

МОДЕЛИ И МЕТОДИКИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ПОРТФЕЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Синявская О.А., аспирантка кафедры
информационных технологий БГЭУ¹

В данной статье сделан анализ моделей портфельной оптимизации, оценки доходности и ликвидности ценных бумаг в условиях неопределённости. Предложена методика портфельной оптимизации, основанная на модели скоринга ценных бумаг, представленной в виде формулы свёртки нормированных оценок доходности, риска и ликвидности ценных бумаг. Результатом расчёта по этой модели для каждого вида ценных бумаг является коэффициент инвестиционной привлекательности, пропорционально значению которого определяются доли ценных бумаг в портфеле.

ВВЕДЕНИЕ

Оптимизация структуры портфеля ценных бумаг – одна из наиболее важных задач принятия решений в инвестиционной деятельности на фондовом рынке. В общем виде портфельная оптимизация относится не только к формированию портфеля ценных бумаг, а включает также задачи формирования портфеля инвестиционных проектов, кредитного портфеля и т.д. Суть портфельной оптимизации состоит в том, чтобы выбрать из совокупности альтернативных объектов то подмножество, которое в течение заданного периода принесёт владельцу портфеля наилучший (оптимальный) результат. Критериев оптимизации может быть несколько, тенденции их улучшения могут противоречить друг другу. Под наилучшим результатом в разных случаях понимается или максимальная прибыль, или заданный уровень прибыли при минимальном риске, возможно, с учётом дополнительных ограничений внешней среды и предпочтений лица, принимающего решение (ЛПР). Периодически необходимо проводить мониторинг оптимальности структуры портфеля.

Структура портфеля проектов (кредитов) характеризуется только наличием или отсутствием поддержки проекта (выдачи кредита). После того, как она сформирована, её пересмотр осуществляется в случаях завершения сроков части проектов (кредитов) или при наступлении кризисных ситуаций. Управление портфелем ценных бумаг предполагает периодический мониторинг оптимальности, вне зависимости от того, истёк ли срок действия отдельных ценных бумаг. Согласно [1], портфельный менеджмент изучает построение правил принятия решений о продаже, удержании или покупке ценных бумаг, в условиях риска или его отсутствия, в течение некоторого времени и в соответствии с предпочтениями инвестора. Структура портфеля определяется не только наличием или отсутствием в нём ценной бумаги, но и её долей. При изменении рыночных условий оптимальный состав портфеля по номенклатуре входящих в него ценных бумаг может оставаться прежним, а по структуре долей ценных бумаг меняться. Целями настоящего исследования являются: анализ моделей портфельной оптимизации и разработка методики многокритериальной оптимизации портфеля ценных бумаг в условиях слабо развитого фондового рынка, когда исторические данные об изменениях цен ценных бумаг отсутствуют либо не могут служить основой для корректного прогнозирования будущей доходности.

1. МОДЕЛИ ПОРТФЕЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Задача выбора оптимальной структуры портфеля ценных бумаг была впервые комплексно изучена Г. Марковицем в 1952 г [2]. Предложенная им методи-

ка и модель портфельной оптимизации, в которой рассматривается среднее и среднеквадратичное отклонение (СКО) доходности ценных бумаг, стала ядром исследований и основой развития современной теории принятия инвестиционных решений (рис. 1).

Суть модели Марковица состоит в трактовке ожидаемой доходности ценной бумаги как среднего временного ряда предыдущих значений её доходности, а риска – как СКО этого ряда. Согласно Марковицу, при заданной ставке доходности можно минимизировать риск, минимизируя СКО портфеля ценных бумаг.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 &\rightarrow \min \\ \text{при } \sum_{i=1}^n R_i x_i &= \varphi, \\ \sum_{i=1}^n x_i &= 1, \\ x_i &\geq 0, i = 1, \dots, n, \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где

x_i – доля вложений в i -ю ценную бумагу;

R_i – ожидаемая доходность i -й ценной бумаги;

σ_i^2 – риск вложений в i -ю ценную бумагу;

φ – заданный инвестором уровень доходности;

n – количество рассматриваемых как объекты инвестирования ценных бумаг.

Двойственной задачей является максимизация ожидаемой доходности при заданном уровне риска.

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^n R_i x_i &\rightarrow \max \\ \text{при } \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 x_i^2 &= \psi, \\ \sum_{i=1}^n x_i &= 1, \\ x_i &\geq 0, i = 1, \dots, n, \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где ψ – приемлемый для инвестора уровень риска.

Марковиц, формулируя количественную задачу портфельной оптимизации, предположил, что доходность ценных бумаг подчиняется нормальному закону распределения. Для частной совокупности активов, совокупность портфелей, которые обеспечивают минимальный риск при заданной доходности, формируют границу эффективности. Такие портфели могут быть найдены с помощью квадратичного программирования. При этом предполагается, что с ростом доходности, возрастает и риск, что в реальных современных условиях не всегда так.

Исследователи в сфере портфельной оптимизации выделяют следующие недостатки модели Марковица:

- Необоснованность предположения о нормальном распределении доходности. Распределение доходности активов обладает большей вероятностью экстремальных значений, чем это характерно для нормального распределения. Это означает, что для полного описания поведения портфеля должны быть рассмотрены моменты распределения более высоких порядков, чем математическое ожидание и дисперсия [3].
- Трудоёмкость решения задачи Марковица при добавлении в неё целочисленных ограничений количества активов в портфеле, количества сделок, ограничений долей конкретных активов (если все активы должны удерживаться) и других. Данные ограничения позволяют более точно смоделировать условия торговли на фондовом рынке, но их учёт ведёт к росту размерности оптимизационной задачи [1, 3].

¹ Белорусский государственный экономический университет, 220672, Республика Беларусь, г. Минск, Партизанский проспект 26, кафедра информационных технологий; e-mail: o.siniavskaya@sam-solutions.net

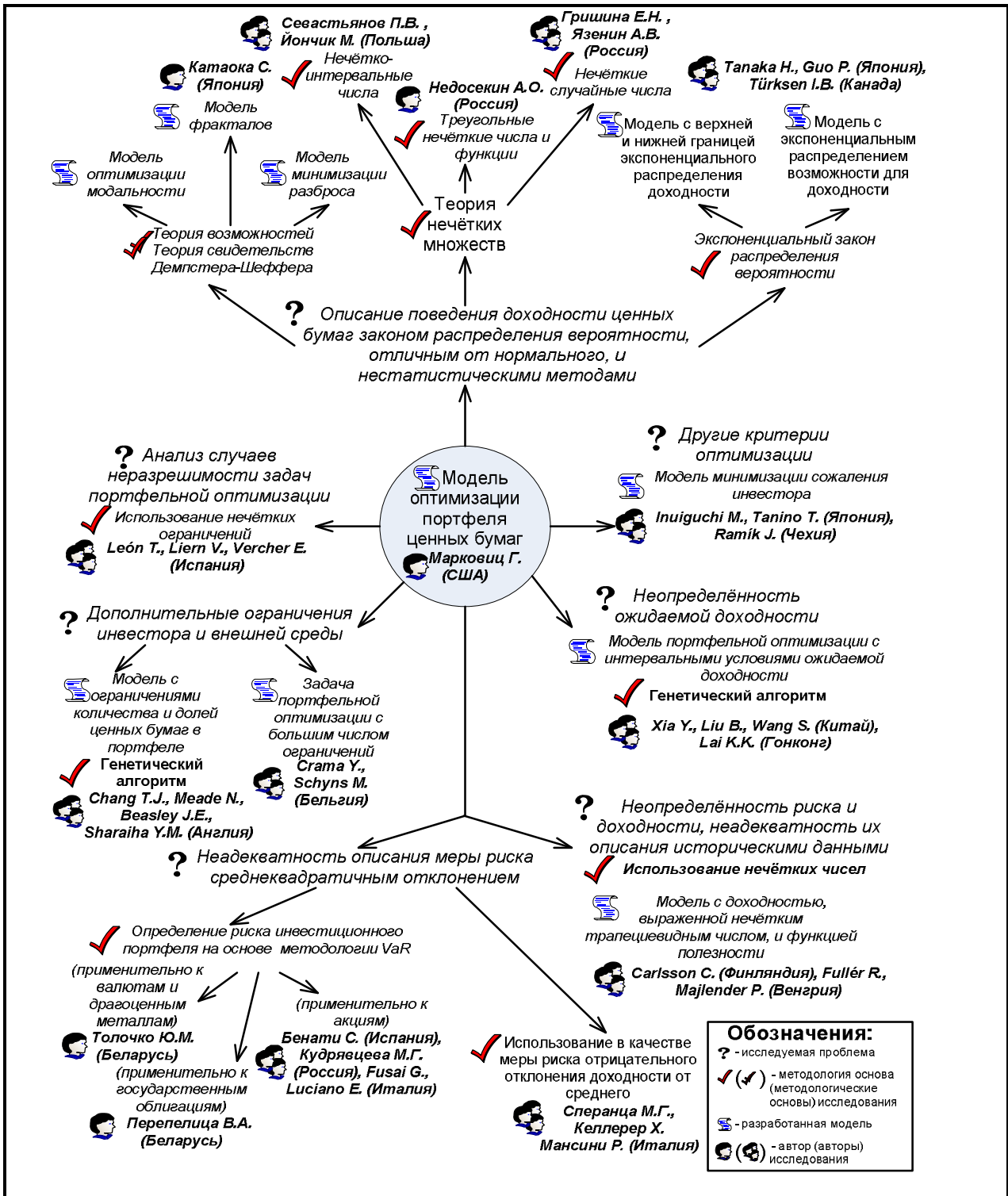


Рис. 1. Основные направления совершенствования модели портфельной оптимизации Г. Марковица

Неэффективность портфелей, сформированных по модели Марковица без учёта транзакционных издержек. Из-за изменений в ожиданиях будущей доходности ценных бумаг инвестиционный портфель периодически необходимо пересматривать, что влечёт за собой покупку и продажу некоторых ценных бумаг и, соответственно, порождает транзакционные издержки, которые также должны быть включены в модель [4].

Основные направления решения этих и других проблем, возникающих при портфельной оптимизации, показаны на рис. 1. Попытки развития и улучшения модели Марковица породили обилие научных результатов в сфере изучения риска и доходности экономических объектов и диверсификации инвестиционных стратегий. В последнее десятилетие при анализе фондовых рынков, в том числе для решения задач

портфельной оптимизации, стали использоваться элементы искусственного интеллекта (теория нечётких множеств [5-8; 9, с. 131-139] и нечёткая логика [9], нейронные сети [3], генетические алгоритмы [3, 4] и т.д.). Это позволило не только учитывать при расчётах неопределённость внешней среды, но и получать в приемлемые сроки решения для оптимизационных задач большой размерности с достаточно высокой точностью. Некоторые исследователи считают целесообразным учитывать в модели портфельной оптимизации третий важный критерий привлекательности ценных бумаг – их ликвидность [1]. Были разработаны модели, в которых используются альтернативные критерии оптимизации, например, модель минимизации сожаления инвестора [10]. Появились также разработки в области портфельной оптимизации, альтернативные модели Марковица, характеристика некоторых из них представлена в табл. 1.

Таблица 1

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДИК ПОРТФЕЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Описание модели или методики	Методология поиска решения, данные	Достоинства	Недостатки
Модель с учётом риска, доходности и ликвидности [1] (Испания). Доходность определяется с помощью многофакторной или многоиндексной модели, риск и ликвидность – как экспертные оценки, выраженные нечёткими треугольными числами. Составляется модель трёхкритериальной оптимизации	Методы теории нечётких множеств, регрессионный анализ. Алгоритм реализован в MatLab, исследовались ценные бумаги 132 взаимных фондов Испании по данным 1991-96 гг.	Учёт неопределённости при описании доходности, риска и ликвидности, тестирование на реальных данных дало положительный результат	Риск и ликвидность описываются безразмерными экспертными оценками, не учитываются определяющие их фундаментальные факторы.
Методика приближительного портфельного анализа на основе кривых безразличия инвестора к риску [11] (США). Основана на исследовании графиков доходностей портфелей ценных бумаг и кривых безразличия инвестора к риску	Интегральное исчисление, анализ графиков функций одной переменной	Позволяет определить сравнительную полезность портфелей и выбрать наилучший портфель из нескольких альтернатив	Даёт только графическое приближенное обоснование выбора портфеля из нескольких альтернатив с заранее заданной структурой, не позволяет точно определить доли ценных бумаг в портфеле. Делается допущение о высокой информационной прозрачности фондового рынка

Тем не менее, имеется ряд нерешенных проблем, снижающих качество результатов портфельной оптимизации, в частности:

1. Неточная или неверная интерпретация показателя «терпимости (неприязни) инвестора к риску». Например, в работе учёных Венгрии и Финляндии [5] для этого используется абстрактный коэффициент 2.46, характеризующий «среднего инвестора США», что ставит под сомнение адекватность результатов, полученных по данным фондовых рынков других стран.
2. Недостаточная точность простейших моделей вследствие того, что в них не учитываются фундаментальные факторы и ограничения макро- и микросреды, прямо и косвенно влияющие на риск и доходность, а также не учитывается ликвидность ценных бумаг.
3. Трудоёмкость решения более сложных оптимизационных задач вследствие их высокой размерности, обусловленной как дополнительными ограничениями, так и рассмотрением большого числа ценных бумаг. Решение таких задач требует разработки специальных алгоритмов с элементами искусственного интеллекта [3, 4, 12] и значительных временных затрат даже с использованием современных информационных технологий, а в некоторых случаях найти решение невозможно. Например, методы Монте-Карло не позволяют получать решения в режиме реального времени из-за необходимости обработки больших объёмов случайных данных [13, с. 309].
4. Поддержка только концентрированного инвестирования в случае упрощения моделей, снижения их размерности, сведения к линейным оптимизационным задачам. Несмотря на то, что решения таких задач находятся в приемлемые сроки и, в ряде случаев, без привлечения сложных методов и алгоритмов [5, 10, 14], из анализируемой большой совокупности ценных бумаг выбираются только 2-3 наилучших, из них и предлагается формировать портфель, определяются их доли [5]. Такое инвестирование связано с высоким риском. Некоторые модели обеспечивают выбор только одной наилучшей ценной бумаги [10], что можно сделать и без построения оптимизационной модели и последующих манипуляций с ней.
5. Отсутствие методик «отсеивания» ценных бумаг, однозначно непривлекательных для инвестиций. В некоторых исследованиях использовались совокупности из 6 или 9 ценных бумаг [4, 15, 16], но на практике инвестор имеет дело с несколькими сотнями. Модели, обеспечивающие распределённое инвестирование и диверсификацию риска, оказываются неприменимы для анализа больших совокупностей ценных бумаг, так как получаемые в результате доли ценных бумаг ничтожно малы. Сформировать такую структуру портфеля в реальной деятельности невозможно из-за установленных правил фондовой торговли.

В большинстве известных моделей портфельной оптимизации исходными данными выступают доходности ценных бумаг (рассчитанные по историческим данным, или представленные в виде экспертных оценок, или полученные с одновременным учётом статистики и мнений экспертов). Риск, как правило, считается функцией доходности, причём формы этой функции могут быть разнообразны. Другим факторам в этих моделях не остаётся места, из-за высокой сложности и размерности задач. Поэтому структура портфеля формируется только по результатам анализа и прогнозирования доходности. В условиях низкой волатильности цен ценных бумаг, когда доходность формируется не за счёт курсовой разницы, а за счёт дивидендов и иных периодических выплат, актуальна разработка методики оптимизации портфеля ценных бумаг на основе модели скоринга, предполагающей оценку множества фундаментальных и ценовых факторов, особенностей внешней среды и независимое рассмотрение доходности, риска и ликвидности.

2. МЕТОДЫ УЧЁТА ДОХОДНОСТИ, РИСКА И ЛИКВИДНОСТИ.

Тремя основными факторами, определяющими инвестиционную привлекательность ценных бумаг, выступают доходность, риск и ликвидность.

Доходность ценной бумаги обычно учитывается в относительном виде – как процент к инвестированной сумме (формула (3) [13, с. 256]), или с использованием натуральных логарифмов (формула (4) [13, с. 261; 17, с. 113]):

$$R_t = \frac{P_t + D_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \quad (3)$$

где P_t – цена ценной бумаги в период t ;

D_t – дивиденды или другие промежуточные выплаты по ценной бумаге в период t

$$R_t = \ln \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}}. \quad (4)$$

Для расчёта доходности акций иногда используются также модель Ю. Фама [18]:

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1}. \quad (5)$$

Кроме этого, применяются различные регрессионные модели:

- Одноиндексная модель [4]

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{mt} + e_{it}, \quad (6)$$

где α_i – независимая от рыночных условий составляющая доходности;

R_{mt} – ставка доходности фондового индекса;

β_i – константа, определяющая зависимость изменения доходности ценной бумаги от изменения доходности фондового индекса;

e_{it} – случайная ошибка;

i – номер (обозначающий вид) ценной бумаги.

- Многоиндексная модель (для учёта влияния некоторых нерыночных факторов на доходности ценных бумаг) [4; 17, с. 284]

$$R_{it} = \alpha_i + \sum_{k=1}^m b_{ik} I_{ik} + c_{it}, \quad (7)$$

где

α_i – ожидаемое значение доходности, не связанное ни с каким индексом;

c_{it} – случайная компонента, удовлетворяющая условию $E(c_{it})=0$;

m – количество независимых индексов;

k – номер независимого индекса;

I_{ik} – индексы, независимые друг от друга;

b_{ik} – мера чувствительности i -й ценной бумаги к изменению k -го индекса.

- Модели, основанные на регрессионном анализе временных рядов прошлых значений доходности – модель авторегрессионного интегрированного скользящего среднего ARIMA и её частные разновидности (ARMA, AR, MA) [17, с. 286 – 308], а также другие модели.

Примером регрессионной модели доходности государственных облигаций Российской Федерации может служить следующее уравнение, полученное в работе [19]:

$$R_t = 4.35 + 0.51P_t + 0.31P_{t-1} + 0.22Y_t + B_t + 6.43D_t + 0.09Y_{t-1}, \quad (8)$$

где

P_t – темп прироста индекса потребительских цен за год t ;

Y_t – темп прироста ВВП в постоянных ценах за год t ;

D_t – отношение дефицита государственного бюджета к ВВП по итогам года t ;

B_t – отношение государственного долга к ВВП на конец года t .

Таким образом, на доходность ценной бумаги влияют ценовые факторы, дивиденды, а также рыночные факторы, номенклатура которых зависит от особенностей исследуемого фондового рынка и вида ценной бумаги (облигация, акция и т.д.).

Риск², как уже упоминалось выше, в большинстве случаев определяется в виде функции доходности (СКО, полудисперсия временного ряда доходности, минимальное значение доходности за период, СКО или коэффициент нечёткости нечёткого числа, выражающего доходность, и т.д.) [2, 5 – 8, 12, 14 – 16, 20 – 22], показателя VaR³ [23 – 28] или в виде экспертной оценки (по некоторой числовой шкале либо вербально) [1].

Тем не менее, имеется большое число показателей деятельности эмитента, которые прямо и косвенно влияют на риск инвестирования в ценные бумаги этого эмитента. Порядок расчёта показателей зависит от особенностей бухгалтерского учёта страны, где проводится анализ, а количество показателей может достигать нескольких десятков. Однако в общем случае можно выделить: показатели удовлетворительности структуры бухгалтерского баланса, показатели экономического потенциала эмитента (имущественного и финансового положения, включая характеристики платежеспособности), показатели финансово-хозяйственной деятельности (включая рентабельность). При анализе однородных групп ценных бумаг, например, акций какой-либо отрасли, можно для учёта риска ограничиться этими показателями, так как различные внешние факторы, не зависящие от эмитентов, одинаково влияют на инвестиционную привлекательность акций однородной группы и для сравнительной оценки несущественны. Если же анализируемая группа ценных бумаг не однородна (государственные и корпоративные, национальные и зарубежные, и т.д.), то необходимо учитывать дополнительные факторы риска (политические, состояние отрасли, страны), возможно, в виде экспертных оценок.

Ликвидность означает возможность быстрого обмена ценной бумаги на эквивалентные ей денежные средства. Формулы для вычисления ликвидности ценных бумаг приводятся в работе [29]:

² Под риском в теории Марковица и исследованиях, её развивающих, понимается вероятность неблагоприятного изменения доходности (производной от цены актива), которое может привести инвестора к убытку или недополучению прогнозируемой прибыли. В дальнейшем в данной статье под риском будет пониматься вероятность неблагоприятного результата для инвестора, независимо от того, какими причинами вызван этот результат (он может быть связан не только с колебанием цен ценных бумаг).

³ Выраженная в денежных единицах оценка величины, которую не превысят ожидаемые в течение данного периода времени потери с заданной вероятностью [13, с. 288].

$$I_i = \frac{F_{i1}}{F_1^{max}} \times \frac{F_{i2}}{F_2^{max}} \times \frac{F_{i3}}{F_3^{max}} \times \frac{F_{i4}}{F_4^{max}}, \quad (9)$$

где i – номер ценной бумаги;

F_{ii} – количество торговых дней, в которые заключались сделки с i -й ценной бумагой в течение отчётного периода;

F_{2i} – количество сделок с i -й ценной бумагой в течение отчётного периода;

F_{3i} – объём торгов по i -й ценной бумаге в течение отчётного периода;

F_{4i} – количество участников организованного фондового рынка, заключивших сделки с i -й ценной бумагой в течение отчётного периода;

$F_{1...4}^{max}$ – максимальные значения соответствующих показателей.

$$I_i = \left(\frac{V_i}{V}\right)^\alpha \times \left(\frac{T_i}{T}\right)^\beta, \quad (10)$$

где V_i – средневзвешенной объём торгов по i -й ценной бумаге в течение отчётного периода;

V – средневзвешенной объём торгов по всем рассматриваемым ценным бумагам в течение отчётного периода;

α, β – степени значимости, устанавливаемые клиринговой палатой;

T_i – средневзвешенное количество сделок с i -й ценной бумагой в течение отчётного периода;

T – средневзвешенное количество сделок по всем рассматриваемым ценным бумагам в течение отчётного периода.

Оба рассмотренных показателя ликвидности *ценных бумаг* зависят от ликвидности *фондового рынка* в целом, поскольку в знаменателях стоят максимальные или средние значения частных показателей за период. Далее в предлагаемой модели скоринга и основанной на ней методике портфельной оптимизации это будет исключено, однако составные части показателей ликвидности будут использованы.

3. МОДЕЛЬ СКОРИНГА ЦЕННЫХ БУМАГ

Понятие скоринга обозначает процесс оценивания, построения рейтинга и выделения рейтинговых классов некоторых объектов в пределах однородной группы на основе расчёта комплексного оценочного показателя для каждого объекта, с учётом количественных и качественных факторов, влияющих на качество объекта, и значимости данных факторов для экспертов (ЛПР). Модели скоринга применяются в экономической практике при оценке кредитоспособности физических и юридических лиц [30], риска банкротства и решении других задач. В общем виде математическая модель скоринга выглядит следующим образом:

$$S = p_1 \overline{X}_1 + p_2 \overline{X}_2 + \dots + p_n \overline{X}_n, \quad (11)$$

где S – значение обобщённой оценки объекта;

$\overline{X}_1, \overline{X}_2, \dots, \overline{X}_n$ – нормированные значения факторов, влияющих на анализируемую характеристику оцениваемого объекта;

p_1, p_2, \dots, p_n – веса, характеризующие значимость соответствующих факторов для ЛПР [30].

Если количество факторов, учитываемых при оценке, достаточно велико, то целесообразно объединить их в группы и подгруппы, что сделает процесс оценки факторов более удобным и понятным для экспертов. Скоринг ценных бумаг является альтернативой традиционным методам финансового анализа фондовых рынков и позволяет получить единый обобщённый показатель инвестиционной привлекательности каждой ценной бумаги на основе её многокритериальной оценки с использованием как биржевой статистики и отчётности эмитентов, так и экспертных суждений [9].

Предлагаемая модель скоринга обесценивает комплексный учёт факторов, прямо и косвенно влияющих на привлекательность ценной бумаги, в том числе ликвидности и фундаментальных показателей деятельности эмитентов:

$$J = p_{ret} \sum_{i=1}^{N_{ret}} p_i^{ret} \overline{X}_i^{ret} + p_{risk} \sum_{i=1}^{N_{risk}} p_i^{risk} \overline{X}_i^{risk} + p_L \sum_{i=1}^{N_L} p_i^L \overline{X}_i^L, \quad (12)$$

где

J – показатель инвестиционной привлекательности ценной бумаги;

p_{ret}, p_{risk}, p_L – степени значимости для инвестора соответственно доходности, риска и ликвидности;

$\overline{X}_i^{ret}, \overline{X}_i^{risk}, \overline{X}_i^L$ – нормированные значения показателей, влияющих соответственно на доходность, риск, ликвидность;

N_{ret}, N_{risk}, N_L – количество показателей, влияющих соответственно на доходность, риск, ликвидность;

$p_i^{ret}, p_i^{risk}, p_i^L$ – степень значимости i -го показателя соответствующей группы.

В частности, при оценке акций целесообразно учитывать следующие факторы:

- влияющие на доходность – доход на акцию; рентабельность акции; коэффициент котировки акции; ценность акции, в международной практике известная как показатель P/E (отношение рыночной цены акции к доходу на неё);
- влияющие на риск – индексы финансового состояния, экономического потенциала и платежеспособности эмитента, которые вычисляются по данным финансовой отчётности эмитента с помощью формул свёртки, аналогичных (11), причём в их состав включаются не только частные показатели, но и составные многоуровневые индексы;
- влияющие на ликвидность – отношение количества торговых дней, в которых заключались сделки по акциям, к длине анализируемого периода в днях; среднее количество сделок по акциям в день; объём торгов; количество участников фондового рынка, заключивших сделки по акциям;
- Из показателей, влияющих на ликвидность, значение первого нет необходимости нормировать, так как он в любом случае будет находиться в интервале от 0 до 1 (0 – если сделки с ценной бумагой в течение анализируемого периода не совершались, 1 – если они совершались каждый день). Значения остальных должны быть нормированы (соотнесены с наилучшими и наихудшими значениями каждого из показателей), с целью приведения их значения в пределы стандартного интервала [0, 1].

Получаемый в результате скоринга показатель инвестиционной привлекательности может служить основой построения рейтинга ценных бумаг, выделения в нём инвестиционных и неинвестиционных классов, портфельной оптимизации [31].

ПРАВИЛА ВЫДЕЛЕНИЯ РЕЙТИНГОВЫХ КЛАССОВ ЦЕННЫХ БУМАГ

Значение индекса J	Рейтинг	Торговая рекомендация	Степень уверенности в торговой рекомендации	Рейтинговый класс	Описание рейтингового класса
$0.8 \leq J \leq 1$	Высокий	Рекомендуется покупка ценной бумаги	100%	A	Высокие инвестиционные качества акций, прибыльность вложений в них
$0.6 < J < 0.8$	Между средним и высоким	Возможна покупка ценной бумаги	$(0.8 - J)/0.2 \cdot 100\%$ – удержание $(J - 0.6)/0.2 \cdot 100\%$ – покупка	AB	Возможна покупка части акций, однако, изменяющиеся рыночные условия могут привести к частичному ухудшению их инвестиционных качеств
$0.4 \leq J \leq 0.6$	Средний	Рекомендуется удержание ценной бумаги	100%	B	Акции, находящиеся у инвестора, следует удерживать, их продажа не принесёт выгоды, а удержание даст некоторый доход; если акции выставлены на продажу, следует удерживать деньги, вложения в акции не оправдывает получение дохода от них
$0.2 < J < 0.4$	Между низким и средним	Возможна продажа ценной бумаги	$(0.4 - J)/0.2 \cdot 100\%$ – продажа $(J - 0.2)/0.2 \cdot 100\%$ – удержание	BC	Акции следует частично продавать, их удержание с изменением рыночных условий станет невыгодно
$0 \leq J \leq 0.2$	Низкий	Рекомендуется продажа ценной бумаги	100%	C	Акции рекомендуется продавать, инвестиционные качества их низкие, вложения в них невыгодны

Разработанная модель скоринга как основа для построения методики оптимизации портфеля ценных бумаг обладает рядом преимуществ: учёт в обобщённом агрегированном показателе, наряду с доходностью и риском, фактора ликвидности; исследование риска независимо от доходности ценных бумаг; интерпретация терпимости инвестора к риску через степени значимости доходности, риска и ликвидности.

Последнее преимущество позволяет избежать ошибок, связанных с неправильной трактовкой терпимости к риску. Например, для консервативного инвестора, предпочитающего вкладывать деньги с меньшим риском, но и в менее доходные ценные бумаги, модель скоринга может выглядеть следующим образом ($p_{risk} > p_L > p_{ret}$):

$$J = 0.1 \sum_{i=1}^{N_{ret}} p_i^{ret} \overline{X_i^{ret}} + 0.6 \sum_{i=1}^{N_{risk}} p_i^{risk} \overline{X_i^{risk}} + 0.3 \sum_{i=1}^{N_L} p_i^L \overline{X_i^L}, \quad (13)$$

Для агрессивного инвестора, наоборот, доходность имеет большую значимость, чем риск, а также повышается значимость ликвидности, и модель приобретает следующий вид ($p_{ret} > p_L > p_{risk}$):

$$J = 0.55 \sum_{i=1}^{N_{ret}} p_i^{ret} \overline{X_i^{ret}} + 0.1 \sum_{i=1}^{N_{risk}} p_i^{risk} \overline{X_i^{risk}} + 0.35 \sum_{i=1}^{N_L} p_i^L \overline{X_i^L}. \quad (14)$$

4. МЕТОДИКА ПОРТФЕЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ СКОРИНГА

После расчёта индексов инвестиционной привлекательности ценных бумаг по формуле (12) строится рейтинг ценных бумаг, в котором выделяются классы по правилам, предложенным в табл. 2 [32]. Одни и те же ценные бумаги могут оказаться отнесенными к разным классам ЛПП с различной терпимостью к риску.

Методика портфельной оптимизации имеет некоторые отличия, в зависимости от того, формируется ли новый портфель ценных бумаг или исследуется уже существующий.

4.1. Формирование нового портфеля ценных бумаг

4.1.1. Выбираются ценные бумаги, принадлежащие классам A и AB. Остальные классы ценных бумаг не рассматриваются. Если имеется ограничение на количество ценных бумаг в портфеле не более n , то выбираются n ценных бумаг с начала рейтинга, принадлежащие классам A и/или AB.

4.1.2. Для класса A исходными данными, используемыми в портфельной оптимизации, берутся коэффициенты J . Для класса AB коэффициенты J умножаются на степень уверенности в торговой рекомендации о покупке (обозначим результат Y_i^{AB} для i -й ценной бумаги класса AB).

4.1.3. Доли ценных бумаг в оптимальной структуре портфеля вычисляются пропорционально этим индексам:

$$\gamma_i^A = \frac{J_i^A}{\sum_{m=1}^s J_m^A + \sum_{l=1}^w Y_l^{AB}}, \quad (15)$$

$$\gamma_i^{AB} = \frac{Y_i^{AB}}{\sum_{m=1}^s J_m^A + \sum_{l=1}^w Y_l^{AB}},$$

где

γ_i^A – оптимальная доля в инвестиционном портфеле i -й ценной бумаги, относящейся к рейтинговому классу A;

J_i^A – индекс инвестиционной привлекательности этой ценной бумаги;

s – количество ценных бумаг, относящихся к рейтинговому классу A;

m – номера ценных бумаг, относящихся к рейтинговому классу A;

J_m^A – индексы инвестиционной привлекательности ценных бумаг, относящихся к рейтинговому классу А;
 w – количество ценных бумаг, относящихся к рейтинговому классу АВ;
 l – номера ценных бумаг, относящихся к рейтинговому классу АВ;
 Y_i^{AB} описано выше;
 γ_i^{AB} – оптимальная доля в инвестиционном портфеле i -й ценной бумаги, относящейся к рейтинговому классу АВ.

4.2. Мониторинг имеющегося портфеля ценных бумаг

4.2.1. Поскольку исследуемая совокупность ценных бумаг (по которой строится рейтинг), как правило, отличается от номенклатуры портфеля инвестора, то рекомендуется сделать из рейтинга следующую выборку:

- ценные бумаги классов А и АВ, независимо от того, содержатся ли они в настоящее время в портфеле инвестора;
- ценные бумаги классов В и ВС, только те, которые содержатся в настоящее время в портфеле инвестора.

4.2.2. Из этой выборки для класса А, АВ и В при расчёте оптимальной структуры портфеля берутся коэффициенты J . Для класса ВС коэффициенты J умножаются на степень уверенности в торговой рекомендации об удержании (получаем Y_i^{BC}).

4.2.3. Доли ценных бумаг рассчитываются по формулам:

$$\gamma_i^{A,AB,B} = \frac{J^{A,AB,B}_i}{\sum_{m=1}^s J^{A,AB,B}_m + \sum_{l=1}^w Y^{BC}_l},$$

$$\gamma_i^{BC} = \frac{Y^{BC}_i}{\sum_{m=1}^s J^{A,AB,B}_m + \sum_{l=1}^w Y^{BC}_l}, \tag{16}$$

где $\gamma_i^{A,AB,B}$ – оптимальная доля в инвестиционном портфеле i -й ценной бумаги, относящейся к рейтинговому классу А, АВ или В;

$J^{A,AB,B}_i$ – индекс инвестиционной привлекательности этой ценной бумаги;

s – количество ценных бумаг, относящихся к рейтинговым классам А, АВ и В;

m – номера ценных бумаг, относящихся к рейтинговым классам А, АВ и В;

$J^{A,AB,B}_m$ – индексы инвестиционной привлекательности ценных бумаг, относящихся к рейтинговым классам А, АВ и В;

w, l – соответственно количества и номера ценных бумаг, относящихся к рейтинговому классу ВС;

Y_i^{BC} – описано выше;

γ_i^{BC} – оптимальная доля в инвестиционном портфеле i -й ценной бумаги, относящейся к рейтинговому классу ВС.

Достоинства предложенной методики портфельной оптимизации

Предложенная методика портфельной оптимизации имеет следующие достоинства.

1. Полноценный учёт всего спектра доступной фондовой статистики и экспертных оценок без увеличения сложности задачи. Добавление в модель скоринга ценных бумаг дополнительных показателей, связанных с изменениями в отчётности фондового рынка, или с появлением новых факторов, влияющих на выгодность инвестиций, не влечёт за собой изменения общей последовательности методики портфельной оптимизации (добавление дополнительных параметров в модель Марковица часто приводит к неразрешимости или очень сложной процедуре поиска решения).
2. Применимость на слаборазвитых рынках с низкой волатильностью активов, в условиях недостатка ценовой статистики за длительные периоды. Предлагаемая методика может также служить альтернативой традиционным методикам или дополнением к финансовому анализу развитых фондовых рынков в странах с рыночной экономикой.
3. Простота процедуры обработки данных, независимо от количества анализируемых ценных бумаг и исследуемых показателей. При появлении дополнительных ограничений (количества ценных бумаг в портфеле, количества операций купли-продажи, транзакционных издержек и т.д.) или анализе большого количества ценных бумаг процесс решения задачи не усложняется настолько, чтобы не было возможности обработать данные и получить результат в режиме реального времени.
4. Предварительное исключение из процесса анализа невыгодных для вложения финансов ценных бумаг и распределённое инвестирование в привлекательные (наиболее выгодные) ценные бумаги.
5. Учёт предпочтений ЛПР (инвестора) через коэффициенты значимости групп факторов и самих факторов внутри групп в модели скоринга. Это позволяет рассчитывать структуры портфеля в зависимости от степени терпимости (неприязни) к риску, которую косвенно определяет сам инвестор.

5. КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим некоторую совокупность ценных бумаг, по которым рассчитаны следующие промежуточные данные (табл. 3).

Таблица 3

ДАнные по группам факторов ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПРИВЛЕКАТЕЛЬНОСТИ ЦЕННЫХ БУМАГ

Код ценной бумаги	Доходность $\sum_{i=1}^{N_{ret}} p_i^{ret} X_i^{ret}$	Риск $\sum_{i=1}^{N_{risk}} p_i^{risk} X_i^{risk}$	Ликвидность $\sum_{i=1}^{N_l} p_i^L X_i^L$
0001	0,414	0,355	0,366
0002	0,211	0,644	0,241
0003	0,366	0,571	0,100
0004	0,784	0,955	0,100
0005	0,652	0,843	0,500
0006	0,500	0,784	0,800
0007	0,988	0,587	0,800
0008	0,633	0,499	0,845
0009	0,133	0,055	0,100
0010	0,288	0,333	0,200
0011	0,877	0,589	0,900
0012	0,966	0,841	0,900
0013	0,753	0,698	0,800
0014	0,855	0,826	0,800

Таблица 4

РЕЗУЛЬТАТЫ СКОРИНГА ЦЕННЫХ БУМАГ

Код ценной бумаги	Результаты скоринга			
	Для консервативного инвестора		Для агрессивного инвестора	
	Показатель инвестиционной привлекательности J (формула (13))	Рейтинговый класс	Показатель инвестиционной привлекательности J (формула (14))	Рейтинговый класс
0001	0,364	BC	0,391	BC
0002	0,480	B	0,265	BC
0003	0,409	B	0,293	BC
0004	0,681	AB	0,562	B
0005	0,721	A	0,618	AB
0006	0,760	A	0,633	AB
0007	0,691	AB	0,882	A
0008	0,616	AB	0,694	AB
0009	0,076	C	0,114	C
0010	0,289	BC	0,262	BC
0011	0,711	AB	0,856	A
0012	0,871	A	0,930	A
0013	0,734	AB	0,764	AB
0014	0,821	A	0,833	A

Таблица 5⁴

РЕЗУЛЬТАТЫ ФОРМИРОВАНИЯ НОВОГО ПОРТФЕЛЯ ИЗ РАССМОТРЕННОЙ СОВОКУПНОСТИ ЦЕННЫХ БУМАГ

Для консервативного инвестора				Для агрессивного инвестора			
Код ценной бумаги	Показатель J	Рейтинговый класс	Оптимальная доля в портфеле	Код ценной бумаги	Показатель J	Рейтинговый класс	Оптимальная доля в портфеле
0012	0,871	A	0,185	0012	0,930	A	0,202
0014	0,821	A	0,175	0007	0,882	A	0,191
0006	0,760	A	0,162	0011	0,856	A	0,186
0013	0,734	AB	0,105	0014	0,833	A	0,180
0005	0,721	A	0,153	0013	0,764	AB	0,136
0011	0,711	AB	0,084	0008	0,694	AB	0,071
0007	0,691	AB	0,067	0006	0,633	AB	0,023
0004	0,681	AB	0,059	0005	0,618	AB	0,012
0008	0,616	AB	0,011	0004	0,562	B	-
0002	0,480	B	-	0001	0,391	BC	-
0003	0,409	B	-	0003	0,293	BC	-
0001	0,364	BC	-	0002	0,265	BC	-
0010	0,289	BC	-	0010	0,262	BC	-
0009	0,076	C	-	0009	0,114	C	-

Таблица 6

РЕЗУЛЬТАТ ОПТИМИЗАЦИИ ИМЕЮЩЕГОСЯ ПОРТФЕЛЯ

Для консервативного инвестора				Для агрессивного инвестора			
Код ценной бумаги	Показатель J	Рейтинговый класс	Оптимальная доля в портфеле	Код ценной бумаги	Показатель J	Рейтинговый класс	Оптимальная доля в портфеле
0012	0,871	A	0,118	0012	0,930	A	0,129
0014	0,821	A	0,111	0014	0,833	A	0,115
0006	0,760	A	0,103	0006	0,633	AB	0,088
0013	0,734	AB	0,099	0013	0,764	AB	0,106
0005	0,721	A	0,098	0005	0,618	AB	0,085
0011	0,711	AB	0,096	0011	0,856	A	0,118
0007	0,691	AB	0,094	0007	0,882	A	0,122
0004	0,681	AB	0,092	0004	0,562	B	0,078
0008	0,616	AB	0,083	0008	0,694	AB	0,096
0002	0,480	B	0,065	0002	0,265	BC	0,012
0003	0,409	B	-	0003	0,293	BC	-
0001	0,364	BC	0,040	0001	0,391	BC	0,052
0010	0,289	BC	-	0010	0,262	BC	-
0009	0,076	C	-	0009	0,114	C	-

⁴ Полу жирным шрифтом в таблицах 5-7 выделены ценные бумаги, включаемые в портфель.

Результаты скоринга для консервативного и агрессивного инвесторов, с указанием рейтинговых классов, представлены в таблице 4.

Как видно из таблицы 4, предпочтения инвестора оказывают важное влияние на результаты скоринга: по некоторым ценным бумагам рейтинговые классы не совпадают. Однако ценная бумага 009, невыгодная для инвестирования, в обоих случаях отнесена к классу С и исключается из дальнейшего рассмотрения.

Рейтинги и результаты формирования нового портфеля из данной совокупности ценных бумаг приводятся в таблице 5.

Далее предположим, что в портфеле у инвестора уже содержатся ценные бумаги 0001 и 0002. Тогда результат оптимизации будет выглядеть следующим образом (табл. 6).

Инвестору, независимо от его терпимости к риску, следует исключить из портфеля ценную бумагу 0009. Покупать ценные бумаги 0003 и 0010 не следует, ценные бумаги 0001 и 0002 пока следует удерживать, хотя и в небольших долях, так как в дальнейшем их привлекательность может улучшиться. Удержание данных ценных бумаг позволит снизить транзакционные издержки. Однако необходимо дополнительно исследовать тенденцию изменения показателя их инвестиционной привлекательности и, в случае его ухудшения, исключить данные ценные бумаги из портфеля.

Следует отметить, что данная методика обеспечивает поддержку принятия решений, и полученные результаты должны быть пересмотрены ЛПР. Например, если доля какого-либо вида ценных бумаг настолько мала, что это предполагает покупку одной-двух акций, то данный вид ценных бумаг можно вообще исключить из портфеля. Кроме того, необходимо учитывать размер суммы денег, выделенных на инвестирование.

Рассмотрим также случай, когда инвестор, по каким-либо причинам, ставит ограничение на количество ценных бумаг в портфеле: не более 5. Тогда для формирования портфеля отбираются 5 наилучших ценных бумаг, результат оптимизации представлен в табл. 7.

Таблица 7

РЕЗУЛЬТАТ ОПТИМИЗАЦИИ ПОРТФЕЛЯ С ОГРАНИЧЕННЫМ ЧИСЛОМ АКТИВОВ

Для консервативного инвестора				Для агрессивного инвестора			
Код ценной бумаги	Показатель J	Рейтинговый класс	Оптимальная доля в портфеле	Код ценной бумаги	Показатель J	Рейтинговый класс	Оптимальная Доля в портфеле
0005	0,721	A	0,197	0005	0,618	AB	-
0006	0,760	A	0,207	0006	0,633	AB	-
0007	0,691	AB	-	0007	0,882	A	0,214
0011	0,711	AB	-	0011	0,856	A	0,207
0012	0,871	A	0,238	0012	0,930	A	0,225
0013	0,734	AB	0,134	0013	0,764	AB	0,152
0014	0,821	A	0,224	0014	0,833	A	0,202

Графически сравнение структуры оптимальных портфелей для различных типов инвесторов приведено на рис. 2.



Рис. 2. Структуры оптимальных портфелей для различных типов инвесторов

Инвестору, независимо от его терпимости к риску, рекомендуется наибольшую долю средств вкладывать в ценные бумаги 0012. Консервативному инвестору рекомендуется включить в портфель ценные бумаги 0005 и 0006 (инвестиции в них, согласно таблице 3, не обладают высоким риском, принося среднюю доходность), а агрессивному – 0007 и 0011 (они, согласно таблице 3, имеют достаточно высокую доходность при умеренном риске). Вложения в ценные бумаги 0013 и 0014 (с высокой доходностью и низким риском) рекомендуется делать инвесторам обоих типов.

Заключение.

Предложенная автором методика портфельной оптимизации является альтернативой традиционному подходу Г. Марковица [2] и основана на модели скоринга ценных бумаг [9, 30-32]. В общем виде она состоит из следующей цепочки действий: сбор и/или вычисление частных показателей деятельности фондового рынка и эмитентов, влияющих на инвестиционную привлекательность ценных бумаг; вычисление обобщённых показателей, характеризующих доходность, риск и ликвидность ценных бумаг, а также определение значимости данных факторов для конкретного инвестора, принимающего решение; вычисление с помощью их свёртки единого коэффициента инвестиционной привлекательности каждой ценной бумаги; построение рейтинга ценных бумаг и выделение в нём рейтинговых классов; отсеивание ценных бумаг, невыгодных для инвестирования; выбор наиболее привлекательных для инвестирования ценных бумаг; учёт ограничений внешней среды и фондового рынка и окончательное формирование номенклатуры портфеля; расчёт долей выбранных ценных бумаг; окончательное принятие решения о структуре портфеля; торговые операции; мониторинг портфеля.

Методика отличается учётом многочисленных факторов внешней среды, ценовых характеристик ценных бумаг и ликвидности, предпочтений инвестора; возможностью применения на слаборазвитых фондовых рынках с низкой волатильностью; простотой обработки данных; независимым рассмотрением доходности и риска; наличием процедуры исключения из рассмотрения непривлекательных для инвестиций ценных бумаг. Методика позволяет в режиме реального времени оценивать возможные варианты структуры портфеля ценных бумаг с точки зрения инвестиционной привлекательности и получать оптимальные инвестиционные решения. Направлением дальнейшего исследования является рассмотрение частных случаев портфельной оптимизации при заданных ограничениях (ограничение количества продаж, ограничение количества покупок, ограничение транзакционных издержек, их комбинации и т.д.).

Литература

- Arenas Parra M., Bilbao Terol A., Rodrigues Uría M.V. A fuzzy goal programming approach to portfolio selection // *European Journal of Operational Research*. – 2001. – №133. – P. 287 – 297.
- Markowitz H. Portfolio Selection // *Journal of Finance*. – 1952. – №7. – P. 77-91.
- Chang T.J., Meade N., Beasley J.E., Sharaiha Y.M. Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization // *Computers & Operational Research*. – 2000. – №27. – P. 1271 – 1302.
- Xia Y., Liu B., Wang S., Lai K.K. A model for portfolio selection with order of expected returns // *Computers & Operational Research*. – 2002. – №27. – P. 409 – 422.
- Carlsson C., Fullér R., Majlender P. A possibilistic approach to selecting portfolios with highest utility score // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2002. – №131. – P. 13 – 21.
- Grishina E.N. On One Method of Portfolio Optimization With Fuzzy Random Data // *International Conference on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance (FSSCEF 2004): Proceedings*. – Saint-Petersburg, 2004. – Vol. 2. – P. 493 – 498.
- Sewastianow P. and Jończyk M. Comparative Study of Aggregation Methods in Bicriterial Fuzzy Portfolio Selection // *International Conference on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance (FSSCEF 2004): Proceedings*. – Saint-Petersburg, 2004. – Vol. 2. – P. 484 – 492.
- Yazenin A.V. Optimization with Fuzzy Random Data and its Application in Financial Analysis // *International Conference on Fuzzy Sets and Soft Computing in Economics and Finance (FSSCEF 2004): Proceedings*. – Saint-Petersburg, 2004. – Vol. 1. – P. 16 – 32.
- Недосекин А.О. Нечётко-множественный анализ риска фондовых инвестиций. – СПб., 2002. – 181 с.
- Inuiguchi M., Tanino T. Portfolio selection under independent possibilistic information // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2000. – №115. – P. 83 – 92.
- Liu L. Approximate portfolio analysis // *European Journal of Operational Research*. – 1999. – №119. – P. 35 – 49.
- Crama Y., Schyns M. Simulated annealing for complex portfolio selection problems // *European Journal of Operational Research*. – 2003. – №150. – P. 546 – 571.
- Энциклопедия финансового менеджмента / Под ред. Лобанова А.А. и Чугунова А.В. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. – 878 с.
- Inuiguchi M., Ramik J. Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2000. – №111. – P.3-28.
- Tanaka H., Guo P. Portfolio selection based on upper and lower exponential possibility distributions // *European Journal of Operational Research*. – 1999. – №114. – P. 115 – 126.
- Tanaka H., Guo P., Türksen I.B. Portfolio selection based on fuzzy probabilities and possibilities distributions // *Fuzzy Sets and Systems*. – 2000. – №111. – P. 387 – 397.
- Малюгин В.И. Рынок ценных бумаг: количественные методы анализа: Учеб. пособие. – Мн.: БГУ, 2001. – 318 с.
- Fama E.F. *Foundations of Finance*. – New York: Basic Books, Inc., Publishers, 1976. – 395 p.
- Мельников Р.М. Управление процентным риском портфеля ГКО-ОФЗ в посткризисный период: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.10; 08.00.13: защищена в 2001 г./ Мельников Р.М. – Москва, 2001. – 135 л.
- Kataoka S. A stochastic programming model // *Econometrica*. – 1963. – №31(1-2). – P.181-196.
- Speranza M.G. A heuristic algorithm for a portfolio optimization model applied to the Milan stock market // *Computers & Operations Research*. – 1996. – №23. – P. 433 – 441.
- León T., Liern V., Vercher E. Viability of unfeasible portfolio selection problems: A fuzzy approach // *European Journal of Operational Research*. – 2002. – №139. – P. 178 – 189.
- Benati S. The optimal portfolio problem with coherent risk measure constraints // *European Journal of Operational Research*. – 2003. – №150. – P. 572 – 584.
- Cabedo Semper J.D., Moya Clemente I. Value at risk calculation through ARCH factor methodology: Proposal and comparative analysis // *European Journal of Operational Research*. – 2003. – №150. – P. 516 – 528.
- Fusai G., Luciano E. Dynamic value at risk under optimal and suboptimal portfolio policies // *European Journal of Operational Research*. – 2001. – №135. – P. 249 – 269.
- Кудрявцева М.Г. Оценка ценовых рисков на основе индивидуальных стратегий: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.10: защищена в 2004 г./ Кудрявцева М.Г. – Москва, 2004. – 131 л.
- Перепелица В.А. Управление институциональными инвесторами Республики Беларусь портфелем ценных бумаг: автореф. ... дис. канд. экон. наук: 08.00.10 / В.А. Перепелица; БГЭУ. – Мн., 2004. – 21 с.
- Толочко Ю.М. Оптимизация выбора структуры финансовых инвестиций в иностранных валютах и драгоценных металлах: автореф. ... дис. канд. экон. наук: 08.00.13 / Ю.М. Толочко; БГЭУ. – Мн., 2006. – 20 с.
- Соловьёв П.Ю. Биржевой рынок производных финансовых инструментов: система управления рисками и ликвидностью: дис. ... канд. экон. наук: 08.00.10: защищена в 2004 г./ Соловьёв П.Ю. – Москва, 2004. – 287 л.
- Скоринг оценка заемщиков – физических лиц [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.franklingrant.ru/ru/services/banks-scoring-consumer.asp>.
- Синявская О.А. Совершенствование методики оценки инвестиционной привлекательности эмитентов ценных бумаг // *Экономический механизм формирования национальной модели развития экономики Республики Беларусь [Текст]: материалы науч.-практ. конф. (Пинск, 22-23 февр. 2005 г.)*. – Мн.: БГЭУ, 2005. – С. 74 – 76.
- Железко Б., Синявская О. Скоринг ценных бумаг как способ оптимизации инвестиционных решений // *Финансовый директор*. – 2005. – №5 – 6. – С. 65—69; С. 67—71.

Синявская Ольга Александровна,

10.6. MODELS AND TECHNIQUES OF MULTICRITERIA PORTFOLIO OPTIMIZATION

O.A. Sinjavskaja, Post-Graduate of Faculty of Information Technologies the Belarus State Economic University

In the given article the analysis of models of portfolio optimization, an estimation of yield and liquidity of securities in conditions of uncertainty is made. The technique of portfolio optimization grounded on model скоринга of securi-

ties, the convolution of normalized estimations of yield presented in the form of the formula, risk and liquidity of securities is offered. Outcome of account on this model for each sort of securities is the coefficient of investment attractiveness, is proportional to which significance shares of securities in a briefcase are determined.