# 3.3. СТОИМОСТЬ КРЕДИТОВАНИЯ ВЕНЧУРНЫХ ПРОЕКТОВ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПОСТУЛАТА БЕЗАРБИТРАЖНОСТИ

Вавилов С.А., д.ф-м.н, профессор кафедры экономической кибернетики;
Светлов К.В., аспирант кафедры экономической кибернетики

*Санкт-Петербургский государственный университет*

[Перейти на Главное МЕНЮ](#)
[Вернуться к СОДЕРЖАНИЮ](#)

В статье рассматривается вопрос о стоимости кредитования венчурных проектов на основе принципа безарбитражности. В рамках подхода, основанного на построении реплицирующего портфеля», выведена формула для оценки стоимости кредитного-риска.

## ВВЕДЕНИЕ

Вопросы инвестирования в венчурные проекты за последние десятилетия приобрели особое значение. Данное обстоятельство связано прежде всего с бурным развитием инновационных технологий, что, как следствие, привело к повышенной неопределенности относительно прибыльности соответствующих инвестиций. С другой стороны, в случае успешного развития бизнеса материальная отдача от таких проектов может существенно превосходить доходность от инвестирования в традиционные отрасли промышленности, обеспечивающего минимальные риски невозврата капитала. Неудивительно, что данной проблематике посвящена обширная литература. Не претендуя на полноту обзора, остановимся лишь на некоторых аспектах проводимых исследований.

В работе [10] проанализировано более 200 примеров использования венчурного капитала с позиции проблемы агент-принципал и даны ответы на вопросы, касающиеся определения прав на денежные потоки в компании, участия в распределении голосов, возможности ликвидации фирмы при наступлении неблагоприятных сценариев. Указывается, что в большинстве случаев право голоса распределяется так, чтобы владелец венчурного капитала смог получить полный контроль над фирмой в случае, если результаты ее деятельности окажутся неудовлетворительными. Кроме того, в статье дается обширная статистика по анализируемым компаниям. В работе [9] авторами рассматривается связь между стратегией развития венчурной компании и условиями, на которых осуществляется ее финансирование. С помощью соответствующей эконометрической модели доказывается, что стоимость капитала для компаний с инновационными продуктами, способными сформировать новый рынок, ниже, поскольку они имеют потенциально большие возможности для развития.

Моделирование типичных действий инвесторов при финансировании молодых компаний представлено в работе [14]. Также в ней рассматриваются возможные критерии определения целесообразности подобного финансирования. В работах [5, 11] изучаются вопросы распределения прав собственности и будущих доходов между предпринимателем и венчурным капиталистом в зависимости от доли их участия в начальном капитале и формы партнерства, в рамках которой функционирует компания. В [15] исследуется вопрос об оптимальной структуре финансирования компании, при условии, что инвестор, предоставляя собственные средства, получает некоторый объем прав собственности на компанию и имеет возможность в дальнейшем отказаться от услуг предпринимателя. Работа [4] демонстрирует возможность применения аппарата теории игр к определению оптимального размера привлекаемых средств, при условии, что заданы функции полезности как инвестора, так и менеджера, управляющего компанией.

В работах [2, 6, 12] используются стохастические методы для анализа венчурных компаний. В работе [6 с. 9] используется геометрическое броуновское движение для моделирования денежных потоков и оценки стоимости R&D проектов. Проблемы финансирования проектов R&D (в частности, проектов связанных с биотехнологиями) при помощи венчурного капитала рассматриваются также в [8, 13]. В работе [2, с. 239-241] рассмотрена стохастическая модель совместного предприятия, образованного тремя фирмами с целью максимизации прибыли за счет взаимной передачи технологий. Авторы используют стохастическое дифференциальное уравнение с управляющим винеровским процессом как модель динамики стоимости компании.

Настоящая статья посвящена частному вопросу инвестирования в венчурные проекты, а именно проблеме оценки стоимости их кредитования, когда кредитор не принимает непосредственного участия в управлении венчурным капиталом, а лишь только отслеживает выполнение взятых на себя заемщиком обязательств. Вопрос о стоимости заимствований в этом случае рассматривается с позиции кредитора на основе метода реплицирующего портфеля (replicating portfolio) [1 с. 145-150, 12], восходящего к классической работе Блэка-Шоулза [7]. В данной работе не предполагается хеджирование проекта со стороны заемщика, при этом рассматривается одна из возможных функций выплат, предусматриваемая кредитным договором. Новизна представленного исследования состоит в применении стохастических методов безарбитражного ценообразования к определению ставки по кредитному продукту, а не к ценной бумаге или же производному финансовому инструменту. Предлагаемый подход допускает существование эффекта диверсификации, состоящего в снижении маржи за кредитный риск при одновременном кредитовании независимых друг от друга проектов.

## Формализация постановки и основной результат

В качестве исходных данных введем в рассмотрение следующие величины:

$I$ – сумма кредита;

$V_0$ – величина собственного капитала компании, вложенного в проект;

$x_0 = I + V_0$ – исходная стоимость венчурного капитала;

$T$ – время, на которое заключается кредитное соглашение;

$r$ – непрерывный эквивалент альтернативной нормы доходности от безрискового вложения для кредитора. Предполагается, что величина венчурного капитала $x_t$, вложенного в проект, меняется в соответствии со стохастическим дифференциальным уравнением:

$$dx_t = c_t x_t dt + \sigma x_t dW_t, \; x_0 = I + V_0, \tag{1}$$

где $c_t = c(t, \omega)$ – случайная функция времени;

$\sigma > 0$ – предполагаемый постоянным коэффициент волатильности;

$W_t$ – стандартный винеровский процесс.

Будем полагать, что кредитное соглашение между кредитором и заемщиком устанавливает следующую функцию выплат

$$\varphi_\delta(x_T)=\begin{cases} x_T, & x_T<I+\delta \\ I+\delta, & x_T\ge I+\delta, \end{cases} \quad (2)$$

где $\delta$ – сумма денег, начисленная за использование кредита к моменту времени $T$, представляющая изначально неизвестную величину.

Указанная функция выплат предусматривает, что в случае невыполнения своих кредитных обязательств (возврат суммы кредита вместе с начисленными на него процентами) заемщиком, данная венчурная компания со стоимостью $x_T$ переходит в собственность кредитора.

Будем обозначать стоимость контракта с указанной функцией выплат как $\Pi_t$, $t\in[0,T]$. В данном случае сумма кредита и функция выплат по кредиту со стороны заемщика определяются взаимнооднозначно как начальная и конечная стоимость данного контракта:

$$\Pi_0=I,\ \Pi_T=\varphi_\delta(x_T), \quad (3)$$

Исходя из идеологии реплицирующего портфеля, остановимся на вычислении неизвестной величины $\delta$. Для этого сформируем виртуальный портфель, включающий в себя некоторую долю рискового актива, соответствующего уровню рискованности рассматриваемого проекта, и безрискового актива как альтернативного способа вложения капитала для кредитора, изменение цены которого определяется зависимостью $\beta_t=e^{rt}$. Введем в рассмотрение стоимость $f_t$, $t\in[0,T]$ соответствующего виртуального портфеля, исходя из соотношения:

$$f_t=a_tx_t+b_t\beta_t, \quad (4)$$

где $a_t$ – количество рискового актива, соответствующего цене $x_t$;

$b_t$ – количество безрискового актива.

Управление данным портфелем производится, исходя из стратегии самофинансирования, т.е. динамика стоимости портфеля должна удовлетворять соотношению

$$df_t=a_tdx_t+b_td\beta_t=a_tdx_t+rb_t\beta_tdt. \quad (5)$$

Величины $a_t$ и $b_t$ выбираются таким образом, чтобы к моменту времени $T$ стоимость портфеля равнялась $\varphi_\delta(x_T)$.

Полагая $f_t=f(t,x_t)$ и учитывая (1), в соответствии с формулой Ито, получим

$$df_t=\left(\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{1}{2}\sigma^2x_t^2\frac{\partial^2 f}{\partial x_t^2}\right)dt+\frac{\partial f}{\partial x_t}dx_t. \quad (6)$$

Сравнивая зависимости (4), (5), и (6), получим уравнение относительно неизвестной функции двух переменных $f(t,x)$:

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{1}{2}\sigma^2x^2\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=r\left(f-\frac{\partial f}{\partial x}x\right). \quad (7)$$

Решение уравнения (7) при дополнительном условии

$$f(T,x)=\varphi_\delta(x)=\begin{cases} x, & x<I+\delta \\ I+\delta, & x\ge I+\delta, \end{cases} \quad (8)$$

соответствующем указанной выше функции выплат, единственно и может быть построено в явном виде путем перехода к новым независимым переменным $y=\ln x$ и $\tau=(T-t)\frac{\sigma^2}{2}$. После несложных преобразований исходная задача сводится к рассмотрению задачи Коши для простейшего параболического уравнения [3, с. 292], в результате решения которой приходим к следующей зависимости:

$$f(t,x)=x\Phi\left(-z_{t,x,\delta}\right)+(I+\delta)e^{-r(T-t)}\Phi\left(z_{t,x,\delta}-\sigma\sqrt{T-t}\right) \quad (9)$$

где $z_{t,x,\delta}=\dfrac{\ln\left(\dfrac{x}{I+\delta}\right)+\left(r+\dfrac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$,

$$\Phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z}e^{-\frac{s^2}{2}}ds.$$

Таким образом, при условии, что в момент времени $t$ стоимость рискового актива равняется $x_t$, стоимость реплицирующего портфеля должна быть равна $f(t,x_t)$. При этом число единиц самого рискового актива, находящихся в портфеле, равняется $a_t=\Phi\left(-z_{t,x,\delta}\right)$, а количество безрискового актива равно $b_t=(I+\delta)e^{-rT}\Phi\left(z_{t,x,\delta}-\sigma\sqrt{T-t}\right)$.

С позиции кредитора начальная стоимость $f_0$ построенного выше реплицирующего портфеля представляет собой сумму кредита, поскольку определенная выше функция выплат предполагает выдачу средств заемщику в начальный момент времени. Следовательно, мы приходим к следующему трансцендентному уравнению относительно неизвестной величины $\delta$:

$$I=f(0,I+V_0), \quad (10)$$

или в развернутой форме:

$$I=(I+V_0)\Phi\left(-z_{0,I+V_0,\delta}\right)+(I+\delta)e^{-rT}\Phi\left(z_{0,I+V_0,\delta}-\sigma\sqrt{T}\right) \quad (11)$$

Кроме того, нетрудно заметить, что указанное уравнение может быть переписано следующим образом:

$$C_T(I+V_0,I+\delta)=V_0, \quad (12)$$

где $C_T(I+V_0,I+\delta)$ – стоимость европейского call-опциона со временем исполнения $T$, спот-ценой базового актива $I+V_0$ и ценой исполнения $I+\delta$.

Отметим, что найденной величине кредитной премии $\delta$ соответствует кредитная ставка (в процентах годовых), вычисляемая по формуле:

$$k=\frac{\delta}{I}\cdot\frac{1}{T}\cdot 100\%. \quad (13)$$

## Существование, единственность и свойства решения задачи о ставке кредитования

Выше было показано, что стоимость кредита $\delta$ является решением уравнения $C_T(I+V_0, I+\delta) = V_0$ (далее по умолчанию будем полагать, что все входящие в него параметры строго положительны)

Левая часть данного уравнения является строго убывающей по $\delta$ функцией, так как $\frac{\partial C_T}{\partial \delta} = -e^{-rT}\Phi\left(z_{0,I+V_0,\delta} - \sigma\sqrt{T}\right) < 0$, причем величина указанной производной отделена от нуля некоторой постоянной. Тогда, если $C_T(I+V_0, I) > V_0$, то рассматриваемое нами уравнение имеет решение, и притом единственное. Для проверки справедливости последнего соотношения введем в рассмотрение функцию $k(V_0) = C_T(I+V_0, I) - V_0$, а также для удобства введем обозначения

$$d_1 = z_{0,I+V_0,0} = \frac{ln\left(\frac{I+V_0}{I}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}. \tag{14}$$

Определенная выше функция также является строго убывающей, так как $k'(V_0) = \Phi(d_1) - 1 < 0$. Далее, перепишем ее как

$$k(V_0) = I(1 - e^{-rT}) + I\left(1 - \Phi(d_1)\right) - Ie^{-rT}\left(1 - \Phi(d_2)\right) + V_0\left(\Phi(d_1) - 1\right). \tag{15}$$

Поскольку $\Phi$ является функцией распределения, то очевидны следующие предельные переходы:

$$1 - \Phi(d_1) \underset{V_0 \to \infty}{\to} 0 , \tag{16}$$

$$1 - \Phi(d_2) \underset{V_0 \to \infty}{\to} 0 , \tag{17}$$

$$V_0\left(\Phi(d_1) - 1\right) = -V_0\int_{d_1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-y^2}{2}}dy \sim -V_0\frac{1}{\sqrt{2\pi}\, d_1}e^{\frac{-d_1^2}{2}} \to 0, \tag{18}$$

Когда $V_0 \to \infty$, тогда $k(V_0) \underset{V_0 \to \infty}{\to} I(1 - e^{-rT}) > 0$.

Таким образом, $k(V_0)$ строго положительна для всех $V_0$ и, следовательно, рассматриваемое уравнение относительно $\delta$ обладает единственным решением.

Итак, уравнение (11) имеет единственное решение, которое обозначим как $\delta^*$. Легко показать, что его зависимость от входных параметров $V_0$ и $\sigma$ соответствует интуитивным, с точки зрения здравого смысла, представлениям. Для этого рассмотрим производные от $\delta^*$, как функции, зависящей от параметров рассматриваемой задачи $\delta^* = \delta^*(I, V_0, r, \sigma, T)$:

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial V_0} = \frac{\Phi\left(z_{0,I+V_0,\delta^*}\right) - 1}{\Phi\left(z_{0,I+V_0,\delta^*} - \sigma\sqrt{T}\right)}e^{rT} < 0 , \tag{19}$$

$$\frac{\partial \delta^*}{\partial \sigma} = \frac{\left(I+\delta^*\right)\Phi'\left(z_{0,I+V_0,\delta^*} - \sigma\sqrt{T}\right)\sqrt{T}}{\Phi\left(z_{0,I+V_0,\delta^*} - \sigma\sqrt{T}\right)} > 0 . \tag{20}$$

Таким образом, при росте объема собственных средств заемщика, вложенных в проект, стоимость кредита уменьшается. Более того, имеет место следующее предельное соотношение:

$$\delta^* \underset{V_0 \to \infty}{\to} I(e^{rT} - 1), \tag{21}$$

соответствующее тому обстоятельству, что при стремлении величины собственных средств заемщика, вложенных в проект, к бесконечности, ставка по кредиту стремится к своему безрисковому значению. И наоборот, при стремлении $V_0$ к нулю, стоимость кредита неограниченно растет.

Аналогично уменьшение волатильности венчурного капитала приводит к снижению величины начисленных процентов. Кроме того, в отсутствие кредитного риска, то есть при $\sigma = 0$, уравнение (11) примет вид:

$$I = (I + \delta)e^{-rT} , \tag{22}$$

и, следовательно, непрерывная доходность такого вложения будет равна $r$. Таким образом, при стремлении волатильности к нулю, ставка по кредиту будет стремиться к безрисковой ставке. В ситуации, когда величина $\sigma > 0$, маржа за кредитный риск будет строго положительна.

Кроме того, рассчитанная при помощи (11), (13) ставка $k^* = k\left(\delta^*\right)$ является строго возрастающей по $I$, поскольку, как легко показать, $\frac{\partial k^*}{\partial I} > 0$. Поэтому она может рассматриваться как функция $k^* = k^*(I)$ предложения средств для конкретного заемщика. Предъявляя спрос на кредит величиной $I$, собственник венчурной компании может рассчитывать на минимально возможную ставку, равную $k^*$. Кредитование по этой ставке обеспечивает инвестору минимальную оплату кредитного риска, связанного с возможным банкротством венчурной компании.

## Безарбитражность стоимости платежного обязательства

Убедимся в том, что полученная указанным выше способом стоимость платежного обязательства исключает возможность арбитража как для кредитора, так и для заемщика. Для этого, следуя общей схеме проверки на безарбитражность [1, с. 220-229], введем в рассмотрение портфель, составленный из трех видов активов: двух рисковых, стоимостью $x_t$ и $f_t = f(t, x_t)$, а также безрискового, стоимостью $\beta_t$. Стоимость указанного портфеля обозначим через $V_t$. Кроме того, из формулы Ито вытекает справедливость следующих соотношений:

$$df = f\alpha_f dt + f\sigma_f dW_t, \qquad (23)$$

где: $$\alpha_f = \frac{1}{f}\left(\frac{\partial f}{\partial t} + c_t x_t \frac{\partial f}{\partial x_t} + \frac{1}{2}\sigma^2 x_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_t^2}\right), \qquad (24)$$

и $$\sigma_f = \sigma x_t \frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x_t}. \qquad (25)$$

Обозначим долю каждого из составляющих портфель активов через $u_x$, $u_f$ и $u_\beta = 1 - u_f - u_x$. Динамика стоимости такого портфеля, управляемого в рамках стратегии самофинансирования, определяется соотношением:

$$dV_t = V_t\left(u_x \frac{dx_t}{x_t} + u_f \frac{dF_t}{F_t} + u_\beta \frac{d\beta_t}{\beta_t}\right) =$$
$$= V_t\left(u_x(c_t - r) + u_f(\alpha_f - r) + r\right)dt + \qquad (26)$$
$$+V_t\left(u_x\sigma + u_f\sigma_f\right)dW_t.$$

Заметим, что значения $\alpha_f$ и $\sigma_f$, определенные формулами (24), (25), наряду с соотношением (7) обеспечивают справедливость следующего равенства:

$$\frac{c_t - r}{\sigma} = \frac{\alpha_f - r}{\sigma_f}. \qquad (27)$$

Выполнение соотношения (27) означает, что система алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} c_t - r & \alpha_f - r \\ \sigma & \sigma_f \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_x \\ u_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (28)$$

не имеет решения ни при каких $\varepsilon \neq 0$, в том числе любых $\varepsilon > 0$. Из последнего обстоятельства вытекает, что если стоимость долга заемщика меняется в соответствии с формулой (7), то на рынке долговых обязательств ни один из его участников, в том числе кредитор и заемщик, не смогут сформировать из указанных трех активов безрисковый портфель, управляемый в рамках стратегии самофинансирования и обеспечивающий рост его стоимости, превышающий безрисковую процентную ставку $r$ на величину $\varepsilon > 0$. В этом смысле динамика стоимости долгового обязательства, определяемая формулой (7), обеспечивает безарбитражность стоимости введенного в рассмотрение платежного инструмента.

## Эффект диверсификации при совместном кредитовании нескольких проектов

Изложенный выше способ определения стоимости кредитования венчурного проекта может быть обобщен на случай финансирования двух и более проектов, находящихся в собственности одного и того же заемщика. Здесь мы рассмотрим ситуацию, когда стоимости венчурных проектов являются, в определенном ниже смысле, некоррелированными и продолжительности их реализации совпадают.

Пусть $I_1$ и $I_2$ – суммы кредитов для первого и второго проекта, $V_{1,0}$ и $V_{2,0}$ – собственный капитал первого и второго проектов. Начальные стоимости проектов равняются $x_{1,0} = I_1 + V_{1,0}$ и $x_{2,0} = I_2 + V_{2,0}$. Как и прежде, $T$ – время, на которое заключается кредитное соглашение; $r$ – альтернативная норма доходности от безрискового вложения для кредитора.

Будем исходить из того, что стоимости проектов меняются в соответствии со стохастическими дифференциальными уравнениями:

$$dx_{1,t} = c_{1,t}x_{1,t}dt + \sigma_1 x_{1,t}dW_{1,t},\ x_{1,0} = I_1 + V_{1,0}, \qquad (29)$$

$$dx_{2,t} = c_{2,t}x_{2,t}dt + \sigma_2 x_{2,t}dW_{2,t},\ x_{2,0} = I_1 + V_{2,0}, \qquad (30)$$

где $c_{i,t} = c_i(t,\omega)$;

$i = 1,2$ – случайные функции времени;

$\sigma_i > 0,\ i = 1,2$ – постоянные коэффициенты волатильности. Стандартные винеровские процессы $W_{1,t}$ и $W_{2,t}$ будем считать некоррелированными, а именно $dW_{1,t}dW_{2,t} = 0$.

Кредитное соглашение устанавливает следующую функцию выплат:

$$\varphi_\delta(x_{1,T}, x_{2,T}) = \begin{cases} x_{1,T} + x_{2,T},\ x_{1,T} + x_{2,T} < I_1 + I_2 + \delta \\ I_1 + I_2 + \delta,\ x_{1,T} + x_{2,T} \geq I_1 + I_2 + \delta, \end{cases} \qquad (31)$$

где $\delta$ – сумма денег, начисленная за использование кредита $I_1 + I_2$ к моменту времени $T$, представляющая собой изначально неизвестную величину.

Заметим, что в данном случае функция выплат зависит от совокупной стоимости двух проектов, что позволяет при их реализации перераспределять средства между ними, если иное не установлено в кредитном договоре.

Повторяя рассуждения, изложенные выше, с учетом того, что реплицирующий портфель будет содержать три актива: два рисковых актива, соответствующих уровням рискованности рассматриваемых проектов, и безрисковый актив, изменение цены которого определяется зависимостью $\beta_t = e^{rt}$, придем к тому, что стоимость реплицирующего портфеля должна удовлетворять уравнению:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma_1^2 x_1^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2}\sigma_2^2 x_2^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} =$$
$$= r\left(f - x_1\frac{\partial f}{\partial x_1} - x_2\frac{\partial f}{\partial x_2}\right) \qquad (31)$$

и дополнительному условию:

$$f(T, x_1, x_2) = \varphi_\delta(x_1, x_2) =$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2,\ x_1 + x_2 < I_1 + I_2 + \delta \\ I_1 + I_2 + \delta,\ x_1 + x_2 \geq I_1 + I_2 + \delta. \end{cases} \qquad (32)$$

Нетрудно показать, что решением задачи (31), (32) является функция:

$$f(t, x_1, x_2) = \frac{e^{-r(T-t)}}{2\pi(T-t)} \iint_{-\infty}^{+\infty} \varphi_\delta\left(x_1 e^{\left(r-\frac{\sigma_1^2}{2}\right)(T-t)+\sigma_1 z_1}, x_2 e^{\left(r-\frac{\sigma_2^2}{2}\right)(T-t)+\sigma_2 z_2}\right) e^{\frac{-z_1^2-z_2^2}{2(T-t)}} dz_1 dz_2 . \quad (33)$$

Поскольку с позиции кредитора начальная стоимость такого портфеля равняется $I_1 + I_2$, приходим к уравнению относительно неизвестной величины $\delta$:

$$I_1 + I_2 = f(0, I_1 + V_{1,0}, I_2 + V_{2,0}), \quad (34)$$

или в развернутой форме:

$$I_1 + I_2 = \frac{e^{-rT}}{2\pi T} \iint_{-\infty}^{+\infty} \varphi_\delta\left(\left(I_1 + V_{1,0}\right) e^{\left(r-\frac{\sigma_1^2}{2}\right)T+\sigma_1 z_1}, \left(I_2 + V_{2,0}\right) e^{\left(r-\frac{\sigma_2^2}{2}\right)T+\sigma_2 z_2}\right) e^{\frac{-z_1^2-z_2^2}{2T}} dz_1 dz_2, \quad (35)$$

Численно решая данное уравнение, находим неизвестную величину $\delta$. Ниже, на основании численных расчетов, будет показано, что стоимость совместного кредитования соответствующих проектов оказывается существенно ниже, чем стоимость кредитования каждого из них в отдельности. Ставка по кредиту с учетом найденной величины $\delta$ рассчитывается как:

$$k = \frac{\delta}{I_1 + I_2} \cdot \frac{1}{T} \cdot 100\%. \quad (36)$$

## ВЫВОДЫ

В качестве примера рассмотрим ситуацию, когда величина кредита $I = 50\,000$ тыс. у.е., срок выдачи кредита $T = 2$ года, безрисковая процентная ставка для этого срока равняется 7%, эквивалентная ей непрерывная ставка равна $r = 6.55\%$. Величина собственных средств, вложенных в проект, может составлять от $25\,000$ до $50\,000$ тыс. у.е. Ниже приведена табл. 1 с рассчитанной в соответствии с (7) и (8) годовой процентной ставкой, под которую выдается кредит, в зависимости от величины собственных средств заемщика $V_0$, вложенных в проект, и значения волатильности $\sigma$ за год, характеризующую степень рискованности проекта.

**Таблица 1**

**РЕЗУЛЬТАТ РАСЧЕТОВ СТАВКИ ПО КРЕДИТУ (В ПРОЦЕНТАХ ГОДОВЫХ)**

| Волатильность, $\sigma$ | Величина собственных средств $V_0$, тыс. у.е. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 25 000 | 30 000 | 35 000 | 40 000 | 45 000 | 50 000 |
| 0,25 | 8,86 | 8,24 | 7,84 | 7,58 | 7,40 | 7,28 |
| 0,30 | 10,53 | 9,54 | 8,86 | 8,38 | 8,04 | 7,78 |
| 0,35 | 12,79 | 11,37 | 10,36 | 9,62 | 9,07 | 8,65 |
| 0,40 | 15,65 | 13,74 | 12,35 | 11,32 | 10,52 | 9,90 |
| 0,45 | 19,16 | 16,69 | 14,88 | 13,50 | 12,43 | 11,57 |
| 0,50 | 23,38 | 20,27 | 17,97 | 16,20 | 14,81 | 13,70% |

Как видно из приведенных расчетов, при небольших значениях волатильности рост величины собственных средств заемщика, вложенных в проект, обеспечивает стремление ставки кредитования к безрисковой процентной ставке. С другой стороны, рост волатильности и уменьшение собственных средств заемщика, вложенных в проект, приводит к резкому увеличению ставки кредитования.

Обратимся к варианту, при котором величина собственных средств заемщика равна $V_0 = 25\,000$ тыс. у.е., а годовая волатильность составляет $\sigma = 0,35$. В данном случае ставка, определенная в соответствии с изложенным методом, равняется 12,79% годовых. В случае, если через два года заемщик будет не в состоянии вернуть величину кредита, а также выплатить проценты по указанной ставке, венчурная компания перейдет в стоимость кредитора.

Теперь представим, что выдаваемый кредит в размере 50 000 тыс. у.е. идет на финансирование двух венчурных проектов, динамика капиталов которых следует геометрическому броуновскому движению с некоррелированными управляющими винеровскими процессами. При этом продолжительность их реализации одинакова и составляет два года. Потребность каждого из венчурных проектов в заемном капитале составляет $I_1 = 20\,000$ тыс. у.е. и $I_2 = 30\,000$ тыс. у.е. соответственно. Собственный капитал заемщика для каждого из этих проектов составляет $V_{1,0} = 10\,000$ тыс. у.е. и $V_{2,0} = 15\,000$ тыс. у.е. Волатильности обоих проектов будем считать одинаковыми и равными $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,35$. Решая уравнение (17) с заданными параметрами и используя формулу (18), получим, что итоговая процентная ставка при совместном кредитовании двух рассматриваемых проектов составляет 9,03% годовых. Как и в случае, разобранном выше, при невозможности заемщика через два года вернуть кредит в размере 50 000 тыс. у.е. и выплатить проценты, начисленные по ставке 9,03% годовых, компания переходит в собственность кредитора.

Таким образом, одновременное кредитование нескольких венчурных проектов при определенных условиях увеличивает вероятность выполнения заемщиком своих обязательств перед кредитором. Это обстоятельство приводит к снижению маржи за кредитный риск и повышает привлекательность инструмента кредитования как источника финансирования венчурных проектов. Отметим, что в рассмотренном примере снижение ставки кредитования составило 3,76% годовых за счет эффекта диверсификации, несмотря на то, что рискованность каждого из проектов осталась на прежнем уровне.

## Литература


1. Бьорк Т. Теория арбитража в непрерывном времени [Текст] / Т. Бьорк ; пер. с англ. Я.И. Белопольской. – М. : МЦНМО, 2010. – 560 с.
2. Зенкевич Н.А. и др. Стохастическая модель устойчивого совместного предприятия [Текст] / Н.А. Зенкевич, Н.В. Колабутин, Д.В.К. Янг // Управление большими системами. – 2009. – №26.1. – С. 16-45.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики [Текст] / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М. : Изд-во МГУ, 1999. – 799 с.
4. Amit R., Glosten L., Muller E. Entrepreneurial ability, venture investments, and risk sharing // Management science. 1990. Vol. 36 ; No. 10. Pp. 1233-1246.
5. Berglof E. A control theory of venture capital finance // Journal of law, economics & organization. 1994. Vol. 10 ; no. 2. Pp. 247-267.
6. Berk J.B., Green R.C., Naik V. Valuation and return dynamics of new ventures // Review of financial studies. 2004. Vol. 17. No. 1. Pp. 1-35.
7. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities // Journal of political economy. 1973. Vol. 81 ; no. 3. Pp. 637-654.

8. Hall B.H., Lerner J. The financing of R&D and innovation / National bureau of economic research. 2009. No. w15325.
9. Hellman T., Puri M. The interaction between product market and financing strategy: the role of centure capital // Review of financial studies. 2000. Vol. 13 ; no. 4. Pp. 959-984.
10. Kaplan S.N., Strömberg P. Financial contracting theory Meets the real world: an empirical analysis of venture capital contracts // The review of economic studies. 2003. Vol. 70 ; no. 2. Pp. 281-315.
11. Kirilenko A. Valuation and control in venture finance // The journal of finance. 2001. Vol. 56 ; no. 2. Pp. 565-587.
12. Merton R.C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates // The journal of finance. 1974. Vol. 29 ; no. 2. Pp. 449-470.
13. Ozmel U., Robinson D.T., Stuart T.E. Strategic alliances, venture capital, and exit decisions in early stage high-tech firms // Journal of financial economics. 2012. Vol. 107 ; no.3. Pp. 655-670.
14. Tyebjee T., Bruno A. A model of venture capitalist investment activity // Management science. 1984. Vol. 30 ; no. 9.
15. Ueda M. Banks versus venture capital: project evaluation, screening, and expropriation // The journal of finance. 2004. Vol. 59 ; no. 2. Pp. 601-621.



## Ключевые слова

Кредитный риск; реплицирующий портфель; венчурный проект.



*Вавилов Сергей Анатольевич*

*Светлов Кирилл Владимирович*


## РЕЦЕНЗИЯ

Вследствие бурного развития промышленного внедрения инновационных технологий и возникающей при этом проблемы финансирования соответствующих проектов тема представленной работы является, безусловно, актуальной. В данном случае решается конкретная задача о величине процентной ставки кредитования в зависимости от срока, на который выдается кредит, степени рискованности проекта, доли собственных средств заемщика, вложенных в проект.

Поставленная задача решается с точки зрения кредитора на основе метода построения реплицирующего портфеля. Применение этого метода заключается в том, что сумма кредита и функция выплат по кредиту со стороны заемщика определяются взаимооднозначно как начальная и конечная стоимость некоторого виртуального портфеля. Указанный портфель включает в себя некоторую долю рискового актива, соответствующего уровню рискованности рассматриваемого проекта, и безрискового актива как альтернативного способа вложения капитала для кредитора. В результате авторы статьи получают трансцендентное уравнение, решение которого единственно и определяет однозначно упомянутую выше ставку кредитования. Отдельное внимание уделяется проблеме отсутствия арбитража при данном подходе к ценообразованию. Приведены результаты численных расчетов при различных входных данных.

*Хованов Н.В., д.ф-м.н, профессор кафедры экономической кибернетики Санкт-Петербургского государственного университета.*