3.3. О МОДЕЛИ СМО В ПОДДЕРЖКУ ПРИНЯТИЯ БРОКЕРСКИХ РЕШЕНИЙ

Басангов Ю.М., специалист по финансовым рынкам, ООО УК «Интеграл»;
Перевозчиков А.Г., д.ф.-м.н., профессор, академик РАЕН, профессор кафедры финансов и менеджмента Тверского института экологии и права

Рассматривается локальная задача принятия решения брокером фондовой биржи продавать или покупать акции определенного типа. Оказывается, что поведение случайной цены акции можно представить как изменение состояния в системе массового обслуживания (СМО), известной в литературе как модель размножения-гибели. Текущее состояние отождествляется с попаданием очередного значения цены в отрезок, на которые разбито множество возможных значений, определяемое по известному правилу трех сигм. В качестве локального критерия используется ожидаемое значение выигрыша за достаточно малый промежуток времени. Полученное решающее правило в поддержку принятия брокерских решений может быть использовано практикующими агентами фондового рынка, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается локальная задача принятия решения брокером фондовой биржи продавать или покупать акции определенного типа. Оказывается, что поведение случайной цены акции x можно представить как изменение состояния в некоторой системе массового обслуживания (СМО) [3, 4]. А именно, в СМО, известной в литературе, как модель размножения-гибели [3]. Будем отождествлять с состоянием k попадания очередного значения с.в. x в отрезок X_k, на которые разбито множество возможных значений определяемое по известному правилу трех сигм. Предполагается марковость переходов в рассматриваемой СМО. Аналитики фондового рынка считают, что свойство марковости всех переходов может выполняться лишь на сравнительно небольших промежутках времени, а потом оно теряется. Поэтому предлагаемую модель можно использовать лишь локально, когда поведение изменения цены акции можно считать Марковским процессом. В качестве локального критерия можно использовать ожидаемое значение выигрыша за достаточно малый промежуток времени, следующий за текущим моментом. Если известно статистическое распределение случайной цены акции x, то можно найти приближенно вероятности p_k ее попадания в отрезок X_k. В настоящей работе показано, что решающее правило типа продавать или покупать акции определенного типа может быть выражено на языке локальной монотонности последовательности p_k. А именно, покупать в состоянии k нужно, если последовательность p_k локально возрастает, и продавать – в противном случае. Предлагаемое правило в поддержку принятия брокерских решений может быть использовано практикующими агентами фондового рынка, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ

Обозначим через m среднее значение цены M какой-нибудь акции, с которой работает брокер. Ее можно считать в простейшем случае величиной распределенной по нормальному закону, что будет обозначаться как:

$$M \in N(m,\sigma).$$

Пусть σ – соответствующее СКО.

Рассмотрим нормированную величину:

$$x = M/m \in N(1,\sigma/m).$$

Таким образом $m_x = 1, \sigma_x = \sigma/m$, и в частности, СКО нормированной безразмерной цены представляет собой вариацию с.в. x. С практической точки зрения значения с.в. x не выходят за пределы отрезка:

$$[1-3\sigma_x, 1+3\sigma_x].$$

Разобьем этот отрезок на $2n$ частей длины $\delta_n = 3\sigma_x / n$ точками:

$$x_{-n} = 1+\delta_n k, k = -n, -(n-1), \ldots, n-1, n.$$

Обозначим:

$$X_k = \begin{cases} [x_k, x_{k+1}], k = -n, \ldots, -1; \\ [x_{k-1}, x_k], k = 1, \ldots, n. \end{cases} \quad (1)$$

И будем отождествлять с событием попадания очередного значения с.в. x в отрезок:

$$X_k, k = -n, \ldots, n.$$

С использованием таблиц для функции Лапласа $\Phi(x)$ можно определить вероятность p_k попадания в отрезок:

$$X_k, k = -n, \ldots -1, 1, \ldots, n.$$

Предполагается, что случайная цена x меняется скачками и поток скачков изменения случайной цены x является простейшим. Причем таким, что вероятность перехода в не соседнее состояние пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью перехода в соседнее состояние, или вероятностью остаться в текущем состоянии. В этих предположениях поведение системы может быть описано СМО, известной как модели рождения-гибели [2].

Обозначим плотность числа переходов из состояния:

$$X_k, k = -n, \ldots -1, 1, \ldots, n,$$

в состояние X_{k+1} через λ_k. Причем $\lambda_n = 0, \lambda_{-n-1} = 0$.

Аналогично обозначим плотность числа переходов из состояния:

$$X_k, k = -n, \ldots -1, 1, \ldots, n,$$

в состояние X_{k-1} через μ_k. Причем $\mu_{n+1} = 0, \mu_{-n} = 0$.

Тогда как показано в [2] в предельном стационарном режиме должно выполняться рекуррентное уравнение:

$$p_k = \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_k} p_{k-1}, k = -n+1, \ldots, -1, 1, \ldots, n. \quad (2)$$

Начальное значение p_{-n} определяется из условия:

$$\sum_{k \neq 0} p_k = p(|x - m_x| < 3\sigma_x) = P_n \to 1, n \to +\infty.$$

Причем решение (2), (3) должно совпадать с ранее найденными вероятностями p_k. Поэтому из уравнения (2) можно найти отношение:

$$\frac{\lambda_{k-1}}{\mu_k} = \frac{p_k}{p_{k-1}}, k = -n+1, \ldots, -1, 1, \ldots, n. \quad (3)$$

Теперь можно сформулировать задачу, которую решает брокер. Предположим, что цена акции X принадлежит отрезку:

$$X_k, k = -n+1, \ldots, n-1.$$

Тогда цена в ближайшее время Δt может перейти в соседний отрезки или остаться в пределах данного отрезка. Отождествляя приблизительно значение условного математического ожидания цены X при условии, что X принадлежит отрезку:

$$X_k, k = -n+1,..., n-1,$$

с его серединой можно получить такое ожидаемое значение выигрыша (проигрыша) в зависимости от того покупать акции данного типа (call) или продавать (put):

$$W = \begin{cases} \delta_n \lambda_k \Delta t - \delta_n \mu_n \Delta t, call, \\ -\delta_n \lambda_k \Delta t + \delta_n \mu_k \Delta t, put. \end{cases} \quad (4)$$

Получается, что покупать нужно, если выполняется условие:

$$w = \delta_n \Delta t(\lambda_k - \mu_k) > 0, \quad (5)$$

или

$$\frac{\lambda_k}{\mu_k} > 1. \quad (6)$$

Продавать нужно, соответственно, когда условие (6) не выполняется. Заменяя приближенно отношение (6) отношением (3), получаем, что покупать нужно, если выполняется условие:

$$\frac{p_k}{p_{k-1}} > 1. \quad (7)$$

2. УСЛОВИЕ ЛОКАЛЬНОЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Получается, что покупать нужно, если выполняется условие (5). Продавать нужно, соответственно, когда выполняется обратное строгое неравенство.

Если выполняется равенство:

$$\lambda_k = \mu_k, \quad (8)$$

то решение не определено. Цена перейдет за время Δt в состояние $k+1$ с вероятностью $\lambda_k \Delta t$ и в состояние $k-1$ с вероятностью $\mu_k \Delta t$. Условное среднее (4) локального выигрыша для стратегии call, при условии, что система находится в состоянии $k+1$ составляет:

$$W = \delta_n \Delta t\{\lambda_{k+1} - \mu_{k+1}\}. \quad (9)$$

Условное среднее (4) локального выигрыша для стратегии call, при условии, что система находится в состоянии $k-1$ составляет:

$$W = \delta_n \Delta t\{\lambda_{k-1} - \mu_{k-1}\}. \quad (10)$$

Из (9), (10) следует, что условное среднее (4) локального выигрыша для стратегии call, при условии, что система находится в состоянии k составляет:

$$W = \lambda_k \Delta t \delta_n \Delta t\{\lambda_{k+1} - \mu_{k+1}\} + \mu_k \Delta t \delta_n \Delta t\{\lambda_{k-1} - \mu_{k-1}\}. \quad (11)$$

С учетом условия (8) получим из (11):

$$W = \lambda_k \delta_n \Delta t^2 [\lambda_{k+1} - \mu_{k+1} + \lambda_{k-1} - \mu_{k-1}]. \quad (12)$$

Поэтому решающее правило приобретает вид неравенства:

$$\lambda_{k+1} + \lambda_{k-1} > \mu_{k+1} + \mu_{k-1}. \quad (13)$$

При условии (8) оно эквивалентно условию:

$$\lambda_{k+1} + \lambda_k + \lambda_{k-1} > \mu_{k+1} + \mu_k + \mu_{k-1}. \quad (14)$$

Имеет место неравенство:

$$\lambda_{k+1} + \lambda_k + \lambda_{k-1} \ge 3(\lambda_{k+1} * \lambda_k * \lambda_{k-1})^{1/3}. \quad (15)$$

Причем, при равенстве $\lambda_{k+1}, \lambda_k, \lambda_{k-1}$ в (15) достигается равенство. При достаточно большом n можно рассчитывать, что величины $\lambda_{k+1}, \lambda_k, \lambda_{k-1}$ примерно равны, поэтому имеет место примерное равенство:

$$\lambda_{k+1} + \lambda_k + \lambda_{k-1} \approx 3(\lambda_{k+1} * \lambda_k * \lambda_{k-1})^{1/3}. \quad (16)$$

Аналогично, справедливо примерное равенство:

$$\mu_{k+1} + \mu_k + \mu_{k-1} \approx 3(\mu_{k+1} * \mu_k * \mu_{k-1})^{1/3}. \quad (17)$$

Поэтому критерий (14) второго порядка можно заменить приблизительно критерием:

$$\lambda_{k+1} * \lambda_k * \lambda_{k-1} > \mu_{k+1} * \mu_k * \mu_{k-1}, \quad (18)$$

или

$$\lambda_{k+1} * \lambda_k * \lambda_{k-1} /(\mu_{k+1} * \mu_k * \mu_{k-1}) > 1. \quad (19)$$

Продавать нужно, соответственно, когда условие (19) не выполняется. Заменяя приближенно отношение (6) отношением (3) получаем, что покупать нужно, если выполняется условие:

$$\frac{\lambda_{k+1} * \lambda_k * \lambda_{k-1}}{\mu_{k+1} * \mu_k * \mu_{k-1}} > 1. \quad (20)$$

Из рекуррентного уравнения (2) аналогично (3) имеем:

$$p_{k+1} = \frac{\lambda_k}{\mu_{k+1}} * \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_k} * \frac{\lambda_{k-2}}{\mu_{k-1}} * p_{k-2}. \quad (21)$$

При достаточно большом n можно рассчитывать, что величины $\lambda_{k+1}, \lambda_k, \lambda_{k-1}$ примерно равны, поэтому имеет место примерное равенство:

$$p_{k+1} = \frac{\lambda_{k+1}}{\mu_{k+1}} * \frac{\lambda_k}{\mu_k} * \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_{k-1}} * p_{k-2}. \quad (22)$$

Заменяя приближенно отношение (19) отношением p_{k+1} / p_{k-2} получаем, что покупать нужно, если выполняется условие:

$$\frac{p_{k+1}}{p_{k-2}} > 1. \quad (23)$$

3. ЛОКАЛЬНО-ГЛОБАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ

Пусть, по определению $p_{ik} = p_{ik}(t)$ – вероятность того, что в момент t цена принадлежит отрезку $X_k, k = -n,..., n,$ при условии, что в момент 0 система находилась в состоянии i. Тогда при условии марковости процесса выполняется так называемая система опережающих дифференциальных уравнений:

$$\frac{dp_{ik}}{dt} = \lambda_{k-1} p_{i,k-1}(t) - (\lambda_k + \mu_k) p_{ik}(t) + \mu_{k+1} p_{i,k+1}(t), k = -n,...,-2,2,...,n. \quad (24)$$

Причем, как и раньше предполагается, что:

$$\lambda_n = 0, \mu_{n+1} = 0, \lambda_{-n-1} = 0, \mu_{-n} = 0.$$

И аналогичные уравнения:

$$\frac{dp_{i,-1}}{dt} = \lambda_{-2} p_{i,-2}(t) - (\lambda_{-1} + \mu_{-1}) p_{i,-1}(t) + \mu_{+1} p_{i,+1}(t); \quad (25)$$

$$\frac{dp_{i,+1}}{dt} = \lambda_{-1} p_{i,-1}(t) - (\lambda_{+1} + \mu_{+1}) p_{i,+1}(t) + \mu_{+2} p_{i,+2}(t). \quad (26)$$

С начальными условиями:

$$p_{ik}(0)=\begin{cases}1, k=i;\\ 0, k\neq i.\end{cases} \qquad (27)$$

Обозначим через p_i $2n$-мерный вектор-столбец с координатами:

$$p_{ik}=p_{ik}(t), k=-n,...-1,1,...,n.$$

Пусть А – матрица постоянных коэффициентов в правой части системы (24-26), а e_i – $2n$-мерный вектор-столбец с координатами, определенными формулой (27). Тогда систему (24-26) можно записать в матричном виде:

$$\frac{dp_i}{dt}=Ap_i, \qquad (28)$$

а начальное условие принимает форму равенства:

$$p_i(0)=e_i. \qquad (29)$$

Тогда решение задачи (28), (29) имеет вид [5]:

$$p_i=p_i(t)=e^{At}e_i, \qquad (30)$$

где

$$e^{At}=E+\frac{1}{1!}At+\frac{1}{2!}A^2t^2+.... \qquad (31)$$

Здесь E – единичная матрица размерности $2n*2n$.

Замечание

Векторное представление решения через экспоненту матрицы коэффициентов справедливо для однородной системы. Наша система действительно однородна, но решения ее связаны тождеством:

$$\sum_{\substack{k=-n,\\ k\neq 0}}^{n}p_{ik}(t)=1. \qquad (32)$$

Это позволяет исключить одну переменную, например, $p_{i,-n}=p_{i,-n}(t)$ с помощью уравнения (32). В результате система станет ($2n-1$)-мерной, но уже неоднородной. Тогда нужно найти решение однородной, аналогичным образом, а затем получить из него решение неоднородной методом вариации произвольных постоянных, т.е. вектора начальных условий. С учетом разложения экспоненты от матрицы в ряд все вычисления легко проводятся.

Но можно работать, все-таки, и с исходной однородной $2n$-мерной системой, хотя она и зависима. Складывая все уравнения, получаем, что:

$$\frac{d}{dt}\sum_{\substack{k=-n,\\ k\neq 0}}^{n}p_{ik}(t)=0. \qquad (33)$$

Это следует из того, что при сложении сократятся выражения $\lambda_k p_{ik}(t)$ (соответственно, $\mu_k p_{ik}(t)$)в правой части, соответствующие одной дуге размеченного графа состояний, взятые один раз с плюсом, а другой раз с минусом. Из (33) следует, что:

$$\sum_{\substack{k=-n,\\ k\neq 0}}^{n}p_{ik}(t)=c=const. \qquad (34)$$

Но должно выполняться еще начальные условия (27). Из (27) следует, что условие (32) выполняется для $t=0$. Теперь из (34) при $t=0$ следует, что $c=1$. И, следовательно, условие (32) выполняется для всех $t\geq 0$.

Таким образом, уравнение (32) дает первый интеграл однородной $2n$-мерной системы и выполняется автоматически.

Цена перейдет за время t в состояние k с вероятностью $p_{ik}=p_{ik}(t)$. Условное среднее локально-глобального выигрыша для стратегии call, при условии, что система в начальный момент $t=0$ находилась в состоянии i, составляет:

$$W=\sum_{\substack{k=-n,\\ k\neq 0}}^{n}(k-i)\delta_n p_{ik}(t)=$$
$$=\delta_n\sum_{k\neq 0}(k-i)p_{ik}(t)\approx\delta_n * \qquad (35)$$
$$*\sum_{k\neq 0}kp_{ik}(t)-\delta_n i\approx m_x(t)-m_x(0).$$

Здесь через $m_x(t)$ обозначено среднее значение сечения случайного процесса x в момент времени t, т.е. ожидаемая цена акции к этому моменту. Таким образом, критерием применения стратегии call (все это время) является условие:

$$m_x(t)-m_x(0)>0, \qquad (36)$$

т.е. ожидаемый рост цены акции. Формула (35) дает точное выражение функции в левой части (36), что позволяет прогнозировать ожидаемый период роста при условии марковости процесса все это время. Для стратегии put все будет наоборот.

Более объективно ориентироваться на среднюю норму выигрыша в качестве критерия за время t:

$$W=\sum_{\substack{k=-n,\\ k\neq 0}}^{n}\delta_n(k-i)p_{ik}(t)/t=$$
$$=\delta_n/t\sum_{k\neq 0}(k-i)p_{ik}(t)\approx\frac{m_x(t)-m_x(0)}{t}\approx\frac{dm_x(0)}{dt}. \qquad (37)$$

Тогда продажа акции может планироваться в момент, когда средняя норма прибыли опускается ниже минимально необходимого для рентабельности этой операции. Более сложные подходы к выбору вариантов для принятия решений можно найти в [1, 6].

4. ЧИСЛОВОЙ ПРИМЕР

Предположим, например, что исходные данные задачи принимают следующие значения:

$$n=1, \lambda_{-1}=0,5, \mu_1=1, i=-1, \sigma_x=0,1. \qquad (38)$$

Тогда уравнения (24-26) имеют вид:

$$\begin{cases}p'_{-1}=-0,5p_{-1}+p_1;\\ p'_1=0,5p_{-1}-p_1.\end{cases} \qquad (39)$$

Начальное условие (27) принимает вид:

$$p_{-1k}(0)=\begin{cases}1, k=-1;\\ 0, k=1.\end{cases} \qquad (40)$$

Исключая переменную p_1 из условия (32):

$$p_1=1-p_{-1}, \qquad (41)$$

получаем из первого уравнения системы (39):

$$p'_{-1}+1,5p_{-1}-1=0. \qquad (42)$$

Рассмотрим соответствующее ему однородное уравнение:

$$p'_{-1}+1,5p_{-1}=0. \qquad (43)$$

Ему соответствует характеристическое уравнение [6]:

$$1,5+\lambda=0. \qquad (44)$$

Решением этого уравнения является:

$$\lambda=-1,5. \qquad (45)$$

Общее решение однородного уравнения (43) имеет вид:

$$p_{-1}=\gamma e^{-1,5t}. \qquad (46)$$

Частное решение неоднородного уравнения (42) можно искать в виде [6] (метод вариации произвольных постоянных):

$$p_{-1} = \gamma(t)e^{-1,5t}. \qquad (47)$$

Подставляя выражение (47) в (42) получим после преобразования уравнение:

$$\gamma'(t) = e^{-1,5t}. \qquad (48)$$

Отсюда интегрированием получаем с точностью до константы выражение для неизвестной функции:

$$\gamma(t) = \frac{2}{3}e^{1,5t}. \qquad (49)$$

Подставляя в (47), приходим к частному решению неоднородного уравнения (42):

$$p_{-1} = \frac{2}{3}. \qquad (50)$$

Общее решение неоднородного уравнения (42) получается теперь как сумма общего решения (46) однородного и частного решения (50) неоднородного:

$$p_{-1} = \gamma e^{-1,5t} + \frac{2}{3}. \qquad (51)$$

Для определения неизвестной константы подставим найденное выражение в начальное условие (40) при $k = -1$:

$$p_{-1}(0) = \gamma e^{-1,5t} + \frac{2}{3} = 1.$$

Отсюда $\gamma = 1/3$. Подставляя в (51), получим:

$$p_{-1} = \frac{1}{3}e^{-1,5t} + \frac{2}{3}. \qquad (52)$$

Из уравнения (41) получим теперь выражение:

$$p_1 = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}e^{-1,5t}. \qquad (53)$$

Выражение критерия (35) принимает вид:

$$W = \sum_{\substack{k=-n,\\ k\neq 0}}^{n}(k-i)\delta_n p_{ik}(t) = \\ = \delta_n \sum_{k\neq 0}(k-i)p_{ik}(t) = 2\delta_1 p_{-1,1} = 2\delta_1 \frac{1-e^{-1,5t}}{3}. \qquad (54)$$

Величина δ_n определяется по формуле:

$$\delta_n = 3\sigma_x / n = 3\sigma_x,$$

при $n = 1$. Таким образом, критерий (54) имеет вид:

$$W = 2\sigma_X(1 - e^{-1,5t}). \qquad (55)$$

Он является возрастающей функцией t, что говорит о том, что акции нужно покупать. Более объективно ориентироваться на среднюю норму выигрыша (37) в качестве критерия за время t, которая в данном случае принимает вид:

$$W = \sum_{\substack{k=-n,\\ k\neq 0}}^{n}\delta_n(k-i)p_{ik}(t)/t = \\ = \delta_n / t\sum_{k\neq 0}(k-i)p_{ik}(t) = 2\sigma_x \frac{1-e^{-1,5t}}{t}. \qquad (56)$$

Неопределенность в правой части (56) при $t = 0$ раскрывается по правилу Лопиталя:

$$W(0) = 2\sigma_X\left(1 - e^{-1,5t}\right)'_{t=0} = 3\sigma_X.$$

При $t \to +\infty$ функция в правой части стремится к нулю.

Эта функция имеет максимум при $t = 0$ и убывает, оставаясь больше нуля. Это следует из исследования ее производной:

$$W' = 2\sigma_X \frac{(1+1,5t)e^{-1,5t} - 1}{t^2}.$$

По этому критерию получается, что брокер ориентируется на стратегию call (все время от нуля до t), пока норма его выигрыша за это время не упадет ниже заданного уровня j_{MIN}. Этому соответствует момент t_{MAX}, который определяется как решение уравнения:

$$W = 2\sigma_x \frac{1-e^{-1,5t}}{t} = j_{MIN}. \qquad (57)$$

В силу монотонности критерия W это уравнение легко приближенно решить подбором с любой точностью. Например, при $j_{MIN} = 0,2; \sigma_X = 1$ получим $t_{MAX} \approx 1.$

Уравнения для стационарных вероятностей состояний получаются из системы (39), если положить производные в левой части равными нулю:

$$\begin{cases} p'_{-1} = -0,5p_{-1} + p_1 = 0, \\ p'_1 = 0,5p_{-1} - p_1 = 0. \end{cases} \qquad (58)$$

Исключая переменную p_1 из условия (32):

$$p_1 = 1 - p_{-1}, \qquad (59)$$

получаем из первого уравнения системы (58):

$$1,5p_{-1} - 1 = 0. \qquad (60)$$

Отсюда находим решение:

$$p_{-1} = 2/3. \qquad (61)$$

Подставляя в (59) имеем:

$$p_{-1} = 1/3. \qquad (62)$$

Сравнивая с (52), (53), убеждаемся, что найденные стационарные значения действительно представляют собой предельные значения соответствующих функций.

Систему (39) можно записать в матричном виде (28):

$$\frac{dp_i}{dt} = Ap_i,$$

где матрица A имеет вид:

$$A = \begin{Vmatrix} -0,5;1 \\ 0,5;-1 \end{Vmatrix}.$$

Вектор начальных условий (29) равен:

$$p_i(0) = e_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда решение задачи (39), (40) имеет вид (30):

$$p_i = p_i(t) = e^{At}e_i,$$

где согласно (31):

$$e^{At} = E + \frac{1}{1!}At + \frac{1}{2!}A^2t^2 + \ldots .$$

Здесь E – единичная матрица размерности $2*2.$

Из (30), (31) получается векторное представление решения в виде ряда:

$$p_i = p_i(t) = e_i + \frac{1}{1!}Ae_it + \frac{1}{2!}A^2e_it^2 + \ldots \qquad (63)$$

Это позволяет получить аппроксимацию решения в виде многочлена от t. Например, ограничиваясь четырьмя первыми членами ряда (63) получаем кубическую аппроксимацию решения. Для данных числового примера она будет иметь вид:

$$p_i = p_i(t) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{1!}\begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}_i t + \\ + \frac{1}{2!}\begin{pmatrix} 0,75 \\ -0,75 \end{pmatrix} t^2 + \frac{1}{3!}\begin{pmatrix} -1,125 \\ 1,125 \end{pmatrix}. \quad (64)$$

Видно, что сумма координат вектора вероятностей всегда равна единице, т.е. имеет место первый интеграл (32) системы.

Сравнение аппроксимации (64) с точным решением (52), (53) показывает, что удовлетворительную точность оно имеет лишь при $t < 1$, поскольку при $t \geq 1$ ряд (63) плохо сходится, хотя и является знакопеременным (покоординатно).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе на основе анализа модели СМО типа размножения-гибели предложены локально-глобальные критерии ожидаемого выигрыша брокера фондового рынка для двух основных стратегий: покупать акции данного типа (call) или продавать (put). Их использование ограничено предположением о локальной Марковости процесс изменения цены торгуемых акций. Поэтому чисто глобальные критерии здесь принципиально не возможны. Предлагаемые правила в поддержку принятия брокерских решений могут быть использовано практикующими агентами фондового рынка, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

Литература

1. Айзерман М.Н. Выбор вариантов: основы теории [Текст] / М.Н. Айзерман, Ф.Т. Алескеров. – М. : Наука, 1990. – 240 с.
2. Вагнер Г. Основы исследования операций [Текст] : в 3 т. / Г. Вагнер. – Т. 3. – М. : Мир, 1973. – 501 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей [Текст] / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М. : Наука, 1973. – 368 с.
4. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд., перераб. – М. : Высшее образование, 2006. – 479 с.
5. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений [Текст] / В.В. Степанов. – М. : Гос. изд-во физ.-мат. литературы, 1959. – 468 с.
6. Фишберн П.С. Теория полезности для принятия решений [Текст] : пер. с англ. / Питер С. Фишберн. – М. : Наука, 1978. – 252 с.

Ключевые слова

Фондовая биржа; прогнозирование изменения цены акции; система массового обслуживания (СМО); модель разложения-гибели; модели брокерского поведения; стратегии call и put; локальные критерии выигрыша; уравнения Колмогорова-Чепмена; аппроксимация решений; стационарный режим.

Басангов Юрий Михайлович

Перевозчиков Александр Геннадьевич

РЕЦЕНЗИЯ

Рассматривается локальная задача принятия решения брокером фондовой биржи типа продавать или покупать акции определенного типа. Поведение случайной цены акции представлено в работе как изменение состояния в системе массового обслуживания (СМО), известной в литературе, как модель размножения-гибели. Текущее состояние отождествляется с попаданием очередного значения цены в отрезок, на которые разбито множество возможных значений, определяемое по известному правилу трех сигм. В качестве локального критерия используется ожидаемое значение выигрыша за достаточно малый промежуток времени.

Предполагается марковость переходов в рассматриваемой СМО. Аналитики фондового рынка считают, что свойство марковости всех переходов может выполняться лишь на сравнительно небольших промежутках времени, а потом оно теряется. Поэтому предлагаемую модель можно использовать лишь локально, когда поведение изменения цены акции можно считать Марковским процессом.

В работе показано, что решающее правило типа продавать или покупать акции определенного типа может быть выражено на языке локальной монотонности последовательности стационарных вероятностей состояний. А именно, покупать нужно, если последовательность стационарных вероятностей локально возрастает, и продавать – в противном случае. Предлагаемое правило в поддержку принятия брокерских решений может быть использовано практикующими агентами фондового рынка, а также служить основой теоретических исследований в этой области.

Все это определяет актуальность, научную новизну и практическую значимость полученных результатов. Все результаты строго доказаны. Считаю, что статья Ю.М. Басангова, А.Г. Перевозчикова может быть опубликована в журнале «Аудит и финансовый анализ».

Фирсова Е.А., д.э.н, профессор, проректор по научной работе Тверского института экологии и менеджмента, декан факультета экономики и менеджмента

3.3. ABOUT THE MODEL OF MASS SERVICE SYSTEM SUPPORTING BROKERS' DECISIONS

U.M. Basangov, Financial Marketing Specialist,
PLC «Integral», Tver city;
A.G. Perevozchikov, Doctor of Economics,
Professor of the Economics Department
of Tver Institute of Ecology and Law

The local task of the Stock Exchange broker's decision of selling or buying the definite type stock is regarded. The accidental price stock behavior appears can be presented as the state change in the system of mass service which is known as the multiply-death model. The current state is identified with appearing the regular price amount in one of the segments in which the majority of possible amounts is distributed. It is defined by the known rule of three sigma. As the local criteria it is used the expected amount of gain per rather short time period. The received formula supporting brokers' decisions can be used by practicing agents of stock market and can be also used as the basis in the theoretical research held in this field.

Literature

1. E.S. Ventzel, L.A. Ovcharov. Probability Theory. – M.: Nauka, 1973. 368 p.
2. B.E. Gmurman. Probability Theory and Mathematical Statistics: Tutorial. – 12th Issue, – M.: Visshoe Obrazovanie, 2006.-479 p.
3. G. Vagner. Fundamentals of Operations Research, v.3.-M.: Mir, 1973. – 501 p.
4. M.N. Iserman, F.T. Aleskerov. Variants Choice: Theoretical Fundamentals. – M.: Nauka, Chief Editorial Staff of physico-mathematical Literature, 1978. – 252 p.
5. V.V. Stepanov. The Course of Differential Equations. – M.: State Publishers of Physico-Mathematical Literature, 1959. – 468 p.

Keywords

Stock Exchange; prognostication of stock price change; system of mass service; the model of multiply-death; models of brokers' behavior; «call» and «put» strategies; local criteria of gain; equation of Kolmogorov-Chapman; approximation of decisions; stationary mode.