8. ПРОБЛЕМЫ ИНВЕСТИРОВАНИЯ

8.1. ПОРТФЕЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ НА БАЗЕ КОМПЛЕКСНЫХ ИНДЕКСНЫХ МЕР РИСКА[1]

Бронштейн Е.М., д.ф.-м.н., профессор;
Шапошникова А.Г., аспирант

Уфимского государственного авиационного технического университета

Предложена и исследована методика оптимизации портфеля ценных бумаг, основанная на использовании некоторых семейств комплексных индексных мер риска. В качестве критерия оптимальности предлагается применять доходность портфеля на последующем временном промежутке.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема формирования оптимального портфеля ценных бумаг занимает одно из ведущих мест в современной экономической теории и практике. Ежедневно на мировых фондовых рынках инвесторы ведут активную работу по вложению средств в ценные бумаги. Однако многообразие ценных бумаг, изменчивая ситуация на рынке не позволяют принять однозначно правильное решение относительно структуры портфеля ценных бумаг. Сформировать качественный в том или ином смысле портфель ценных бумаг в условиях неопределенности достаточно сложно. Для принятия обоснованного решения инвестору приходится использовать экономико-математические методы анализа.

В настоящей статье предлагаются и экспериментально анализируются некоторые новые меры риска, работа является развитием статьи авторов [3, с. 52].

ПОДХОДЫ К ПРОБЛЕМЕ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПОРТФЕЛЯ

Существует два основных подхода к проблеме портфельной оптимизации в условиях неопределенности. Первый подход базируется на использовании теории полезности (utility theory). Этот подход предлагает строгую математическую обработку проблемы выбора оптимального портфеля, но является отдаленным от реального мира и не популярен среди инвесторов. Другой подход – это анализ доходность / риск (reward-risk analysis). Согласно этому подходу, выбор портфеля производиться на основе соотношения двух критериев: ожидаемой доходности портфеля и риска. Анализ соотношения риск / доходность предполагает оптимизацию сочетания риска и доходности. Многие исследователи формируют интегральные показатели, которые учитывают оба фактора и называют их мерами риска. Такой подход удобен с точки зрения простоты вычислений и геометрической интерпретации.

Дж. Сегё высказал точку зрения, согласно которой развитие мер риска – это третья революция в математической теории финансов в XX в. после работ Марковица и Блека-Шоулза-Мертона [10, с. 12], причем эта революция не завершена. Наиболее распространенной мерой риска в настоящее время является величина ***VaR***. Впервые value-at-risk (***VaR***) была использована компанией J.P. Morgan в 1994 г. и рекомендована к применению Базельским комитетом по банковскому надзору [5].

VaR – это величина убытков, которая с вероятностью, равной уровню доверия (например, 99%), не будет превышена. Несмотря на свою популярность, ***VaR*** обладает рядом существенных недостатков.

1. ***VaR*** не учитывает возможных больших потерь, которые могут произойти с маленькими вероятностями.
2. ***VaR*** не может различить разные типы хвостов распределения потерь и поэтому недооценивает риск в случае, когда распределение потерь имеет «тяжелые хвосты» (т.е. его плотность медленно убывает).

VaR поощряет торговые стратегии, которые дают хороший доход при большинстве сценариев, но иногда могут приводить к катастрофическим потерям.

С. Урясевым [11, с. 279; 12, с. 1] была предложена мера риска conditional value-at-risk (***CVaR***). ***CVaR*** – это математическое ожидание доходов, меньших ***VaR***. Эта мера риска более адекватно оценивает риск, когда плотность распределения предполагаемой прибыли имеет «тяжелый хвост». Пока эта мера риска не стала общепринятой при оценке риска.

В современной портфельной теории ведутся широкие исследования по разработке альтернативных мер риска. Однако все современные меры риска имеют определенные недостатки и ограничения и общепризнанной универсальной меры риска в настоящее время не существует.

Разработка безразмерных (индексных) мер риска началась с работ Шарпа, и была продолжена другими исследователям, в результате появились такие индексы как ***STARR***, Сортино-Сатчелла, Фаринелли-Тибилетти, индекс Рачева и другие [9, с. 369].

В данной работе предлагается использовать комплексные индексные показатели, сочетающие в себе квантильные меры риска, меры уровня и индекс Шарпа.

Портфель ценных бумаг

Пусть рассматриваются n видов ценных бумаг. Под портфелем будем понимать вектор $\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{x_1, x_2, ..., x_n})$, где x_i – доля ***i***-й акции в портфеле, т.е., $\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{x_i} = \boldsymbol{1}$, $\boldsymbol{x_i} \geq \boldsymbol{0}$ (операции вида «короткие продажи» не разрешены).

Пусть $\boldsymbol{c_{ij}}$ – цена (курс, котировка) ***i***-й акции в ***j***-й день $(\boldsymbol{j} = \overline{\boldsymbol{1,T}})$.

Наблюдения над ценами акций образуют матрицу размеров ***T * n***, где ***T*** – временной горизонт, на котором рассматриваются статистические данные.

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & ... & c_{n1} \\ c_{12} & c_{22} & ... & c_{n2} \\ ... & ... & ... & ... \\ c_{1T} & c_{2T} & ... & c_{nT} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Стоимость портфеля в момент времени ***j*** равна

$$\boldsymbol{P_j(X)} = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{c_{ij} x_i}. \quad (2)$$

Для сопоставимости доходности различных инструментов для каждой ценной бумаги определяется отношение стоимости ценной бумаги в момент времени

[1] Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 10-06-00001) и гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ №НШ-65497.2010.9.

j ($j=\overline{2,T}$) к стоимости этой бумаги в начальный момент времени $j=1$.

Доходность портфеля определяется по формуле:

$$V_j(X)=\sum_{i=1}^{n}\frac{c_{ij}}{c_{i1}}x_i\,. \qquad (3)$$

Пусть рассматривается некоторое семейство мер риска $\psi_{r,T}(X)$, зависящих от портфеля X и векторного одномерного параметра r (например, у меры Марковица), параметр – это коэффициент склонности к риску [8, с. 77].

При выборе меры риска, которую следует использовать инвестору с учетом его индивидуальных предпочтений, модель необходимо калибровать, т.е. подобрать параметр r, обеспечивающий формирование оптимального портфеля. Опишем методику калибровки модели [7, с. 193; 3, с. 53].

Методика калибровки модели

Пусть по наблюдениям за курсами акций на временном промежутке длительностью T инвестор желает сформировать портфель на последующий короткий временной промежуток τ, причем эффективность портфеля X инвестор оценивает значением некоторой функции $\varphi_\tau(X)$. Для этого целесообразно по историческим данным проанализировать эффективность портфелей, минимизирующих меру риска $\psi_{r,T}(X)$ при различных значениях параметра r из некоторой области R и попытаться выбрать значения, при которых полученные портфели имеют максимальную эффективность. Тем самым, необходимо решить следующую двухэтапную оптимизационную задачу.

$$X_T(r)=\arg\min_X \psi^*_{r,T}(X), \qquad (4)$$

$$r^0(T,\tau)=\arg\max_{r\in R}\varphi_\tau(X_T(r))), \qquad (5)$$

Здесь $\psi^*_{r,T}(X)$ – статистическая оценка меры риска, вычисленная по историческим данным на временном промежутке T.

Если удается в результате решения оптимизационной задачи (4-5) при сдвиге исторических временных интервалов $T,\ \tau$ выделить множество

$$R^*(T,\tau)= \\ =\left\{r\in R\,|\,\varphi_\tau(X_T(r))>\beta\varphi_\tau(X_T(r^0(T,\tau)))\right\}, \qquad (6)$$

где число β достаточно близко к единице (0,95; 0,99), то значения параметров из множества $R^*(T,\tau)$ можно рекомендовать к использованию при формировании оптимального портфеля.

Комплексные индексные меры риска

Квантильные меры риска и описательные статистики основаны на принципиально разных подходах к пониманию и оценке риска. Квантильные меры рассматривают риск как минимальную границу доходности с некоторым уровнем достоверности. Описательные статистики определяют положение центра распределения, вокруг которого концентрируются данные и форма распределения. Совмещение этих двух подходов позволит учесть различные характеристики распределения доходности.

В качестве квантильных мер риска в работе используются **VaR** и **CVaR**. При этом наряду с левым хвостом распределения доходности рассматривается и правый хвост. Левый хвост распределения доходности определяется:

$$VaR^-_\alpha(X)=\max\{\varepsilon\,|\,P(V(X)\le\varepsilon\}\le\alpha, \qquad (7)$$

$$CVaR^-_\alpha(X)=E[V(X)\,|\,V(X)\le VaR_\alpha(X)], \qquad (8)$$

Здесь

X – портфель;

$V(X)$ – случайная величина – доходность портфеля X;

P – вероятность;

α – достаточно малое положительное число (0,1; 0,05; 0,01);

E – математическое ожидание, распределение доходности предполагается непрерывным.

$VaR^-_\alpha(X)$ является $1-\alpha$ – квантилем распределения доходности.

Аналогичные характеристики для правого хвоста распределения доходности:

$$VaR^+_\alpha(X)=\min\{\varepsilon\,|\,P(V(X)\ge\varepsilon\}\le\alpha, \qquad (9)$$

$$CVaR^+_\alpha(X)=E[V(X)\,|\,V(X)\ge VaR^+_\alpha(X)]\,\cdot \qquad (10)$$

Графически величины (7-10) отражены на рис. 1.

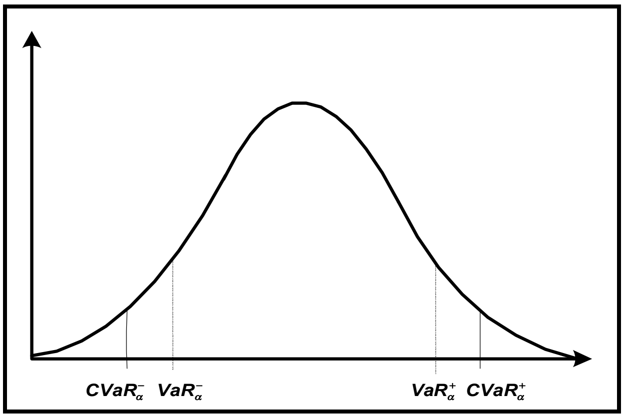

Рис. 1. Квантильные меры риска

Наряду с квантильными мерами риска мы используем коэффициент асимметрии:

$$\gamma=\frac{E[(V(X)-E(V(X))^3]}{\sigma^3},$$

где σ – стандартное отклонение, а также моду и медиану распределения доходности.

Экономический смысл коэффициента асимметрии заключается в следующем. Если коэффициент имеет положительное значение (положительный скос), то более высокие доходы (правый «хвост») являются более вероятными, чем низкие и наоборот. Понятно, что чем больше значение коэффициента асимметрии, тем лучше выбран портфель.

Напомним, что мода Mo – это точка максимума плотности распределения, а медиана Me – квантиль уровня 0,5.

Исследуются следующие новые меры риска.

1. Комбинация меры **VaR** и коэффициента асимметрии:

$$M_1(\alpha,\beta)=-\frac{VaR^-_\alpha(X)}{VaR^+_\alpha(X)}-\beta\gamma. \qquad (11)$$

Величина α (доверительная вероятность) позволяет изменять длину используемых «хвостов»: чем больше значение α, тем длиннее «хвосты» и тем ближе **VaR** к медиане случайной величины X. Если α слишком мало при фиксированном временном промежутке T, то «хвосты» не дают адекватной оценки поведения случайной величины X. В то же время, если α велико, то полученные значения малоинформативные.

Положительный коэффициент β позволяет изменять влияние коэффициента асимметрии при вычислении комплексной меры риска.

Отношения квантильных мер риска аналогично индексу Рачева [9, с. 369], идея использования коэффициента асимметрии в качестве показателя риска сформулирована там же.

В [3, с. 52] в результате численного эксперимента показано, что индексные меры, сформированные на базе **CVaR**, эффективнее, нежели на базе **VaR**. Поэтому мы в основном используем **CVaR**.

2. Комбинация меры **CVaR**, моды и коэффициента асимметрии:

$$M_2(\alpha,\beta) = -\delta\frac{Mo}{CVaR_\alpha^+(X)} - \frac{CVaR_\alpha^-(X)}{CVaR_\alpha^+(X)} - \beta\gamma. \quad (12)$$

3. Комбинация меры **CVaR**, медианы и коэффициента асимметрии:

$$M_3(\alpha,\beta) = -\delta\frac{Me}{CVaR_\alpha^+(X)} - \frac{CVaR_\alpha^-(X)}{CVaR_\alpha^+(X)} - \beta\gamma. \quad (13)$$

4. Комбинация меры **CVaR**, меры Шарпа, моды и коэффициента асимметрии:

$$M_4(\alpha,\beta) = -\delta\frac{Mo}{CVaR_\alpha^+(X)} - \frac{EP - EObl}{ES} - \beta\gamma, \quad (14)$$

где

EP – мат. ожидание доходности портфеля;

EObl – доходность безрискового инструмента;

ES – стандартное отклонение доходности портфеля.

5. комбинация меры **CVaR**, меры Шарпа, медианы и коэффициента асимметрии:

$$M_5(\alpha,\beta) = -\delta\frac{Me}{CVaR_\alpha^+(X)} - \frac{EP - EObl}{ES} - \beta\gamma. \quad (15)$$

Для сравнительного анализа эффективности использования новых мер риска применялся индекс Шарпа (меры риска (12-15) при $\delta = \beta = 0$).

Опишем построение статистических оценок мер риска по выборочным данным.

Пусть $V_1(X) \le V_2(X) \le \ldots \le V_T(X)$ – упорядоченная по возрастанию последовательность доходностей портфеля X за T дней наблюдения, $l = [\alpha T]$. Тогда

$$VaR_\alpha^-(X) = V_l(X);\ VaR_\alpha^+(X) = V_{N-l+1}(X), \quad (16)$$

$$CVaR_\alpha^-(X) = \\ = \sum_{i=1}^{l} V(X)/l;\ CVaR_\alpha^+(X) = \sum_{i=1}^{l} V_{N-l+i}(X)/l. \quad (17)$$

Из представлений (16), (17) с использованием стандартных выражений для статистических оценок получаем:

$$M_1(\alpha,\beta) = -\frac{V_l(X)}{V_{N-l+1}(X)} - \\ -\beta\frac{\sqrt{T}\sum_{i=1}^{T}(V_i(X) - \sum_{j=1}^{T}V_j(X)/T)^3}{(\sum_{i=}^{T}(V_i(X) - \sum_{j=1}^{T}V_j(X)/T)^2)^{3/2}} \quad (18)$$

$$M_2(\alpha,\beta) = -\delta\frac{Mo}{\sum_{i=1}^{l}V_{N-l+i}(X)} - \frac{\sum_{i=1}^{l}V_i(X)}{\sum_{i=1}^{l}V_{N-l+i}(X)} - \\ -\beta\frac{\sqrt{T}\sum_{i=1}^{T}(V_i(X) - \sum_{j=1}^{T}V_j(X)/T)^3}{(\sum_{i=}^{T}(V_i(X) - \sum_{j=1}^{T}V_j(X)/T)^2)^{3/2}}. \quad (19)$$

Поскольку значение T предполагается достаточно большим, то для упрощения записи мы при вычислении стандартного отклонения используем знаменатель T вместо $T - 1$. Меры $M_3 - M_5$ вычисляются аналогичным образом. Статистическая оценка медианы вычисляется по формуле:

$Me = V_{[T/2]}(X)$.

Для вычисления статистической оценки моды. Строится гистограмма значений $V_i(X)$ и находится середина промежутка, на котором значение гистограммы является максимальным.

Вычислительная схема

Приведем методику решение задачи (4) при фиксированных параметрах (α, β, δ) в какой-либо мере риска (11-15).

1. Генерируется случайная точка, равномерно распределенная в симплексе:

$$x_i \ge 0,\ \sum_{i=1}^{n}x_i = 1 \quad (i = \overline{1,n}).$$

Для этого генерируются последовательно ($n - 1$) случайная величина следующим образом. Положим

$$p_{k,a}(t) = C(k,a)(a-t)^{n-1-k}, \quad C(k,a) = \frac{n-k}{a^{n-k}}.$$

- x_1 подчиняется распределению с плотностью $p_{1,1}(t)$ на отрезке [0,1], для этого стандартным образом преобразуется равномерно распределенная случайная величина (здесь и далее использовался датчик псевдослучайных чисел Уичмана-Хилла [4, с. 472]);
- x_k подчиняется распределению с плотностью $p_{k,a}(t)$ на отрезке $[0, a]$, $\alpha = 1 - \sum_{i=1}^{k-1}x_i$ при $k = 2, \ldots, n-1$;
- $x_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1}x_i$.

Можно проверить, что случайная точка $(x_1,..,x_n)$ равномерно распределена в симплексе $x_i \ge 0$, $\sum_{i=1}^{n}x_i = 1, (i = \overline{1,n})$

Далее применяется градиентный метод в форме Франка-Вульфа [1, с. 319], в качестве начального принимается портфель $X^{(0)} = (x_1,..,x_n)$, сгенерированный на первом этапе.

Приближение $X^{(k+1)}$ строится следующим образом. На симплексе $x_i \ge 0$, $\sum_{i=1}^{n}x_i = 1$ минимизируется линейная функция

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial F(X^{(k)})}{\partial x_i}x_i,$$

где в качестве функции F принимается та или иная мера риска (11-15).

Пусть решение этой задачи $Y^{(k)}$. Принимаем:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \lambda(Y^{(k)} - X^{(k)}),$$

где

λ – шаг вычислений. Если эта точка оказывается вне симплекса (нарушаются условия неотрицательности компонент вектора), то уменьшаем шаг так, чтобы точка $X^{(k+1)}$ оказалась на границе симплекса.

Построение продолжается, пока на очередной итерации не получим нулевого градиента, точку на границе или не будет достигнуто неравенство:

$$|F(X^{(k+1)}) - F(X^{(k)})| < \varepsilon,$$

где

ε – принятая точность вычислений.

2. Шаги 1 и 2 повторяются, пока не будет достигнута стабилизация рекордного значения функции F. В частности, мы считали критерием стабилизации неулучшаемость рекордного значения при десяти повторениях шагов 1-2.

Результаты вычислительного эксперимента

Был проведен ряд вычислительных экспериментов, они дали сходные результаты. Исследована эффективность применения предложенных мер риска, произведена калибровка моделей по параметрам α, β, δ.

Описанная вычислительная схема была реализована в среде Delphi.

Приведем результаты одного из экспериментов. Информационную базу данных составили архивы котировок акций, размещенные на сайтах Российской торговой системы [2] и РИА «РосБизнесКонсалтинг» [6]. Для анализа были взяты котировки по 19 акциям и одной облигации за период с 1 августа 2006 г. по 31 июля 2009 г. (около трех лет).

Таблица 1

ИСХОДНЫЙ НАБОР ЦЕННЫХ БУМАГ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ПОРТФЕЛЯ

№	Наименование	№	Наименование
1	«Вимм-Биль-Данн» (ао)	11	«ОМЗ» (ао)
2	«Волгателеком» (ао)	12	«Полюс-золото» (ао)
3	«Иркутск-энерго» (ао)	13	«Роснефть» (ао)
4	«Лукойл» (ао)	14	«Северсталь» (ао)
5	«Магнит» (ао)	15	«Сибирьтелеком» (ао)
6	«МГТС» (ао)	16	Сургутнефтегаз» (ао)
7	«ММК» (ао)	17	«Татнефть» (ао)
8	«МТС» (ао)	18	«Таттелеком» (ао)
9	«Нор. Никель» (ао)	19	«Уралсвязьинформ» (ао)
10	«ОГК-5» (ао)	20	«Мосэнерго» (обл.)

Период T (см. (4) составил 27 месяцев – 1 094 торговых сессий. В качестве функции φ принимались доходность, промежуток τ принимался равным одному месяцу (июль 2009 г.), одной неделе (последняя неделя июля 2009 г.), одному дню (31 июля 2009 г.). За этот период рынок в целом падал, так что целью инвестора являлась не максимизация прибыли, а минимизация потерь.

Для мер M_1-M_5 задача (5) решалась на сетке: $\alpha \in [0{,}01;0{,}4]$ с шагом 0,01; $\beta \in [0;5]$ с шагом 1; $\delta \in [0;10]$ с шагом 1. Для индекса Шарпа в качестве безрискового инструмента использовалась облигация, средняя доходность облигации за анализируемый период равна 0,772.

Оказалось, что для всех трех временных промежутков значения параметров α, β, при которых получен оптимальный портфель, очень близки.

Результаты численного эксперимента приведены в табл. 2, рис. 2 и 3.

Таблица 2

СТРУКТУРА ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ ПРИ НАИЛУЧШИХ ПАРАМЕТРАХ *А*, *В*, *Δ* (ДОЛИ)

Эшелон	Отрасль	Компания	M_1	M_2	M_3	M_4	M_5	Шарп
3	Продукты питания	«Вимм-Биль-Данн»	0,012	0,006	0,003	0,008	0.001	0.003
2	Телекоммуникации	«Волгателеком»	0,001	0,015	0,008	0,023	0.031	0.022
3	Эл-во	«Иркутскэнерго»	0,039	0,012	0,021	0,052	0.01	0.002
1	Нефть	«Лукойл»	0,108	0,319	0,287	0,295	0.14	0.01
3	Продукты питания	«Магнит»	0,012	0,03	0,015	0,029	0.066	0.004
2	Телекоммуникации	«МГТС»	0,027	0,051	0,006	0,063	0.044	0.013
3	Металл	«ММК»	0,012	0,006	0,003	0,025	0.015	0.045
2	Телекоммуникации	«МТС»	0,029	0,015	0,053	0,006	0.011	0.002
1	Металл	«Нор. никель»	0,086	0,029	0,014	0,053	0.159	0.072
2	Эл-во	«ОГК-5»	0,005	0,034	0,038	0,043	0.01	0.079
3	Машиностр.	«ОМЗ»	0,068	0,05	0,005	0,003	0.027	0.038
2	Золото	«Полюс-золото»	0,038	0,002	0,032	0,012	0.004	0.005
1	Нефть	«Роснефть»	0,045	0,026	0,026	0,035	0.044	0.253
2	Металл	«Северсталь»	0,11	0,025	0,019	0,015	0.036	0.068
2	Телекоммуникации	«Сибирьтелеком»	0,013	0,065	0,009	0,015	0.107	0.071
1	Нефть	«Сургутнефтегаз»	0,259	0,208	0,349	0,275	0.198	0.093
1	Нефть	«Татнефть»	0,047	0,041	0,053	0,003	0.066	0.117
2	Телекоммуникации	«Таттелеком»	0,026	0,055	0,055	0,044	0.022	0.071
2	Телекоммуникации	«Уралсвязьинформ»	0,063	0,011	0,004	0,001	0.009	0.032
Доходность портфеля за следующий день			0.9794	0.9809	0,9796	0,9792	0,9757	0,9715

Таблица 3

СТРУКТУРА ПОРТФЕЛЯ ПО ВИДАМ ЦЕННЫХ БУМАГ

%

Вид ценных бумаг	Мера риска					
	M1	**M2**	**M3**	**M4**	**M5**	**Шарп**
1-й эшелон	55	62	73	66	61	55
2-й эшелон	28	26	17	22	26	36
3-й эшелон	17	12	10	12	13	9

Таблица 4

СТРУКТУРА ПОРТФЕЛЯ ПО ОТРАСЛЯМ

%

Отрасль	Мера риска					
	M1	**M2**	**M3**	**M4**	**M5**	**Шарп**
Нефтяная промышленность	45,9	59,4	71,5	60,8	44,8	47,3
Металлургия	20,8	6,0	3,6	9,3	21,0	18,5
Телекоммуникация	15,9	21,2	13,5	15,2	22,4	21,1
Машиностроение	6,8	5,0	0,5	0,3	2,7	3,8
Энергетика	4,4	4,6	5,9	9,5	2,0	8,1
Золотодобыча	3,8	0,2	3,2	1,2	0,4	0,5
Пр-во и торговля продуктами питания	2,4	3,6	1,8	3,7	6,7	0,7

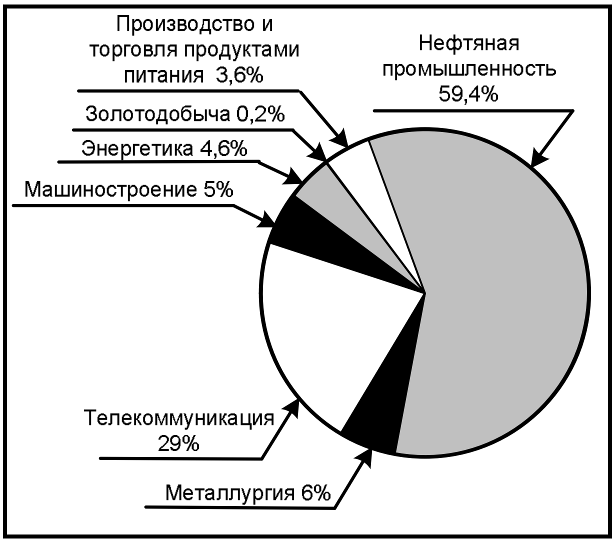

Рис. 2. Структура портфеля при использовании критерия M_2.

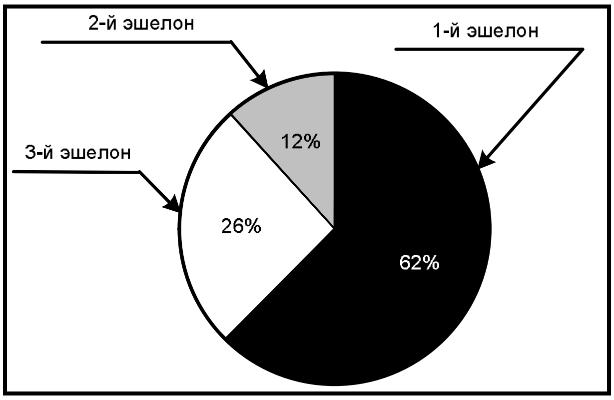

Рис. 3. Структура портфеля при использовании критерия M_2

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложены новые индексные меры финансового риска, исследована эффективность их применения при формировании портфелей, произведена калибровка соответствующих портфелей.

Результаты анализа вычислительного эксперимента показали следующее.

Использование индексной меры $\boldsymbol{M_2}$, основанной на мере ***CVaR***, асимметрии и моде приводит к формированию более эффективного портфеля, нежели при использовании индекса Шарпа и других предложенных мер.

- Наилучшие параметры для меры риска $\boldsymbol{M_2}$:
- $\boldsymbol{\alpha \approx 0,2}$;
- $\boldsymbol{\beta}$ в интервале (2; 4);
- $\boldsymbol{\delta = 4}$.

Уровень диверсифицированности оптимальных портфелей, построенных на базе предложенных мер, весьма высок. Диверсифицированность высока как по видам ценных бумаг, так и по отраслям.

Литература

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах [Текст] / Акулич И.Л. – М. : Высшая школа, 1986. – 319 с.
2. Биржа РТС [Электронный ресурс] : официальный сайт. – Режим доступа: http://www.rts.ru
3. Бронштейн Е.М. Формирование портфеля ценных бумаг на основе комплексных индексных мер риска [Текст] / Бронштейн Е.М., Вайнер (Шапошникова) А.Г. // Управление риском. – 2010. – №1. – С.52-59.
4. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. [Текст] / Лагутин М.Б. – М. : Бином, 2007. – 472 с.
5. Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: уточненные рамочные подходы [Электронный ресурс] // Банк международных расчетов. 2004. URL: http://www.cbr.ru/today/pk/Basel.pdf.
6. Росбизнесконсалтинг [Электронный ресурс] : агентство ; официальный сайт. – Режим доступа http://www.rbk.ru.
7. Bronshtein E. Investment portfolio optimization and some classes of risk measures. / Bronshtein E., Zubairova I., Il'in P., Kachkaeva M., Fridman G. // Proceedings of the 11th international workshop on computer science and information technologies CSIT. 2009, v. 1. Crete, Greece. – P.192-195.
8. Markowitz H.M. Portfolio selection / Markowitz H.M. // The Journal of Finance. – 1952. – v.7 (1). – P. 77-91.
9. Rachev S.T. Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distribution. Implications for Risk Management, Portfolio Selection, and Option Pricing. / Svetlozar T. Rachev, Christian Menn, Frank J. Fabozzi – John Wiley & Sons, 2005. – 369 p.
10. Risk Measures for the 21st Century / Giorgio Szegö (Editor) – John Wiley & Sons, 2004.– 512 p.
11. Sarykalin S. VaR vs CVaR in Risk Management and Optimization. [Текст] / Sarykalin,S., Serraino,G., and Uryasev, S . – Tutorials in Operations Research. – INFORMS. – 2008 – P.279-294.
12. Uryasev S. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications / Uryasev S. // Financial Engineering News. – 2000. – №14 – P.1-5.

Ключевые слова

Портфель ценных бумаг; доходность; меры риска; ***VaR***; ***CvaR***; асимметрия; мода; медиана; индекс Шарпа.

Бронштейн Ефим Михайлович

Шапошникова Анна Геннадьевна

РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность темы. Адекватность оценки риска является важнейшим условием эффективного управления портфелем ценных бумаг. В настоящее время используются различные подходы к оценке риска, базирующиеся на различном понимании природы риска. В статье намечены новые подходы, основанные на синтезе различных подходов. Тем самым представленная работа чрезвычайно актуальна.

Научная новизна и практическая значимость. В работе исследуются новые меры риска, проводится их сравнительный анализ на обширном экспериментальном материале. Эти результаты являются вкладом в формирующуюся научную дисциплину – теорию риска.

Практическая значимость состоит в том, что исследования авторов направлены на получение конкретных результатов (в частности определены параметры мер риска), которые портфельный инвестор может применять на практике.

Заключение. Считаю, что представленная статья соответствует требованиям, предъявляемым к научным работам, и рекомендую ее к публикации.

Зайнашев Н.К., д.э.н., профессор Уфимского государственного авиационного технического университета

8.1. PORTFOLIO OPTIMIZATION BASED ON COMPLEX INDEX RISK MEASURES

E.M. Bronshtein, Sc.D. (Mathematics, Financial Mathematics), Professor;
A.G. Shaposhnikova, Post-graduate Student

Ufa State Aviation Technical University

The technique of optimization of a securities portfolio , based on use of some families of complex index risk measures is offered and investigated. As criterion of an optimality it is offered to apply the profitableness of a portfolio on the subsequent time interval.

Literature

1. I.L. Akulich. Mathematical programming in examples and problems [Text] / Akulich I.L. – M.: The Higher school, 1986. – 319 p.
2. Stock exchange RTS [the Electronic resource]: an official site. – an access mode: http://www.rts.ru
3. Bronshtein E.M. Securities portfolio forming on the base of complex index risk measures [Text] / Bronshtein E.M., Vainer (Shaposhnikova A.G.) // Management of risk. – 2010. – №1. – P. 52-59.
4. M.B. Lagutin. The evident mathematical statistics. [Text] / Lagutin M.B – M.: Binom, 2007. – 472 p.
5. The International convergence of measurement of the capital and capital standards: the specified frame approaches [the Electronic resource]//Bank of international payments. 2004. URL: http://www.cbr.ru/today/pk/Basel.pdf.
6. Rosbizneskonsalting [the Electronic resource]: agency; an official site. – an access mode http://www.rbk.ru
7. E. Bronshtein. Investment portfolio optimization and some classes of risk measures. / Bronshtein E., Zubairova I., Il'in P., Kachkaeva M., Fridman G. // Proceedings of the 11th international workshop on computer science and information technologies CSIT. 2009, v. 1. Crete, Greece. – P.192-195.
8. H.M. Markowitz. Portfolio selection / Markowitz H.M. // The Journal of Finance. – 1952. – v.7 (1). – P. 77-91.
9. S.T. Rachev. Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distribution. Implications for Risk Management, Portfolio Selection, and Option Pricing. / Svetlozar T. Rachev, Christian Menn, Frank J. Fabozzi – John Wiley & Sons, 2005. – 369 p.
10. Risk Measures for the 21st Century / Giorgio Szegö (Editor) – John Wiley & Sons, 2004.– 512 p.
11. S. Sarykalin. VaR vs CVaR in Risk Management and Optimization. [Текст] / Sarykalin, S., Serraino, G., and Uryasev, S . – Tutorials in Operations Research. – INFORMS. – 2008 – P.279-294.
12. S. Uryasev. Conditional Value-at-Risk: Optimization Algorithms and Applications / Uryasev S. // Financial Engineering News. – 2000. – №14 – P.1-5.

Keywords

Securities portfolio; profitableness; risk measures; VaR; CvaR; skewness; mode; median; Sharp index.