

### 3. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

#### 3.1. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОРГАНИЗАЦИИ ГРУЗОПЕРЕВОЗОК ПО ЗАМКНУТОЙ ЦЕПОЧКЕ СТАНЦИЙ<sup>1</sup>

Бекларян Л.А., д.ф.-м.н., главный научный сотрудник  
Лаборатории социального моделирования;  
Хачатрян Н.К., к.ф.-м.н., старший научный сотрудник  
Лаборатории социального моделирования

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Центральный экономико-математический институт Российской Академии наук», Лаборатория социального моделирования*

В статье рассматривается динамическая модель организации грузоперевозок по замкнутой цепочке станций с заданной системой контроля. Изучаются режимы грузоперевозок, исследуется возможность системы на восстановление в случае сбоев.

#### ВВЕДЕНИЕ

Среди проблем, связанных с работой транспорта, центральное место занимают задачи планирования и организации грузоперевозок. Первая задача хорошо изучена, ей посвящена обширная литература, в частности работы [1, 3-5]. Отметим лишь, что впервые методы нахождения оптимального плана перевозок в нашей стране были предложены в 1930-х гг. Другой важной задачей, связанной с работой транспорта, является организация грузоперевозок с заданной системой контроля. Сеть грузоперевозок на железнодорожном транспорте представляет собой большую сложную систему, моделирование которой связано с дополнительными трудностями из-за сложности сети дорог и многообразия движения поездов. Создавать модель, которая точно представляет все детали, бессмысленно, поскольку это приводит к усложнению процесса ее проектирования. Хорошая модель должна быть одновременно и точной, и простой. Поэтому при исследовании характеристик железнодорожной системы в целом целесообразно использовать грубые модели, в которые вводятся существенные упрощения, а некоторые детали опускаются. В работе [2] была построена и исследована модель организации грузоперевозок на протяженном участке пути с большим количеством промежуточных станций, через которые проходит грузопоток. Было рассмотрено четыре варианта модели, один из которых — модель грузоперевозок по замкнутой цепочке станций. Данная статья посвящена дальнейшему исследованию указанной модели.

#### 1. Постановка задачи

Рассматривается модель организации грузоперевозок по замкнутой цепочке станций, изображенной на рис. 1. Первая технология основана на установленных нормативных правилах взаимодействия соседних станций. Для каждой станции с номером  $i$  существуют правила взаимодействия с предыдущей  $(i - 1)$ -й станцией и последующей  $(i + 1)$ -й станцией. Согласно правилу взаимодействия с предыдущей станцией,

<sup>1</sup> Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №12-01-00768).

станция с номером  $i$  увеличивает количество задействованных узлов с интенсивностью  $\alpha(z_{i-1} - z_i)$  если количество задействованных узлов на ней меньше чем на предыдущей станции. При этом груз принимается с предыдущей станции. В противном случае станция с номером  $i$  уменьшает количество задействованных узлов с интенсивностью  $-\alpha(z_{i-1} - z_i)$ , и груз отправляется на перегонный путь. Согласно правилу взаимодействия с последующей станцией, станция с номером  $i$  уменьшает количество задействованных узлов с интенсивностью  $\alpha(z_i - z_{i+1})$ , если количество задействованных узлов на ней больше чем на следующей станции. При этом груз отправляется на следующую станцию. В противном случае станция с номером  $i$  увеличивает количество задействованных узлов интенсивностью  $-\alpha(z_i - z_{i+1})$ , и груз принимается с перегонного пути. Первая технология не учитывает условия ограниченности пропускной способности станций. Кроме того, она не позволяет использовать весь потенциал станций. В связи с этим, наряду с первой технологией, используется и вторая.

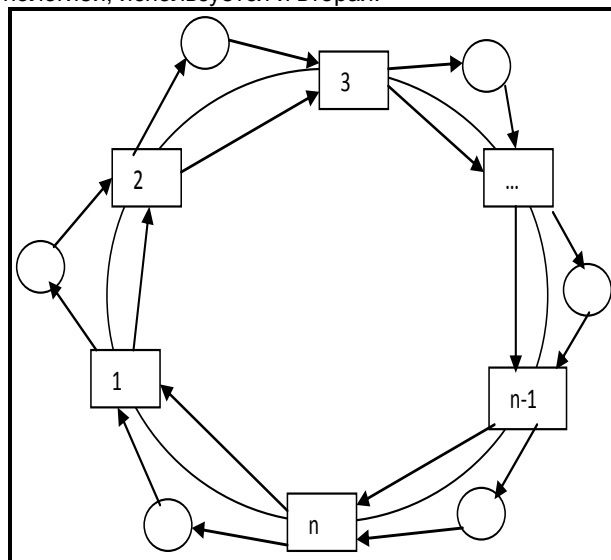


Рис. 1. Схема движения грузопотока

Вторая технология позволяет как увеличить число задействованных узлов (если оно не превышает  $\Delta$ ), так и уменьшать (если оно превышает  $\Delta$ ). При этом груз принимается с перегонного пути либо отправляется на перегонный путь. Из определения второй технологии следует, что функция  $\phi(\cdot)$ , задающая скорость изменения числа задействованных узлов обработки в рамках данной технологии, обладает следующими свойствами: на полупрямой  $(-\infty, 0]$  тождественно равна нулю, на интервале  $(0, x_{opt})$  является возрастающей, в точке  $x_{opt}$  принимает максимальное значение, на полупрямой  $(x_{opt}, +\infty)$  является убывающей, в точке  $\Delta$  принимает нулевое значение, а на полупрямой  $(\Delta, +\infty)$  является линейной.

## 2. Исследование режимов грузоперевозок

Учитывая описанные выше технологии, определим динамику изменения числа задействованных узлов как на станциях, так и на перегонных путях. Как было замечено выше, каждая станция имеет два входных и два выходных потока. Так как один из выходных потоков для каждой станции является входным потоком для следующей, достаточно определить три вида потока:

- входной с предыдущей станции;
- входной с перегонного пути на станцию;
- выходной от станции к перегонному пути.

Входной поток с предыдущей станции представляет собой сумму постоянной составляющей потока и переменной, осуществляемой в рамках первой технологии, причем переменная составляющая потока отлична от нуля, если число задействованных узлов на данной станции меньше чем на предыдущей. Интенсивность данного потока от станции  $i - 1$  к станции  $i$  равна

$$V + \alpha(z_{i-1} - z_i) \text{sign}(z_{i-1} - z_i). \tag{1}$$

Функция  $\text{sign}$ , участвующая в выражении (1), определяется следующим образом:

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t \leq 0. \end{cases}$$

Входной поток с перегонного пути осуществляется, как в рамках первой технологии, если число задействованных узлов на следующей станции больше, так и в рамках второй технологии, если число задействованных узлов не превышает  $\Delta$ . Интенсивность данного потока от перегонного пути к станции с номером  $i$  равна

$$\alpha(z_{i+1} - z_i) \text{sign}(z_{i+1} - z_i) + \phi(z_i) \text{sign}(\Delta - z_i).$$

Выходной поток от станции к перегонному пути осуществляется, как в рамках первой технологии, если число задействованных узлов на предыдущей станции меньше, так и в рамках второй технологии, если число задействованных узлов на данной станции больше  $\Delta$ . Интенсивность данного потока от станции с номером  $i$  к перегонному пути равна

$$\alpha(z_i - z_{i-1}) \text{sign}(z_i - z_{i-1}) + \phi(z_i) \text{sign}(z_i - \Delta).$$

Итак, определив интенсивность движения потоков всех трех видов, задавая начальные значения, можно проследить за динамикой изменения числа задействованных узлов на станциях и перегонных путях, т.е. определить возможные режимы грузоперевозок. Эти режимы должны удовлетворять заданной системе контроля. Она заключается в том, что объемы обрабатываемых грузов для любого планового интервала времени на всех станциях должны совпадать с определенным лагом времени, единым для всех станций. Такое условие можно описать в следующем виде: существует число  $\tau > 0$ , не зависящее от  $t$  и  $i$ , такое, что при всех  $i = 1, 2, \dots, n - 1$  и  $t \in [0, +\infty)$  выполняются равенства:

$$z_i(t) = z_{i+1}(t + \tau), \quad z_n(t) = z_1(t + \tau). \tag{2}$$

Для такой системы следует исследовать режимы грузоперевозок, функционирующие согласно описанным выше технологиям и удовлетворяющие системе контроля (2). Другой, не менее важной, задачей является изучение возможности системы на восстановление в случае возможных сбоев. Для решения этих задач была построена компьютерная модель с использованием пакета динамического моделирования Powersim. Приведем основные результаты исследования.

В численных экспериментах рассматривалась замкнутая цепочка из пяти станций. Задавая начальные значения на станциях и перегонных путях и период моделирования, можно проследить динамику изменения числа задействованных узлов на станциях и перегонных путях (рис. 2 и 3).

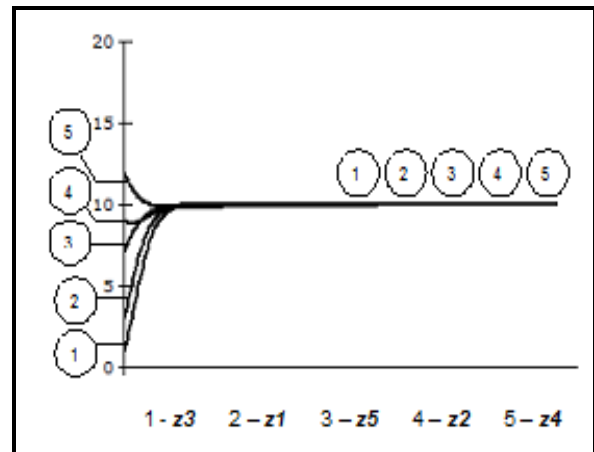


Рис. 2. Число задействованных узлов на станциях

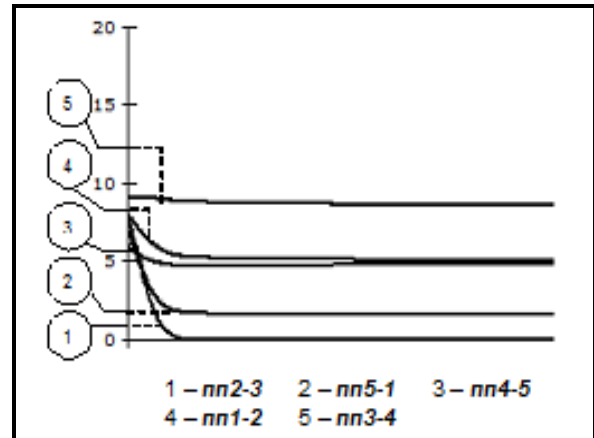


Рис. 3. Число задействованных узлов на перегонных путях

На данных рисунках приведен результат моделирования со следующими начальными условиями:

$$z_1(0) = 1; \quad z_2(0) = 9; \quad z_3(0) = 1;$$

$$z_4(0) = 12; \quad z_5(0) = 7.$$

Значение  $\Delta$ , определяющее пропускную способность станций, равно десяти. Как следует из рис. 2, начиная с некоторого момента времени число задействованных узлов на всех станциях становится равным  $\Delta$ . Численные эксперименты показали, что данная тенденция сохраняется и при любых других

начальных значениях. Это означает, что, начиная с некоторого момента времени (который меняется в зависимости от начальных значений), переменная составляющая интенсивности становится равной нулю, т.е. грузопоток в дальнейшем перемещается с постоянной интенсивностью  $v$ . Ранее было отмечено, что нас интересуют режимы перевозок, удовлетворяющие заданной системе контроля (2). Очевидно, что полученные режимы грузоперевозок, которые со временем переходят в стационарный режим, удовлетворяют данному условию.

### 3. Реакция системы на возможные сбои

Перейдем к исследованию другой заявленной задачи – изучение возможности системы на восстановление в случае возможных сбоев. Данная задача является весьма актуальной, поскольку в работе реальной системы грузоперевозок периодически происходят сбои, и, следовательно, есть потребность в изучении подобных воздействий на систему. Предположим, что на некоторой станции происходит сбой в работе системы и в течение некоторого периода времени данная станция не может принимать и / или отправлять грузы. Изучим последствия такого сбоя для работоспособности системы в целом. Рассмотрим следующие ситуации:

- станция не может принимать грузопоток (как с предыдущей станции, так и с перегонного пути);
- станция не может отправлять грузопоток (как на следующую станцию, так и на перегонный путь);
- станция не может принимать и отправлять грузопоток.

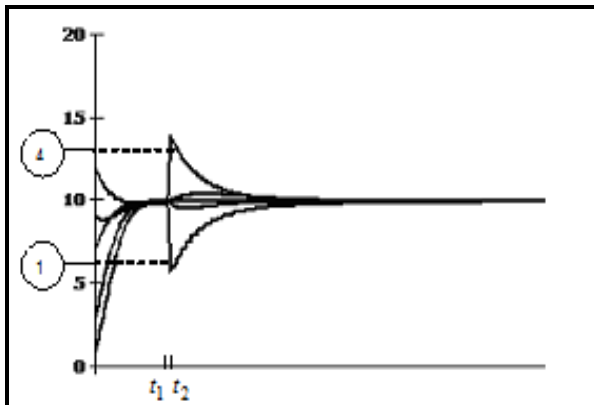


Рис. 4. Число задействованных узлов на станциях при сбое

Как показали численные эксперименты, режимы, которые устанавливаются при указанных выше видах сбоя системы, аналогичны. Например, на рис. 4 станция с номером 3 не может принимать грузопоток в период времени с  $t_1$  до  $t_2$ . Как видно, в этот период времени резко увеличивается число задействованных узлов на предыдущей станции и резко уменьшается число задействованных узлов на самой станции. Гораздо меньшее изменение числа задействованных узлов наблюдается на станциях 1 и 4. Практически не меняется число задействованных узлов на самой дальней от участка сбоя станции 5. Однако с течением времени система возвращается в стационарный режим. Если происходит сбой второго вида (станция не может отправлять грузопоток), картина будет похожей

с той лишь разницей, что резко возрастет число задействованных узлов на самой станции и резко уменьшится число задействованных узлов на следующей станции. И наконец, если происходит сбой вида 3 (станция не может принимать и отправлять грузопоток), то происходит резкое увеличение числа задействованных узлов на предыдущей станции и резкое уменьшение числа задействованных узлов на следующей станции.

При увеличении периода сбоя увеличивается максимальное отклонение числа задействованных узлов на данном периоде от стационарного значения  $\Delta$ . Например, на рис. 5 период сбоя увеличен в два раза относительно периода сбоя, изображенного на рис. 4, т.е.  $t_3 - t_1 = 2(t_2 - t_1)$ .

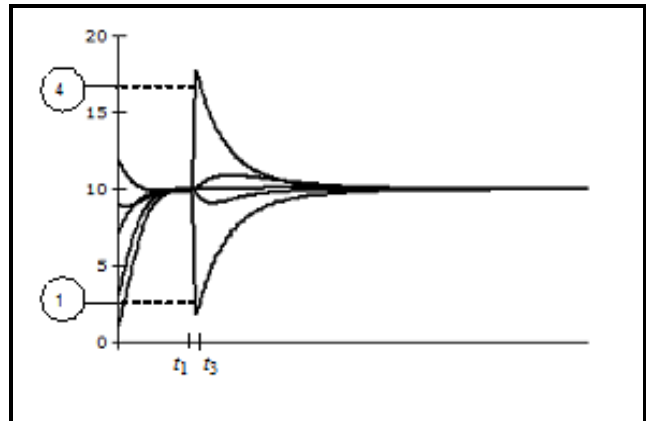


Рис. 5. Число задействованных узлов на станциях с увеличенным периодом сбоя

Детальные эксперименты с компьютерной моделью позволили выявить ряд закономерностей. Прежде чем привести их, отметим, что в экспериментах моделировался сбой вида 1 на станции 3, т.е. в период сбоя резко увеличивается число задействованных узлов на станции 2 и резко уменьшается на третьей. Обозначим через  $\bar{z}$  максимальное значение числа задействованных узлов на станции 2 в период сбоя, а через  $\tau$  – период сбоя. Приведем полученные закономерности:

- чем раньше происходит сбой, тем больше времени требуется системе, чтобы перейти в стационарный режим;
- максимальное значение числа задействованных узлов на второй станции в период сбоя  $\bar{z}$  линейно зависит от периода сбоя  $\tau$ ;
- при увеличении постоянной составляющей потока  $v$  угловой коэффициент прямой, описывающей зависимость  $\bar{z}$  от  $\tau$ , увеличивается.

Итак, указанная выше зависимость  $\bar{z}$  от  $\tau$  имеет вид:

$$\bar{z} = c + k\tau.$$

Константы  $c$  и  $k$  зависят от начальных значений на станциях, момента начала сбоя и величины постоянной составляющей потока, причем, как отмечено выше, с увеличением  $v$  значение  $k$  также увеличивается. Если сбой начинается после того как система перешла в стационарный режим, то  $c = \Delta$ ,  $k = v$ , т.е. максимальное значение числа задействованных узлов на станции 2 в период сбоя зависит от периода сбоя следующим образом:

$$\bar{z} = \Delta + V \tau.$$

Аналогичные закономерности наблюдаются и в случае сбоя других видов, а также в случае, если сбой происходит на другой станции.

### Литература

1. Авен О.И. и др. Оптимизация транспортных потоков [Текст] / О.И. Авен, С.Е. Ловецкий, Г.Е. Моисеенко. – М.: Наука, 1985.
2. Бекларян Л.А. Об одном классе динамических моделей грузоперевозок [Текст] / Л.А. Бекларян, Н.К. Хачатрян // Ж-л вычислительной математики и математической физики. – 2013. – Т. 53; №10. – С. 1649-1667.
3. Данциг Дж. Алгоритм разложения для задач линейного программирования [Текст] / Дж. Данциг, Ф. Вольф // Математика: сб. – 1964. – Т. 8; №1. – С. 151-160.
4. Канторович Л.В. Применение математических методов в вопросах анализа грузопотоков [Текст] / Л.В. Канторович, М.К. Гавурин // Проблемы повышения эффективности работы транспорта: сб. науч. ст. – М.: Изд-во АН СССР, 1949. – С. 110-138.
5. Канторович Л.В. Математические методы организации и планирования производства [Текст] / Л.В. Канторович. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1939.

### Ключевые слова

Динамическая модель; организация грузоперевозок; станция; перегонный путь; интенсивность грузопотока; система контроля; режимы грузоперевозок; стационарный режим; сбой системы; восстановление системы.

*Бекларян Лева Андреевич*

*Хачатрян Нерсес Карленович*

### РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность темы представленной работы обусловлена необходимостью постоянно совершенствовать систему организации грузоперевозок. Сложность системы грузоперевозок на железнодорожном транспорте делает невозможным решение этой проблемы без экономико-математического моделирования.

В данной статье рассматривается динамическая модель организации грузоперевозок с заданной системой контроля. Система контроля заключается в том, что объемы обрабатываемых грузов для любого планового интервала времени на всех станциях должны совпадать с определенным лагом времени, единым для всех станций. Грузопоток организован как между промежуточными станциями, так и между станциями и перегонными путями, расположенными между ними. Основная задача перегонных путей – избавить систему грузоперевозок от сбоев. В определенных ситуациях груз может поступать на перегонные пути для временного хранения. Организация грузоперевозок осуществляется с помощью заданных технологий. Изучаются возможные режимы грузоперевозок. Кроме этого, исследуется способность системы грузоперевозок к восстановлению при возможных сбоях в ее работе.

Рецензируемая статья отвечает требованиям, предъявляемым к научным публикациям, и может быть рекомендована к опубликованию.

*Бахтизин А.Р., д.э.н., заведующий лабораторией компьютерного моделирования социально-экономических процессов Центрального экономико-математического института Российской Академии наук.*