

### 3. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

#### 3.1. О ФОРМИРОВАНИИ ПОРТФЕЛЕЙ РОССИЙСКИХ ЦЕННЫХ БУМАГ НА ОСНОВЕ КОМБИНИРОВАННЫХ КВАНТИЛЬНЫХ МЕР РИСКА<sup>1</sup>

Бронштейн Е.М., д.ф.-м.н., профессор кафедры вычислительной математики и кибернетики;

Тулупова Е.В., аспирант кафедры вычислительной математики и кибернетики

Уфимский государственный  
авиационный технический университет

[Перейти на Главное МЕНЮ](#)  
[Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ](#)

Предлагаются комбинированные меры финансовых рисков, основанные на квантильных мерах  $VaR$ ,  $CVaR$ , их аналогах для правых хвостов распределения доходностей финансовых инструментов. Для оценки эффективности предложенных мер при формировании последовательности портфелей ценных бумаг используется двухэтапная оптимизационная процедура. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

#### ВВЕДЕНИЕ

Появление и стремительное развитие фондового рынка, с одной стороны, связано с расширением производственной и торговой деятельности, улучшением структуры экономических отношений и, как следствие, с ростом потребности в привлечении финансовых средств. С другой стороны, использование ценной бумаги как инструмента привлечения финансовых ресурсов дает вкладчику больший простор для решения вопроса о вложении денежных средств. Это позволяет отчасти решить проблему риска, связанного с хозяйственной деятельностью. Инвестор сам устанавливает приемлемый лишь для него уровень риска, который обеспечивает его финансовую стабильность, формируя свой портфель ценных бумаг.

Формирование портфеля ценных бумаг является основой процесса управления инвестициями со времен, когда Марковицем [13] впервые была предложена математическая модель формирования оптимального портфеля ценных бумаг на основе вероятностной формализации понятия доходности и риска. Теория Марковица по-прежнему используется в качестве основы для практического построения портфеля и новых исследований оценки риска в финансовой экономике.

В качестве меры риска долгое время использовалось стандартное отклонение (дисперсия), не позволяющее учесть риск, возникающий с низкой вероятностью. К концу 1990-х гг. широкое признание получила мера value-at-risk ( $VaR$ ), подробно рассмотренная в [11], она рекомендована к использованию Конференцией Базельского комитета по банковскому надзору [1]. Несмотря на свою распространенность, мера  $VaR$  обладает некоторыми недостатками. В частности, эта мера риска не является субаддитивной, т.е.  $VaR$  суммарных прибылей может превосходить сумму  $VaR$  отдельных слагаемых. В связи с этим  $VaR$  не может быть отнесена к классу когерентных мер риска, выделенных в [7].

Модификацией  $VaR$  стала мера риска Conditional Value-at-Risk ( $CVaR$ ), введенная в рассмотрение в [16]. В отличие от  $VaR$ ,  $CVaR$  является когерентной мерой риска, более соответствующая реалиям портфельного инвестирования. Таким образом, на практике одними из наиболее популярных мер риска стали квантильные меры Value-at-Risk ( $VaR$ ) и Conditional

Value-at-Risk ( $CVaR$ ). Рассматривались также комбинированные меры риска [3].

Введение в рассмотрение различных мер финансовых рисков Дж. Сего – главный редактор [15], характеризует как третью революцию в математической теории финансов в XX в., которая продолжается и в XXI в. Этот процесс имеет важное социальное значение, поскольку применим к паевым инвестиционным фондам, государственным пенсионным фондам и другим организациям, управляющим средствами граждан. В этой связи разработка новых мер риска, нацеленных на управление портфелями, чрезвычайно важна. Актуальность подтверждается тем фактом, что этими вопросами занимается широкий класс исследователей в разных странах мира, в частности, в США, Швейцарии, Германии, Японии, Италии (см. [6, 7, 9, 10, 14]).

Проблема принятия решений при формировании портфеля ценных бумаг на сегодняшний день находится в центре внимания как теоретиков, так и практиков.

В качестве новых комплексных мер риска в работе предлагается рассматривать комбинированные квантильные характеристики (выпуклые комбинации) мер  $VaR$  и  $CVaR$  отдельно для левого и правого хвостов распределения. Обычно при построении меры риска используется только левый хвост распределения доходностей, отражающий редкие высокие убытки (небольшие прибыли), которые может получить инвестор. По нашему мнению, правый хвост распределения, который отражает редкие большие прибыли, также может учитываться как показатель риска. Этот подход переключается с работой [12], где в качестве меры риска фактически предлагается использовать разность мер  $CVaR$  для различных значений доверительной вероятности.

Предлагаемое исследование является продолжением работы [2]. В настоящей работе рассматриваются меры риска, показавшие лучшие результаты в предыдущем исследовании. Также рассмотрено формирование портфелей в динамическом режиме.

#### Постановка задачи и алгоритм построения решения

Приведем описание модификации двухэтапного алгоритма построения портфеля ценных бумаг, рассмотренного в [2], применительно к нашей задаче.

Пусть  $X$  – случайная величина – будущая доходность некоторого финансового инструмента. Распределение считаем непрерывным.

Обычно Value-at-Risk ( $VaR$ ) определяется как наименьшая прибыль, которую предполагается получить на рассматриваемом временном горизонте с достаточной малой вероятностью  $\alpha$ , т.е. является характеристикой левого хвоста распределения доходности. Мы также используем аналогичную характеристику правого хвоста:

$$VaR_{\alpha}^{-}(X) = \min \{u : P(X < u) \geq \alpha\}; \quad (1)$$

$$VaR_{\alpha}^{+}(X) = \min \{u : P(X < u) \geq 1 - \alpha\}, \quad (2)$$

где  $P$  – вероятность.

Обычно Conditional Value-at-Risk ( $CVaR$ ) понимается как математическое ожидание прибыли, которая меньше  $VaR$  (убытков больших  $VaR$ ). Аналогично используем подобные величины для левого и правого хвостов распределения:

$$CVaR_{\alpha}^{-}(X) = E[X | X \leq VaR_{\alpha}^{-}(X)]; \quad (3)$$

$$CVaR_{\alpha}^{+}(X) = E[X | X \geq VaR_{\alpha}^{+}(X)]. \quad (4)$$

Меры (1) и (3) оценивают тяжесть левого хвоста распределения доходности (рост этих мер означает, что

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 13-01-00005).

большие убытки становятся более редкими), а меры (2) и (4) – правого (рост означает, что прибыли, превышающие некоторый порог, становятся более частыми). Стандартные меры риска  $VaR_\alpha$  и  $CVaR_\alpha$  совпадают с величинами (1) и (3).

В работе рассматриваются выпуклые комбинации мер риска (1-4):

$$M_1(X : k, \alpha) = kVaR_{\alpha}^{-}(X) + (1 - k)CVaR_{\alpha}^{-}(X); \quad (5)$$

$$M_2(X : k, \alpha) = kVaR_{\alpha}^{+}(X) + (1 - k)CVaR_{\alpha}^{+}(X), \quad (6)$$

где  $k \in [0; 1]$ .

Этот подход перекликается с работами [8] и [12]. В отличие от [2] для слагаемых комплексных мер  $M_1(X)$  и  $M_2(X)$  используем общую доверительную вероятность  $\alpha$ .

Часто в качестве исходной случайной величины рассматриваются убытки, т.е.  $(-X)$ , поэтому формулы в ряде источников (это относится к мерам (1) и (3)) и могут отличаться от приведенных, в частности, знаком.

Статистические оценки мер (1-4) вычисляются по историческим данным. Для этого данные упорядочиваются по возрастанию (строится вариационный ряд)  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ . Оценки введенных мер вычисляются следующим образом:

$$VaR_{\alpha}^{-}(X) = x_{[an]}; \quad (7)$$

$$CVaR_{\alpha}^{-}(X) = \frac{\sum_{i=1}^{[an]} x_i}{[an]}; \quad (8)$$

$$VaR_{\alpha}^{+}(X) = x_{n-[an]}; \quad (9)$$

$$CVaR_{\alpha}^{+}(X) = \frac{\sum_{i=n-[an]+1}^n x_i}{[an]}. \quad (10)$$

Пусть инвестор формирует портфель из  $m$  ценных бумаг. Под портфелем будем понимать вектор:

$$U = (u_1, u_2, \dots, u_m),$$

где  $u_i \geq 0, \sum_{i=1}^m u_i = 1$ .

Содержательно величина  $u_i$  – это доля  $i$ -й ценной бумаги в портфеле. Портфель формируется на основе данных о цене акций за  $T$  дней. Можно считать, что в начальный момент (0) инвестор обладает единицей средств, и цены всех акций равны единице (для этого достаточно цены акций поделить на их стоимости в начальный день). Тогда величины  $u_i$  можно интерпретировать как суммы, на которые инвестор приобретает в нулевой момент бумаги  $i$ -го вида.

Далее будем генерировать случайные портфели, равномерно распределенные в симплексе:

$$u_i \geq 0, \sum_{i=1}^m u_i = 1,$$

где для этого воспользуемся функциями:

$$p_{k,a}(t) = \frac{m-k}{a^{m-k}} (a-t)^{m-k-1}, \quad (11)$$

$$(k = 1, \dots, m-1; t \in [0, a]).$$

•  $u_k$  генерируется как значение случайной величины с плотностью  $p_{k,1}(t)$  на отрезке  $[0; 1]$  с помощью линейного преобразования равномерно распределенной случайной величины. Для генерации равномерного распределения здесь и далее использовался датчик Уичмана-Хилла [4], поскольку он имеет значительный период, это важно при генерации большого набора чисел;

• значения  $u_k$  при  $k = 2, \dots, m-1$  генерируются последовательно с плотностями  $p_{k,a}(t)$  при  $a = 1 - \sum_{i=1}^{k-1} u_i$ , аналогично предыдущему;

$$• u_m = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} u_i.$$

Можно проверить, что в результате проведения этой процедуры получим точки, равномерно распределенные в симплексе.

Выделим два временных промежутка: продолжительный  $T$  и краткий последующий  $\tau$ . На первом промежутке (соответствующие данные играют роль обучающей выборки) мы будем вычислять меру риска цены портфеля как случайной величины, на втором (контрольном) – доходность портфеля (т.е. отношение цены портфеля в конце промежутка к цене в начале).

Наша цель – оценка эффективности применения различных мер риска при формировании портфелей с точки зрения их последующей доходности и выработка рекомендаций по выбору параметров мер риска, применение которых к формированию портфелей приводит к лучшим результатам.

Пусть

$\Psi_{r,T}$  – семейство мер риска, зависящих от векторного параметра  $r$  из некоторого множества  $R$ , оцененных по данным за временной интервал  $T$ ;

$\Psi_{r,\tau}(U)$  – соответствующая мера риска, вычисленная по ценам портфеля  $U$ ;

$\varphi(U)$  – доходность портфеля  $U$  на промежутке  $\tau$ . Для мер  $M_1$  и  $M_2$  параметр  $r = (k, \alpha)$ .

Рассмотрим следующую двухэтапную оптимизационную задачу:

$$U_T(r) = \arg \max_U \Psi_{r,T}(U), \quad (12)$$

$$r^0(T, \tau) = \arg \max_{r \in R} (\varphi_{\tau}(U_T(r))). \quad (13)$$

В результате решения задачи (12-13) получаем меру риска, использование которой привело к выбору наиболее доходного портфеля на промежутке  $\tau$ . Задача (12) решается методом стохастической оптимизации многократной инициацией процедуры, описанной выше. Целесообразно выделить некоторое семейство параметров мер, эффективность применения которых близка к оптимальной:

$$R^*(T, \tau) = \{r \in R : \varphi_{\tau}(U_T(r)) \geq \gamma \varphi_{\tau}(U_T(r^0(T, \tau)))\}. \quad (14)$$

Параметр  $\gamma$  – величина допустимого отклонения меры риска при выборе портфеля от оптимальной, значение параметра следует принять близким к единице.

Если пересечение множеств из (14) непустое для различных исходных наборов акций, то эти параметры можно рекомендовать к практическому применению.

Модификация описанной методики для динамической задачи формирования портфеля имеет следующий вид. Рассмотрим горизонт инвестирования – временной интервал  $kt$  кратный промежутку  $\tau$ . На  $k$ -м интервале по описанной методике формируется портфель  $U_k$  из  $n$  активов. Последовательность портфелей, построенных по описанной методике для всех интервалов, будем называть стратегией. Доходность такой динамической стратегии определим как произведение доходностей портфелей для всех временных интервалов. Стратегии, сформированные на основе мер риска  $M_1$  и  $M_2$ , будем

называть  $M_1$  и  $M_2$ -стратегиями. В данной работе проводится сравнительный анализ эффективности этих стратегий, при этом параметры стратегий могут различаться на разных временных промежутках.

### Вычислительный эксперимент

Вычислительный эксперимент проводился на наборах акций российских компаний. Всего были использованы котировки 19 эмитентов, представленных на фондовых биржах. Для анализа использовалось четыре набора акций, в каждый из которых входили акции 10 компаний (рис. 1). Исходные данные для вычислительного эксперимента были взяты с сайта компании Finam [5].

1-й набор:	2-й набор:
1. 7 континент.	1. Сбербанк.
2. Автоваз.	2. РосТелеком.
3. Банк Москвы.	3. Газпромнефть.
4. ГУМ.	4. Иркут-3.
5. Дальсвязь.	5. ИркЭнерго.
6. Иркут.	6. КАМАЗ.
7. КАМАЗ.	7. Лукойл.
8. Мосэнерго.	8. МГТС4.
9. Норникель.	9. ММК.
10. Ютэйр	10. ОГК5
3-й набор:	4-й набор:
1. Сбербанк.	1. 7 континент.
2. РосТелеком.	2. Газпромнефть.
3. Газпромнефть.	3. Банк Москвы.
4. Иркут-3.	4. ГУМ.
5. ИркЭнерго.	5. Дальсвязь.
6. КАМАЗ.	6. Лукойл.
7. Лукойл.	7. МГТС4.
8. МГТС4.	8. ММК.
9. ММК.	9. Норникель.
10. Банк Москвы	10. Автоваз

Рис. 1. Наборы акций, на которых проводился вычислительный эксперимент

Обучающий интервал  $T$  составил 1 год (в среднем 248 ежедневных котировок). Изначально за обучающий интервал брался 2006 г., затем с помощью скользящего окна продолжительностью в месяц этот интервал смещался до конца 2009 г. В качестве контрольного промежутка  $\tau$  принимался месяц, начиная с января 2007 г. и заканчивая декабрем 2010 г. (всего 48 промежутков).

На основе полученных результатов была оценена доходность  $M_1$  и  $M_2$ -стратегий для среднесрочного инвестирования на три, шесть, девять месяцев и год с ежемесячным реформированием портфеля ценных бумаг 10 эмитентов, выбранных в начальный момент времени. В качестве первого промежутка при построении стратегий на три месяца брались данные за январь-март 2007 г., затем с помощью скользящего окна продолжительностью в один месяц этот промежуток смещался до октября-декабря 2010 г. (всего 46 промежутков). Аналогично для промежутков в шесть месяцев брались данные, начиная с января-июня 2007 г. и заканчивая июлем-декабрем 2010 г. (всего 43 промежутка), в девять месяцев – с января-сентября 2007 г. до апреля-декабря 2010 г. (всего 40 промежутков), год – с января-декабря 2007 г. до января-декабря 2010 г. (всего 37 промежутков).

Для каждого набора акций с помощью датчика Уичмана-Хилла были сгенерированы 500 портфелей по

методике, описанной выше. Значения величин  $u_i$  определялись с точностью 0,01.

Параметры мер риска  $M_1$  и  $M_2$  перебирались следующим образом:  $k \in [0; 1]$  с шагом 0,1;  $\alpha \in [0,02; 0,05]$  с шагом 0,01 (всего 44 комбинации).

### Общий анализ эффективности $M_1$ и $M_2$ -стратегий

Был проведен сравнительный анализ эффективности  $M_1$  и  $M_2$ -стратегий за 2007-2010 гг. при различных значениях параметров мер (отбирались рекордные результаты). Если  $M_1$  и  $M_2$ -стратегии не позволяют выявить приоритетный портфель (указывают на один и тот же портфель), обе меры признаются одинаково эффективными. Результаты анализа приведены в табл. 1.

Таблица 1

#### СРАВНЕНИЕ $M_1$ И $M_2$ -СТРАТЕГИЙ В 2007-2010 гг.

Временной горизонт	значения в скобках указаны в %	
	$M_1$	$M_2$
1 месяц	94 (49,0)	98 (51,0)
3 месяца	108 (58,7)	76 (41,3)
6 месяцев	93 (54,1)	79 (45,9)
9 месяцев	94 (58,8)	66 (41,3)
Год	97 (65,5)	51 (34,5)

Из таблицы видно, что  $M_1$ -стратегия эффективнее  $M_2$ -стратегии на всех временных горизонтах за исключением интервала, продолжительностью один месяц, где эффективность рассматриваемых стратегий практически одинакова. При этом наиболее стабильно отличие проявляется на годовом временном горизонте.

Эффективность мер риска была проанализирована по отдельным годам, что представляется целесообразным из-за нестабильности ситуации на фондовом рынке в течение рассматриваемого периода и возможной чувствительности структуры портфелей, сформированных по мерам  $M_1$  и  $M_2$  к общему экономическому состоянию рынка.

Анализ эффективности  $M_1$  и  $M_2$ -стратегий в 2007 и 2008 гг., которые характеризовались назреванием кризиса и резким падением котировок акций, в качестве контрольных промежутков  $\tau$  принимались месяцы соответствующих лет, приведен в табл. 2.

Таблица 2

#### СРАВНЕНИЕ $M_1$ И $M_2$ -СТРАТЕГИЙ НА ПАДАЮЩЕМ РЫНКЕ (В 2007-2008 гг.)

Продолжительность временного интервала	значения в скобках указаны в %	
	$M_1$	$M_2$
1 месяц	59 (61,5)	37 (38,5)
3 месяца	68 (73,9)	24 (26,1)
6 месяцев	60 (71,4)	24 (28,6)
9 месяцев	65 (81,3)	15 (18,7)
Год	68 (89,5)	8 (10,5)

Тем самым в 2007-2008 гг.  $M_1$ -стратегия значительно опережала  $M_2$ -стратегию, показывая лучшие результаты на всех временных интервалах. При этом предпочтительность  $M_1$ -стратегии по данному критерию возрастает с ростом продолжительности анализируемого временного интервала.

Приведем сравнение  $M_1$  и  $M_2$ -стратегий по частоте превосходства той или иной стратегии на растущем рынке для различных временных горизонтов (в 2009-2010 гг.) – табл. 3. В 2009-2010 гг. на всех временных интервалах

$M_2$ -стратегия показывала лучшие результаты по числу наиболее доходных портфелей. При этом  $M_2$ -стратегия демонстрировала устойчивое превосходство на временных интервалах различной продолжительности. Максимальное превосходство составило 63,8 % для 9-месячного интервала.

Таблица 3

**СРАВНЕНИЕ  $M_1$  И  $M_2$ -СТРАТЕГИЙ НА РАСТУЩЕМ РЫНКЕ (В 2009-2010 гг.)**

Значения в скобках указаны в %

Продолжительность временного интервала	$M_1$	$M_2$
1 месяц	35 (36,5)	61 (63,5)
3 месяца	41 (44,6)	51 (55,4)
6 месяцев	32 (36,4)	56 (63,6)
9 месяцев	29 (36,2)	51 (63,8)
Год	28 (38,9)	44 (61,1)

Таким образом, в условиях общего спада на рынке ценных бумаг, хорошие результаты демонстрирует  $M_1$ -стратегия, в то время как на растущем рынке предпочтительной является  $M_2$ -стратегия. Вывод является весьма логичным: при спаде естественно стремление к уменьшению убытков, при подъеме – к увеличению прибыли.

Чем стабильнее рынок (не подвержен определенной тенденции падения или роста), тем сложнее при формировании портфелей ценных бумаг отдавать предпочтение мерам  $M_1$  или  $M_2$ .

**Зависимость доходности стратегий от продолжительности интервала инвестирования**

При анализе результатов исследования многократно наблюдалось значительное превосходство доходности портфелей, построенных на основе  $M_2$ -стратегии, над доходностью портфелей, построенных на основе  $M_1$ -стратегией (табл. 4). При этом, при превосходстве  $M_1$ -стратегии разность доходностей портфелей, сформированных с помощью  $M_1$  и  $M_2$ -стратегий в большинстве случаев была невысока.

Таблица 4

**РАЗНОСТЬ ДОХОДНОСТЕЙ  $M_1$  И  $M_2$ -СТРАТЕГИЙ**

Наименование критерия оценки	Ме-сяц	3 ме-сяца	6 ме-сяцев	9 ме-сяцев	Год
Минимальное превосходство доходности $M_1$ -стратегии над $M_2$ -стратегией	0,002	0,004	0,004	0,006	0,006
Максимальное превосходство доходности $M_1$ -стратегии над $M_2$ -стратегией	0,255	0,439	0,520	0,740	0,846
Среднее превосходство доходности $M_1$ -стратегии над $M_2$ -стратегией	0,068	0,115	0,191	0,216	0,165
Минимальное превосходство доходности $M_2$ -стратегии над $M_1$ -стратегией	0	0,004	0	0,002	0,006
Максимальное превосходство доходности $M_2$ -стратегии над $M_1$ -стратегией	0,219	0,617	0,776	1,137	1,337
Среднее превосходство доходности $M_2$ -стратегии над $M_1$ -стратегией	0,062	0,156	0,204	0,266	0,322

Тем самым, использование квантильных характеристик правого хвоста распределения доходности ( $M_2$ -стратегия) в целом по этому показателю эффективнее, нежели левого ( $M_1$ -стратегия). С ростом горизонта инвестирования растет и среднее превосходство доходности портфелей,

построенных на основании  $M_2$ -стратегии, над доходностью портфелей, построенных на основании  $M_1$ -стратегии.

**Анализ параметров мер риска**

Часто лучшие стратегии формировались по нескольким мерам риска, отличавшимся векторными параметрами ( $k, \alpha$ ). Для оценки числа различных мер, указывающих на оптимальный портфель, введем соответствующий показатель. Под степенью зависимости будем понимать число пар параметров ( $k, \alpha$ ), указывающих на один и тот же оптимальный портфель на некотором временном интервале (11 значений  $k, 4$  значения  $\alpha$ , максимум  $11 * 4 = 44$  пары параметров для каждого временного интервала). Минимальное значение данной характеристики равно 1, в этом случае можно говорить об абсолютной зависимости оптимального портфеля от параметров меры риска (на оптимальный портфель указывает единственная мера риска).

Были выделены три степени зависимости:

- если указанный показатель не превосходит 11, то портфель считается сильно зависимым;
- если значение показателя находится между 11 и 33 – средне зависимым;
- если показатель превысит 33 – слабо зависимым.

Результаты анализа приведены в табл. 5.

Большая доля оптимальных портфелей, отобранных с помощью меры риска  $M_1$  (63,8%), попали в зону сильной зависимости от параметров мер риска. В то же время оптимальные портфели, отобранные с помощью меры риска  $M_2$ , чаще попадали в зону слабой зависимости (45,9%). Таким образом, оптимальные портфели, отобранные по мере риска  $M_1$ , более чувствительны к параметрам мер риска.

Таблица 5

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ ПО МЕРАМ РИСКА  $M_1$  И  $M_2$  И СТЕПЕНИ ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРОВ МЕР**

Значения в скобках указаны в %

Степень зависимости	$M_1$	$M_2$
Сильно зависимые	60 (63,8)	32 (32,7)
Средне зависимые	29 (30,9)	21 (21,4)
Слабо зависимые	5 (5,3)	45 (45,9)
Итого	94 (100)	98 (100)

При этом следует отметить, что зона средней зависимости оптимальных портфелей от параметров мер риска в рассматриваемом периоде включала среднее количество портфелей, оптимальных по мерам риска  $M_1$  и  $M_2$ , несмотря на то, что данный диапазон был вдвое длиннее диапазонов сильной и слабой зависимости.

Полученные результаты говорят о том, что при выборе в качестве основания для формирования портфеля ценных бумаг меры риска  $M_1$ , а также динамической стратегии  $M_1$ , следует внимательно относиться к выбору пары параметров. В то же время, при ориентации на меру риска  $M_2$  (динамическую стратегию  $M_2$ ) риск ошибиться с выбором пары параметров ниже благодаря превосходству слабой зависимости оптимальных портфелей от векторных параметров ( $k, \alpha$ ). Таким образом, при прочих равных условиях применение меры риска  $M_2$  с конкретной парой параметров на растущем рынке позволит чаще получать эффективный портфель.

Приведем результаты по мерам риска для оптимальных портфелей, построенных по мерам  $M_1$  и  $M_2$ . Общее число наборов параметров мер с учетом по-

Таблица 8

**КОЛИЧЕСТВО СФОРМИРОВАННЫХ  
ПОРТФЕЛЕЙ, УСТУПАЮЩИХ ПО ДОХОДНОСТИ  
НАИБОЛЕЕ ДОХОДНОМУ ПОРТФЕЛЮ**

*Значения в скобках указаны в %*

Количество портфелей, уступающих наиболее доходному портфелю	$M_1$	$M_2$
0	15 (16,0)	36 (36,7)
0-25	53 (56,5)	81 (82,7)
26-250	21 (22,3)	11 (11,2)
251-475	18 (19,1)	6 (6,1)
476-500	2 (2,1)	0 (0,0)

Таблица 6

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ  
ПО МЕРАМ РИСКА  $M_1$  и  $M_2$  И ДИАПАЗОНАМ  
ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА  $k$**

*Значения в скобках указаны в %*

Диапазон значения параметра $k$	$M_1$	$M_2$	Всего
[0; 0,3)	274 (25,3)	652 (26,5)	926 (26,2)
[0,3; 0,7]	488 (45,1)	1128 (45,9)	1616 (45,6)
(0,7; 1]	321 (29,6)	677 (27,6)	998 (28,2)
Итого	1083 (100)	2457 (100)	3540 (100)

В среднем различные значения параметра  $k$  в оптимальных портфелях встречались одинаково часто. Из таблицы видно, что использование выпуклых комбинаций «чистых» мер  $VaR$  и  $CVaR$  эффективнее, чем каждой из них в отдельности. Влияние комбинаций, близких к  $CVaR^+$  на формирование оптимального портфеля, отобранного по критерию  $M_1$ , а также влияние комбинаций, близких к  $CVaR^+$  на формирование оптимального портфеля, отобранного по критерию  $M_2$ , в среднем несколько сильнее, чем близких к  $VaR$  и  $VaR^+$ , соответственно.

Таблица 7

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ  
ПО МЕРАМ РИСКА  $M_1$  и  $M_2$  И ЗНАЧЕНИЯМ  
ПАРАМЕТРА  $\alpha$**

*Значения в скобках указаны в %*

Значения параметра $\alpha$	$M_1$	$M_2$	Всего
0,02	253 (23,4)	611 (24,9)	864 (24,5)
0,03	259 (23,9)	599 (24,4)	858 (24,2)
0,04	297 (27,4)	621 (25,2)	918 (25,9)
0,05	274 (25,3)	626 (25,5)	900 (25,4)
Итого	1 083 (100)	2457 (100)	3 540 (100)

Аналогично параметру  $k$ , различные значения параметра  $\alpha$  в оптимальных мерах встречались, в целом, одинаково часто.

Отметим, что в данной работе не было проведено исследования последовательностей портфелей, сформированных на основании  $M_1$  и  $M_2$ -стратегий отдельно по каждой паре параметров, необходимого для построения рекомендаций по применению определенных пар параметров и оценки их эффективности. Также было определено число портфелей ценных бумаг (из 500 возможных), доходность которых на анализируемых промежутках оказалась выше доходности портфелей, отобранных по  $M_1$  и  $M_2$ -стратегиям. Данные представлены в табл. 8.

В подавляющем большинстве случаев (82,7%) портфели, отобранные по критерию  $M_2$ , уступали в доходности не более чем 25 портфелям из 500 сгенерированных случайных портфелей. В то же время портфели, отобранные по критерию  $M_1$ , уступали в доходности не более чем 25 портфелям чуть больше, чем в половине случаев.

**Анализ степени диверсифицированности**

Была проанализирована степень диверсифицированности портфелей, отобранных по  $M_1$  и  $M_2$ -стратегиям. Эта характеристика портфеля очень важна для инвестора, не склонного к риску, поскольку позволяет защитить активы при падении котировок акций того или иного эмитента. В качестве оценки степени диверсифицированности портфеля принята максимальная из долей акций в портфеле. При 10 акциях минимальное значение такой характеристики равно 0,1 – в этом случае средства равномерно распределены между всеми эмитентами, иными словами, портфель полностью диверсифицирован.

Были выделены три степени диверсифицированности:

- если указанный показатель не превосходит 0,4, то портфель считается сильно диверсифицированным;
- если значение показателя находится между 0,4 и 0,7 – средне диверсифицированным;
- если показатель превысит 0,7, то портфель является слабо диверсифицированным.

Среди оптимальных портфелей, отобранных на основании критериев  $M_1$  и  $M_2$ , в рассматриваемом периоде сильно диверсифицированными оказались 98 оптимальных портфелей ценных бумаг, средне диверсифицированными – 79 портфелей, слабо диверсифицированными – 15 портфелей. По каждой мере риска по уровню диверсифицированности портфели были распределены неравномерно (табл. 9).

Таблица 9

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ  
ПО МЕРАМ РИСКА  $M_1$  и  $M_2$  И СТЕПЕНИ  
ДИВЕРСИФИЦИРОВАННОСТИ**

*Значения в скобках указаны в %*

Степень диверсифицированности	$M_1$	$M_2$
Сильно диверсифицированные	64 (68,1)	34 (34,7)
Средне диверсифицированные	29 (30,9)	50 (51,0)
Слабо диверсифицированные	1 (1,0)	14 (14,3)
Итого	94 (100)	98 (100)

По отдельным наборам акций число оптимальных портфелей, попавших в отмеченные зоны, различалось слабо. При рассмотрении оптимальных портфелей ценных бумаг, попавших в ту или иную зону диверсифицированности, в зависимости от рыночной ситуации (падающий или растущий фондовый рынок) было выявлено, что в условиях как спада, так и роста на рынке большинство портфелей, отобранных на основе меры риска  $M_1$ , являются сильно диверсифицированными. При этом большинство портфелей, отобранных на основе меры риска  $M_2$ , и в условиях спада, и в условиях роста фондового рынка, являются средне диверсифицированными (табл. 10).

Полученное распределение оптимальных портфелей по мерам риска  $M_1$  и  $M_2$  и степени диверсифицированности имеет естественное объяснение. Как уже отмечалось, мера  $M_1$  ориентирована на минимизацию редких больших убытков и чаще увеличивает степень диверсифицированности портфеля, снижая риски. В то же время мера  $M_2$  ориентирована на максимизацию редких больших прибылей и тем самым уменьшает степень диверсифицированности портфеля в интересах повышения доходности. Кроме того, диверсификация направлена на снижение рисков портфеля в условиях стабильного рынка, когда отсутствует внешнее негативное влияние, ведущее к одновременному падению котировок всех эмитентов, представленных на фондовом рынке.

Таблица 10

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОРТФЕЛЕЙ ПО МЕРАМ РИСКА  $M_1$  И  $M_2$  И СТЕПЕНИ ДИВЕРСИФИЦИРОВАННОСТИ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ РЫНОЧНОЙ СИТУАЦИИ**

Значения в скобках указаны в %

Степень диверсифицированности	$M_1$	$M_2$
<b>Падающий рынок (2007-2008 гг.)</b>		
Сильно диверсифицированные	44 (77,2)	8 (19,5)
Средне диверсифицированные	12 (21,0)	25 (61,0)
Слабо диверсифицированные	1 (1,8)	8 (19,5)
Итого	57 (100)	41 (100)
<b>Растущий рынок (2009-2010 гг.)</b>		
Сильно диверсифицированные	19 (54,3)	26 (42,6)
Средне диверсифицированные	16 (45,7)	29 (47,6)
Слабо диверсифицированные	0 (0,0)	6 (9,8)
Итого	35 (100)	61 (100)

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В работе предлагается формировать портфели на основе мер, построенных с учетом правого хвоста (редкие крупные прибыли) в качестве альтернативы общепринятой ориентации на левый хвост распределения доходности. В ходе исследования было выявлено, что именно они позволяют сформировать более доходные портфели на последующих временных интервалах в условиях растущего рынка. Были проанализированы различные показатели эффективности построенных портфелей.

Установлено, что стратегии, основанные на использовании выпуклых комбинаций мер риска  $VaR$  и  $CVaR$ , как правило, оказываются эффективнее, чем  $VaR$  и  $CVaR$  в отдельности, давая устойчивые результаты. При этом, на растущем рынке предпочтительным является формирование портфелей с ориентацией на правый хвост распределения, в то время, как на падающем – на левый.

В дальнейшем предполагается исследование влияния параметров мер риска на формирование последовательности портфелей и выработка рекомендаций по использованию этих параметров.

**Литература**

1. Базель 2. Международная конвергенция измерения капитала и стандартов капитала: уточненные рамочные подходы [Электронный ресурс] : пер. на рус. яз. / Базельский комитет по банковскому надзору. 2004. URL: <http://www.cbr.ru/today/pk/Basel.pdf>.
2. Бронштейн Е.М. и др. Управление портфелем ценных бумаг на основе комплексных квантильных мер риска [Текст] / Е.М. Бронштейн, М.М. Качкаева, Е.В. Тулупова // Известия РАН. Теория и системы управления. – 2011. – №1. – С. 184-189.
3. Куреленкова Ю.В. Система поддержки принятия решений при формировании портфеля ценных бумаг на основе

4. комплексных мер риска [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук / Ю.В. Куреленкова. – Уфа, 2009. – 19 с.
5. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика [Текст] / М.Б. Лагутин. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 472 с.
6. Финанс [Электронный ресурс] : официальный сайт. Режим доступа: <http://www.finam.ru>.
7. Alberht P. Risk measures. Encyclopedia of actuarial science. John Willey&Sons, 2004.
8. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. Coherent measures of risk // Math. Finance. 1999. Vol. 3. Pp. 203-228.
9. Bronshtein E., Kurelenkova Ju. Complex risk measures in portfolio optimization // Proceedings of 5th conference in actuarial science and finance on Samos. Samos. 2009. p. 77-82.
10. Denuit M., Dhaene J., Goovaerts M., Kaas R., Laeven R. Risk measurement with equivalent utility principles // Statistics and decision. 2006. Vol. 24. Pp. 1-25.
11. Handbook of portfolio construction: contemporary applications of Markowitz techniques. Springer. 2010. 792 p.
12. Holton G. Value-at-Risk: Theory and Practice. Academic Press. 2003. 405 p.
13. Krzemienowski A. Risk preference modeling with conditional average: an application to portfolio optimization // Ann Oper Res. 2009. Vol. 165. Pp. 67-95.
14. Markowitz H. Portfolio selection // Journal of Finance. 1952. Vol. 7. №1. Pp. 77-91.
15. Rachev R., Ortobelli S., Stoyanov S., Fabozzi S., Biglova A. Desirable properties of an ideal risk measure in portfolio theory // International journal of theoretical and applied finance. 2005. Vol. 1. Pp. 19-54.
16. Risk measures for 21 century. John Willey&Sons, 2004. 512 p.
17. Rockafellar T., Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk // The journal of risk. 2000. Vol. 3. Pp. 21-41.

**Ключевые слова**

Квантильные меры риска; комбинации мер риска; эффективность мер риска; портфель ценных бумаг; финансовые риски;  $VaR$ ,  $CVaR$ .

*Бронштейн Ефим Михайлович*

*Тулупова Екатерина Викторовна*

**РЕЦЕНЗИЯ**

Актуальность темы. Динамичное развитие современной экономики в целом и фондовых рынков в частности выступает своеобразным стимулом для поиска исследователями новых методов и подходов к формированию портфелей ценных бумаг. В частности, анализируются различные меры финансовых рисков, на основе которых формируются портфели ценных бумаг.

Новизна и практическая значимость. В работе предлагается использовать в качестве меры риска комбинации известных квантильных мер  $VaR$  и  $CVaR$ . Проведен обзор существующих подходов к формированию портфелей ценных бумаг и оценке рисков, а также проработанности темы исследования. Авторами подробно освещен проведенный вычислительный эксперимент, приводится анализ эффективности использования введенных в рассмотрение мер риска, сделаны соответствующие выводы. Комбинации мер риска, введенные в рассмотрение в рамках представленной работы, могут иметь широкую область применения, в том числе и в социально значимых отраслях экономики, что подтверждает практическую значимость проведенного исследования.

Пожелание. Желательно в дальнейшем провести аналогичное исследование для ценных бумаг зарубежных эмитентов и сравнить полученные результаты с результатами настоящей работы.

Заключение. Представленная статья, обладает научной новизной, хорошо изложена и соответствует требованиям, предъявляемым к научным работам. Рекомендую работу к публикации в журнале «Аудит и финансовый анализ».

*Мустаев И.З., д.э.н., зав. кафедрой «Управление инновациями» Уфимского государственного авиационного технического университета*

[Перейти на Главное МЕНЮ](#)  
[Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ](#)