3.8. ОЦЕНКА ПРИБЫЛИ ОТ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТА

Рощина Я.А., аспирант кафедры математических методов анализа экономики

Экономический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

В статье рассматривается оценка средней прибыли, приносимой банку выдачей одного ипотечного кредита по фиксированной ставке на фиксированный срок. В Российской Федерации в настоящее время используются два основных способа погашения ипотечного кредита: дифференцированными или аннуитетными платежами. Аннуитетные платежи более распространены среди российских банков, однако в последнее время дифференцированные платежи также получают распространение. В статье описан механизм определения прибыли для обоих типов платежей. Показано, что реальная прибыль редко совпадает с теоретической прибылью из-за несоблюдения графика погашения кредита. Предложен механизм разделения выданных банком ипотечных кредитов на два класса – тех, которые к концу срока погашения станут «хорошими» или «плохими» (дефолтными). Предложен способ оценки вероятности дефолта. Предложен метод оценки реальной прибыли на основе теоретической прибыли и полученной оценки вероятности дефолта.

В статье предложен метод оценки средней прибыли, приносимой банку одним ипотечным кредитом сроком M месяцев, выданным по месячной процентной ставке i. Размер кредита (обозначим его через S денежных единиц) может быть любым, т.е. является случайной величиной. Оценка прибыли производится без учета постоянных издержек банка на осуществление процессов андеррайтинга, выдачи и обслуживания кредита.

На текущий момент в Российской Федерации используется два основных способа погашения ипотечного банковского кредита: дифференцированными (уменьшающимися) или аннуитетными (равными) платежами. Аннуитетные платежи более распространены среди российских банков, однако в последнее время дифференцированные платежи также получают распространение.

Схема расчета дифференцированных платежей следующая: сумма кредита делится на число месяцев кредита, ежемесячно происходит погашение равными долями тела кредита, также ежемесячно вносятся проценты, начисленные за месяц на сумму остатка задолженности. Размер общего платежа каждый месяц уменьшается, а погашение основного долга равномерно распределено на весь срок кредита. Величина t-го по счету платежа по кредиту вычисляется по следующей формуле:

$$Платеж\_№t = \frac{S}{M} + \frac{S*i}{M}(M-t+1). \qquad (1)$$

Аннуитетные (ежемесячные) платежи представляют собой равные платежи, осуществляемые через равные промежутки времени. Таким образом, каждый месяц в счет погашения кредита вносится одинаковая сумма вне зависимости от этапа срока погашения кредита. Величина аннуитетного платежа по кредиту вычисляется по следующей формуле (см., например, [3]):

$$Платеж\_№t = S\frac{i(1+i)^M}{(1+i)^M-1}. \qquad (2)$$

Формула верна для любого t. Предполагается, что выплаты производятся постнумерандо, т.е. в конце каждого периода.

Видим, что при любом порядке погашения (и при аннуитетных, и при дифференцированных платежах) размер ежемесячного платежа пропорционален сумме S выданного кредита.

Теоретическую прибыль от ипотечного кредита легко подсчитать, зная срок кредита, процентную ставку и порядок погашения (аннуитетные или дифференцированные платежи). Теоретическая прибыль от выдачи одного ипотечного кредита – это стоимость будущих потоков платежей по нему, т.е. дисконтированная стоимость:

$$\pi_{теор} = \sum_{t=1}^{M}\frac{Платеж\_№t}{(1+r)^t}, \qquad (3)$$

где r – ставка дисконтирования. Используя формулы (1) и (3), получаем, что в случае дифференцированных платежей теоретическая прибыль равна

$$\pi_{дифф} = \frac{S}{M}\left((1+iM+i)\sum_{t=1}^{M}\frac{1}{(1+r)^t} - i\sum_{t=1}^{M}\frac{t}{(1+r)^t}\right). \qquad (4)$$

Пользуясь формулами для частичных сумм степенного ряда (см., например, [5]):

$$\sum_{t=1}^{M}\frac{1}{(1+r)^t} = \frac{(1+r)^M-1}{r(1+r)^M}; \qquad (5)$$

$$\sum_{t=1}^{M}\frac{t}{(1+r)^t} = \frac{(1+r)^M-M}{r(1+r)^M}, \qquad (6)$$

получаем следующее выражение для теоретической прибыли в случае дифференцированных платежей:

$$\pi_{дифф} = \frac{S}{M}\left(\frac{(1+r)^M(1+iM)-(1+i)}{r(1+r)^M}\right) = Sk_{дифф}(i,M,r), \qquad (7)$$

где $k_{дифф}$ – коэффициент пропорциональности в случае дифференцированных платежей, зависящий от ставки и срока кредита, а также от ставки дисконтирования:

$$k_{дифф}(i,M,r) = \frac{(1+r)^M(1+iM)-(1+i)}{Mr(1+r)^M}. \qquad (8)$$

Используя формулы (2) и (3), получаем, что в случае аннуитетных платежей теоретическая прибыль равна:

$$\pi_{анн} = S\frac{i(1+i)^M}{(1+i)^M-1}\sum_{t=1}^{M}\frac{1}{(1+r)^t}. \qquad (9)$$

Используя формулу (5), получаем:

$$\pi_{анн} = S\frac{i(1+i)^M}{(1+i)^M-1}*\frac{(1+r)^M-1}{r(1+r)^M} = Sk_{анн}(i,M,r), \qquad (10)$$

где $k_{анн}$ – коэффициент пропорциональности в случае аннуитетных платежей, зависящий от ставки и срока кредита, а также от ставки дисконтирования:

$$k_{анн}(i,M,r) = \frac{i(1+i)^M}{(1+i)^M-1}*\frac{(1+r)^M-1}{r(1+r)^M}. \qquad (11)$$

Обозначим долю кредитов с дифференцированными платежами в общем объеме выдаваемых ипотечных кредитов через δ, тогда доля кредитов с аннуитетными платежами равна $1-\delta$. Выпишем формулу для математического ожидания теоретической прибыли от выдачи одного ипотечного кредита:

$$E(\pi_{теор}) = \delta E(\pi_{дифф}) + (1-\delta)E(\pi_{анн}) = E(S) * k(i,M,r,\delta), \quad (12)$$

где $k(i,M,r,\delta)$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от ставки и срока кредита, от ставки дисконтирования и от пропорции распределения кредитов на кредиты с дифференцированными и аннуитетными платежами:

$$k(i,M,r,\delta) = \delta k_{дифф}(i,M,r) + (1-\delta)k_{анн}(i,M,r). \quad (13)$$

Однако заемщик не всегда строго соблюдает график выплат, у него могут случаться как задержки платежей, вплоть до невозможности расплатиться по кредиту (дефолт), так и досрочные погашения. Если бы выплата кредита производилась строго по графику, без выплат позже срока (просроченных платежей) и досрочных выплат, то реальный срок «жизни» кредита совпадал бы с плановым и реальные платежи совпадали бы с плановыми. В частности, для кредитов с аннуитетными платежами размер платежа был бы постоянен. Но любой платеж может оказаться нулевым или меньше необходимого – т.е. заемщик может допустить просрочку. Если трудности заемщика носят системный характер, то он может обратиться в банк с просьбой о реструктуризации кредита, и банк в большинстве случаев идет навстречу заемщику. При этом срок кредита удлиняется, размеры платежей пересчитываются, соответственно, в меньшую сторону. Кроме того, любой платеж может быть больше запланированного по графику – заемщик может осуществить досрочное погашение. В этом случае возможно либо сокращение срока кредита, либо пересчет размера платежа в меньшую сторону. У дефолтных кредитов, как правило, несколько месяцев подряд размер платежей равен нулю, затем происходит итоговый платеж – банк получает деньги за продажу недвижимости (этот последний платеж может и отсутствовать), и срок «жизни» кредита завершается. Таким образом, реальные графики платежей завершивших свою «жизнь» кредитов, как правило, отличаются от плановых, прописанных в кредитном договоре. При этом для «хороших» кредитов математическое ожидание теоретической прибыли является хорошей оценкой реальной прибыли по следующим причинам:

- досрочные погашения в начале срока кредита либо запрещены банком, либо осуществляются со штрафом, компенсирующим потери банка;
- досрочные погашения в середине и конце срока кредита менее болезненны для банка, особенно при аннуитетных платежах;
- незначительные (не повлекшие дефолт) просрочки даже выгодны банку, так как заемщик помимо платежей выплачивает комиссии и штрафы.

Поэтому для оценки средней прибыли «хорошего» кредита можно использовать следующую формулу:

$$\pi_{хороший} = E(\pi_{теор}) = E(S) * k(i,M,r,\delta). \quad (14)$$

Однако убыток от «плохих» кредитов намного менее предсказуем, так как в значительной степени зависит таких малопредсказуемых параметров как динамика цен на недвижимость, судебная практика по отчуждению заложенного имущества и законодательство в этой области. В качестве оценки сверху для величины потерь обычно используют какую-либо долю (две трети, половину, треть, четверть и др. – по усмотрению банка – коэффициент потери) суммы кредита:

$$\pi_{плохой\_кредит} = -E(S) * k_{потери}, k_{потери} \in (0,1]. \quad (15)$$

Для оценки средней прибыли можно выписать следующую формулу:

$$\pi = E(S) * ((1-p_{def})k(i,M,r,\delta) - p_{def}k_{потери}) \quad (16)$$

где p_{def} – вероятность того, что кредит окажется «плохим», т.е. вероятность дефолта.

Таким образом, для оценки прибыли, приносимой банку ипотечным кредитом, осталось оценить вероятность того, что кредит окажется «плохим».

Каждый выданный банком ипотечный кредит к концу срока своей «жизни» окажется принадлежащим одному из двух классов – «хороших» или «плохих» (дефолтных, проблемных) кредитов. Существует трудность с разделением кредитов на хорошие и плохие и с нахождением вероятности дефолта – того, что кредит окажется «плохим». Банку необходимо определять принадлежность к «хорошим» или «плохим» кредитам не только для уже завершивших свою «жизнь» кредитов, что можно сделать по фактической прибыли / убытку от каждого конкретного кредита, но и для действующих кредитов. Стандартного понятия «дефолта заемщика» и «дефолтного ипотечного кредита» в российском законодательстве пока нет, существуют только нормы Гражданского кодекса РФ, где описано, когда кредитор может потребовать от заемщика досрочного возврата кредита. Поэтому банки предпочитают по-своему трактовать, какие же кредиты следует отнести к разряду «плохих» и как с ними необходимо работать. При этом каждый банк использует и свои методы работы с клиентами, и свои собственные стандарты определения проблемного кредита. В качестве примеров определения можно привести следующие ниже перечисленные:

- «плохие» кредиты – кредиты, по которым произошла добровольная или принудительная реализация заложенной недвижимости для погашения долга (части долга), «хорошие» кредиты – все остальные кредиты;
- «плохие» кредиты – кредиты, просрочка по которым составила 120 и более дней, «хорошие» кредиты – все остальные кредиты;
- «плохие» кредиты – кредиты, просрочка по которым составила 90 и более дней, «хорошие» кредиты – все остальные кредиты.

От качества разделения кредитов на «плохие» и «хорошие» зависит точность прогноза вероятности дефолта и, следовательно, прогноза прибыли от ипотечного кредита. Однако все перечисленные определения не лишены недостатков. Например, если определить кредиты с 90-дневной просрочкой плохими, то кредиты, просроченные на меньший срок, будут считаться хорошими. Но как могут быть хорошими кредиты, имеющие 60 дней просрочки? На практике банки для решения этого вопроса часто применяют подход, при котором данные кредиты характеризуются как неопределенные и вообще исключаются из рассмотрения. Кроме того, для одного и того же набора кредитов число «плохих» кредитов будет меняться со временем, поскольку критерий «хороший / плохой» зависит от рассматриваемого промежутка времени. Поэтому все действующие кредиты можно считать неопределенными, поскольку они могут «обзавестись» просрочкой «требуемой» длины. Таким образом, сложность состоит в том, что целевая функция сама по себе не является постоянной, несмотря на все усилия по ее определению.

Для обхода вышеописанной проблемы воспользуемся теорией цепей Маркова. Будем рассматривать процесс выплаты заемщиком ипотечного кредита как однородную цепь Маркова с дискретным временем. Для этого сначала коротко определим основные понятия теории дискретных цепей Маркова, необходимые для такого рассмотрения.

Рассмотрим систему, изменяющую свое состояние в дискретные моменты времени, согласуясь с неким случайным механизмом. Обозначим множество всех возможных состояний через I и предположим, что оно конечное или счетное. Каждый элемент $i \in I$ называется состоянием системы, система в каждый момент времени находится в одном из состояний. Введем вероятностную меру φ на I следующим образом:

$$\varphi = \{\varphi_i, i \in I\}, \varphi_i \geq 0, \sum_{i \in I} \varphi_i = 1. \qquad (17)$$

Вероятностную меру φ, заданную формулой (17), называют стохастическим вектором. Предположим, что вызывающий изменения состояния системы случайный механизм описывается матрицей перехода P с элементами $p_{ij}, i, j \in I$, где элемент p_{ij} – это вероятность, с которой система перейдет из состояния I в состояние j за единицу времени. Очевидно, что для элементов матрицы P верно следующее:

$$0 \leq p_{i,j} \leq 1, \ \forall i, j \in I; \ \sum_{j \in I} p_{ij} = 1, \ \forall i \in I. \qquad (18)$$

Матрица, элементы которой удовлетворяют неравенствам и равенству в формуле (18), называется стохастической. Обозначим через X_n состояние системы в момент времени n. Теперь приведем определение цепи Маркова с дискретным временем.

Определение: последовательность случайных величин X_n со значениями в конечном или счетном множестве I образует цепь Маркова с дискретным временем с начальным распределением φ и матрицей перехода P, если $\forall i_0, \dots i_n \in I$ выполняется соотношение:

$$P(X_0 = i_0, \dots, X_n = i_n) = \varphi_{i_0} p_{i_0 i_1} \dots p_{i_{n-1} i_n}.$$

- В этом случае говорят, что (X_n) – цепь Маркова с параметрами (φ, P). Для такой цепи верны следующие утверждения (теорема 1):

  $$P(X_{n+1} = j | X_0 = i_0, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i) =$$
  $$= P(X_{n+1} = j | X_n = i) = p_{ij}$$

  или, эквивалентно, условное распределение X_{n+1} при условии $X_0 = i_0, \dots, X_{n-1} = i_{n-1}, X_n = i$ не зависит от $i_0, \dots, i_{n-1}$ и совпадает с $(p_{ij}, j \in I)$, т.е. с i-й строкой матрицы P. Это утверждение иллюстрирует свойство «ограниченной памяти» цепи Маркова.
- Вероятность $P(X_n = i)$ того, что состояние в момент n есть i, равна $(\varphi P^n)_i$.
- Элемент $p_{ij}^{(n)}$ матрицы P^n совпадает с условной вероятностью $P(X_{k+n} = j | X_k = i)$, т.е. задает вероятность перехода из i в j за n шагов.

Теперь рассмотрим процесс выплаты заемщиком ипотечного кредита как однородную цепь Маркова с дискретным временем. В начальный момент времени заемщик потенциально «хороший», не имеет ни одной просрочки, т.е. находится в некотором «хорошем» состоянии. Свое состояние заемщик может изменять (а может и не изменять) в дискретные моменты времени, а именно – раз в месяц, в дату очередного платежа. Например, заемщик, находящийся в «хорошем» состоянии после первого месяца кредита, может, согласуясь с неким случайным механизмом, либо остаться в этом состоянии, либо перейти в состояние «имеется 30-дневная просрочка». Оба события могут произойти с некими отличными от нуля и единицы вероятностями. Опишем пространство возможных состояний заемщика. Будем предполагать, что заемщик может находиться в следующих шести состояниях.

- Состояние 1 – «хорошее» состояние, находящийся в нем заемщик не имеет текущей просрочки и не имел просрочек предыдущие три месяца.
- Состояние 2 – «нормальное» состояние, находящийся в нем заемщик не имеет текущей просрочки, но имеет погашенную просрочку «не старее» трех месяцев.
- Состояние 3 – «30-дневная просрочка», находящийся в нем заемщик имеет непогашенную 30-дневную задолженность.
- Состояние 4 – «60-дневная просрочка», находящийся в нем заемщик имеет непогашенную 60-дневную задолженность.
- Состояние 5 – «90-дневная просрочка», находящийся в нем заемщик имеет непогашенную 90-дневную задолженность.
- Состояние 6 – «дефолтное» состояние, находящийся в нем заемщик имеет непогашенную 120-дневную задолженность, что приравнивается к дефолту – происходит продажа заложенной недвижимости, списание задолженности и т.д.

Зададим на описанном пространстве состояний вероятностную меру:

$$\varphi = \{\varphi_1, \dots \varphi_6\}, \varphi_i \geq 0, \varphi_1 + \dots + \varphi_6 = 1. \qquad (19)$$

Далее, опишем матрицу перехода P с элементами $p_{ij}, i, j \in \{1, \dots 6\}$.

Введем предположение о том, что если у заемщика имеется просрочка, то на очередном шаге (в очередную дату платежа) он может либо полностью погасить ее, внеся текущий платеж и всю сумму своей задолженности, либо ничего не заплатить, увеличив свою просрочку еще на 30 дней. Вероятность того, что в очередную дату платежа заемщик гасит часть своей задолженности, довольно мала, и мы ей пренебрегаем. Отметим, что мы не пренебрегаем довольно распространенным случаем реструктуризации долга и изменения схемы платежей по договоренности с банком и в этом случае считаем, что заемщик, вносящий часть долга в соответствии с новой схемой, выполняет свою договоренность с банком и переходит в состояние 2.

- Из «хорошего» состояния 1 заемщик может перейти только в состояние 3, допустив просрочку. Таким образом, с вероятностью p_{11} он останется в текущем «хорошем» состоянии, а с вероятностью p_{13} совершит просрочку и перейдет в состояние 3. Очевидно, что $p_{12} = p_{14} = p_{15} = p_{16} = 0$.
- Из «нормального» состояния 2 заемщик может с ненулевой вероятностью перейти только в состояния 1 (если он находился в состоянии 2 на предыдущих двух шагах и не совершил просрочки) и в состояние 3 (если он совершил просрочку). Кроме того, он может остаться в состоянии 2, если он не совершил просрочки, но не находился в состоянии 2 на предыдущих двух шагах. Очевидно, что $p_{24} = p_{25} = p_{26} = 0$.

- Из состояния 3 заемщик может перейти в состояние 2 (погасив имеющуюся 30-дневную просрочку) и в состояние 4 (не заплатив по кредиту и в этот раз и сделав свою просрочку 60-дневной). Очевидно, что $p_{31} = p_{33} = p_{35} = p_{36} = 0$.
- Из состояния 4 заемщик может перейти в состояние №2 (полностью погасив имеющуюся 60-дневную просрочку) и в состояние 5 (не заплатив по кредиту и в этот раз и сделав свою просрочку 90-дневной). Очевидно, что $p_{41} = p_{43} = p_{44} = p_{46} = 0$.
- Из состояния 5 заемщик может перейти в состояние 2 (полностью погасив имеющуюся 90-дневную просрочку) и в состояние 6 (не заплатив по кредиту и в этот раз и сделав свою просрочку 120-дневной). Очевидно, что $p_{51} = p_{53} = p_{54} = p_{55} = 0$.
- При попадании в состояние 6 заемщик остается в нем навсегда, кредит банку не возвращается. Такое состояние называется поглощающим состоянием. Очевидно, что $p_{61} = p_{62} = p_{63} = p_{64} = p_{65} = 0$, а $p_{66} = 1$.

Таким образом, матрица перехода имеет следующий вид:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & 0 & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{32} & 0 & p_{34} & 0 & 0 \\ 0 & p_{42} & 0 & 0 & p_{45} & 0 \\ 0 & p_{52} & 0 & 0 & 0 & p_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим подробнее ненулевые элементы матрицы P.

Введем три упрощающих предположения:

1. Будем считать, что вероятность не совершить просрочки при отсутствии текущей просрочки не зависит от предыстории платежей и равна p. Тогда имеем:

   $$p_{11} = p_{21} + p_{22} = p,\ p_{21} = p/3,\ p_{22} = 2p/3.$$

2. Будем считать, что вероятность погасить текущую просрочку не зависит от предыстории платежей и равна p_{up}. Тогда имеем:

   $$p_{32} = p_{42} = p_{52} = p_{up}.$$

3. Будем считать, что вероятность допустить очередную просрочку при наличии текущей просрочки не зависит от предыстории платежей, в два раза превышает вероятность совершить просрочку при отсутствии текущей просрочки и равна p_d. Тогда имеем:

   $$p_{34} = p_{45} = p_{56} = 2p_{23} = p_d.$$

Тогда матрицу перехода P можно переписать в следующем виде:

$$P = \begin{pmatrix} p & 0 & p_{13} & 0 & 0 & 0 \\ p/3 & 2p/3 & p_d/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{up} & 0 & p_d & 0 & 0 \\ 0 & p_{up} & 0 & 0 & p_d & 0 \\ 0 & p_{up} & 0 & 0 & 0 & p_d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Пользуясь стохастичностью матрицы P, для четырех неизвестных p, p_{13}, p_{up}, p_d можно выписать три уравнения:

$$\begin{aligned} & p + p_{13} = 1; \\ & p + p_d/2 = 1; \\ & p_{up} + p_d = 1. \end{aligned} \qquad (20)$$

Таким образом, можно выразить все элементы матрицы P через p:

$$P = \begin{pmatrix} p & 0 & 1-p & 0 & 0 & 0 \\ p/3 & 2p/3 & 1-p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2p-1 & 0 & 2(1-p) & 0 & 0 \\ 0 & 2p-1 & 0 & 0 & 2(1-p) & 0 \\ 0 & 2p-1 & 0 & 0 & 0 & 2(1-p) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (21)$$

Начальное распределение φ в рассматриваемом случае имеет вид:

$$\varphi = (1,0,0,0,0,0). \qquad (22)$$

Пользуясь вторым утверждением теоремы (1), получаем, что распределение состояния заемщика в момент M равно первой строке матрицы P^M. Таким образом, для любого срока кредита M (месяцев) можно посчитать вероятность того, что заемщик окажется в состоянии $i, i = 1,\ldots,6$. Особый интерес представляет вероятность p_{def} попадания в состояние 6 (дефолт).

Если к концу срока кредита заемщик оказался в состоянии №6, то, очевидно, такой кредит можно отнести к разряду «плохих». Кроме того, если к концу срока кредита заемщик оказался в состоянии 1 или 2, то такой кредит можно отнести к разряду «хороших». Если же к концу срока «жизни» кредит оказывается в состоянии 3, 4, 5, т.е. заемщик имеет просрочку размером не более 90 дней, то такой кредит можно также отнести к разряду «хороших». Это объясняется тем, что заемщик, сумевший выплатить всю сумму по кредиту за исключением нескольких (не более трех) платежей, скорее всего, выплатит и оставшийся долг, и, в любом случае, такой клиент прибылен для банка. Таким образом, будем считать «плохими» те кредиты, заемщик по которым к концу срока жизни кредита оказался в состоянии 6, «хорошими» кредитами – все остальные кредиты. Итак, получен механизм разделения выданных банком ипотечных кредитов на два класса – станущих к концу срока своей «жизни» «хорошими» и «плохими» (дефолтными). При этом вероятность того, что кредит окажется «плохим», равна:

$$p_{def} = \left(P^M\right)_{16}. \qquad (23)$$

Соответственно вероятность того, что кредит окажется «хорошим», равна $1 - p_{def}$.

Пользуясь описанным механизмом, банк может определять вероятность будущей принадлежности выдаваемого кредита к «хорошим» или «плохим» кредитам.

Поскольку все элементы матрицы P можно выразить через вероятность не совершить просрочки при отсутствии текущей просрочки p, то и вероятность дефолта можно выразить через p:

$$p_{def} = p_{def}(p).$$

В качестве иллюстрации зависимости, даваемой формулой (23), приведем пример вычисления вероятности дефолта для кредитов с наиболее распространенными сроками кредитования. По данным Центрального банка РФ [7], средневзвешенный срок кредитования на рынке ипотечного жилищного кредитования (ИЖК) составлял 198,5 месяцев для кредитов в рублях и 134,2 месяца для кредитов в иностранной валюте (по состоянию на 1 декабря 2009 г.). Таким образом, по состоянию на 1 декабря 2009 г. средневзвешенный срок кредитования на рынке ИЖК составлял 194,5 месяцев. Поскольку большинство кредитов выдаются на сроки, кратные пяти годам, то наиболее распространенными сроками кредитования являются десятилетний, пятнадцатилетний и двадцатилетний сроки кредитования. Ниже в табл. 1 представлены расчеты вероятности дефолта для кредитов с такими сроками кредитования.

Таблица 1

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ ДЕФОЛТА ДЛЯ 10-ЛЕТНЕГО, 15-ЛЕТНЕГО И 20-ЛЕТНЕГО КРЕДИТОВ

Вероятность не совершить просрочки при отсутствии текущей просрочки	Вероятность дефолта для 10-летнего кредита	Вероятность дефолта для 15-летнего кредита	Вероятность дефолта для 20-летнего кредита
0,86	0,26305	0,36966	0,46085
0,88	0,15548	0,22549	0,28969
0,9	0,08017	0,11872	0,15565
0,92	0,03447	0,05168	0,06857
0,94	0,01130	0,01705	0,02276
0,96	0,00229	0,00347	0,00464
0,98	0,00015	0,00022	0,00030

Чем больше срок кредитования, тем, очевидно, выше вероятность дефолта при любой фиксированной вероятности p не совершить просрочки при отсутствии текущей просрочки. Итак, оценку средней прибыли, приносимой банку ипотечным кредитом сроком M месяцев, выданным по месячной процентной ставке i, можно найти по формуле:

$$\pi = E(S) * \\ * ((1 - p_{def}(p))k(i, M, r, \delta) - p_{def}(p)k_{потери}). \quad (24)$$

Таким образом, подсчитав математическое ожидание суммы кредита $E(S)$ и коэффициент k и определив для себя значения коэффициента потери и вероятности не совершить просрочки при отсутствии текущей просрочки, банк может по приведенной формуле оценивать прибыль от выдачи ипотечного кредита.

Литература

1. Волошин Г.Я. Методы оптимизации в экономике [Текст] / Г.Я. Волошин. – М. : Дело и сервис, 2004. – 320 с.
2. Грачева М.В. Риск-менеджмент инвестиционного проекта [Текст] / М.В. Грачева, А.Б. Секерин. – М. : Юнити-Дана, 2009 – 544 с.
3. Гриненко С.В. Экономика недвижимости [Текст] : конспект лекций / С.В. Гриненко. – Таганрог : ТРТУ, 2004. – 100 с.
4. Ипотека в России [Электронный ресурс] : информационный портал. – Режим доступа: http://www.rusipoteka.ru/.
5. Кельберт М.Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах / М.Я. Кельберт, Ю.М. Сухов. – Т. 2 : Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. – М. : МЦНМО, 2009. – 295 с.
6. Кузюрин Н.Н. Эффективные алгоритмы и сложность вычислений [Электронный ресурс] / Н.Н. Кузюрин // Группа алгоритмов дискретной оптимизации отдела математических методов и алгоритмов Института системного программирования РАН. URL: http://discopal.ispras.ru/lectures/book-advanced-algorithms.pdf.
7. Томас Р. Количественный анализ хозяйственных операций и управленческих решений [Текст] / пер. с англ. ; науч. ред. к.э.н. В.М. Матвеева. – М. : Дело и сервис, 2003. – 432 с.
8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Текст] / Г.М. Фихтенгольц. – Т. 2. – М. : Наука, 1970. – 800 с.
9. Центральный банк РФ [Электронный ресурс] : официальный сайт. – Режим доступа: http://www.cbr.ru/.
10. Thomas L.C. Methodologies for classifying applicants for credit. Statistics in Finance. – London : Arnold, 1998. – p. 83-103.

Ключевые слова

Ипотека; ипотечный кредит; прибыль; оценка средней прибыли; вероятность дефолта; «хороший» кредит; «плохой» кредит; дифференцированные платежи; аннуитетные платежи; теория цепей Маркова.

Рощина Янина Александровна

РЕЦЕНЗИЯ

Рецензируемая статья посвящена проблеме оценки прибыли, приносимой банку выдачей ипотечных кредитов.

Актуальность темы статьи. Важность прогноза и оценки прибыли в процессе осуществления банковской деятельности определяет необходимость корректного расчета показателя прибыли, на основе которого банк делает выводы о направлениях своей деятельности в ближайшей или долгосрочной перспективе. Особая актуальность корректной оценки прибыли именно в области ипотечного кредитования связана с тем, что ипотечные кредиты – самые невыгодные для банка кредиты. По сравнению с другими видами кредитов, прибыль для банка по ипотечным кредитам минимальна, и при дефиците денег, выбирая, какие программы кредитования оставить, а какие – сократить, банк чаще всего делает выбор не в пользу ипотечных программ. Занижение оценки прибыли может привести к значительному сокращению ипотечных программ, завышение – к снижению достоверности и объективности представления результатов деятельности банка. Таким образом, тематика рецензируемой статьи является весьма актуальной.

Научная новизна и практическая значимость. Российские банки предлагают своим заемщикам два основных способа погашения кредита: ежемесячные аннуитетные платежи и дифференцированные выплаты по фактическому остатку. В статье описан механизм определения теоретической прибыли как в случае аннуитетных, так и в случае дифференцированных платежей. Показано, что реальная прибыль редко совпадает с теоретической из-за несоблюдения заемщиком графика погашения кредита. Предложен механизм разделения выданных банком ипотечных кредитов на два класса – те, которые станут к концу срока своей «жизни» «хорошими» и «плохими» (дефолтными). Предложен способ оценки вероятности дефолта. Предложен метод оценки реальной прибыли на основе теоретической прибыли и вероятности дефолта.

Научную новизну рецензируемой статьи составляют предложенные механизмы оценки реальной прибыли от выдачи ипотечного кредита и вероятности дефолта.

Практическая значимость обусловлена возможностью ее применения в отделах ипотечного кредитования банка для прогнозирования прибыли и вероятности дефолта.

Заключение. Рецензируемая статья удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к научным публикациям, и может быть рекомендована к публикации.

Грачева М.В., д.э.н., профессор, зав. кафедрой математических методов анализа экономики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

3.8. ESTIMATION OF MORTGAGE CREDIT PROFIT

Y.A. Roshchina, Post-graduate Student, Faculty of Economics, Mathematical Methods of the Analysis of Economy Chair

Lomonosov Moscow State University

The subject of consideration of this paper is the estimation of the average profit by one mortgage credit with fixed rate and fixed period.

Today in Russia there are two main methods of the mortgage credit repayment: graduated amortisation and annuity amortisation. Annuity amortisation is more widespread among Russian banks, but graduated amortisation is also takes hold recently. Profit determination mechanism for both credit repayment methods is described in the paper. It is shown that the real profit is rarely coincides with the theoretical profit because of the credit repayment schedule nonobservance. The way of mortgage credits division into two groups – credits which would become «good» and «bad» (default) – is proposed. The way of the default probability estimation is proposed. The way of the real profit estimation on the basis of the theoretical profit and default probability estimation is proposed.

Literature

1. G.Y. Voloshin. Optimization methods in economics. – M. : Delo i servis, 2004. – 320 p.
2. M.V. Gracheva. Risk-management of investment project. – M. : Yuniti-Dana, 2009. – 544 p.
3. S.V. Grinenko. The real estate economics : synopsis of lectures. – Taganrog : TRTU, 2004. – 100 p.
4. M.Y. Kelbert. Probability and statistics: examples and problems. Vol.2. Markov chains as departing point of random process theory and their applications. – M. : MTsNMO, 2009. – 295 p.
5. N.N. Kuzjurin. Effective algorithms and computational complexity. URL: http://discopal.ispras.ru/lectures/book-advanced-algorithms.pdf.
6. R. Thomas. Quantitative methods for business studies. – M. : Delo i servis, 2003. – 432 p.
7. G.M. Fikhtengolts. Course of differential and integral calculus, vol.2. – M. : Nauka, 1970 – 800 p.
8. L.C. Thomas. Methodologies for classifying applicants for credit. Statistics in Finance. – London : Arnold, 1998. – p. 83-103.
9. http://www.cbr.ru/
10. http://www.rusipoteka.ru/

Keywords

Mortgage; mortgage credit; profit; estimation of average profit; default probability; «good» credit; «bad» credit; graduated amortisation; annuity amortisation; Markov chains theory.