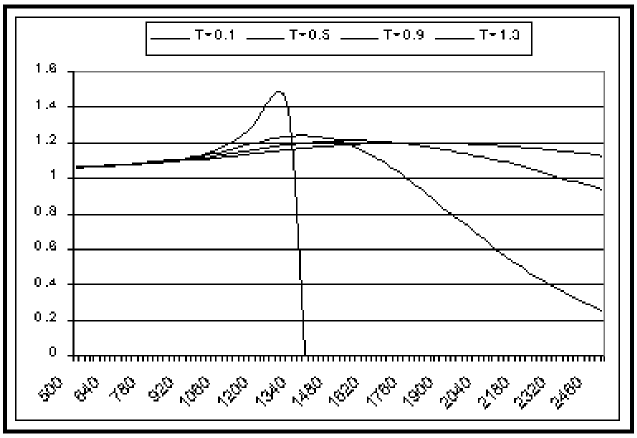

График 2.2.3. Изменение функции $f(X,T)$ при различных значениях T

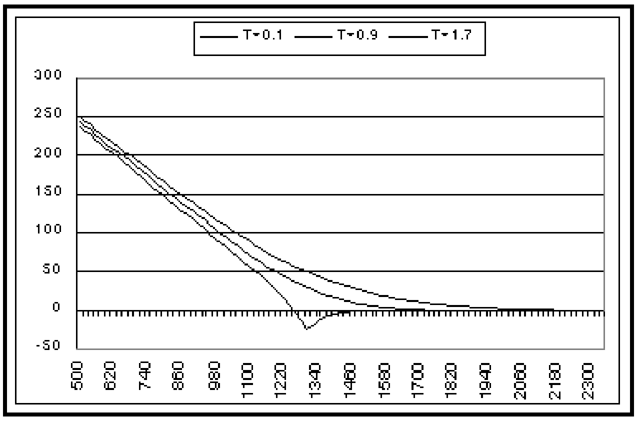

График 2.2.4. Зависимость функции $g(X,T)$ от X при различных значениях T

Из графика видно, что максимальное значение функции $f(X,T)$ достигается при минимальном значении T (согласно нашим предположениям $T_{min} = \tau$).

Рассмотрим функцию

$$g(X,T) = C^{\tau}(X, T-\tau, S^*) - (1-\beta)C^0(X,T,S_0),$$

тогда выполнение неравенства (2.2.2') равносильно условию: $g(X,T) \geq 0$. Зависимость функции $g(X,T)$ от X при различных значениях T приведена на графике 2.2.4.

Функция $g(X,T)$ ограничивает множество допустимых значение (X , T). На графике 2.2.5 показаны зависимость значений X от T , при которых для заданного значения $\boldsymbol{T}$ достигается максимум функции $f(X,T)$; ограничение на множество допустимых значений (X , T) и максимальное значение функции $f(X,T)$ на множестве допустимых значений при заданном значении T .

Решение задачи (2.2.1)-(2.2.2) находится с помощью применения численных методов нелинейного программирования при наличии ограничений. В работе применялся алгоритм нелинейной оптимизации Generalized Reduced Gradient (GRG2), разработанный Леоном Лэсдоном (Leon Lasdon, University of Texas at Austin) и Аланом Уореном (Allan Waren, Cleveland State University). В результате исследования работы алгоритма при различных параметрах $\overline{m}$, δ и τ был получен следующий вывод.

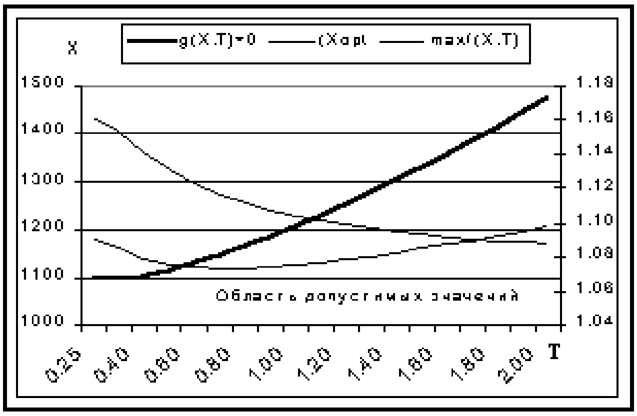

График 2.2.5. Зависимость значений X от T , при которых для заданного значения **T** *достигается максимум функции $f(X,T)$*

Оптимальному решению задачи соответствует значение $T = \tau$, то есть оптимальное время исполнения опциона совпадает со временем прогноза.

Оптимальное значение цены исполнения опциона в зависимости от жесткости ограничения (точности прогноза) находится или на границе множества допустимых значений, или соответствует значению X при котором достигается максимум функции $f(X,\tau)$.

Можно сформулировать следующее правило нахождения оптимального решения поставленной задачи:

- оптимальное время исполнения опциона соответствует времени прогноза:
$$T_{opt} = \tau\,;$$
- находится значение X^* , при котором достигается максимум функции $f(X,\tau)$ без учета ограничения (2.2.2);
- находится значение X^{min} , при котором неравенство (2.2.2') обращается в равенство.

Если $X^* < X^{min}$, то $X_{opt} = X^*$ – оптимальное решение задачи, иначе оптимальному решению соответствует значение $X_{opt} = X^{min}$. Полученные значения $\{X_{opt}, T_{opt}\}$ являются параметрами оптимального опциона.

2.3. Задача выбора оптимального портфеля опционов

Альтернативный метод контроля риска при активных операциях

В предыдущем параграфе мы рассмотрели задачу максимизации прибыли при наличии прогноза развития ситуации. На финансовых рынках существует целый класс участников, проводящих активные операции на основе своих индивидуальных ожиданий относительно будущих изменений на рынке. Описывая функционирование рынка производных инструментов, этот класс участников часто называют *спекулянтами* и противопоставляют его другому основному классу участников – *хеджерам*. Согласно приведенным выше отчетам, все большее число компаний проводят операции на рынках деривативов, руководствуясь своим пониманием состояния рынка. Так, согласно отчету об использовании деривативов нефинансовыми американскими корпорациями за 1998 год, 32% фирм периодически занимают активную позицию на рынке [97]. Очевидно, для финансовых компаний этот показатель существенно выше.

При таких операциях, являющихся по своей сути очень рискованными, описание риска портфеля с помощью единственного числа представляется недостаточным. Поэтому далее мы предложим более расширенное понятие риска портфеля и покажем, как на основе такого способа измерения риска компания может проводить активные операции на рынке опционов наиболее эффективным образом.

Компания, ведущая активные операции, как правило, имеет свой индивидуальный взгляд на события, которые могут или не могут произойти на рынке. Естественно предположить, что свой портфель компания будет формировать таким образом, чтобы он обеспечивал наибольшую прибыль в случае, если события на рынке будут развиваться согласно ожидаемому прогнозу. Однако никакой прогноз (мы исключаем случай мошенничества, когда используется какая-либо инсайдерская информация) не может являться абсолютно достоверным (например, хотя бы из-за того, что краткосрочные рыночные тенденции в большей степени зависят от эмоционального состояния участников). Поэтому, формируя портфель в соответствии с прогнозом, компания должна учитывать поведение портфеля в случае нереализации прогноза. Причем нередко у компании может быть несколько альтернативных сценариев развития событий на рынке, и она может предполагать, что в случае нереализации одного, вероятнее всего, можно ожидать реализации какого-то другого сценария.

Для формализации приведенных выше рассуждений рассмотрим случай, когда на рынке есть только один влияющий фактор A, и его изменение описывается некоторым распределением. Тогда состояние всех активов, существующих на рынке, полностью определяется состоянием данного фактора.

Стоимость любого портфеля в момент времени τ является функцией от значения фактора A. Назовем данную функцию функцией выплат портфеля, тогда стоимость портфеля для каждого возможного значения фактора A определяется как значение данной функции:

$$V_\tau = Payoff(A).$$

Для каждого портфеля, зная вид распределения значений фактора A, естественно, можно посчитать значение VaR портфеля. Другим способом определения риска портфеля может служить условие, что для любого возможного значения рыночного фактора A значение функции выплат портфеля превышает некоторое минимальное пороговое значение $B(A)$. То есть задается некоторая ограничивающая функция от A: Barrier(A), такая что:

$$\forall A \in \mathcal{A} \quad Payoff(A) \geq Barrier(A),$$

где $\mathcal{A}$ — множество возможных значений фактора A. Назовем данную функцию *барьерной* функцией.

Барьерную функцию можно рассматривать как функцию выплат некоторого портфеля. Соответственно, для каждой функции выплат можно вычислить соответствующее значение VaR. Портфель, функция выплат которого ограничена барьерной функцией, будет обеспечивать для каждого возможного значения фактора A выплаты не хуже, чем соответствующее значение ограничивающей функции, и его значение VaR будет не больше значения VaR ограничивающей функции.

Введенную барьерную функцию Barrier(A) можно рассматривать как более полную характеристику риска портфеля, так как кроме задания значения VaR, которое портфель заведомо не превышает, барьерная функция позволяет ограничить максимальные потери портфеля для каждого возможного состояния рынка. Очевидно, что одному и тому же значению VaR может соответствовать несколько различных портфелей с разными функциями выплат. Поэтому барьерная функция дает более точную информацию о риске портфеля. Компания, формируя портфель в соответствии со своим прогнозом, с помощью задания барьерной функции контролирует риск портфеля.

Задание барьерной функции тесно связано с понятием стрессового тестирования портфеля, которое заключается в изучении поведения стоимости портфеля при том или ином варианте развития событий. Почти все портфельные менеджеры стремятся ограничить максимально возможные потери портфеля некоторой величиной, что является по сути частным случаем задания барьерной функции.

Мы рассмотрели случай, когда стоимость портфеля рассматривается в некоторый фиксированный момент времени τ. Очевидно, что можно рассматривать не статичную ситуацию, а динамику, когда барьерная функция задается для каждого момента времени или меняется с течением времени.

Задание барьерной функции не только ограничивает риск портфеля, но и фактически является способом формализации мнения компании о развитии событий на рынке, так как наличие барьерной функции накладывает ограничения на состав портфеля при его формировании. Так, для более вероятных, по мнению компании, состояний рынка естественно потребовать более высокого значения барьерной функции. То есть стоимость портфеля должна быть больше для более вероятных событий, чем для менее вероятных, или по-другому, компания согласна нести более высокие потери в случае менее вероятных по мнению компании событий.

Учитывая вышесказанное, барьерная функция портфеля является по сути функцией ограничивающей риск портфеля и функцией, отражающей индивидуальное мнение компании о развитие событий на рынке.

Рассмотрим, как при задании барьерной функции компания может оптимизировать свои операции на рынке опционов, и покажем, как при определенных формах барьерной функции, получаются классические опционные стратегии: spreads (состоит в занятии позиции по двум или более опционам одного типа), combinations (состоит в занятии позиции в обоих типах опционов). Более подробную информацию об опционных стратегиях можно найти в [59].

Постановка задачи

Сделаем следующие предположения:

- На рынке существует единственный актив S, на который выписаны европейские опционы колл и пут с различными страйками и одной датой исполнения $t = \tau$.
- Стоимость опционов правильно описывается формулой Блека-Шоулза для акций, по которым не платятся дивиденды.
- Разрешается покупка и продажа имеющихся опционов в любом количестве. При этом с каждой транзакции взимается комиссионный сбор. Будем также предполагать, что опционы не могут быть проданы или куплены когда-либо

между текущим моментом времени и временем исполнения всех опционов.

- В начальный момент времени компания имеет некоторый капитал K.
- Компания имеет некоторый прогноз развития ситуации на рынке. Прогноз задается с помощью функции нормального распределения $f(X)$ с математическим ожиданием m и стандартным отклонением δ.
- Компания для управления риском накладывает ограничение на функцию выплат портфеля с помощью задания барьерной функции **Barrier**(S_τ).
- Задача состоит в выборе оптимального состава портфеля опционов (то есть в выборе комбинации купленных и проданных опционов), который обеспечивает максимальную прибыль при заданных выше условиях. Портфель характеризуется своей функцией выплат — **Payoff**(S_τ).

Очевидно, возможны четыре различных типа транзакций: покупка опциона колл, продажа опциона колл, покупка опциона пут, продажа опциона пут. Компания может выбирать количество тех или иных опционов для покупки или продажи, а также их цены исполнения.

Существуют следующие ограничения на возможные комбинации опционов:

Пусть

C_{buy} - стоимость купленных опционов,

C_{sell} – стоимость проданных,

T – транзакциозные расходы.

Тогда в начальный момент времени компания после формирования портфеля опционов обладает капиталом, равным:

$$K' = K + C_{sell} - C_{buy} - T .$$

Будем считать, что компания может положить данный капитал на депозит под безрисковую процентную ставку r до момента исполнения обязательств по опционам.

При исполнении обязательств по проданным опционам в момент их исполнения будет использоваться оставшийся капитал ***K'***, который в момент исполнения будет равен:

$$K_\tau = (K + C_{sell} - C_{buy} - T)e^{r\tau} \geq 0 \qquad \textbf{(2.3.1)}$$

Условие неотрицательности оставшегося капитала означает возможность формирования такого портфеля.

В момент исполнения опционов компания должна обладать возможностью выполнить свои обязательства при любом стечении обстоятельств по проданным опционам, если опционы предъявляются к исполнению. Поэтому существует ограничение на функцию выплат портфеля опционов: максимально возможные потери портфеля должны быть меньше оставшегося капитала. Будем считать, что значение цены S_τ ограничено некоторым диапазоном $[S_\tau^{min}; S_\tau^{max}]$, тогда данное условие запишется в виде:

$$|\min_{S_\tau \in [S_\tau^{min}; S_\tau^{max}]}[Payoff(S_\tau)]| \leq K_\tau \qquad \textbf{(2.3.2)}$$

Последним ограничением на возможные комбинации опционов является ограничение на функцию выплат портфеля, налагаемое заданием барьерной функцией:

$$Payoff(S_\tau) \geq Barrier(S_\tau) \qquad \textbf{(2.3.3)}$$

Таким образом, на возможные комбинации опционов существует три ограничения, задаваемые неравенствами (2.3.1), (2.3.2), (2.3.3).

Будем считать, что транзакциозные расходы T задаются следующим уравнением:

$$T = T_0 + kN , \qquad \textbf{(2.3.4)}$$

где

N – число опционов в портфеле,

k – константа.

Данное условие соответствует сложившейся практике взимания комиссионных брокерскими фирмами с клиентов при операциях с опционами (см. пример в [59]).

Зададим критерий максимизации прибыли портфеля опционов в виде максимизации величины математического ожидания прибыли для некоторого диапазона цены $S_\tau \in [I_{min}, I_{max}]$ в предположении о нормальном распределении S_τ с математическим ожиданием $(I_{min} + I_{max})/2$ и дисперсией δ. Участок интегрирования I и дисперсия δ предполагаются заданными. Задача допускает очевидное обобщение – можно задавать функцию распределения в качестве внешней функции, задаваемой инвестором. Однако, предположение о нормальном распределении будущей цены акции является достаточно распространенным и также удобно с точки зрения вычислений, поэтому мы ограничимся нормальным распределением. При этом под участком интегрирования I понимается значение наиболее вероятной будущей цены S_τ с точки зрения данного инвестора. Формальной записью критерия максимизации является:

$$\int_{I_{min}}^{I_{max}} f(X) * Payoff(X)dX \Rightarrow max \qquad \textbf{(2.3.5),}$$

где максимум берется по допустимым портфелям опционов, удовлетворяющих неравенствам (2.3.1), (2.3.2), (2.3.3),

$f(X)$ – функция нормального распределения с математическим ожиданием $(I_{min} + I_{max})/2$ и дисперсией δ.

Будем предполагать, что цена исполнения X может принимать лишь некоторое заданное число значений N_{ex}, и эти значения равномерно распределены по участку $[X_{min}, X_{max}]$. Данные ограничения вполне соответствуют реальной ситуации на рынке опционов.

Сформулированная задача не допускает получения решения в аналитическом виде, являясь задачей перебора допустим комбинаций опционов. Решение ищется с помощью алгоритма направленного перебора, основанного на методе “ветвей и границ”. Данный алгоритм был реализован Шинкевичем А.С. на языке программирования C ++ [107]. Работа алгоритма была проверена на реальных данных для рынка опционов США.

Цель проверки заключалась в том, чтобы показать, как при определенных формах барьерной функции решение сформулированной задачи совпадает с той или иной классической опционной стратегией.

Результаты работы алгоритма

Рассмотрим решение задачи, получаемое с помощью алгоритма направленного перебора при различных исходных данных. При этом мы будем использовать разные типы кривых Barrier(τ) (далее обозначаемую $B(t)$), например возрастающие, убывающие или другие. В качестве остальных параметров задачи мы будем использовать данные по акциям и опционам на них, входящих в индекс S&P500. Данные о котировках имеющихся опционов на такие акции свободно доступны на Web-сервере биржи Chicago Board Options Exchange.

Рассмотрим опционы на акции компаний Microsoft IBM. Из этих двух типов опционов опционы на акции Microsoft являются более активно продаваемыми, поэтому здесь мы имеем дело с большим множеством допустимых цен исполнения.

В качестве безрисковой процентной ставки будем использовать r =0.05, в качестве транзакционных расходов будем брать T_0 =0.5, k =0.01.

Далее везде на всех графиках по вертикальной оси отложен будущий выигрыш (или потеря) в момент исполнения опционов, а по горизонтальной оси — будущая цена акции. Помимо самой оптимальной комбинации (ее функции выигрыша), на графике также показана ограничивающая функция риска-прогноза $B(t)$.

Рассмотрим сначала европейские опционы на акции Microsoft. В данном случае цены исполнения изменяются примерно в диапазоне от 20 до 120 с шагом 2 (т.е 50 точек исходного разбиения). Текущая цена акции составляет 79. Рассмотрим задачу при начальном капитале 30 и при предполагаемой цене инвестора равной 100. Стандартное отклонение возьмем равным 0.5.

1. Рассмотрим сначала постоянную функцию ***B(t)*** (график П1). В этом случае мы получим оптимальную комбинацию, практически совпадающую со спредом “быка” (комбинация немного отличается от него по причине разных цен исполнения купленных опционов колл). В данный портфель входят следующие опционы:

- продажа двух опционов колл с ценой исполнения 100,
- покупка двух опционов колл с ценами исполнения 66 и 68.

Оптимальное значение критерия в данном случае равно 36.1.

2. В случае убывающей барьерной функции, мы получим несимметричную комбинацию типа “бабочка” (график П2)

3. Рассмотрим вариант более экзотической барьерной функции. В этом случае, мы допускаем достаточно большие потери при диапазоне будущей цены акции 60-90, однако, допускаем меньшие потери (или не допускаем потери вообще), для других значений будущей цены. Выбирая такую функцию риска прогноза, инвестор фактически заявляет, что цена акции (которая в настоящий момент равна 79) выйдет из указанного диапазона, причем прибыль инвестор может получить при любом достаточно сильном изменении цены акции. В данном случае мы получаем следующий портфель опционов:

- Продажа опциона колл с ценой исполнения 100;
- Покупка опциона колл с ценой исполнения 72;
- Покупка опциона пут с ценой исполнения 58.

Значение критерия в данном случае будет 13.4 (график П3).

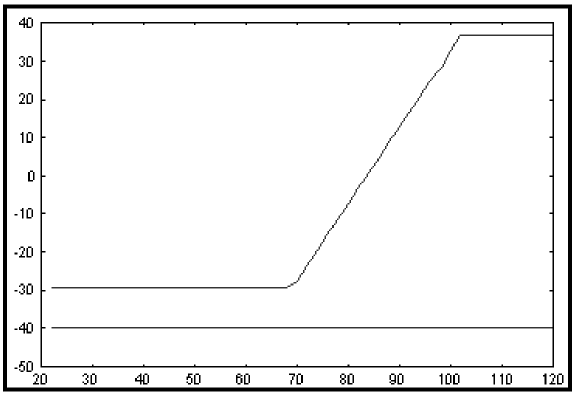

*График П1. Постоянная функция **B(t)***

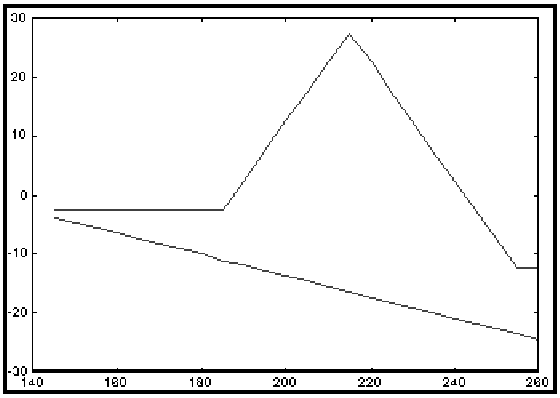

График П2. Несимметричная комбинация типа “бабочка”

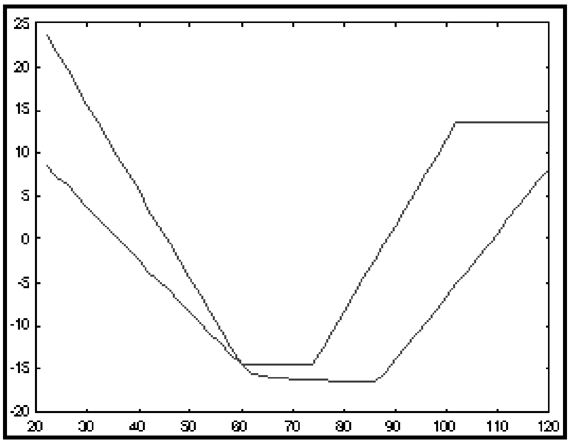

График П3. Значение критерия

4. В случае возрастающей функции ***B(t)***, мы получим следующий результат:

- Продажа опциона колл с ценой исполнения 96;
- Покупка опциона колл с ценой исполнения 82;
- Покупка опциона пут с ценой исполнения 62;
- Продажа опциона пут с ценой исполнения 68.

График будет выглядеть следующим образом (график П4):

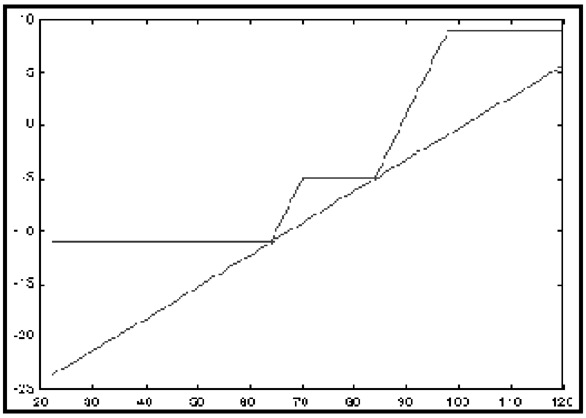

График П4. Возрастающая функция **B(t)**

5. Рассмотрим далее европейские опционы на акции IBM. Здесь диапазон предлагаемых цен исполнения примерно от 140 до 260 с шагом 5, а текущая цена на момент указанных котировок опционов равнялась 247.

На показанном ниже графике (график П5) мы получили несимметричную комбинацию типа спред-"бабочка". При этом была использована весовая функция в критерии задачи (нормальное распределение) с математическим ожиданием равным 210 и стандартным отклонением 0.2. Видно, что инвестор получает прибыль при данной комбинации в некоторой окрестности точки 210, однако, при этом данная комбинация также выражает предположения инвестора о возрастании цены акции.

6. В случае большего значения стандартного отклонения весовой функции нормального распределения, то есть когда инвестор менее уверен в своем прогнозе на будущую цену, мы получим аналогичный результат, но с большей разницей в стоимостях приобретаемых опционов колл для построения спреда (график П6).

7. В случае функции ***B(t)*** равной константе, мы получим симметричный спрэд-"бабочку" (график П7).

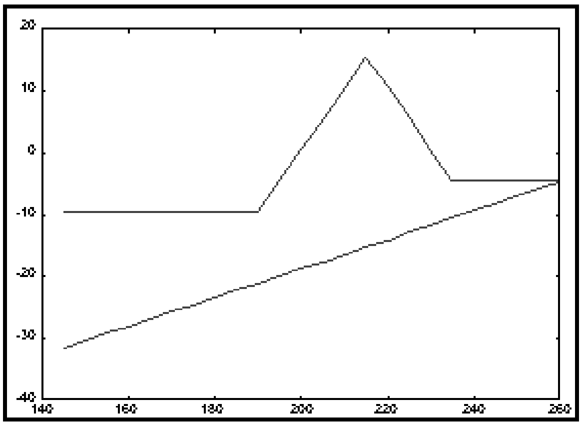

График П5. Несимметричная комбинация типа спред-"бабочка"

Как видно из графиков П1 — П7, в зависимости от вида барьерной функции получаются портфели опционов, функции выплат которых совпадают с функциями выплат классических опционных стратегий. То есть, фактически нами показано, какие предпочтения инвестора, выраженные в форме задания барьерной функции, дают в качестве оптимального решения стандартные опционные стратегии.

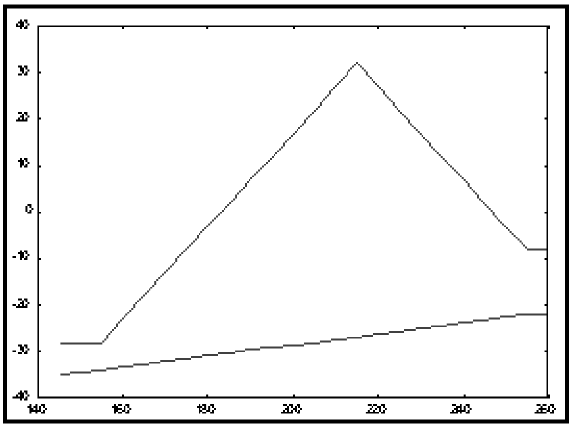

График П6. Инвестор менее уверен в своем прогнозе на будущую цену

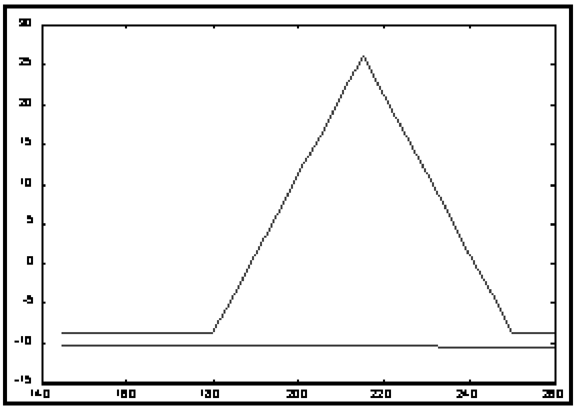

График П7. Симметричный спрэд-"бабочка"

Рассмотренная задача нахождения оптимального состава портфеля при наличии барьерной функции имеет ограничение об одновременном исполнении всех опционов. Очевидно, можно рассмотреть обобщение этой задачи, когда допускается исполнение опционов в разные моменты времени (в соответствие с принятой практикой на реальных рынках). При этом единственное изменение будет связано с усложнением алгоритма перебора допустимых комбинаций опционов.

Таким образом, предложенный способ нахождения оптимального портфеля опционов посредством задания инвестором барьерной функции (согласно его индивидуальным ожиданиям развития рынка и склонности к риску) обобщает все существующие опционные стратегии и предлагает формальный способ нахождения оптимальных параметров стратегии в каждом отдельном случае.

Выводы:

В данной главе мы рассмотрели эффективность использования опционов при управлении риска портфеля на основе оценки ***VaR***.

Оказалось, что стоимость использования опционов для уменьшения риска портфеля в большинстве случаев ниже стоимости фьючерсов. Затраты на приобретение опционов компенсируются более высоким средним значением конечной стоимости портфеля.

Решение задачи минимизации ***VaR*** портфеля при фиксированном уровне затрат на приобретение опционов показывает существование оптимального соотношения между числом опционов и их параметрами, которое позволяет достичь оптимального решения.

Решение задачи максимизации прибыли при активных операциях на рынке опционов при заданном уровне VaR портфеля также обнаруживает существование вполне определенного правила выбора параметров опциона.

Рассмотренная задача ограничения риска портфеля при работе на рынке опционов с помощью барьерной функции показывает возможность для инвестора контролировать риск портфеля при любых сценариях развития ситуации на рынке и максимизировать при этом свою прибыль. Данная задача является обобщением существующих опционных стратегий и предлагает формальный способ нахождения оптимальных параметров стратегии в каждом отдельном случае.

Хотя решения задач рассмотрены только для случая одного актива, в реальной ситуации сложного портфеля данные задачи также имеют место, усложняется только процесс поиска оптимального решения.3.

3. ЛИКВИДНОСТЬ РЫНКА И РИСК ПОРТФЕЛЯ, ОЦЕНКА СТОИМОСТИ ОПЦИОНОВ ПРИ ОЖИДАЕМОМ КРАХЕ РЫНКА

В предыдущей главе были рассмотрены вопросы управления и контроля риска портфеля с помощью опционов. Была продемонстрирована эффективность их использования при достижении различных целей. Однако при рассмотрении вышеупомянутых задач мы опускали вопрос ликвидности рынка, предполагая, что рынок достаточно ликвидный и пренебрегали существованием риска ликвидности. Кроме этого, решение задач основывалось на предположении о нормальном распределении относительных изменений цен актива.

Данные предположения являются сильным упрощением реального функционирования рынков.

На реальных рынках в каждый момент времени существуют две цены на актив: цена покупки и цена продажи. Это приводит к тому, что цена реальной сделки отличается от текущей средней цены, и кроме рыночного риска существует риск ликвидности (см. раздел 1.2).

Реальное распределение изменения цены активов отличается от нормального. Как правило, реальное распределение имеет более “тяжелые хвосты”, что отражает факт более частых, по сравнению с нормальным распределением, резких изменений на рынке.

Кроме этого, вследствие существующих тенденций развития мировой финансовой системы, увеличивается непредсказуемость развития ситуации на рынках и, потенциально, частота возникновения стрессовых ситуаций на рынке.

Для развивающихся рынков данные вопросы имеют еще большую актуальность, так как развивающиеся рынки по своей природе менее устойчивы и чаще подвержены резким изменениям.

Поэтому далее мы рассмотрим вопрос оценки ликвидности рынка и предложим алгоритм построения индикатора ликвидности рынка (отдельного инструмента), который может служить ориентиром для инвесторов при оценке ликвидности рынка.

Кроме этого, мы рассмотрим влияние ликвидности рынка на величину риска портфеля. Покажем, что в отдельных случаях влияние риска ликвидности может существенно менять величину риска портфеля.

И, наконец, мы рассмотрим модель оценки стоимости опционов в ситуации, когда функционирование рынка является неустойчивым и существует опасность возникновения стрессовой ситуации.

3.1. Построение индикатора ликвидности рынка

3.1.1. Описание проблемы

Современная теория управления финансовым портфелем использует в качестве одной из предпосылок допущение о том, что инвестор в любой момент может совершить на рынке операцию требуемого объема по текущей рыночной цене (мы будем понимать под этим термином среднее значение между ценой спроса и предложения). Реальный рынок далек от своей теоретической модели:

Во-первых, существует разница между спросом и предложением, причем иногда она может составлять более 50%, поэтому при совершении операции на рынке цена сделки может существенно отличаться от средней рыночной цены.

Во-вторых, цена, по которой совершена сделка, зависит от объема сделки. Если активность на рынке низкая, то проведение сделки большого объема потребует много времени или приведет к существенному отклонению цены от текущего значения.

До тех пор, пока ситуация стабильна, ликвидность рынка не оказывает заметного влияния на результаты финансовых операций, точнее ее влияние можно достаточно хорошо учесть, но при драматических событиях вопрос ликвидности выходит на первый план.

Так, объявление дефолта по внутреннему долгу России 17 августа 1998 года застало врасплох многие российские финансовые компании, работавшие с акциями “второго эшелона”, они обнаружили, что им просто некому продать свой портфель акций, то есть реальная цена портфеля фактически оказалась равной нулю.

Любой специалист финансового рынка без труда ответит на вопрос о ликвидности того или иного рынка или финансового актива. Однако, хотя интуитивно, что такое ликвидность, понятно каждому, оценка *величины* ликвидности рынка вызывает серьезные трудности (см. раздел 1.2).

Далее предлагается индикатор ликвидности рынка, который основан на измерении основных параметров рынка, характеризующих его ликвидность.

3.1.2. Характеристики ликвидности рынка на примере акций РАО ЭЭС России

Рассмотрим вопрос практической оценки ликвидности рынка на примере торговли акциями РАО ЕЭС России в Российской Торговой Системе (далее РТС). Выбор акций РАО ЕЭС обусловлен тем, что это наиболее активно торгуемые акции, привлекающие наибольшее внимание участников, и тем, что по данным акциям существует достаточное количество исторических данных.

Следующие данные итогов торгов за день, характеризующие ликвидность рынка, доступны для публичного пользования на сервере РТС в сети Интернет:

- объем торгов в штуках акций;
- число сделок с акциями;
- величина спреда при открытии и закрытии торгов.

Данные о величине спроса и предложения, изменении спреда в течение торгов отсутствуют.

Отметим, что указанные выше данные достаточно легко можно получить для любого рынка, поэтому индикатор, построенный ниже, легко может быть воспроизведен на любом рынке.

Используемые данные охватывают период с 1 ноября 1995г. по 1 августа 1999г. РТС является на сегодняшний момент фактически по большей части информационной, а не торговой системой, в которой участники могут выставлять свои котировки, но для заключения сделки требуется по телефону согласовать конкретные детали сделки с контрагентом и подтвердить ее совершение. Из-за этого часть представленных на сервере РТС данных носит противоречивый характер. Так, из 931 значений спреда закрытия 35 оказались меньше нуля. Такие данные в расчетах не использовались.

На основе имеющихся данных получим параметры ликвидности рынка для каждого торгового дня:

- величина спреда при закрытии торгов,
- число сделок за день,
- среднее число акций в одной сделки.

Величина спреда характеризует вязкость рынка, остальные два параметра косвенно характеризуют глубину рынка.

Полученные значения параметров пронормируем по следующей формуле:

$$x_{norm} = \frac{x_{max} - x}{x_{max} - x_{min}},$$

где x_{max}, x_{min} – минимальное и максимальное значение параметра за выбранный интервал времени. В нашем случае интервал равен всему историческому периоду, за который доступны данные, хотя можно выбирать в качестве интервала любой фиксированный промежуток времени.

Затем вычислим сглаженные значения данных параметров с помощью простого тридцатидневного среднего.

Полученные в результате данные приведены на графике 3.1.1, показывающем динамику изменения логарифма цены акций РАО ЕЭС и динамику соответствующих параметров ликвидности.

Рассмотрим, как каждый из параметров теоретически влияет на ликвидность рынка.

Чем меньше величина спреда, тем меньше стоимость совершения сделок на рынке, поэтому уменьшение спреда ведет к увеличению ликвидности рынка. Большее количество заключаемых сделок означает больший поток заявок на покупку и продажу, то есть, количество сделок косвенно отражает количество заявок на покупку и продажу. Поэтому увеличение числа сделок должно приводить к увеличению ликвидности рынка.

Связь среднего числа акций в сделке и ликвидности рынка менее очевидна. С одной стороны, чем больше объем одной сделки, тем проще совершить операцию большого объема и, следовательно, тем ниже стоимость транзакции и выше ликвидность рынка. С другой стороны, рынок РТС не является биржевым рынком, поэтому слишком высокий объем одной сделки делает недоступным рынок для мелких инвесторов, уменьшая тем самым число участников. Как видно из графика 3.1.1, уменьшение числа акций в одной сделке характеризовалось ростом числа сделок, что указывает на увеличение числа участников торговли и, соответственно, увеличение ликвидности рынка. Можно сделать вывод, что для внебиржевого рынка связь между средним объемом сделки и ликвидностью рынка отрицательна.

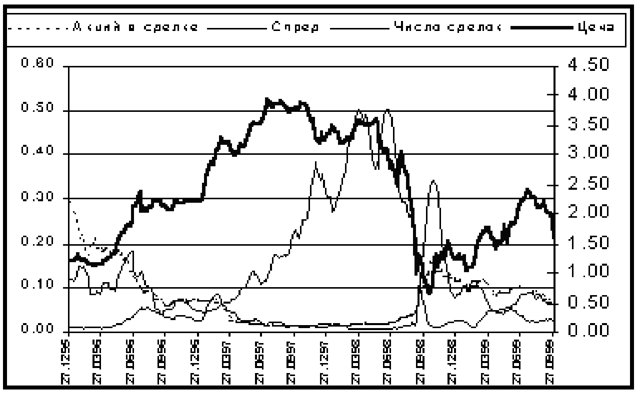

График 3.1.1. Динамика изменения логарифма цены акций РАО ЕЭС и соответствующих параметров ликвидности

Приведем матрицу корреляций между указанными параметрами ликвидности:

	Объем сделки	**Спред**	**Число сделок**
Объем сделки	1,00	0,46	-0,52
Спред	0,46	1,00	-0,34
Число сделок	-0,52	-0,34	1,00

3.1.3. Построение индикатора ликвидности рынка

Построим на основе данных параметров индикатор ликвидности рынка.

Будем считать, что когда спред и число акций в одной сделке минимальны, а количество сделок максимально рынок обладает максимальной ликвидностью, а когда спред и число акций в одной сделке максимальны, а число сделок минимально — ликвидность рынка минимальна.

Пусть S, V, N — нормированные сглаженные значения спреда закрытия, среднего числа акций в одной сделке и числа сделок.

Пусть $L = N - S - V$ – отражает ликвидность рынка;

$$L_{min} = N_{min} - S_{max} - V_{max} \text{ и}$$

$$L_{max} = N_{max} - S_{min} - V_{min}$$

- максимальное и минимальное значение ликвидности рынка. Тогда определим индикатор ликвидности рынка следующим образом:

$$LI = \frac{L - L_{min}}{L_{max} - L_{min}}.$$

Динамика индикатора ликвидности и цены акции приведена на графике 3.1.2. Как видно, ликвидность рынка постоянно возрастала до кризиса в августе 1998, а затем резко ухудшилась.

График 3.1.2. Динамика индикатора ликвидности и цены акции

Заметим, что корреляция между построенным индикатором ликвидности и динамикой цены акции равна 0.88, хотя значение цены актива не входит ни в один из параметров, образующих индикатор.

Это позволяет сделать предположение, что рост цены акции на протяжении 1995-1998 годов был обусловлен увеличением числа участников рынка, притоком капитала на рынок, а не фундаментальными причинами. Также можно предположить, что на глубину падения цены акций в значительной степени повлияла резко ухудшившаяся ликвидность рынка, спровоцировав панику среди участников и их бегство с рынка.

Также отметим быстрое восстановление ликвидности рынка после минимального значения индикатора осенью 1998 года. И, если после достижения максимума 24 августа 1999 года цена акции стала падать, индикатор ликвидности продолжил рост.

Если наше предположение об определяющей роли ликвидности для развития российского рынка верно, то можно сделать прогноз о временной коррекции цены акции и скором возобновлении дальнейшего роста.

Для разных участников важность каждого из параметров определяется индивидуально. Так, для крупного инвестора важнее знать глубину рынка, то есть в нашем случае объем и оборот рынка, а для инвестора, проводящего спекулятивные операции небольшого объема, но с высокой интенсивностью, наибольшее значение имеет величина спреда. Поэтому каждый участник может устанавливать наиболее подходящие для его деятельности весовые коэффициенты для каждого параметра ликвидности в функции L .

Построенный индикатор, конечно, в значительной степени условен, так как вряд ли с помощью одного числа можно характеризовать многостороннее понятие ликвидности рынка. Однако для составления первого мнения о ликвидности рынка он вполне удобен. Кроме того, технические аналитики легко смогут построить на его основе индикатор типа MACD для прогнозирования тенденций рынка на основе индикатора ликвидности, то есть получат в свое распоряжение еще один инструмент для составления прогноза.

В данном параграфе нами был рассмотрен только один из способов получения количественной характеристики ликвидности рынка. Приведенные определение и характеристики ликвидности не претендуют на статус единственно возможных. Хотя они наиболее часто используются в большинстве западных исследований по проблемам ликвидности.

Круг проблем, связанных с ликвидностью рынка гораздо шире. Среди основных – выявление факторов, влияющих на ликвидность рынка, сбор и раскрытие информации о ликвидности рынка.

Проблема ликвидности рынков наиболее актуальна для развивающихся рынков, а значит и для России. Четкое понимание, что такое ликвидность рынка и разработка методов ее измерения позволят увеличить устойчивость финансовых рынков и избегать в будущем ситуаций, аналогичных описанной во введении.

Рассмотрим далее как риск, связанный с ликвидностью рынка, влияет на риск портфеля. Для этого оценим, как меняется величина VaR портфеля при учете наличия на рынке различия между ценой спроса и предложения.

3.2. Влияние риска ликвидности на оценку VaR (эмпирическое изучение на примере российского фондового рынка)

Как правило, большинство моделей оценки VaR портфеля не учитывают наличие на рынке разницы между спросом и предложением, используя для расчетов некоторые средние рыночные цены. В большинстве ситуаций риск ликвидности действительно не оказывает заметного влияния на общую величину риска портфеля, однако при резких изменениях на рынках риск ликвидности резко возрастает и пренебрежение им ведет к серьезной недооценке риска портфеля.

Понятие риска ликвидности рассматривалось в Главе 1, в которой отмечалась многогранность данного риска и сложность в его оценке. Далее мы рассмотрим одну из компонент риска ликвидности – величину спреда на рынке. Данная величина определяет минимальное отклонение цены сделки от текущей рыночной цены, поэтому оценка VaR , полученная с учетом спреда на рынке, является оптимистичной оценкой, так как при реальных операциях на величину эффективного спреда влияет объем сделки, и, очевидно, при увеличении объема операций реальное значение VaR увеличивается по сравнению со значением, полученным на основе наблюдаемого спреда.

Изучим, как меняется оценка VaR при учете наличия спреда на рынке на примере акций РАО ЕЭС России, продаваемых в Российской Торговой Системе. Для оценки спреда будем использовать доступные данные о величине спреда при закрытии торгов.

3.2.1. Связь величины спреда с изменением цены акции

Изучим, как величина спреда зависит от изменения цены. Рассмотрим вначале распределение величины спреда. На графике 3.2.1 показана гистограмма величины спреда закрытия. Автору не удалось обнаружить в литературе какую-либо модель, описывающую вид распределения величины спреда. На практике встречаются распределения самой разной формы, часто с несколькими максимумами. Учитывая многообразие факторов, оказывающих влияние на величину спреда, вряд ли возможно формально описать зависимость величины спреда от влияющих факторов. Поэтому разумный подход состоит в изучении эмпирической зависимости величины спреда отдельно в каждом конкретном случае.

Для решения нашей задачи требуется изучить зависимость величины спреда от изменения цены акции. На графике 3.2.2 приведена зависимость спреда закрытия от изменения цены акции по сравнению с предыдущим днем за период с октября 1995 года по октябрь 1999.

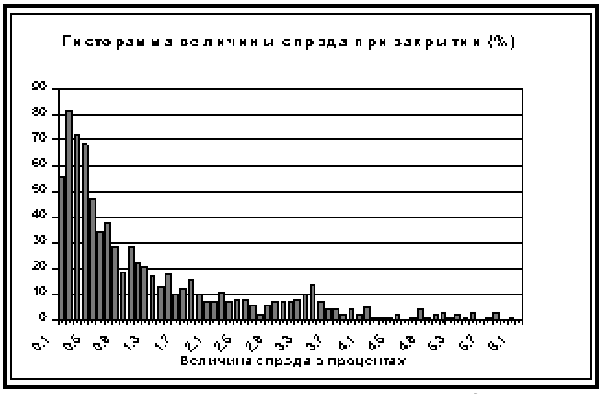

График 3.2.1. Гистограмма величины спреда закрытия

Чем сильнее изменение цены акции, тем более изменчивой является ситуация на рынке и можно было бы ожидать, что большим изменениям цены соответствуют большие значения спреда. Однако из графика 3.2.2 такого вывода сразу сделать нельзя: визуально величина спреда слабо зависит от изменения цены.

Проведем сглаживание имеющихся данных для выявления существующей тенденции. Для сглаживания применим простое среднее за 30 дней. Результат сглаживания приведен на графике 3.2.3. С помощью метода наименьших квадратов для имеющихся данных проведем аппроксимацию с помощью полинома 4 степени. Выявленная с помощью аппроксимации тенденция зависимости величины спреда от изменения цены также показана на графике 3.2.3. Как видно из полученного результата, существует тенденция увеличения спреда при увеличении амплитуды изменения цены.

График 3.2.2. Величина спреда слабо зависит от изменения цены

График 3.2.3. Зависимость величины спреда от изменения цены

Найдем коэффициент корреляции между значением спреда и изменением цены.

Посмотрим сначала, как величина спреда связана с изменением цены акции. Для этого отсортируем имеющиеся данные в порядке убывания величины спреда и для различных интервалов величины спреда подсчитаем для них корреляцию с соответствующим изменением цены.

Вычисления проведем для пяти различных интервалов, а именно: 1)для случая, когда спред превышает 7%; 2) спред превышает 5%; 3) спред превышает 3%; 4) спред превышает 1%; 5) для всех имеющихся данных. Результаты приведены в табл. 3.2.1.

Как видно, существует тенденция увеличения корреляции с ростом величины спреда. Отметим также, что для всей выборки зависимость величины спреда от изменения цены не носит выраженного характера (коэффициент корреляции равен 0.28).

Поэтому можно сделать вывод, что большой спред, как правило, связан с резким изменением цены.

Рассмотрим, как зависит корреляция между величиной спреда и изменением цены от величины изменения цены. Для этого отсортируем имеющиеся данные в порядке убывания амплитуды изменения цены. Рассмотрим также пять различных случаев, когда амплитуда больше: 1) 10%; 2) 5%; 3) 3%, 4) 1%, 5) все имеющиеся значения. Результаты приведены в табл. 3.2.2.

Как видно, в этом случае картина совершенно отлична от предыдущей: заметной корреляции между изменением цены и величиной спреда не существует. Более того, корреляция уменьшается для более сильных изменений цены.

То есть можно сделать вывод, что при резких изменениях цены вовсе не обязательно происходит увеличение спреда (ухудшение ликвидности рынка).

Таблица 3.2.1

ЗАВИСИМОСТЬ КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНОЙ СПРЕДА ЗАКРЫТИЯ И ИЗМЕНЕНИЕМ ЦЕНЫ ОТ ВЕЛИЧИНЫ СПРЕДА

Спред	Корреляция
>7%	0.70
>5%	0.39
>3%	0.42
>1%	0.33
Вся выборка	0.28

Таблица 3.2.2

ЗАВИСИМОСТЬ КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНОЙ СПРЕДА ЗАКРЫТИЯ И ИЗМЕНЕНИЕМ ЦЕНЫ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕНЫ

Изменение	Корреляция
>10%	0.21
>5%	0.25
>3%	0.25
>1%	0.28
Вся выборка	0.28

Можно было бы предполагать, что существует связь между резкими падениями цены и величиной спреда при таких падениях. Но результаты, приведенные в табл. 3.2.3, опровергают эту гипотезу. Как видно, они почти не отличаются от предыдущих результатов.

Таблица 3.2.3

ЗАВИСИМОСТЬ КОРРЕЛЯЦИИ МЕЖДУ ВЕЛИЧИНОЙ СПРЕДА ЗАКРЫТИЯ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ЦЕНЫ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ ЦЕНЫ

Изменение	Корреляция
>10%	0.18
>5%	0.19
>3%	0.25
>1%	0.24
Вся выборка	0.28

Таким образом, если большое значение спреда означает, как правило, большое изменение цены, то обратное рассуждение неверно: большим изменениям цены не обязательно соответствуют большие значения спреда.

3.2.2. Вычисление VaR с учетом риска ликвидности

Перейдем теперь к вычислению VaR для акции РАО ЕЭС.

Будем предполагать, что портфель состоит только из акций РАО ЕЭС. Вычислим значение VaR такого портфеля для однодневного интервала времени и уровня достоверности 95% - VaR (1,95%).

Согласно разделу 1, существует несколько подходов к вычислению VaR. Мы будем использовать для вычисления VaR исторический метод. Выбор данного метода обусловлен следующими соображениями.

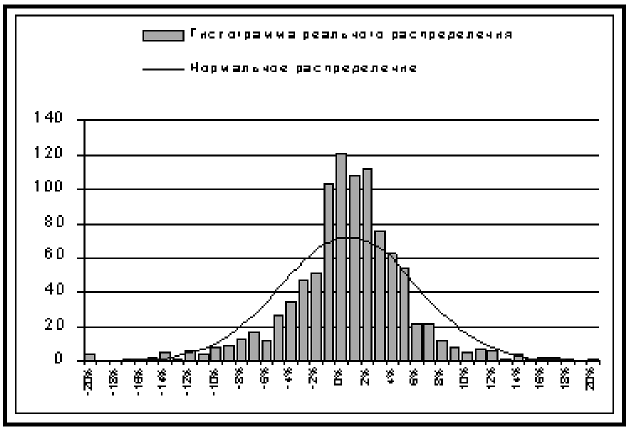

График 3.2.4. Гистограмма изменений цены акции

Во-первых, реальное распределение изменения цены существенно отличается от нормального: куртосис распределения равен 12.8, а скос равен –0.63. Гистограмма изменений цены акции за период с октября 1995 по октябрь 1999 приведена на графике 3.2.4.

Поэтому использование аналитических методов приведет к существенной недооценке риска.

Во-вторых, наша задача показать влияние наличия спреда на величину риска, а, согласно предыдущему пункту, формальное описание взаимосвязи величины спреда с изменением цены вряд ли целесообразно.

В-третьих, цель рассматриваемой задачи состоит в качественном показе влияния риска ликвидности на значение VaR. Поэтому для наглядности разумно использовать самый простой способ оценки VaR – исторический метод.

Для вычисления VaR историческим методом проведем следующие вычисления:

1) вычислим изменение цены акции U_t за один день, рассчитываемое как логарифм отношения средней цены между спросом и предложением при закрытии торгов в день t к средней цене между спросом и предложением при закрытии в предыдущий t *-1* день:

$$U_t = \ln \frac{S_t^{bid} + S_t^{ask}}{S_{t-1}^{bid} + S_{t-1}^{ask}};$$

2) отсортируем U_t в порядке возростания;

3) для данного размера выборки T найдем U_t^* такое, что только αT значений U меньше U_t^*. Где $(1-\alpha)$ – уровень достоверности, в нашем случае α =0.05;

4) найденное значение U_t^* является значением VaR портфеля, вычисленным с помощью исторического метода. А именно, с вероятностью 95% однодневное изменение стоимости портфеля будет не хуже чем U_t^*.

С помощью описанной процедуры вычислим значение VaR портфеля, используя все имеющиеся данные с 1995 по 1999 годы. Общее число имеющихся исторических наблюдений изменения цены равно 983.

Вычисления проведем для различных уровней достоверности: 95%, 97,5%, 99%. Результаты вычислений приведены в табл. 3.2.4.

Учтем теперь наличие спреда на рынке.

Для этого будем считать, что формирование портфеля происходит не по средней рыночной цене, а по цене предложения S^{ask}, а продажа портфеля не по средней рыночной цене, а по цене спроса S^{bid}. Тогда в процедуре определения исторического значения VaR значение U_t определяется выражением.

$$U_t = \ln \frac{S_t^{bid}}{S_t^{ask}}.$$

Остальные шаги процедуры остаются без изменения.

Проведем вычисление VaR портфеля, учитывающее наличие спреда на рынке. Результаты вычислений приведены в табл. 3.2.4.

Как видно, с увеличением желаемого уровня достоверности значение VaR, учитывающее наличие спреда, все сильнее отличается от значения VaR, вычисленного по средней рыночной цене. Причем для 99% уровня достоверности различие достигает 27%.

Данный факт объясняется тем, что с увеличением уровня достоверности оценка VaR все сильнее зависит от экстремальных движений цены. А таким движениям, как показано выше (см. график 3.2.3), соответствуют более высокие значения спреда.

Данный факт является подтверждением гипотезы, что влияние риска ликвидности на общую величину риска увеличивается при резких изменениях на рынке. Поэтому модели **VaR**, не учитывающие ликвидность рынка, или учитывающие ее на основе наблюдения рынка в стационарном состоянии, потенциально приводят к серьезной недооценке риска.

Вычисленные выше оценки **VaR** основаны на всех имеющихся исторических данных. Включение слишком старых данных и их большой объем делает данную оценку неадекватной сегодняшнему состоянию рынка. Данные вычисления были проведены, чтобы показать устойчивое влияние риска ликвидности.

Вычислим теперь значение **VaR** портфеля, используя в качестве исторической выборки последние 100 значений изменения цены.

Таблица 3.2.4

СРАВНЕНИЕ ЗНАЧЕНИЯ VaR ПОРТФЕЛЯ, ВЫЧИСЛЕННОЕ С ПОМОЩЬЮ ИСТОРИЧЕСКОГО МЕТОДА С УЧЕТОМ ЛИКВИДНОСТИ, И БЕЗ УЧЕТА ЛИКВИДНОСТИ

%

Уровень достоверности	95.0	97.5	99.0
VaR без учета ликвидности	8,71	11,98	15,44
VaR с учетом ликвидности	9,89	14,49	19,61
Увеличение риска	13,6	20,9	27,0

Данные вычисления проведем для всего исторического периода, чтобы посмотреть динамику изменения **VaR** и частоту реального превышения потерь портфеля величины **VaR**.

Динамика изменения оценок **VaR** с учетом ***(L-VaR)*** и без учета ликвидности (**VaR**) приведена на графике 3.2.5.

Вычисление оценки однодневного **VaR** портфеля с 95% уровнем достоверности на основе исторического метода, использующего сто предыдущих значений изменения цены, было проведено для 883 дней.

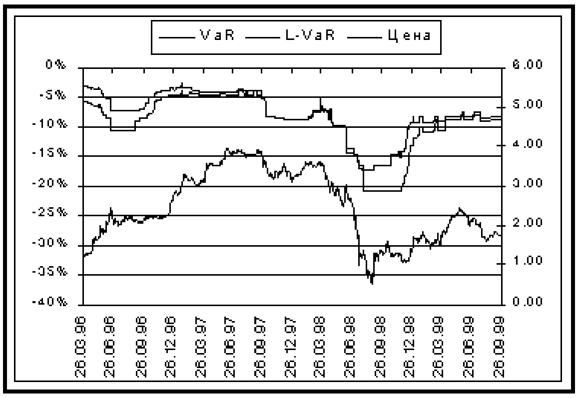

*График 3.2.5. Динамика изменения оценок **VaR** с учетом* **(L-VaR)** *и без учета ликвидности (**VaR**)*

При этом превышение оценки **VaR**, не учитывающей риск ликвидности, наблюдалось в 79 случаях, что составляет 8.9% и превышает заданный уровень достоверности 5%. Поэтому модель оценки **VaR** следует признать неудовлетворительной.

Превышение оценки **VaR**, учитывающей риск ликвидности наблюдалось в 49 случаях, что составляет 4.9% и соответствует заданному уровню достоверности.

Результаты приведены в табл. 3.2.5.

Таблица 3.2.5

ПРЕВЫШЕНИЕ ОДНОДНЕВНОГО ЗНАЧЕНИЯ VaR ДЛЯ 95% УРОВНЯ ДОСТОВЕРНОСТИ

Число наблюдений	883	Вероятность
VaR без учета риска ликвидности	79	8,9%
VaR с учетом риска ликвидности	43	4,9%

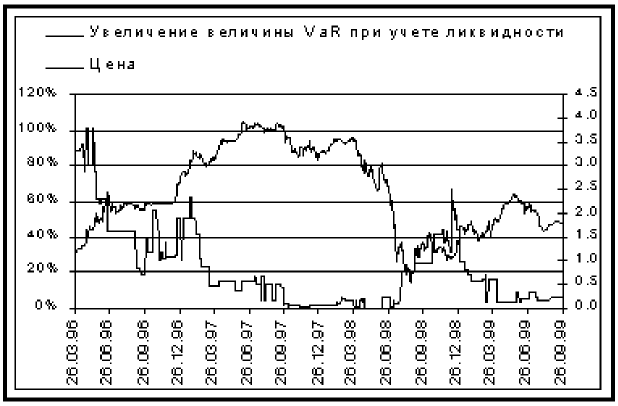

*График 3.2.6. Динамика различия оценок **VaR** с учетом и без учета ликвидности*

Мы сознательно не используем в расчетах возможное применение экспоненциального сглаживания данных для придания последним значениям большего веса, так как преследуем цель показать влияние ликвидности рынка, а не получения наиболее подходящей модели оценки **VaR**.

Динамика различия оценок **VaR** с учетом и без учета ликвидности приведена на графике 3.2.6.

Напомним, что данная поправка к величине риска при учете ликвидности риска является минимальной, так как мы не учитывали объем операций.

Таким образом, рассмотренный пример показывает, что учет ликвидности рынка даже в простейшей форме ведет к существенному (иногда в два раза) увеличению оценки риска портфеля. Поэтому модели, не учитывающие существования риска ликвидности, могут приводить к серьезным ошибкам оценки риска портфеля. Данная проблема очень ярко проявилось в августе-октябре 1998 года, когда в результате кризиса в России и ряда других событий рынки охватила паника, и наблюдалось явление, получившее название "полет к ликвидности".

Суть данного явления заключалась в потоке капитала на американский финансовый рынок, в основном в краткосрочные облигации с высшем рейтингом надежности. В результате многие рынки потеряли ликвидность. Вот как прокомментровал эту ситуацию Nicholas Dunbar: "Портфели обычно оцениваются посредством средней цены между спросом и предложением, многие хеджевые фонды использовали модели, основанные на этом предположении. В конце августа существовала только одна реалистичная цена для оценки портфеля: цена спроса (bid price). Среди потока массированных продаж только первый продавец получал реальную цену продажи, остальные неудачники должны были платить премию за ликвидность, если они желали совершить продажу…Модели оценки риска должны быть пересмотрены, чтобы включить в них поведение спреда между ценой спроса и предложения" [38].

При кризисах на финансовых рынках реакция на рынках развивающихся стран, как правило, сильнее чем на рынках развитых стран. Неустойчивость потоков капитала на такие рынки существенно сильнее, чем на развитые рынки. Кроме того, объем развивающихся рынков не очень велик и их чувствительность к притоку-оттоку капитала выше, чем для устойчивых рынков.

Все эти причины приводят к тому, что для развивающихся рынков (в том числе и для России) учет ликвидности рынка при оценке риска портфеля является фактически необходимым условием для получения корректной величины риска портфеля.

3.3. Модель оценки стоимости опционов в случае возможного краха рынка

Одним из возможных последствий глобализации финансовой системы и усложнения стратегий поведения участников рынков является увеличение непредсказуемости и частоты возникновения стрессовых ситуаций на рынке. Развивающиеся страны, которые открыли свои рынки для стороннего иностранного капитала, кроме нестабильности в силу слабости своей экономики добавили нестабильность своим рынкам, связанную с непредсказуемостью притока и оттока иностранного капитала со своих рынков.

Развивающиеся рынки гораздо в большей степени зависят от действий отдельных участников, особенно от поведения иностранного капитала.

Действительно, активы крупного финансового института могут превышать сегодня один триллион долларов, тогда как, например, бюджет России равен нескольким десяткам миллиардов долларов, золотовалютные запасы составляют порядка десяти миллиардов долларов, а капитализация фондового рынка чуть превышает десять миллиардов по состоянию на октябрь 1999 года. Любая развивающаяся страна является лишь одним из участников финансовой системы, причем с достаточно слабыми финансовыми возможностями. Не стоит забывать, что основная цель, преследуемая финансовыми компаниями, состоит в максимизации прибыли, и для достижения этой цели они используют любые возможности. Существует целый класс крупных финансовых спекулянтов, которые нередко проводят спекулятивные атаки против отдельной страны, зачастую очень успешные. Описание таких примеров можно найти в книге Дж. Сороса [106], в которой он приводит пример своей успешной спекуляции против английского фунта стерлинга, в результате которой фунт подешевел на 15%.

Так как ситуация на рынке может зависеть от действий отдельного участника (группы участников), то утверждать, что развитие ситуации на рынке носит случайный характер уже нельзя. Соответственно использование при построении тех или иных моделей допущения о том, что изменение цен на рынке описывается уравнением (см. раздел 2.1):

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \qquad (3.3.1)$$

приводит к искажению реальной картины функционирования рынка.

Данное уравнение использует допущение, что изменение цены подчиняется нормальному распределению. На самом деле реальное распределение имеет более тяжелые “хвосты”, что отражает факт более частого возникновения резких колебаний на рынке по сравнению с нормальным распределением.

Для количественной характеристики отличия распределения от нормального используется такая величина, как куртосис распределения, определяемый формулой:

$$\gamma = \frac{E(X-\mu)^4}{\sigma^4} - 3$$

где μ — математическое ожидание;

σ - волатильность.

Куртосис распределения характеризует вес “хвостов” распределения. Для нормального распределения куртосис равен нулю, чем выше значение данного параметра, тем тяжелее “хвосты” распределения по сравнению с нормальным. Приведем для примера значения куртосиса для различных валют (данные агентства Reuters):

Валюта	Куртосис
Английский фунт	5.4
Немецкая марка	6.3
Японская йена	7.0
Сингапурский доллар	8.4
Индонезийский рупия	15.8
Бразильский реал	18.1
Рубль	3.12

Приведенные данные показывают, что куртосис, а следовательно и частота сильных движений на рынке, увеличивается для стран с менее устойчивой экономикой.

В таблице мы привели также значение куртосиса для курса рубля, вычисленное за период с 1992 по 1999 год. То, что куртосис для российского рубля меньше, чем у английской и германской валют не должно вводить в заблуждение; это просто является показателем, что вплоть до августа 1998 года ЦБ жестко контролировал курс рубля. Если посчитать значение куртосиса курса рубля с августа 1998 года по август 1999, то получается значение **22,3.**

Для российского фондового рынка анализ имеющихся исторических данных с 1995 по 1999 годы показывает, что куртосис (kurtosis) реального распределения изменения цены акций РАО ЕЭС России равен **12,8**.

Кроме того, что реальное распределение цен имеет более тяжелые “хвосты” по сравнению с нормальным, оно часто не является симметричным. Для характеристики несимметричности распределения используется величина скоса распределения, определяемая как $\chi = \frac{E(x-\mu)^3}{\sigma^3}$.

График 3.3.1. Частота возникновения резких колебаний цены

Скос нормального распределения равен нулю.

Скос распределения изменения курса российского рубля равен 1,28.

Скос распределения изменения цены акции РАО ЕЭС равен –0,63.

На графике 3.3.1 приведена частота возникновения резких колебаний цены (больше 10% за один день) акции РАО ЕЭС. Отметим кластерность возникновения экстремальных колебаний.

Таким образом, модели, использующие уравнение (3.3.1), недооценивают частоту возникновения сильных движений на рынке. Так формула Блека-Шоулза для оценки опционов, основанная на использовании данного уравнения, недооценивает опционы пут без выигрыша и опционы колл с выигрышем, если левый “хвост” распределения более тяжелый, чем у нормального распределения.

Другим недостатком использования уравнений, подобных уравнению (3.3.1), является их неспособность описать событийный риск. Данный риск состоит в том, что периодически на рынке возникают ситуации, когда в силу тех или иных обстоятельств рыночная цена какого-либо актива начинает существенно отличатся от реальной цены, обусловленной фундаментальными экономическими факторами. Примеры возникновения таких ситуаций и последствия их разрешений замечательно описаны в книге Дж. Сороса “Алхимия финансов” [106]. В результате, как правило, по мере того как участники рынка осознают неправильность оценки стоимости данного актива неизбежно происходит коллапс цены. Естественно, описание возникновения и разрешения таких ситуаций с помощью уравнений вряд ли возможно.

Приведем в качестве примера ситуацию, сложившуюся на российском валютном рынке весной-летом 1998 года перед девальвацией рубля.

На тот момент диапазон возможного курса рубля к доллару был ограничен пятнадцати процентным коридором, установленным Центральным Банком. Верхняя граница коридора не превышала 7 рублей за доллар до конца 1998 года. Тем не менее, фьючерсные контракты, торгуемые на Московской Межбанковской Валютной Бирже со сроком исполнения в сентябре 1998 года, котировались 7 рублей за доллар, а декабрьские контракты котировались по 8-9 рублей за доллар, при текущем курсе 6 рублей за доллар. Таким образом, участники рынка не верили, что ЦБ сможет удержать курс в заданных границах, и активно скупали долларовые контракты. Причем покупателями в основном были иностранные инвесторы, а продавцами выступали российские банки, доверившие свою судьбу ЦБ.

Непосредственно перед девальвацией, несмотря на заверения всех без исключения высших должностных лиц России, что девальвации не будет, все без исключения участники рынка понимали неизбежность данного события. Расхождение было только в прогнозах о времени и масштабах девальвации (отметим, что даже наиболее пессимистичные участники указывали возможный курс в районе 10 рублей за доллар, так что действительность превзошла все ожидания).

Говорить, что в такой ситуации, когда на рынке присутствовал единственный продавец долларов в лице Центрального Банка, а все остальные участники являлись покупателями, динамику изменения курса рубля можно было описывать уравнением (3.3.1), было бы нелепо.

Таким образом, реальное изменение цен на рынке отличается от нормального более частым возникновением резких изменений цены. Кроме этого существуют ситуации, когда на рынке происходят события, вызывающие стремительное изменение цен. Данные выводы особенно относятся к развивающимся рынкам, менее устойчивым по своей природе.

В результате существующие модели оценки стоимости опционов при определенных обстоятельствах приводят к ошибочным оценкам стоимости опционов.

Рассмотрим далее модель оценки стоимости опционов, учитывающую возможность катастрофического развития событий на рынке.

Модель оценки стоимости опционов

С тех пор, как появилась формула Блека-Шоулза оценки стоимости опционов было предложено множество альтернативных моделей оценки стоимости опционов (см. раздел 1.3). Среди данного множества можно выделить ряд моделей, учитывающих отличие реального распределения изменений цены актива от нормального:

The pure Jump Model

Данная модель впервые была предложена Коксом (Cox) и Россом (Ross) и разработана позднее в работах Кокса (Cox), Росса (Ross), и Рубинштейна (Rubinstein) [32]. В этой модели в каждый малый интервал времени Δt цена акции имеет вероятность $\lambda\Delta t$ движения от S до Su и вероятность $1-\lambda\Delta t$ движения от S до $Se^{-w\Delta t}$. Большую часть времени цена акции уменьшается со скоростью w. Однако иногда случаются прыжки равные $S(u-1)$.

The Jump Diffusion Model

Мертон (Merton) предложил модель, в которой изменение цены акции описывается уравнением:

$$\frac{dS}{S} = (\mu - \lambda k)dt + \sigma dz + dq ,$$

где dz — Винеровский процесс;

dq — Пуассоновский процесс, генерирующий прыжки, процессы предполагаются независимыми;

μ — ожидаемая доходность акции;

λ — частота возникновения прыжков;

k – средний размер прыжка, измеряемый как пропорциональное увеличение цены акции.

Ключевое допущение, сделанное Мертоном, состоит в том, что прыжковая компонента доходности акции представляет несистематический риск. Это позволило использовать ему рассуждения, аналогичные используемым при выводе формулы Блека-Шоулза, которые заключаются в том, что безрисковый портфель должен зарабатывать безрисковую ставку.

Данные модели дают более тяжелые “хвосты” распределения цены акции и лучше описывают реальную картину функционирования рынка.

Однако автору не встречались модели, которые учитывали возможность краха рынка. Далее мы рассмотрим простую модель, основанную на вычислительной процедуре, учитывающую вероятность возникновения краха рынка.

Описание модели

Будем рассматривать в качестве актива, лежащего в основе опциона, акцию по которой не платятся дивиденды.

Пусть ситуация на рынке такова, что существует вероятность резкого падения цены акции. Будем считать, что данная вероятность описывается показательным распределением:

$$p(t)=\lambda e^{-\lambda t}, \quad t \ge 0, \qquad (3.3.2)$$

Математическое ожидание данного распределения равно:

$$E(\tau)=\frac{1}{\lambda}$$

и характеризует среднее время ожидания наступления события.

Тогда вероятность, что событие произойдет в интервал времени (t_1, t_2) равна:

$$p_c(t_1,t_2)=e^{-\lambda t_1}-e^{-\lambda t_2}. \qquad (3.3.3)$$

Будем считать, что среднее прогнозное время наступления краха известно и равняется τ.

Оценим стоимость европейского пут опциона с ценой исполнения X, и временем исполнения T.

Будем считать, что за время жизни опциона крах цены может произойти только однажды.

Будем считать, что изменение цены акции носит дискретный характер.

В каждый малый интервал времени Δt цена акции может с вероятностью p_U вырасти с S до Su, с вероятностью p_d упасть с S до Sd и с вероятностью p_c может наступить крах и цена акции упадет до величины $S(1-\delta)$. δ определяет ожидаемый размер катастрофы.

После краха изменение цены акции носит биномиальный характер: цена акции с вероятностью p_u^{after} может вырасти с S до Su, и с вероятностью p_d^{after} может упасть с S до Sd (см. рисунок 3.3.1).

Для решения задачи мы будем использовать предположение о том, что компонента краха носит несистематический характер, и для интервала времени Δt может быть построен безрисковый портфель. Поэтому будущий денежный поток может быть оценен путем дисконтирования его ожидаемого значения по безрисковой ставке.

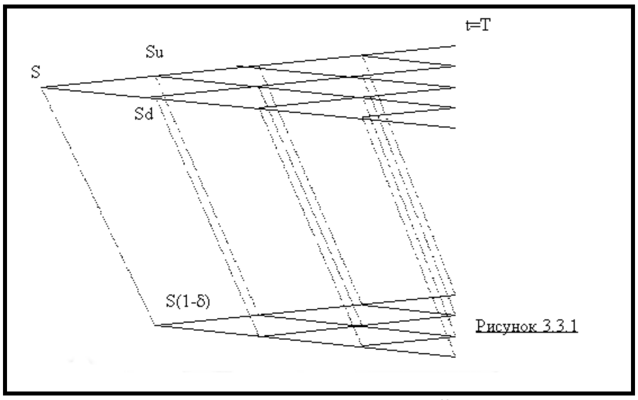

Рис. 3.3.1. Дерево значений цен

Определение параметров

После краха движение цены имеет биномиальный характер и мы получаем задачу, рассмотренную Коксом, Россом, Рубинштейном [32]. Будем считать, что параметры p_u^{after}, p_d^{after}, u, d определяются согласно их предположениям:

$$1. \quad u=e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}; \qquad (3.3.4)$$

$$2. \quad u=\frac{1}{d}; \qquad (3.3.5)$$

$$3. \quad p_u^{after}=\frac{e^{r\Delta t}-d}{u-d};$$

$$4. \quad p_d^{after}=1-p_u^{after}.$$

До момента краха имеется шесть параметров, которые надо знать: p_u, p_d, p_c, u, d, δ.

Для их определения наложим следующие условия.

1. Будем считать, что u и d такие же как и после краха и определяются соответственно условиями (3.3.4) и (3.3.5)

2. Значение p_c для i-го интервала Δt определяется согласно уравнению (3.3.2):

$$p_c=e^{-\lambda(i-1)\Delta t}-e^{-\lambda i\Delta t} \qquad (3.3.6)$$

3. Значение δ задается изначально и является внешним входящим параметром.

4. Значения p_u и p_d определяются тогда из следующих условий:

a) $p_u+p_d+p_c=1;$

b) $p_u u+p_d d+p_c(1-\delta)=e^{r\Delta t};$

Тогда соответственно:

$$p_u=\frac{e^{r\Delta t}-p_c(1-\delta)-(1-p_c)d}{u-d};$$

$$p_d=1-(p_u+p_c).$$

Дерево значений цены

Наложение условий, что $u=1/d$ и одинаковы для ситуаций до и после кризиса существенно сокращает число узлов дерева значений цен. В момент времени $t=i\Delta t$, где i — номер итерации, возможное множество значений цен состоит из $(2i+1)$ значения, которые определяются как:

$$Su^jd^{i-j}, \qquad j=0,1,...,i;$$

$$S(1-\delta)u^jd^{i-j-1}, \quad j=0,1,...,i-1.$$

Определение цены опциона

В момент исполнения опциона T для каждого узла полученного дерева возможных значений цены легко определить стоимость опциона f: если $S_T<X$, то стоимость равна $X-S_T$, если $S_T \ge X$, стоимость опциона равна нулю:

$$f_{N,j}=max(X-Su^jd^{N-j},0), \qquad j=0,1,...,N;$$

$$f_{N,j}^{after}=max(X-S(1-\delta)u^jd^{i-j-1},0), \quad j=0,1,...,(i-1).$$

Тогда в момент $T-1$ стоимость опциона в каждом узле определяется как ожидаемая стоимость в момент T, дисконтированная за период Δt по безрисковой ставке r.

Повторяя аналогичные рассуждения для момента $T-2$ можно получить стоимость опциона для каждого узла дерева.

Вообще, цена опциона на i шаге в узле j равняется:

$$f_{i,j} = e^{-r\Delta t}(p_u^i f_{i+1,j+1} + p_d^i f_{i+1,j} + p_c^i f_{i+1,j}^{after}),\ j = 0,1,\ldots,i;$$

$$f_{i+1,j}^{after} = e^{-r\Delta t}(p_u^{after} f_{i+2,j+1}^{after} + p_d^{after} f_{i+2,j}^{after}),\ j = 0,1,\ldots,(i-1);$$

где $f_{i,j}$ — стоимость опциона в узлах дерева возможных значений цены актива до краха рынка,

$f_{i+1,j}^{after}$ — стоимость опциона в узлах дерева возможных значений актива после краха рынка.

Произведя таким образом свертку дерева возможных исходов от момента T до начального момента, получим стоимость опциона в начальный момент времени.

Заметим, что для дерева цен после краха вероятности движения цены вверх и вниз одинаковы для каждого шага. Тогда как до момента краха на каждом шаге эти вероятности меняются, так как значение p_c на шаге i определяется в соответствие с уравнением (3.3.6).

Очевидно, что по сравнению с обычными процедурами вычисления стоимости опциона данная модель будет приводить к более высокой стоимости опциона, причем различие будет усиливаться при уменьшении времени жизни опциона. Наоборот, если срок исполнения опциона достаточно большой, то различие результатов, полученных с помощью данной модели и стандартной, будет уменьшаться. Приведем в качестве иллюстрации численный пример.

Пример

Данная модель была реализована на практике с помощью электронных таблиц Microsoft Excel. Приведем результаты вычислений стоимости опционов пут с различными ценами исполнения на американский фондовый индекс S&P 500 со сроком исполнения в ноябре 1999 года на 11 октября 1999.

Данные, необходимые для вычисления стоимости опциона следующие:

- до момента исполнения опциона остается 40 дней T =0.11;
- текущее значение индекса S&P 500=1337 S =1337;
- волатильность равняется 25% σ =0.25;
- безрисковая ставка 6% r =0.06.

Согласно прогнозам многих экспертов котировки акций американского фондового рынка сильно завышены, особенно акции компаний компьютерной индустрии, поэтому они высказывают опасение повторения кризиса 1997 года.

Согласно их прогнозам рынок в случае паники может упасть на 20-30% от текущего уровня.

Поэтому будем считать, что существует опасность краха индекса, ожидаемое падение составляет 20%, то есть δ =0.2.

Таблица 3.3.1

СРАВНЕНИЕ СТОИМОСТИ ОПЦИОНОВ ПУТ: реальная цена, цена согласно формуле Блека-Шоулза, цена, получаемая с помощью предложенной модели

Страйк	Реальная цена на рынке	Формула Блека-Шоулза	τ =1; δ =0.2	τ =2; δ =0.2	τ =3; δ =0.2	τ =5; δ =0.2
1,050	0.81	0.04	1.98	1.15	0.81	0.52
1,100	1.44	0.24	4.34	2.54	1.84	1.24
1,150	2.75	1.13	8.08	4.96	3.77	2.76
1,200	5.13	3.95	13.77	9.31	7.65	6.27
1,250	9.62	10.85	22.42	17.03	15.09	13.47
1,300	18.5	24.36	36.14	30.62	28.69	27.10
1,350	35.5	46.31	56.54	51.68	50.02	48.68
1,400	64.87	76.95	84.57	80.86	79.62	78.64
1,450	107.12	115.01	119.89	117.42	116.62	116.00
1,500	155.87	158.37	161.08	159.64	159.19	158.84
1,550	205.25	204.98	206.28	205.53	205.31	205.13

Рассмотрим стоимость опционов пут для различных значений τ ожидаемого времени наступления краха.

В табл. 3.3.1 приведена стоимость опционов пут с различными ценами исполнения. В качестве сравнения приведены также реальные текущие котировки на рынке, и теоретическое значение, полученное с помощью формулы Блека-Шоулза.

Как видно из таблицы, предложенная модель лучше описывает стоимость опционов, цена исполнения которых существенно меньше текущего значения индекса.

Предложенную модель можно использовать и для оценки стоимости опционов колл, а также с незначительными изменениями для случая, когда ожидается резкий рост цены (например девальвация валюты, или рост на колониальные товары в случае засухи).

Выводы

В данном разделе рассмотрено влияние риска ликвидности на величину риска портфеля.

Оказывается, что в отдельных случаях, когда ситуация на рынке нестабильна, учет риска ликвидности приводит к увеличению риска портфеля на 30%. Таким образом, пренебрежение риском ликвидности может приводить к существенной недооценке риска портфеля.

Учет ликвидности рынка особенно актуален для развивающихся рынков, ситуация на которых менее стабильна.

Предложенный индикатор ликвидности рынка позволяет получить предварительную оценку текущей ликвидности рынка. Его простота и универсальность делает его доступным инструментом в руках инвестора для изучения ликвидности рынка. Данный индикатор может также использоваться для получения оценки ликвидности портфеля инвестора.

Высокая корреляция между индикатором ликвидности и ценой актива позволяет сделать вывод о существенной роли ликвидности рынка для развивающихся рынков.

Рассмотренная модель оценки стоимости опционов позволяет учесть реальное поведение рынка и является одним из способов оценки стоимости опционов в нестабильной ситуации на рынке.

Заключение

На основании проведенного исследования можно дать следующие практические рекомендации:

- Обоснована необходимость адаптации и развития применительно к российским рынкам моделей оценки риска на основе VaR. Разработка регулирующими органами стандарта измерения риска позволит увеличить стабильность функционирования российских рынков;
- Показанная в работе эффективность рынка опционов при решении различных задач управления риском позволяет сделать вывод о необходимости развития в России рынка производных инструментов и создания нормативной базы для обеспечения легитимного выхода российских компаний на мировые рынки производных инструментов.
- Необходимо учитывать влияние ликвидности рынков при оценке риска портфеля, особенно в свете тенден-

ции увеличения частоты кризисов на финансовых рынках; результаты, полученные на основе разработанной модели оценки ликвидности рынка, показывают, что ликвидность рынка является важнейшим фактором для становления и развития рынков.

Литература

1. Arrow (1953, 1964), Le rфle des valeurs boursiиres pour la гйpartition la meilleure des risques, Econometrie Colloques Internationaux du Centre National de la Recherche Scientifique XI, Paris, pp. 41-47 (English translation in: Review of Economic Studies XXXI, pp. 91-96)

2. Baness, J, Elements of a Theory of Stock-Option Value, Journal of Political Economy, 72 (April 1964), 163-175

3. Bangia Anil, Diebold Francis X., Schuermann T., Stroughair John D. Modeling Liquidity Risk, With Implications for Traditional Market Risk Measurement and Management, the Wharton financial institutions center working paper,1999

4. Bank for International Settlements, Monetary and Economic Department: “Central Bank survey of foreign exchange and derivatives market activity”, Basle. May 1999.

5. Bank for International Settlements, Press release: “The global OTC derivatives market at end-December 1998”,2 June 1999.

6. Bank for International Settlements: 69th Annual Report. 1999.

7. Bank for International Settlements: International banking and financial market developments, November 1998.

8. Barone-Adesi, Giovanni and Robert E Whaley, Efficient Analytic Approximation of American Option Values, Journal of Finance, 42 (June 1987), 301-320

9. Barraquand, J, and Martineau D., 1995, Numerical valuation of high dimensional multivariate American securities, working paper, Salomon Brothers International, 1995

10. Basle Committee on Banking Supervision: Operational Risk Management. September 1998.

11. Basle Committee on Banking Supervision: Principles for the Management of Credit Risk, July 1999.

12. Basle Committee: An Internal Model-Based Approach to Market Risk Capital Requirements, 1995

13. Basle Committee: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, 1988

14. Basle Committee: Supervisory Framework for the Use of “Backtesting” in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements, 1996

15. Beder, Tanya. “*VaR*: Seductive but Dangerous”. Financial Analysts Journal (September-October), 1995

16. Bessembinder, H., Seguin, P. J. (1993). Price volatility, trading volume, and market depth: Evidence from futures markets. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 28, 21-39.

17. BIS: Risk management guidelines for derivatives July 1994.

18. Black F., Derman E., Toy W., A One-Factor Model of Interest Rates and Its Application to Treasury Bond Options, Financial Analysts Journal, (Jan-Feb 1990), 33-39

19. Black F., M. Scholes, 1973, The pricing of options and corporate liabilities, Journal of Political Economy 81, pages 637-659

20. Black F., The Pricing of Commodity Contracts, Journal of Financial Economics, 3 (January-March 1976), 167-179

21. Bollerslev, T. “Generalised Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”, Journal of Econometrics, 31(3), 1986

22. Boudoukh Jacob, Dong-Hyun, Richardson Matthew, Whitelaw Robert “Optimal Risk Management Using Options”. NBER Working Papers #6158, 1997

23. Boyle, Phelim P., Options: A Monte Carlo Approach, Journal of Financial Economics, 4 (May 1977), 323-338

24. Breeden, D., Litzenberger R. (1978), Prices of state-contingent claims implicit in options prices, Journal of Business 51, pp. 621-652

25. Broadie M., Glasserman P., 1995, Pricing American-style securities using simulation, working paper, Columbia University

26. Butler J. S., Schachter Barry. “Improving Value at Risk estimates by combining kernel estimation with historical simulation”, 1996, Unpublished manuscript

27. Committee on Payment and Settlement Systems, Settlement risk in foreign exchange transactions, March 1996.

28. Committee on Payment and Settlement Systems, Real-time gross settlement systems, March 1997.

29. Conrad, J. (1989). The price effect of option introduction. Journal of Finance, 44, 487-498.

30. Courtaden Georges, A More Accurate Finite Difference Approximation for the Valuation of Options, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 17 (December 1982), 697-703

31. Cox J. C., Ross Stephen A., The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes, Journal of Financial Economics, 3 (January-March 1976), 145-166

32. Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M., “Option Pricing: A Simplified Approach”, Journal of Financial Economics, 7 (September 1979). 229-63.

33. Damodaran, A., Lim, J. (1991). Put listing, short sales, and return generating processes, Manuscript in preparation, Stern School of Business at New York University.

34. Danthine, J.-P. (1978). Information, futures prices, and stabilizing speculation. Journal of Economic Theory, 17, 79-98.

35. Debreu, G. (1959), Theory of Value, Wiley

36. Derivatives Policy Group: Framework for Voluntary Oversight, 1995

37. Detemple, J., & Selden, L. (1991). A general equilibrium analysis of option and stock market interactions. International Economic Review, 32, 279-304.

38. Dunbar Nicholas: “Meriwether’s Meltdown’, Risk, October 1998, p. 32-36

39. Edwards, F. R. (1988). Futures trading and cash market volatility: Stock index and interest rate futures. Journal of Futures Markets, 8, 421-440

40. Engel James, Gizycki Marianne. “Conservatism, accuracy and efficiency: comparing Value-at-Risk Models”, Unpublished manuscript, March 1999,

41. Fackler, P.L. (1986): “The Information Content of Option Premiums.” unpublished Ph.D. Dissertation, University of Minnesota.

42. Fallon William. “Calculating Value-at-Risk”, the Wharton financial institutions center working paper,1996,#49

43. Figlewski Stephen, ”Derivatives Risk, Old and New”, the Wharton financial institutions center working paper,1997

44. Fleming Jeff and Ostdiek Barbara. The Impact of Energy Derivatives on the Crude Oil Market. Rice University. Unpublished manuscript. 1998

45. Garman Mark B, Kohlhagen Steven W, Foreign Currency Option Values, Journal of International Money and Finance, 2 (December 1983), 231-237

46. Geske Robert, The Valuation of Compound Options, Journal of Financial Economics, 7 (Mar 1979), 63-81

47. Goldman M., Sosin H., Gatto M., Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High, Journal of Finance, 34 (December 1979), 1111-1127

48. Grabbe, Orlin J, The Pricing of Call and Put Options on Foreign Exchange, Journal of International Money and Finance, 2 (December 1983), 239-253

49. Grant D, Vora G, Weeks D, (1994), Path-dependent options: extending the Monte Carlo simulation approach, working paper, University of New Mexico, 1994

50. Grossman, S. (1988), An analysis of the implications for stock and futures price volatility of program trading and dynamic hedging strategies, Journal of Business 61, pp. 275-298

51. Grossman, S. (1988), Insurance seen and unseen. The impact on markets, Journal of Portfolio Management, Summer, pp. 5-8

52. Hakansson, N. (1978), Welfare aspects of options and supershares, Journal of Finance 33, pp. 759-776

53. Hakansson, N. (1979), The fantastic world of finance: Progress and the free lunch, Journal of Financial and Quantitative Analysis XIV, pp. 717-734

54. Hakansson, N. H. (1982). Changes in the financial market: Welfare and price effects and the basic theorems of value conservation. Journal of Finance, 37, 977-1004.

55. Harris, L. (1989). S&P 500 cash stock price volatilities. Journal of Finance, 44, 1155-1176

56. Hendricks, Darryl, “Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data,” FRBNY Economic Policy Review, (April 1996): 39-69.

57. Ho, Thomas SY, Sang-Bin Lee, Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims, Journal of Finance, 41 (1986), 1011-1029

58. Hull, 1997, Options, futures and other derivatives, Prentice-Hall, pages 239-242

59. Hull, 1997, Options, futures and other derivatives, Prentice-Hall, pages 177-193

60. Hull, J, and A. White, Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method, Journal of Financial and Quantitative Analyses, 25 (March 1990)

61. Hull, John and Alan White, The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatilities, Journal of Finance 42 (1987)

62. Ingersoll, Jonathan, A Theoretical and Empirical Investigation of the Dual Purpose Funds: An Application of Contingent Claims Analysis, Journal of Financial Economics, 3, (January-March 1976)

63. International Monetary Fund, International Capital Markets: Development, Prospects, and Key Policy Issues, Sept. 1997.

64. International Monetary Fund. International Capital Markets: Developments, Prospects, and Key Policy Issues. Annex V: “Globalization of Finance and Financial Risks”. September 1998.

65. International organization of Securities Commissions: Risk management and control guidance for securities firms and their supervisors, 1998

66. Jackson Patricia, Maude David, Perraudin William. “Capital Requirements and Value-at-Risk Analysis”. 1995. Unpublished manuscript

67. James Jordan and Mackay Robert. “Assessing Value at Risk For Equity Portfolios: Implementing Alternative Techniques”. 1995, Unpublished manuscript, Virginia Tech University (July)

68. Jarrow Robert, Rudd Andrew, Approximate Option Valuation for Arbitrary Stochastic Processes, Journal of Financial Economics, 10 (November 1982), 347-369

69. Li David X.. “Value at Risk Based on the Volatility,Skewness and Kurtosis”, Riskmetrics Group, 1999.

70. Lopez Jose A.. “Regulatory Evaluation of Value-at-Risk Models”, the Wharton financial institutions center working paper,1996,#51

71. Macmillan Lionel W, Analytic Approximation for the American Put Option, Advances in Futures and Options Research, 1 (1986), 119-139

72. Margrabe, W, 1978, The value of an option to exchange one asset for another, Journal of Finance, March 1978, pages 177–186

73. Market Liquidity: Research Findings and Selected Policy Implications, Report of a Study Group established by the Committee on the Global Financial System of the central banks of the Group of Ten countries, 1999.

74. Marshall Christopher, Siegel Michael. “Value-at-Risk: Implementing a Risk Measurement Standard”, the Wharton financial institutions center working paper,1996, #47

75. McNeil Alexander J.. “Calculating Quantile Risk Measures for Financial Return Series using Extreme Value Theory”, Unpublished manuscript,1998

76. Merton, R. C. (1973), Theory of rational option pricing, Bell Journal of Economics and Management Science IV, pp. 141-183

77. Merton, R. C. (1990), The financial system and economic performance, Journal of Financial Services Research 4, pp. 263-300

78. Merton, Robert C, Option Pricing when Underlying Stock Returns are Discontinuous, Journal of Financial Economics, 3 (January-March 1976), 125-144

79. Muranaga Jun, Ohsawa Makoto, “Measurement of liquidity risk in the context of market risk calculation”, report of BIS: The measurement of aggregate market risk, 1997.

80. Pritzker, Matthew. “Evaluating Value at Risk Methodologies: Accuracy versus Computational Time”. 1995, Unpublished manuscript, Board of Governors of the Federal Reserve (November).

81. Rendleman, R, and Bartter, B, Two-State Option Pricing, Journal of Finance, 34 (December 1979), 1093-1110

82. Roll Richard, An Analytical Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends, Journal of Financial Economics, 5 (November 1977), 251-258

83. Ross St. (1976), Options and efficiency, Quarterly Journal of Economics, pp. 75-89

84. Rubinstein M. and H. Leland (1980), Replicating options with positions in stock and cash, Financial Analysts Journal 37, p. 63-72

85. Samuelson Paul A, Rational Theory of Warrant Pricing, Industrial Management Review, 6 (1965), 13-31

86. Schwartz E., The Valuation of Warrants: Implementing a New Approach, Journal of Financial Economics, 4 (January 1977), 79-93

87. Scott Louis, Option Pricing When the Variance Changes Randomly: Theory, Estimation and an Application, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 22 (1987), 419-438

88. Sharpe William, Investments, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Ha11, 1978

89. Skinner D. J. (1989). Options markets and stock return volatility. Journal of Financial Economics, 23, 61-78.

90. Skinner D. J. (1990). Options markets and the information content of accounting earnings releases. Journal of Accounting and Economics, 13, 191-211

91. Smithson Charles “Wonderful Life”, Risk October 1991, pages 37-44

92. Stein J. C. (1987). Informational externalities and welfare-reducing speculation. Journal of Political Economy, 95, 1123-1145.

93. Stulz R, 1982, Options on the minimum or the maximum of two risky assets, Journal of Financial Economics 10, pages 161-185

94. Supervisory Guidance for Managing Settlement Risk in Foreign Exchange Transactions, (E), July 1999.

95. The Technical Committee of IOSCO: Methodologies for Determining Minimum Capital Standards for Internationally Active Securities Firms Which Permit the Use of Models Under Prescribed Conditions, 1998.

96. Tilley J.A., 1993, Valuing American options in a path simulation model, Transactions of the Society of Actuaries, 1993, pages 83–104

97. Weiss Center for International Financial Research of Wharton School ,CIBS World Markets, 1998 Survey of Financial Risk Management by U.S. Non-Financial Firms, 1998.

98. Whaley Robert E., On the Valuation of American Call Options on Stock with Known Dividends, Journal of Financial Economics, 9 (June 1981), 207-212

99. White William R. Evolving international financial markets: some implications for Central Banks. BIS working paper #66. April 1999.

100. Wiener Z. “Introduction to *VaR* (Value-at-Risk)”, Risk Management and Regulation in Banking, Jerusalem, May 1997

101. Wiggins James, Option Values Under Stochastic Volatility: Theory and Empirical Evidence, Journal of Financial Economics, 19 (December 1987), 351-372

102. Волков С.Н., Крамков Д.О. О методологии хеджирования опционов.// Обозрение прикладной и промышленной математики. – 1997. – том 4, выпуск 1, стр. 18-65

103. Грачева М. В. Анализ проектных рисков. М.: Финстатинформ, 1999

104. Ковалишин Е.А., Поманский А.Б. Реальные опционы: оптимальный момент инвестирования.// Экономика и математические методы.-1999.-том35, №2, стр.50-60

105. Мельников А.В. Финансовые рынки: стохастический анализ и расчет производных ценных бумаг. М.: ТВП, 1997

106. Сорос Дж. Алхимия финансов. М.: Инфра-М, 1996

107. Шинкевич А.С. Опционные стратегии. Дипломная работа, факультет прикладной математики и экономики Московского физико-технического института, 1999

108. Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. М.: Фазис, 1998

Контактный телефон: (095) 426-2546
Щукин Дмитрий Фёдорович,