3.11. ДИНАМИКА РОСТА МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Царьков В.А., к.т.н.,
начальник аналитического управления

КБ «БФГ-КРЕДИТ»

В статье разработана блок-схема обобщенной одноконтурной модели динамики роста макросистемы, показана взаимосвязь динамики с совокупным начальным капиталом субъектов, средневзвешенным временем оборачиваемости капитала, относительной величиной добавленной стоимости и относительной величины совокупных инвестиций в производственные фонды. Вычислены уравнения динамики роста валового внутреннего продукта (ВВП) в функции от времени при фиксированных значениях указанных показателей. Показано, что ВВП растет по экспоненте с темпом роста пропорциональным относительной величине инвестиций, относительной величине добавленной стоимости и обратно пропорционально величине оборота совокупного капитала. Дан анализ экстенсивных и интенсивных факторов роста макроэкономики.

Вторая часть посвящена исследованию динамики макроэкономической системы с учетом трех контуров обратной положительной связи в блок-схеме модели.:

- «контура инвестиций»;
- «контура процентов за кредиты»;
- «контура сбережений».

Разработана блок-схема модели, на основе которой вычислено уравнение динамики роста ВВП. Дан анализ динамики роста, приведены графики траектории роста в зависимости от вариации макроэкономических показателей:

- объема инвестиции;
- потребительских расходов;
- сбережений, инвестируемых в депозиты банковской системы;
- процентной ставки фонда обязательных резервов;
- средневзвешенного срока депозитов, формирующих денежную кредитную массу.

ВВЕДЕНИЕ

Исследования последних лет показывают, что динамика экономических систем различного уровня (отрасли, производственного и торгового предприятия, кредитной организации и других объектов экономики) адекватно описывается многозвенными операторными звеньями, охваченными положительными и отрицательными обратными связями [3] с применением методов теории автоматического регулирования. Данная работа автора является развитием методов теории автоматического регулирования для исследования экономических систем на уровне макроэкономики.

Рост капитала $K(t)$ в экономической системе воспроизводства с непрерывными потоками денежных поступлений и платежей описывается экспоненциальным уравнением:

$$K(t) = K_н e^{\beta p \frac{t}{\tau_{об}}}, \qquad (1)$$

где

$K_н$ – это начальный объем капитала в момент времени $t = 0$;

p – рентабельность, т. е. отношение прибыли к затратам,

β – коэффициент капитализации прибыли, показывающий какая доля прибыли направляется на увеличение капитала.

Эффективность воспроизводства капитала E, равная отношению прибыли $y_п(t)$ к текущей величине капитала $K(t)$ определяется соотношением:

$$E = \frac{y_п(t)}{K(t)} = \frac{p}{\tau_{об}}, \qquad (2)$$

Эти два уравнения являются фундаментальными, определяющими динамику роста капитала в экономической системе.

Однако в макроэкономике рост внутреннего валового продукта (ВВП) вычисляется на основе такой категории, как добавленная стоимость [2]. Добавленная стоимость служит исходным показателем как для расчета совокупной цены выпускаемой продукции и услуг субъектов экономики, ВВП, так и для оценки потребления и инвестиции в масштабе национальной экономики. В связи с этим целью статьи является разработка обобщенной модели с использованием этого показателя и создание на ее базе теории динамики роста ВВП.

КАПИТАЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И ФИНАНСОВЫЕ ПОТОКИ

Кругооборот капитала в экономической системе любого уровня по существу есть не что иное, как процесс, протекающий в системе, содержащей цепочку из операторных звеньев, охваченных положительной обратной связью. Если при этом в процессе своего движения по цепочке экономических звеньев, например, производственного звена и звена реализации капитал увеличивается на величину добавленной стоимости, то такая система имеет тенденцию к расширенному воспроизводству, в общем случае с возрастанием капитала в соответствии с уравнением (1). Это является главным свойством экономической системы как объекта управления, которое нужно учитывать при проектировании системы управления таким объектом.

Несмотря на дискретность отдельных операции в экономике, при их относительно большом числе и разновременности они образуют непрерывные финансовые потоки поступлений и платежей.

При измерении финансовых (денежных и стоимостных) потоков, как правило, используется единица измерения с размерностью [руб./год]. Размерность единицы измерения ресурсов (капитала) – [руб.].

Экономические характеристики, измеряемые в форме отношения потока к объему ресурсов, имеют размерность [1 / год.] или [% / год.]. Так, отношение потока добавленной стоимости $y_д$ к производственным активам $K_п$ является показателем доходности активов $E_д$, измеряемым в относительных единицах размерностью [1/год.]:

$E_д = y_д / K_п$ – *[1 / год],*

либо в процентах годовых

$E_д = y_д * 100\% / K_п$ – *[% / год].*

Отношение потока платежей за привлекаемые (заемные ресурсы) $K_{пр}$ может служить мерой цены ресурсов $y_{пр}$, измеряемой в относительных единицах $E_{пр}$:

$E_{пр} = y_ц / K_{пр}$ – *[1 / год].*

Таким же образом можно учитывать расходы. Подсчитав, например, величину потока расходов на оплату труда $y_{фз}$, учитываемых в составе добавленной стоимости, и объем производственного капитала $K_п$, можем вычислить относительное значение расходов на 1 руб. активов:

$E_{фз} = y_{фз} / K_п$ – *[1 / год].*

Величину $E_{фз}$ по аналогии с доходностью $E_д$ будем называть расходностью, либо относительным или процентным коэффициентом расходов, либо нормой расходности (на один рубль активов).

Если ввести по аналогии также понятие прибыльности $E_п$, то будем иметь возможность определять эффективность использования капитала из уравнения:

$E_п = E_д - E_р$

где $E_р = y_р / K_п$ – *[1 / год]* – это относительные расходы на один рубль производственных активов.

В дальнейшем эти соотношения будем представлять в виде оператора пропорционального преобразования, вход которого соединен с вектором капитала, а выход с вектором финансового потока – рис. 1. При этом будем говорить, что капитал генерирует потоки доходов, расходов, прибыли.

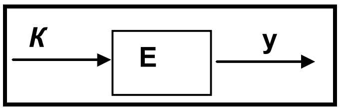

Рис.1. Графическое представление преобразования *K* в *y* оператором *E*

Проектирование блок схем моделей будем выполнять на основе методов теории автоматического регулирования в пространстве функции изображении по Лапласу [1]. Коротко напомним суть метода.

В модели денежные ресурсы (запасы) и финансовые потоки ресурсов представляются в виде векторов на входе и выходе операторных звеньев. Вектор на выходе звена равен произведению входного вектора на передаточный коэффициент звена. Операция дифференцирования в пространстве изображений имеет передаточную функцию ***s***, а операция интегрирования – ***1/s***. Передаточный коэффициент многозвенной системы представляется в виде алгебраической функции от комплексной переменной ***s***. Эта функция называется изображением функции оригинала от аргумента времени ***t***.

Переход от функции изображения к функции – оригинала выполняется по правилам обратного преобразования Лапласа. На практике используются таблицы соответствия функции оригиналов функциям изображения. Такая таблица приведена в приложении 1. Таким образом метод определения временной зависимости вектора состоит из двух этапов: сначала на основании блок-схемы модели вычисляется операторное уравнение для вектора в виде функции от аргумента ***s***, после чего по таблице соответствия находится временная функция вектора.

По существу модель строится в соответствии со структурой, адекватной системе интегро-дифференциальных уравнений, описывающих изучаемый объект.

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ РОСТА ВВП

Для моделирования макроэкономики под капиталом макроэкономической системы будем подразумевать совокупный капитал всех хозяйствующих субъектов, осуществляющих производство или оказывающих услуги.

Блок-схема обобщенной модели национальной экономики представлена на рис. 2. В блок-схеме совокупный производственный капитал хозяйственных субъектов национальной экономики $K_{пт}$ поступает на вход звена дифференцирования. Оператор дифференцирования преобразует запасы капитала в поток совокупной перенесенной стоимости $y_{пс}$ (платежи за комплектующие, затрачиваемую энергию и прочие затраты, содержащие налог на добавленную стоимость). Вектор перенесенной стоимости $y_{пс}$, в свою очередь, поступает на вход апериодического звена первого порядка с постоянной времени τ. Апериодическое звено с передаточной функцией $W = \dfrac{1}{1+s\tau}$ учитывает инерционность движения капитала в процессе производства и реализации.

С выхода инерционного звена поток перенесенной стоимости поступает на вход оператора пропорционального преобразования $W = 1 + p_{дс}$. На выходе этого оператора перенесенная стоимость $y_{пс}$ увеличивается на величину добавленной стоимости $У_{дс} = P_{дс}У_{пс}$ (после реализации продукции). В блок-схеме на рис. 2 имеются два контура обратной положительной связи. Первый контур отображает движение капитала через оборот перенесенной стоимости. Второй контур отображает оборот добавленной стоимости, генерирующей инвестиции $\Delta K_п$, в совокупный капитал субъектов экономики. Вектор $Y_{пс}$ на выходе интегрирующего звена равен денежным поступлениям от реализации перенесенной стоимости нарастающим итогом.

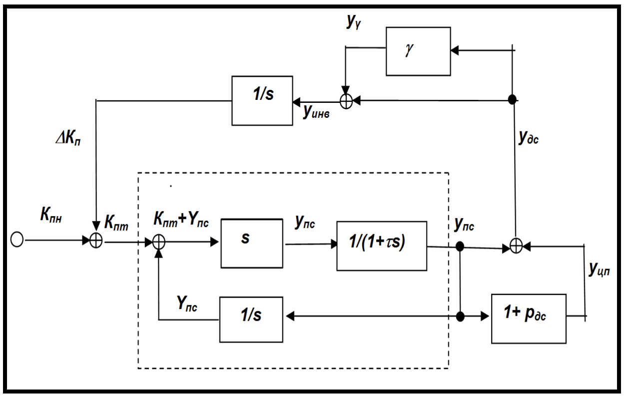

Рис. 2. Двухконтурная блок-схема модели оборота капитала в макроэкономике

Вектор потока $y_{цп}$ отражает совокупную цену продукции и услуг, реализованных субъектами макроэкономики. После вычета расходов $y_\gamma = \gamma y_{дс}$ из добавленной стоимости часть добавленной стоимости, равная $\beta = (1-\gamma)$, создает поток инвестиций, равный $y_{инв} = \beta y_{дс}$. Этот поток поступает на вход оператора интегрирования. Оператор интегрирования преобразует поток в прирост совокупного капитала субъектов экономики $\Delta K_п = \dfrac{\beta y_{дс}}{s}$.

Замечательным свойством динамической модели является свойство саморазвития после подачи вектора начального капитала. При равенстве $K_{пн} = 0$ система остается в режиме покоя, все другие векторы равны нулю. После подачи на вход модели $K_{пн} > 0$ система переходит из состояния покоя в состояние динамического развития. Величина каждого вектора будет изменяться со временем. Характер траектории изменения векторов с течением времени будет зависеть от параметров операторов, входящих в блок-схему модели.

Для любого вектора блок-схемы можно вычислить аналитические выражения траектории их изменения во времени.

Вычисления начнем с определения функции $W(s) = \dfrac{y_{пс}}{K_{пт}}$, иначе говоря, определим коэффициент передачи для части схемы, очерченной пунктирной линией.

Из теории систем с обратной связью общеизвестна следующая формула коэффициента передачи:

$$W=\frac{W_1(s)}{1-W_1(s)W_2(s)}, \qquad (3)$$

где

$W_1(s)$ – коэффициент передачи прямого канала;

$W_2(s)$ – коэффициент передачи канала обратной связи в контуре обратной связи.

Для контура, очерченного пунктиром в схеме на рис. 2, имеем:

$$W_1(s)=\frac{s}{1+s\tau}; \qquad (4)$$

$$W_2(s)=\frac{1}{s}. \qquad (5)$$

После подстановки (4) и (5) в (3) получим:

$$W(s)=\frac{\dfrac{s}{1+s\tau}}{1-\dfrac{s}{1+s\tau}\dfrac{1}{s}}=\frac{1}{\tau}. \qquad (6)$$

Таким образом, при подаче на вход системы, очерченной пунктиром, капитала $K(s)$ можем записать:

$$y_{пс}(s)=\frac{K(s)}{\tau}. \qquad (7)$$

Допустим, что на вход капитал величиной $\overline{K}$ подается скачком. Тогда для функции изображения справедливо равенство (см. приложение 1):

$$K(s)=\frac{\overline{K}}{s}, \qquad (8)$$

а уравнение вектора потока стоимости в (7) примет следующий вид:

$$y_{пс}(s)=\frac{\overline{K}}{s\tau}. \qquad (9)$$

Функции изображения (9) соответствует следующая функция оригинала (см. приложение 1):

$$y_{пс}(t)=\frac{\overline{K}}{\tau}. \qquad (10)$$

Таким образом, можем записать:

$$\tau=\frac{\overline{K}}{y_{пс}}=\tau_{об}, \qquad (11)$$

где $\tau_{об}$ – время оборота капитала, генерирующего финансовый поток $y_{пс}$.

Полученный вывод позволяет заменить часть схемы, очерченную пунктиром, эквивалентным оператором с передаточной функцией $W(s)=\dfrac{1}{\tau_{об}}$. Соответственно, блок схема модели на рис. 2 существенно упростится. Она примет вид, показанный на рис. 3.

До вывода равенства (11) не было ясности в части экономического смысла и методов измерения постоянной времени τ. Теперь, после доказательства того, что параметр τ – это не что иное как время оборачиваемости текущего капитала $K_{пт}$ относительно перенесенных затрат $y_{пс}$, стал ясным как смысл, так и метод измерения τ.

Обобщенная модель динамики роста ВВП (см. рис. 3) содержит минимальное число исходных макроэкономических параметров, необходимых для вычисления потока добавленной стоимости хозяйственных субъектов национальной экономики:

- начальный совокупный капитал хозяйствующих субъектов $K_{пн}$;
- среднее время оборота перенесенной стоимости (время производства и реализации продукции и услуг) $\tau=\tau_{об}$;
- средняя величина маржинальной рентабельности $p_{дс}=\dfrac{y_{цп}-y_{пс}}{y_{пс}}$;
- доля капитализируемой части добавленной стоимости $\beta=(1-\gamma)$, инвестируемой в производственный капитал хозяйственных субъектов макроэкономики;
- доля совокупных социальных расходов y_p в составе добавленной стоимости.

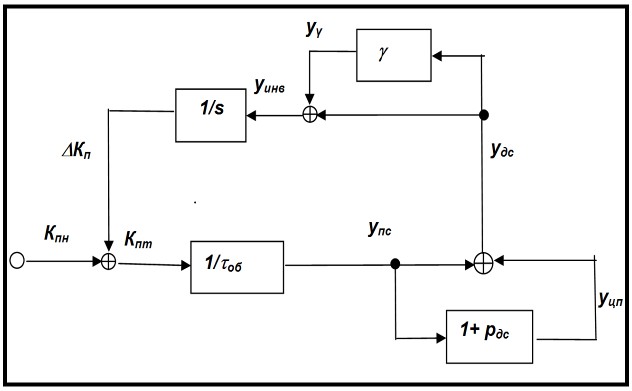

Рис. 3. Эквивалентная одноконтурная блок-схема модели оборота капитала в макроэкономике

Социальные расходы, составляющие большую часть добавленной стоимости (другими словами, большую часть ВВП) включают заработную плату и многообразные социальные выплаты государства. Капитализируемая (инвестируемая) часть состоит из прямых инвестиций хозяйственных субъектов и государственных капитальных расходов. В конечном счете эти параметры можно вычислить из статистических данных.

ВЫЧИСЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ВВП

На основе блок схемы рис. 3 запишем следующую систему уравнений.

$$y_{дс}=(y_{цп}-y_{пс})=p_{дс}y_{пс}=\frac{p_{дс}K_{пт}}{\tau_{об}}; \qquad (12)$$

$$K_{пт}=K_{пн}+\frac{y_{инв}}{s}=K_{пн}+\frac{\beta y_{дс}}{s}. \qquad (13)$$

Выше уже упоминалось, что параметр β равен:

$$\beta=1-\gamma. \qquad (14)$$

Параметр β показывает часть (долю) добавленной стоимости инвестируемую в совокупный капитал субъектов национальной экономики.

Решим систему уравнений относительно $y_{дс}$:

$$y_{\partial c} = \frac{p_{\partial c} K_{пн} s}{\tau_{об}(s - \frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})}. \quad (15)$$

Предположим, что начальный капитал величиной $\overline{K}_{пн}$ поступает на вход скачком. Иначе говоря:

$$K_{пн}(t) = \overline{K}_{пн} 1(t).$$

Изображение для этой функции оригинала равно

$$K(s) = \frac{\overline{K}_{пн}}{s}. \quad (16)$$

Запишем уравнение (15) после подстановки (16):

$$y_{\partial c} = \frac{p_{\partial c} \overline{K}_{пн}}{\tau_{об}(s - \frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})}. \quad (17)$$

На основе взаимосвязей векторов в блок схеме на рис. 3 запишем изображения для всех векторов модели:

$$\Delta K_{п} = \frac{\beta y_{\partial c}}{s} = \frac{\beta p_{\partial c} \overline{K}_{пн}}{s \tau_{об}(s - \frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})}; \quad (18)$$

$$K_{пт} = \frac{\overline{K}_{пн}}{s} + \Delta K_{п} = \frac{\overline{K}_{пн}}{(s - \frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})}; \quad (19)$$

$$y_{пс} = \frac{K_{пт}}{\tau_{об}} = \frac{K_{пн}}{\tau_{об}} \frac{1}{(s - \frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})}; \quad (20)$$

$$y_{цп} = \frac{K_{пт}}{\tau_{об}}(1 + p_{\partial c}) = \frac{K_{пн}(1 + p_{\partial c})}{\tau_{об}} \frac{1}{(s - \frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})}. \quad (21)$$

Теперь, воспользуемся таблицей (см. приложение 1) соответствия оригиналов и изображений и запишем уравнение добавленной стоимости в макроэкономике:

$$y_{\partial c}(t) = \overline{K}_{пн} \frac{p_{\partial c}}{\tau_{об}} e^{\beta p_{\partial c} \frac{t}{\tau_{об}}}; \quad (22)$$

$$\Delta K_{п}(t) = \overline{K}_{пн}(e^{\beta p_{\partial c} \frac{t}{\tau_{об}}} - 1); \quad (23)$$

$$K_{пт}(t) = \overline{K}_{пн} e^{\beta p_{\partial c} \frac{t}{\tau_{об}}}; \quad (24)$$

$$y_{пс}(t) = \frac{\overline{K}_{пн}}{\tau_{об}} e^{\beta p_{\partial c} \frac{t}{\tau_{об}}}; \quad (25)$$

$$y_{цп}(t) = \frac{\overline{K}_{пн}(1 + p_{\partial c})}{\tau_{об}} e^{\beta p_{\partial c} \frac{t}{\tau_{об}}}. \quad (26)$$

Из полученных уравнений вычислим эффективность (доходность) национальной экономики $E_{\partial c}$ как отношение текущего ВВП (добавленной стоимости субъектов национальной экономики) к величине текущего производственного капитала всех субъектов экономики. Для этого разделим $y_{\partial c}(t)$ (уравнение (22)) на $K_{пт}(t)$ (уравнение (24)). В результате получим:

$$E_{\partial c} = \frac{y_{\partial c}(t)}{K_{пт}(t)} = \frac{p_{\partial c}}{\tau_{об}} [\%/год]. \quad (27)$$

В уравнении (27) поток добавленной стоимости имеет единицу измерения – $[\frac{руб}{год}]$, а накопленный субъектами экономики капитал на момент времени t – $[руб]$.

Обозначим экспоненциальный множитель символом Q. В результате с учетом равенства (27) запишем:

$$Q(t) = e^{\beta p_{\partial c} \frac{t}{\tau_{об}}} = e^{\beta E_{\partial c} t}. \quad (28)$$

Из уравнения (22) вычислим темп роста ВВП ω:

$$\omega = \frac{dy_{\partial c}(t)}{y_{\partial c}(t) dt} = \beta E_{\partial c} = \frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}}. \quad (29)$$

Темп роста ВВП пропорционален β, доле ВВП инвестируемой в производственный капитал субъектов экономики и совокупной доходности этого капитала.

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ РОСТА ВВП

Из уравнения (24) следует, что для экономического роста совокупного капитала необходимым условием является выполнение неравенств $\beta > 0$ и $E_{\partial c} > 0$. Параметр $Q(t)$ можно назвать динамическим мультипликатором роста ВВП. Каждый из сомножителей β и $E_{\partial c}$ в показателе мультипликатора роста отражает влияние определенных факторов воспроизводственного процесса. Параметр β отражает экстенсивные факторы воспроизводственного процесса, а параметр $E_{\partial c}$ интенсивные факторы, например, такие как влияние прогрессивных нововведений, рост производительности труда и т.п.

Если β **=const**, а $E_{\partial c}$ увеличивается со временем, т.е.:

$$E_{\partial c}(t+1) > E_{\partial c}(t),$$

то это свидетельствует о том, что увеличилась эффективность производственного капитала. Если $E_{\partial c} = const$, а $\beta(t+1) > \beta(t)$, то это приводит к росту ВВП за счет экстенсивных факторов вследствие увеличения совокупного производственного капитала субъектов экономики, иначе говоря, за счет роста масштабов экономики.

Таким образом, относительный прирост темпов роста ВВП $\delta\omega = \frac{d\omega}{\omega}$ равен сумме экстенсивной $\delta\omega_{э} = \delta\beta = \frac{d\beta}{\beta}$ и интенсивной $\delta\omega_{и} = \delta E_{\partial c} = \frac{dE_{\partial c}}{E_{\partial c}}$ части:

$$\delta\omega = \delta\omega_{э} + \delta\omega_{и} = \delta\beta + \delta E_{\partial c}. \quad (30)$$

При постоянном темпе роста $\omega = const$, соответственно $\delta\omega = 0$ и, следовательно,

$$\delta\beta = -\delta E_{\partial c}. \quad (31)$$

Равенства (31) свидетельствует о том, что уменьшение доли ВВП, направляемой в инвестиции должно компенсироваться увеличением $E_{\partial c}$, т.е. интенсификацией производства и реализации в экономике, увеличивающей эффективность использования производственного капитала.

Из равенств (27) определим формулу для расчета $\delta E_{\partial c}$ на основе измерения относительного роста добавленной стоимости $\delta y_{\partial c}$ и капитала $\delta K_{пт}$:

$$\delta E_{\text{дс}} = \delta y_{\text{дс}} - \delta K_{\text{пт}}\,. \qquad (32)$$

Полагая $\delta E_{\text{дс}} > 0$ из (32) получим условие интенсивного развития экономики в виде неравенства:

$$\delta y_{\text{дс}} > \delta K_{\text{пт}}\,. \qquad (33)$$

Другими словами, при интенсивном развитии относительный рост ВВП должен превышать относительную величину роста совокупного капитала субъектов экономики.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА МУЛЬТИПЛИКАТОРА РОСТА

Мультипликатор Q, определяющий динамику роста ВВП, представляет экспоненциальную функцию от времени, которую можно упростить без большой потери в точности вычисления для относительно небольших временных периодов.

Произведем следующие простые преобразования уравнения (28):

$$Q = e^{\beta p_{\text{дс}}\frac{t}{\tau_{\text{об}}}} = (e^{\beta p_{\text{дс}}})^{\frac{t}{\tau_{\text{об}}}}\,. \qquad (34)$$

Выражение в скобках разложим в ряд Маклорена, оставив первые два члена, в результате будем иметь:

$$Q = (1 + \beta p_{\text{дс}})^{\frac{t}{\tau_{\text{об}}}} = (1 + \beta E_{\text{дс}}\tau_{\text{об}})^{\frac{t}{\tau_{\text{об}}}}\,. \qquad (35)$$

В показателе степени теперь имеем число циклов n оборачиваемости капитала, равное $n = \frac{t}{\tau_{\text{об}}}$, а в скобках процент наращивания капитала за один цикл.

Дальнейшее упрощение с применением разложения в ряд Маклорена, уже к выражению (35), получим:

$$Q = 1 + \beta p_{\text{дс}}\frac{t}{\tau_{\text{об}}} = 1 + \beta E_{\text{дс}} t\,. \qquad (36)$$

Равенства (35) позволяют выполнить приближенные вычисления мультипликатора роста по формуле сложных процентов, а равенства (36) – по формуле простых процентов.

МОДЕЛЬ МАКРОЭКОНОМИКИ С УЧЕТОМ БАНКОВСКИХ КРЕДИТОВ И ДЕПОЗИТОВ НАСЕЛЕНИЯ

Цена кредитов и объем сбережения населения на банковских вкладах влияют на характер и темпы роста ВВП. Сбережения населения на банковских вкладах увеличивают кредитную денежную массу. Банковские кредиты составляют значительную часть производственных активов. Проценты по кредитам составляют часть расходов в составе добавленной стоимости. Все перечисленные факторы формируют блок схему динамической модели ВВП. Точнее, эти факторы должны более детально раскрыть содержание рассмотренной выше обобщенной модели.

Модель формирования денежной массы

Динамическая операторная модель формирования денежной массы рассмотрена в [4]. Ее блок схема показана на рис. 4.

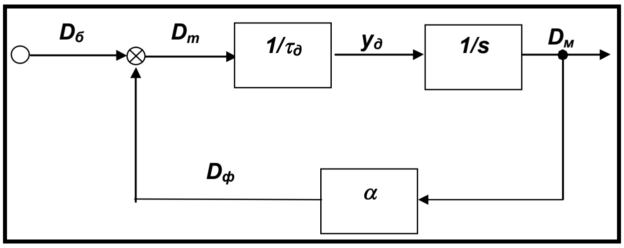

Рис. 4. Динамическая модель формирования денежной массы

Денежная наличность $D_б$, на депозитах в банках автором названа депозитной базой. Из депозитной базы вычитается фонд обязательного резервирования $D_ф = \alpha D_м$. Текущие депозиты $D_т = D_б - D_ф$ генерируют поток депозитов:

$$y_д = \frac{D_т}{\tau_д},$$

где $\tau_д$ – это средневзвешенная величина срока депозитов на банковских счетах. Поток поступает на вход оператора интегрирования, на выходе которого формируется денежная база $D_м = \frac{y_д}{s}$. Передаточная функция такой системы описывается уравнением:

$$W(s) = \frac{D_м(s)}{D_б(s)} = \frac{1}{(\tau_д s + \alpha)}\,. \qquad (37)$$

Модель формирования кредитов в макроэкономике

Источниками кредитования служат собственные текущие активы банков $K_{бт}$ и денежная масса $D_м$. Исходя из этих допущений, упрощенная модель совокупных производственных кредитов в макроэкономике может быть представлена в виде блок схемы на рис. 5.

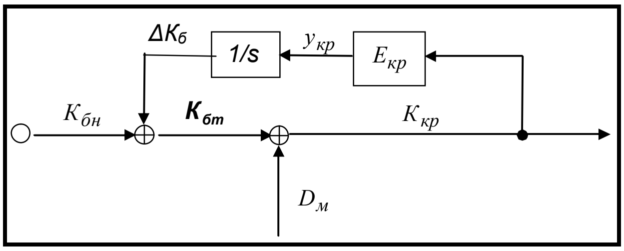

Рис. 5. Блок схема формирования совокупного объема банковских кредитов в национальной экономике

Совокупный объем кредитов формируется из начальной величины банковских средств $K_{бн}$, накопленных процентов за пользование кредитами $\Delta K_б$ и кредитной денежной массой $D_м$. Из блок схемы рис. 5, с учетом формулы (37), находим изображение вектора совокупных кредитов $K_{кр}(s)$:

$$K_{кр} = \frac{s(K_{бн} + D_м)}{(s - E_{кр})} =$$

$$= \frac{sK_{бн}}{(s - E_{кр})} + \frac{sD_б}{(\tau_д s + \alpha)(s - E_{кр})}\,. \qquad (38)$$

Уравнение распределения ВВП

С одной стороны, внутренний валовой продукт содержит расходы (оплата труда, процентов за кредиты, инвестиции), составляющие в совокупной цене продукции и услуг субъектов национальной экономики совокупную добавленную стоимость. С другой стороны он отражает совокупный национальный доход – платежи работникам и фискальные платежи государству (налог на добавленную стоимость, налог на прибыль и т. д.), дивиденды и прибыль хозяйствующих субъектов.

Величину добавленной стоимости можно представить в виде трех слагаемых: социальных расходов, которые в виде оплаты труда или через выплаты государству, так или иначе, попадают в домашние хозяйства или социальные учреждения. Эту составляющую в добавленной стоимости назовем потоком социальных расходов $\boldsymbol{y}_{\gamma} = \boldsymbol{y}_{\partial c}\gamma$. Множитель γ равен той доле добавленной стоимости, которая идет на социальные выплаты и оплату труда.

Вторую часть назовем потоком совокупных инвестиционных расходов $\boldsymbol{y}_{инв}$. Инвестиционные расходы должны включать в себя часть капитализируемой прибыли и амортизационных затрат самих субъектов экономики и инвестиции, осуществляемые государством с целью увеличения совокупного национального капитала, служащего источником саморазвития макросистемы в целом.

Третью часть составят процентные расходы за пользование субъектами экономики банковскими кредитами. Эти расходы составят вектор потока $\boldsymbol{y}_{кр}$, пропорциональный средневзвешенной процентной ставке $\boldsymbol{E}_{кр}$ и совокупному объему кредитов $\boldsymbol{K}_{кр}$:

$$\boldsymbol{y}_{кр} = \boldsymbol{E}_{кр}\boldsymbol{K}_{кр}. \qquad (39)$$

Таким образом, справедливо следующее соотношение:

$$\boldsymbol{y}_{\partial c} = \boldsymbol{y}_{\gamma} + \boldsymbol{y}_{инв} + \boldsymbol{E}_{кр}\boldsymbol{K}_{кр} = \boldsymbol{y}_{\partial c}\gamma + \boldsymbol{y}_{инв} + \boldsymbol{E}_{кр}\boldsymbol{K}_{кр}. \qquad (40)$$

Из уравнения (40) вытекает формула $\boldsymbol{y}_{инв}$:

$$\boldsymbol{y}_{инв} = \boldsymbol{y}_{\partial c}(1-\gamma) - \boldsymbol{E}_{кр}\boldsymbol{K}_{кр}. \qquad (41)$$

Блок схема, отражающая связь параметров в соответствии с уравнением (41), представлена на рис. 5.

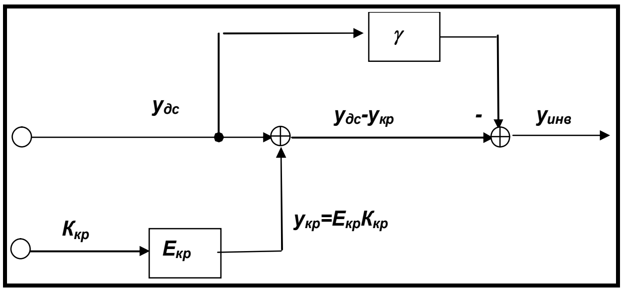

Рис. 6. Блок-схема формирования потока инвестиции $\boldsymbol{y}_{инв}$ в составе потока добавленной стоимости $\boldsymbol{y}_{\partial c}$ (ВВП)

Блок-схема модели формирования ВВП с учетом банковских кредитов и депозитов населения

Принимая во внимание блок-схемы на рис. 3-6 блок схема модели формирования ВВП будет иметь вид, представленный на рис. 7.

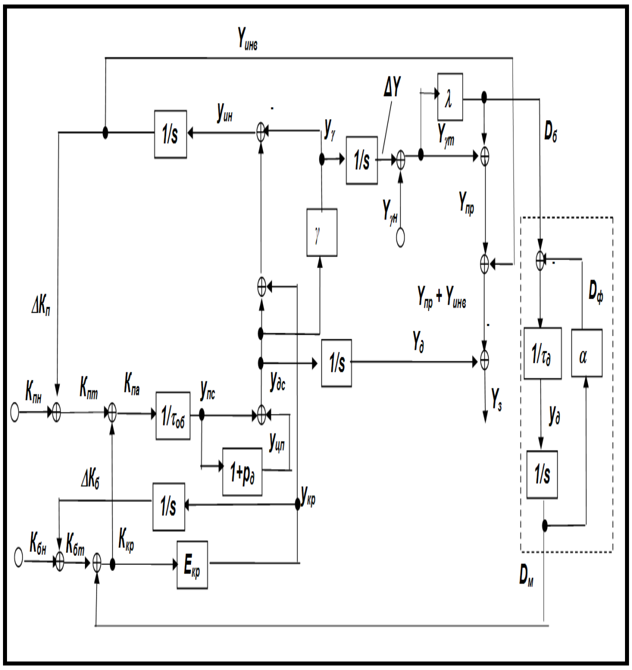

Рис. 7. Динамическая модель формирования ВВП

Обозначения на рис. 7.

$\boldsymbol{K}_{пн}$ *[руб]* – начальный объем промышленного капитала;

$\boldsymbol{K}_{пт}$ *[руб]* –текущий объем промышленного капитала;

$\boldsymbol{K}_{кр}$ *[руб]* –объем банковских кредитов(привлеченных ресурсов);

$\boldsymbol{K}_{па}$ *[руб]* – суммарный объем промышленных активов;

$\boldsymbol{K}_{бн}$ – начальный объем банковского капитала;

$\boldsymbol{E}_{кр}$ *[%/год]* – средневзвешенная цена кредитов в % годовых;

$\boldsymbol{y}_{пс}$ *[руб/год]* – поток перенесенной стоимости в составе реализованной продукции, (услуг) субъектов макроэкономики;

$\boldsymbol{p}_{\partial c}$ –маржинальная рентабельность (добавленная стоимость в % к перенесенной стоимости);

$\boldsymbol{y}_{\partial c}$ – поток добавленной стоимости (ВВП);

γ **–** доля в % социальных и потребительских расходов в составе ВВП;

$\Delta\boldsymbol{K}_{п}$ *[руб]* – инвестируемый прирост капитала;

λ – % сбережений населения;

$\boldsymbol{y}_{цп}$ *[руб/год]* – поток (цена) выручки от реализации продукции/услуг субъектов макроэкономики;

$\boldsymbol{Y}_{з}$ *[руб]* – запасы нереализованной продукции;

$\boldsymbol{Y}_{пр}$ *[руб]* – потребительские расходы нарастающим итогом;

$\boldsymbol{D}_{б}$ *[руб]* – сбережения на депозитах;

$\boldsymbol{D}_{ф}$ –фонд обязательного резервирования;

$\boldsymbol{D}_{м}$ – денежная масса;

1/s – оператор интегрирования, преобразующий вектора денежных потоков в вектора накопленного капитала (накопленных денежных средств с нарастающим итогом).

Блок-схема содержит три контура положительной обратной связи. Условно назовем их контур инвестиции, контур процентов за кредиты и контур сбережений. Контур инвестиции содержит следующие звенья и вектора:

$$\boldsymbol{K}_{тм} \to \boldsymbol{K}_{па} \to \boldsymbol{W} = \frac{1}{\tau_{об}} \to \boldsymbol{y}_{пс} \to \boldsymbol{W} =$$

$$= 1 + \boldsymbol{p}_{\partial c} \to \boldsymbol{y}_{\partial c} \to \boldsymbol{y}_{инв} \to \boldsymbol{W} = \frac{1}{s} \to \Delta\boldsymbol{K} \to \boldsymbol{K}_{тм}.$$

Контур процентов за кредиты субъектам экономики состоит из следующей цепи:

$$\boldsymbol{K}_{бт} \to \boldsymbol{K}_{кр} \to \boldsymbol{W} = \boldsymbol{E}_{кр} \to \boldsymbol{W} = \frac{1}{s} \to \Delta\boldsymbol{K}_{б} \to \boldsymbol{K}_{бт}.$$

Контур сбережений состоит из длинной цепи:

$$Y_{\gamma т} \rightarrow W = \gamma \rightarrow Y_c \rightarrow W = \frac{1}{\tau_{\partial}} \rightarrow y_{\partial} \rightarrow W = \frac{1}{s} \rightarrow D_{м} \rightarrow K_{кр} \rightarrow K_{па} \rightarrow W = \frac{1}{\tau_{об}} \rightarrow y_{\partial c} \rightarrow W = \gamma \rightarrow y_{\gamma} \rightarrow W = \frac{1}{s} \rightarrow Y_{\gamma т}.$$

В соответствии с блок схемой рис. 7 запишем очевидные равенства для вектора потока добавленной стоимости и промышленных активов

$$y_{\partial c} = p_{\partial c} \frac{K_{па}}{\tau_{об}}; \quad (42)$$

$$K_{па} = K_{пт} + K_{кр}. \quad (43)$$

Конечной целью вычислений является определение на основе анализа блок схемы изображения $y_{\partial c}(s)$. Для этого необходимо определить уравнения текущей величины промышленного капитала $K_{пт}$ и величины банковских кредитов $K_{кр}$.

$$K_{пт} = K_{пн} + \Delta K = K_{пн} + \frac{y_{инв}}{s}; \quad (44)$$

$$y_{инв} = y_{\partial c}(1-\gamma) - E_{кр}K_{кр}. \quad (45)$$

Обозначим символом β долю добавленной стоимости, инвестируемую в промышленный капитал

$$\beta = 1 - \gamma. \quad (46)$$

В результате можем из (44) и (45) получить следующее уравнение:

$$K_{пт} = K_{пн} + \frac{\beta y_{\partial c} - E_{кр}K_{кр}}{s}. \quad (47)$$

Теперь приступим к вычислению $K_{кр}$. Из рассмотрения контура процентов за банковские кредиты справедливо соотношение (38). Из контура сбережений несложно убедится в справедливости следующих равенств:

$$y_{\gamma} = y_{\partial c}\gamma; \quad (48)$$

$$D_{б} = \lambda Y_{\gamma н} + \frac{y_{\gamma}\lambda}{s} = \lambda Y_{\gamma н} + \frac{y_{\partial c}\gamma\lambda}{s} = \lambda\left(Y_{\gamma н} + \frac{y_{\partial c}\gamma}{s}\right); \quad (49)$$

$$D_{м} = \frac{D_{б}}{(s\tau_{\partial} + \alpha)} = \frac{\lambda\left(Y_{\gamma н} + \frac{y_{\partial c}\gamma}{s}\right)}{(s\tau_{\partial} + \alpha)} = \frac{\lambda Y_{\gamma н}}{(s\tau_{\partial} + \alpha)} + \frac{y_{\partial c}\gamma\lambda}{s(s\tau_{\partial} + \alpha)}. \quad (50)$$

Принимая во внимание (38) продолжим вычисление $K_{кр}$.

$$K_{кр} = \frac{s(K_{бн} + D_{м})}{(s - E_{кр})} = \frac{sK_{бн}}{(s - E_{кр})} + \frac{s\lambda Y_{\gamma н}}{(s\tau_{\partial} + \alpha)(s - E_{кр})} + \frac{y_{\partial c}\gamma\lambda}{(s\tau_{\partial} + \alpha)(s - E_{кр})}. \quad (51)$$

Теперь приступаем к вычислению совокупного промышленного актива субъектов макроэкономики:

$$K_{па} = K_{пн} + \frac{\beta y_{\partial c} - E_{кр}K_{кр}}{s} + K_{кр} = K_{пн} + \frac{\beta y_{\partial c}}{s} + K_{кр}\left(1 - \frac{E_{кр}}{s}\right) =$$
$$= K_{пн} + \frac{\beta y_{\partial c}}{s} + \frac{sK_{бн}(s - E_{кр})}{s(s - E_{кр})} + \frac{y_{\partial c}\gamma\lambda(s - E_{кр})}{s(s\tau_{\partial} + \alpha)(s - E_{кр})} + \frac{s\lambda Y_{\gamma н}(s - E_{кр})}{s(s\tau_{\partial} + \alpha)(s - E_{кр})} =$$
$$= K_{пн} + K_{бн} + \frac{\lambda Y_{\gamma н}}{(s\tau_{\partial} + \alpha)} + \frac{y_{\partial c}\gamma\lambda}{s(s\tau_{\partial} + \alpha)} + \frac{\beta y_{\partial c}}{s}. \quad (52)$$

Подставим в (42) $K_{па}$ из (52) в результате получим:

$$y_{\partial c} = \frac{p_{\partial c}}{\tau_{об}}K_{па} = \frac{p_{\partial c}}{\tau_{об}}\left[K_{пн} + K_{бн} + \frac{\lambda Y_{\gamma н}}{(\tau_{\partial}s + \alpha)} + \frac{y_{\partial c}\gamma\lambda}{s(\tau_{\partial}s + \alpha)} + \frac{\beta y_{\partial c}}{s}\right]. \quad (53)$$

Определим из (53) величину $y_{\partial c}$:

$$y_{\partial c}\left[1 - \frac{p_{\partial c}\gamma\lambda}{s\tau_{об}(s\tau_{\partial} + \alpha)} - \frac{\beta p_{\partial c}}{s\tau_{об}}\right] = \frac{p_{\partial c}}{\tau_{об}}\left(K_{пн} + K_{бн} + \frac{\lambda Y_{\gamma н}}{s\tau_{\partial} + \alpha}\right). \quad (54)$$

$$y_{\partial c} = \frac{sp_{\partial c}(s\tau_{\partial} + \alpha)(K_{пн} + K_{бн}) + sp_{\partial c}\lambda Y_{\gamma н}}{s^2\tau_{\partial}\tau_{об} + (\alpha\tau_{об} - \beta p_{\partial c}\tau_{\partial})s - p_{\partial c}(\gamma\lambda + \alpha\beta)}. \quad (55)$$

Пусть входные вектора капитала подаются скачком с амплитудами $\bar{K}_{пн}$, $\bar{K}_{бн}$ и $\bar{Y}_{\gamma н}$ тогда справедливы равенства

$$K_{пн}(s) = \frac{\bar{K}_{пн}}{s}; \quad K_{бн}(s) = \frac{\bar{K}_{бн}}{s}; \quad Y_{\gamma н}(s) = \frac{\bar{Y}_{\gamma н}}{s}. \quad (56)$$

Равенство (55) после подстановки (56) примет следующий вид:

$$y_{\partial c} = \frac{p_{\partial c}(s\tau_{\partial} + \alpha)(\bar{K}_{пн} + \bar{K}_{бн}) + p_{\partial c}\lambda\bar{Y}_{\gamma н}}{s^2\tau_{\partial}\tau_{об} + (\alpha\tau_{об} - \beta p_{\partial c}\tau_{\partial})s - p_{\partial c}(\gamma\lambda + \alpha\beta)}. \quad (57)$$

Для вычисления оригинала $y_{\partial c}(t)$ нужно вычислить корни знаменателя выражения (57) [3]. Приравняв знаменатель нулю, и решив квадратное уравнение, находим:

$$\bar{s}_{1,2} = -\left(\frac{\alpha}{2\tau_{\partial}} - \frac{\beta p_{\partial c}}{2\tau_{об}}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2\tau_{\partial}} - \frac{\beta p_{\partial c}}{2\tau_{об}}\right)^2 + \frac{p_{\partial c}(\gamma\lambda + \alpha\beta)}{\tau_{\partial}\tau_{об}}}. \quad (58)$$

Выражение под корнем после возведения в квадрат разности слагаемых в скобках и суммирования однородных членов примет следующий вид:

$$\bar{s}_{1,2} = -\left(\frac{\alpha}{2\tau_{\partial}} - \frac{\beta p_{\partial c}}{2\tau_{об}}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2\tau_{\partial}} + \frac{\beta p_{\partial c}}{2\tau_{об}}\right)^2 + \frac{p_{\partial c}\gamma\lambda}{\tau_{\partial}\tau_{об}}}. \quad (59)$$

Мы убеждаемся, что выражение под корнем является действительным положительным числом. Следовательно, если второе слагаемое будет намного меньше первого, то им можно будет пренебречь и найти приближенные значения корней уравнения.

$$\left(\frac{\alpha}{2\tau_\partial}+\frac{\beta p_{\partial c}}{2\tau_{об}}\right)^2 >> \frac{p_{\partial c}\gamma\lambda}{\tau_\partial\tau_{об}}. \qquad (60)$$

Очевидно, так оно и есть, поскольку процент сбережений, как правило, не превышает величины 0,1-0,2, а величина γ – меньше единицы. В результате из (59) можно вычислить:

$$\bar{s}_{1,2} \cong -\left(\frac{\alpha}{2\tau_\partial}-\frac{\beta p_{\partial c}}{2\tau_{об}}\right) \pm \left(\frac{\alpha}{2\tau_\partial}+\frac{\beta p_{\partial c}}{2\tau_{об}}\right); \qquad (61)$$

$$\bar{s}_1 = \frac{\beta p_{\partial c})}{\tau_{об}}; \qquad (62)$$

$$\bar{s}_2 = -\frac{\alpha}{\tau_\partial}. \qquad (63)$$

Уравнение (57) изображения вектора $y_{\partial c}(s)$ теперь можно записать в виде:

$$y_{\partial c} = \frac{p_{\partial c}(s\tau_\partial+\alpha)(\bar{K}_{пн}+\bar{K}_{бн})+p_{\partial c}\lambda\bar{Y}_{ун}}{\tau_{об}\tau_\partial(s-\frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})(s+\frac{\alpha}{\tau_\partial})} =$$

$$= \frac{p_{\partial c}(\bar{K}_{пн}+\bar{K}_{бн})}{\tau_{об}(s-\frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})}+\frac{p_{\partial c}\lambda\bar{Y}_{ун}}{\tau_{об}\tau_\partial(s-\frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}})(s+\frac{\alpha}{\tau_\partial})}. \qquad (64)$$

Уравнение $y_{\partial c}(s)$ мы преобразовали к такому виду, когда можно воспользоваться таблицей соответствия, приведенной в приложении 1, и определить уравнение динамики роста $y_{\partial c}(t)$:

$$y_{\partial c}(t) = \frac{p_{\partial c}(\bar{K}_{пн}+\bar{K}_{бн})}{\tau_{об}}e^{\frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}}t} +$$

$$+\frac{p_{\partial c}\lambda\bar{Y}_{ун}}{\beta p_{\partial c}\tau_\partial+\alpha\tau_{об}}[e^{\frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}}t}-e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}t}]. \qquad (65)$$

Уравнение (65) представим иначе:

$$y_{\partial c}(t) = [\frac{p_{\partial c}(\bar{K}_{пн}+\bar{K}_{бн})}{\tau_{об}}+\frac{p_{\partial c}\lambda\bar{Y}_{ун}}{\beta p_{\partial c}\tau_\partial+\alpha\tau_{об}}]e^{\frac{\beta p_{\partial c}}{\tau_{об}}t} -$$

$$-\frac{p_{\partial c}\lambda\bar{Y}_{ун}}{\beta p_{\partial c}\tau_\partial+\alpha\tau_{об}}e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}t}]. \qquad (66)$$

Преобразуем уравнение (66) введя параметр эффективности капитала $E_{\partial c} = \frac{p_{\partial c}}{\tau_{об}}$ в соответствии с уравнением (27). В результате запишем:

$$y_{\partial c}(t) = E_{\partial c}[(\bar{K}_{пн}+\bar{K}_{бн}+$$

$$+\frac{\lambda\bar{Y}_{ун}}{\beta E_{\partial c}\tau_\partial+\alpha})e^{\beta E_{\partial c}t}-\frac{\lambda\bar{Y}_{ун}}{\beta E_{\partial c}\tau_\partial+\alpha}e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}t}]. \qquad (67)$$

Теперь можно перейти к осмыслению зависимости динамики роста от макроэкономических показателей. Тот факт, что мы вычислили уравнение $y_{\partial c}(t)$, не означает, что нами решена задача управления динамикой роста ВВП. Задача управления потребует проектирования системы управления. А задача макроэкономического проектирования – это не только экономическая, организационная и техническая, но и политическая проблема. Поэтому можно только надеяться, что понимание управленцами динамических свойств макроэкономики, поможет спроектировать и реализовать адекватную ей систему управления.

АНАЛИЗ СВОЙСТВ ДИНАМИКИ РОСТА ВВП

Начнем с того, что автор сознает ограниченность рассмотренной модели. На динамику макроэкономического объекта оказывают влияние и другие факторы, не учтенные в блок схеме на рис.7. Например, не учтены потоки, связанные с внешнеэкономической деятельностью. Не найдены пути моделирования в рамках операторных моделей инфляционных процессов. Не учтены кредиты населению. Но то, что сделано, по нашему мнению, адекватно реальности, не противоречит ей, по крайней мере, в до кризисной ситуации.

Первое, что бросается в глаза в уравнении (67) – это отсутствие в уравнении такого фактора, как цена кредитных ресурсов $E_{кр}$. Динамика роста не зависит от величины платы за кредиты. Цена кредитов была введена в блок схему модели. Тем не менее, в рамках трех контуров модели динамика роста ВВП оказалась инвариантной к цене кредитов. Но заметим, что эта инвариантность достигается при допущении, что весь объем процентных доходов банков направляется на увеличение объема кредитов (см. рис. 7).

Разделим обе части уравнения динамики роста (66) на начальную величину объема промышленных и банковских ресурсов в макроэкономике K_Σ:

$$\bar{K}_\Sigma = \bar{K}_{пн}+\bar{K}_{бн} \qquad (67)$$

и введем следующие символы:

$$\bar{E}_{\partial c} = \frac{y_{\partial c}(t)}{\bar{K}_\Sigma}; \qquad (68)$$

$$\delta_c = \frac{Y_{ун}}{\bar{K}_\Sigma}. \qquad (70)$$

В результате уравнение (66) примет следующий вид:

$$\bar{E}_{\partial c} = (E_{\partial c}+\frac{E_{\partial c}\lambda\delta_c}{\beta E_{\partial c}\tau_\partial+\alpha})(e^{\beta E_{\partial c}t}-e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}t}). \qquad (71)$$

Параметр $\bar{E}_{\partial c}$ – представляет собой относительную величину ВВП и одновременно эффективность начального капитала. Параметр δ_c – относительную долю (часть) социального капитала макроэкономики. Удобство уравнения (71) состоит в том, что годовой прирост $\delta\bar{E}_{\partial c}$, измеряемый в процентах, равен годовому приросту ВВП $\delta y_{\partial c}$:

$$\delta\bar{E}_{\partial c} = \frac{\bar{E}_{\partial c}(t+1)-\bar{E}_{\partial c}(t)}{\bar{E}_{\partial c}(t)} = \frac{y_{\partial c}(t+1)-y_{\partial c}(t)}{y_{\partial c}(t)} = \delta y_{\partial c}. \qquad (72)$$

На рис. 8 представлен график динамики роста относительной величины ВВП и годового прироста ВВП. Исходные значения параметров, использованных для построения графика, указаны на этом же рис. 8. Автор не претендует на знакомство с типовыми величинами статистических данных. Поэтому исходные данные могут отличаться от них. В конечном счете, формула динамики роста получена впервые и должна пройти практическую апробацию.

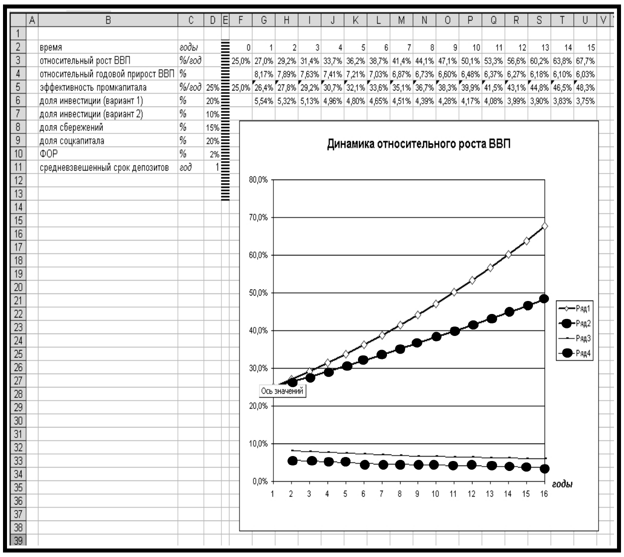

Рис. 8. Графики траектории относительного роста и годового прироста ВВП

На рис.8 представлены две траектории роста. Одна траектория рассчитана для инвестируемой доли $\beta = \mathbf{20\%}$ от уровня ВВП, другая – для $\beta = \mathbf{10\%}$

Хотим обратить внимание на следующий теоретический результат. Он заключается в том, что годовой прирост ВВП (см. нижние кривые на графике) не увеличивается, а уменьшается с его ростом. При неизменных параметрах в уравнении (71) рост макроэкономики, как показано на графике рис. 8, приводит к уменьшению годового прироста до минимального значения.

Приведем математическое доказательство этого утверждения. Рассматривая совместно (71) и (72) можем записать:

$$\delta y_{\partial c} = \left((E_{\partial c} + \frac{E_{\partial c}\lambda\delta_c}{\beta E_{\partial c}\tau_\partial + \alpha})[e^{\beta E_{\partial c} t}(e^{\beta E_{\partial c}} - 1) - e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}t}(e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}} - 1)] \right) / \left((E_{\partial c} + \frac{E_{\partial c}\lambda\delta_c}{\beta E_{\partial c}\tau_\partial + \alpha})(e^{\beta E_{\partial c} t} - e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}t}) \right). \qquad (73)$$

При $t >> \frac{\alpha}{\tau_\partial}$ экспонента $e^{-\frac{\alpha}{\tau_\partial}t} \to 0$. В результате для $\delta y_{\partial c}$ будем иметь:

$$\delta y_{\partial c}\big|_{t\to\infty} = e^{\beta E_{\partial c}} - 1 . \qquad (74)$$

Для верхней траектории роста на рис. 8 $\delta y_{\partial c}\big|_{t\to\infty} = 5{,}1\%$; для нижней траектории $\delta y_{\partial c}\big|_{t\to\infty} = 2{,}5\%$.

При выполнении условия $t >> \frac{\alpha}{\tau_\partial}$ уравнение динамики роста $y_{\partial c}$ будет иметь следующий вид:

$$y_{\partial c}(t) = E_{\partial c}[(\overline{K}_{пн} + \overline{K}_{бн}) + \frac{\lambda \overline{Y}_{ун}}{\beta E_{\partial c}\tau_\partial + \alpha}]e^{\beta E_{\partial c} t} . \qquad (75)$$

Это уравнение наглядно показывает роль динамического мультипликатора роста $Q(t) = e^{\beta\rho_{\partial c}\frac{t}{\tau_{об}}} = e^{\beta E_{\partial c} t}$ и влияние на динамику роста (второе слагаемое в квадратных скобках) социальных сбережений – вкладов населения и других депозитов, в том числе депозитов коммерческих структур и различных фондов.

Центральный Банк регулирует денежную кредитную массу, изменяя процентную ставку отчислений в фонд обязательного регулирования (ФОР). Влияние этой ставки на динамику роста показано на рис. 9. Траектория роста, в том числе, и годовой прирост ВВП при увеличении процентной ставки заметно ниже.

Формула (73) относительного роста ВВП, реализованная в среде Excel, позволяет просматривать варианты роста ВВП в зависимости от величин исходных, показанных в левом верхнем углу рис. 8-9. Представим еще один вариант расчета двух траектории роста, отличающихся величиной доли сбережений λ, внесенной на депозиты банковской системы. Графики траекторий роста показаны на рис. 10. Два варианта значений доли сбережений в процентах указаны в левом верхнем углу рис. 10.

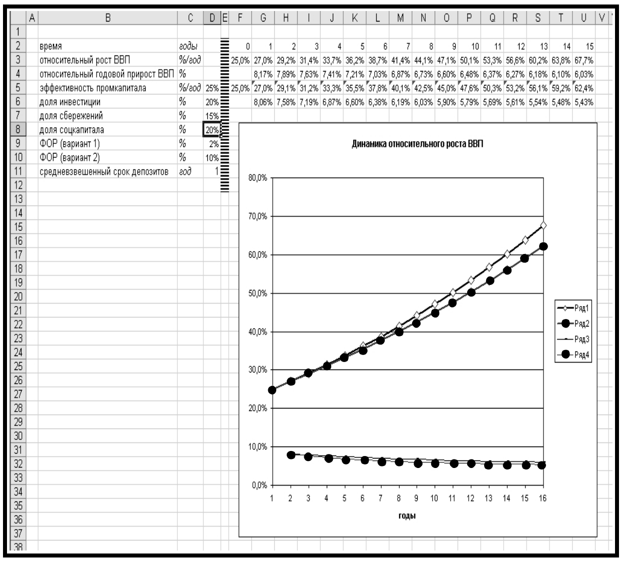

Рис. 9. Динамика относительного роста ВВП при разных отчислениях в фонд обязательного резервирования

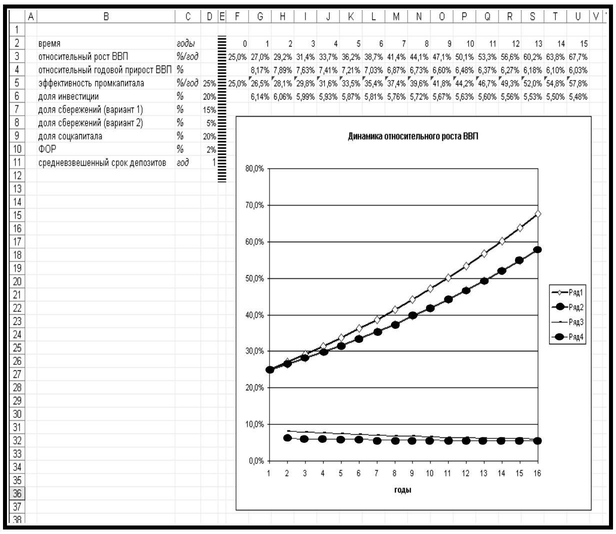

Рис. 10. Динамика относительного роста ВВП при разных долях сбережений, хранящихся на депозитах в банках

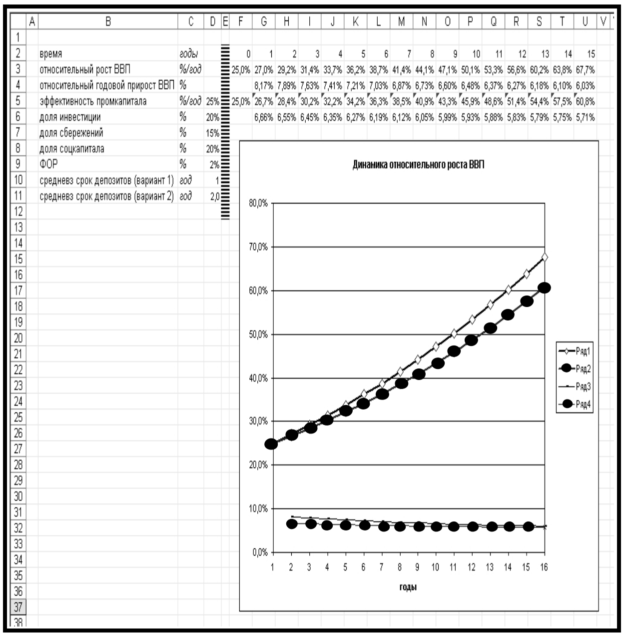

Рис. 11. График динамики роста при $\tau_\partial = 1$ год (ряд 1) и $\tau_\partial = 2$ года (ряд 2)

Рис. 11 иллюстрирует зависимость траектории роста от средневзвешенной величины срока депозитов в банковской системе.

Приложение 1

ТАБЛИЦА ОПЕРАЦИОННЫХ СООТВЕТСТВИЙ

№	Оригинал $f(t)$	Изображение $F(s)$
1	$1(t)\begin{cases} 0, & t<0 \\ 1, & t>0 \end{cases}$	$\frac{1}{s}$
2	$K1(t)$	$\frac{K}{s}$
3	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{s^n}$
4	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{s+\alpha}$
5	$\frac{1-e^{-\alpha t}}{\alpha}$	$\frac{1}{s(s+\alpha)}$
6	$\frac{e^{bt}-e^{at}}{a-b}$	$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$
7	$\frac{ae^{at}-be^{bt}}{a-b}$	$\frac{s}{(s+a)(s+b)}$
8	$\frac{e^{-\alpha t}+\alpha t-1}{\alpha^2}$	$\frac{1}{s^2(s+\alpha)}$
9	$\frac{1}{ab}+\frac{be^{-at}-ae^{-bt}}{ab(a-b)}$	$\frac{1}{s(s+a)(s+b)}$

Заключение

Блок схемы операторной модели динамики роста ВВП отображают цепи кругооборота финансовых ресурсов. Применение операторных блок схем позволило создать взаимосогласованные, не противоречивые уравнения динамики роста макроэкономической системы в зависимости от времени с учетом важнейших факторов, влияющих на развитие системы. Полученные результаты по нашему мнению создают теоретическую базу, которая должна быть апробирована на статистическом материале. В принципе все данные, использованные в уравнениях, могут быть измерены.

Вопрос дальнейшего развития теории очевиден. Исследования должны проводиться по пути расширения факторов, влияющих на динамику роста макроэкономики. Должно быть рассмотрено влияние потребительских кредитов населению, внешнеэкономических финансовых потоков. Должны быть созданы модели с трудовыми ресурсами. Одним из этапов исследований может быть разработка динамических нелинейных систем макроэкономики с использованием теории фракталов.

Литература

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн ; пер. с англ. – М. : Наука, 1969. – 720 с.
2. Макроэкономика [Текст] : учеб. / В.М. Гальперин, П.И. Гребенников, А.И. Леусский, Л.С. Тарасевич ; под общ. ред. Тарасевича Л.С. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 1997. – 719 с.
3. Царьков В.А. Динамические модели экономики. Теория и практика экономической динамики [Текст] / В.А. Царьков ; предисл. чл-корр. РАН Ю.С. Попкова. – М. : Экономика, 2007. – 213 с. : ил.
4. Царьков В.А. Динамический банковский мультипликатор [Текст] / В.А. Царьков // Финансы и кредит. – 2007. – №24. – С. 15-16.

Ключевые слова

Экономическая динамика; макроэкономика; внутренний валовый продукт; финансовые потоки; добавленная стоимость; операторный метод; мультипликатор роста; системы с обратной связью; денежная масса; социальные расходы; сбережения населения.

Царьков Вячеслав Алексеевич

РЕЦЕНЗИЯ в формате WORD и PDF

Исследование динамики макроэкономических систем является весьма сложным и актуальным. В статье Царькова В.А. она рассмотрена с позиции саморазвивающейся структуры, содержащей контуры положительной обратной связи. Положительная обратная связь, по мнению автора, имманентно присуща макроэкономическим процессам.

Статья развивает подходы рассмотренные в работах польского экономиста Оскара Ланге, наших соотечественников Багриновского К.А. и Кобринского Н.Е., связанные с применением методов экономической теориии автоматического регултрования технической кибернетики. Относительно работ указанных авторов в статье получен ряд новых интересных научных результатов:

- получена формула, раскрывающая зависимость темпов расширенного воспроизводства от капитализированной части добавленной стоимости, рентабельности и времени оборота капитала;
- доказана идентичность инерционной постоянной времени, применяемой в технической системе, времени оборачиваемости капитала в экономической системе;
- выявлены контуры положительной обратной связи для макроэкономической системы, так называемые «контур инвестиций», «контур кредитных процентов» и «контур сбережений» и др.

Блок схема модели в статье настолько не стандартна, что вынудило автора ввести ряд понятий и терминов, непривычных для экономистов.

Но, несмотря на это, статья интересна и понятна как в плане теории, так и в плане доведенности ее до практических аналитических уравнений и, безусловно, заслуживает публикации.

Лившиц В.Н., д.э.н., профессор, Заслуженный деятель науки России, зав. отделом Института системного анализа РАН.

3.11. DYNAMICS OF GROWTH OF MACROECONOMIC SYSTEMS

V.A. Tsarkov, Candidate of Sciences (Technical), the Chief of Analytical Management

KB «BFG-CREDIT»

In article the block diagramme of the generalised one-planimetric model of dynamics of growth of a macrosystem is developed, the interrelation of dynamics with a cumulative seed capital of subjects, average time оборачиваемости the capital, is shown by relative size of the added cost and relative size of cumulative investments into production assets. The equations of dynamics of growth of a total internal product (gross national product) in function from time are calculated at the fixed values of the specified indicators. It is shown, that gross national product grows after an exhibitor with rate of growth proportional to relative size of investments, relative size of the added cost and in inverse proportion to size of a turn of the cumulative capital. The analysis of extensive and intensive factors of growth of macroeconomic is given.

The second part is devoted research of dynamics of macroeconomic system taking into account three contours of return positive communication in the model block diagramme.:

- «a contour of investments»;
- «a contour of percent for credits»;
- «a contour of savings».

The model block diagramme on which basis the equation of dynamics of growth of gross national product is calculated is developed. The analysis of dynamics of growth is given, schedules of a trajectory of growth depending on a variation of macroeconomic indicators are resulted:

- investment volume;
- consumer expenses;
- the savings invested in deposits of bank system;
- the interest rate of fund of obligatory reserves;
- the average term of the deposits forming monetary credit weight.

Literature

1. G. Korn, T. Korn. The directory on the mathematician for science officers and engineers [Text] / G. Korn, T. Korn; a translation from English – M: the Science, 1969. – 720 p.
2. Macroeconomic [Text]: the textbook / V.M. Galperin, P.I. Grebennikov, A.I. Leussky, H.P. Tarasevich; under edition H.P. Tarasevich's. – the second издиздание, processed and дополненое – SPb.: publishing house SpbGuEf, 1997. – 719 p.
3. V.A. Tsarkov. Dynamic models of economy. The theory and practice of economic dynamics [Text] / V.A. Tsarkov; предисл. The Member-correspondent of Russian Academy of Sciences J.S. Popkov. – M: Economy, 2007. – 213 p.: an illustration.
4. V.A. Tsarkov. The dynamic bank animator [Text] / V.A. Tsarkov // the Finance and the credit. – 2007. – №24. – p. 15-16.

Keywords

Economic dynamics; macroeconomic; internal валовый a product; financial streams; the added cost; an operational method; the animator of growth; systems with a feedback; monetary weight; social expenses; population savings.