

3.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ РАЗВИТИЕМ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Брискин Е.С., д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой, кафедра теоретической механики, Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград;
 Рогачев А.Ф., д.т.н., профессор, заведующий кафедрой, кафедра математического моделирования и информатики, Волгоградский государственный аграрный университет, г. Волгоград;
 Козлова Л.Е., научный сотрудник, кафедра теоретической механики, Волгоградский государственный технический университет, г. Волгоград

Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ

Моделирование последствий государственного регулирования развития общества с учетом его расслоения по уровню доходов обеспечивает обоснование социально-экономической политики для государства. Для построения адекватной экономико-математической модели использована система дифференциальных уравнений, характеризующих динамику развития моделируемой социально-экономической системы с учетом протекционистской и/или фискальной политики государства. Разработана методика исследования модели методом фазовых портретов. Получены параметрические оценки результатов государственной политики в сфере социально-экономического развития общества и рекомендации по ее корректировке.

ВВЕДЕНИЕ

Структура макроэкономики как большой системы может рассматриваться в качестве объекта математического моделирования на различных уровнях агрегирования. Основными функциями экономической системы являются размещение ресурсов, производство, распределение продукции и осуществление накопления [4, 8] (рис. 1).

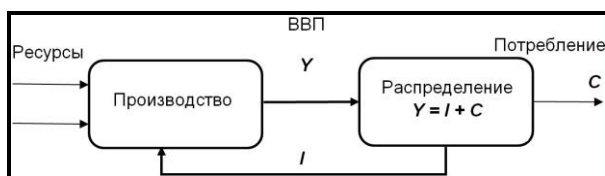


Рис. 1. Структурная модель экономики как подсистема общества

Являясь подсистемой общества в целом, экономика также представляет собой сложную систему, включающую производственные и непроизводственных (финансовые, логистические и др.) хозяйственные субъекты, находящиеся в производственно-технологических и / или организационно-хозяйственных связях.

Исследование социально-экономических систем с использованием аналитических моделей, по сравнению с другими подходами (когнитивное моделирование, построение регрессионных эконометрических моделей, нейросетевое моделирование) позволяет получить качественную картину изучаемого

явления при различных значениях основных параметров моделируемой системы [2, 10, 11].

Известны различные аналитические модели макроэкономических моделей в форме дифференциальных уравнений, в том числе линейных, например, модели Солоу, Леонтьева, Неймана и др. [3, 4, 6]. Однако известные математические модели не учитывают управляющие воздействия со стороны государства, определяющего социально-экономическую политику развития общества.

1. Методы исследования

Рассматриваются замкнутые социально-экономические системы [4], не взаимодействующие экономически, информационно, культурно и т.п. с другими социально-экономическими системами.

Вводятся следующие гипотезы.

Первая гипотеза. Замкнутая социально-экономическая система характеризуется двумя основными показателями:

- объемом производства Q в единицу времени известных к анализируемому периоду времени и необходимых ему материальных и духовных благ приходящегося на одного члена социально-экономической системы (сообщества);
- расслоением сообщества, оцениваемом среднеквадратичным отклонением σ в потреблении произведенных материальных и духовных благ.

Обоснованность введенной гипотезы основывается на понимании цели объединения в сообщество отдельных индивидуумов, состоящей в обеспечении наиболее комфортного существования за счет производства материальных и духовных благ при минимуме затрат труда на это производство (за счет разделения труда).

Стимулирующим источником развития производства для каждого члена сообщества является возможность перераспределения дополнительного произведенных материальных и духовных благ в свою пользу.

Оба показателя, имеющих одинаковую размерность, удобно измерять в единицах, не зависящих от социально-экономической формации, уровня производства, времени и т.п. Такой показатель имеется и применяется для характеристики развития цивилизации – количества энергии, потребляемой цивилизацией в единицу времени [9]. Этот показатель корректируется в сторону потребления энергии на одного члена сообщества.

Вторая гипотеза. Изменение во времени введенных показателей описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dQ}{dt} = F_1(Q, \sigma) \\ \frac{d\sigma}{dt} = F_2(Q, \sigma), \end{cases} \quad (2.1)$$

где F_1, F_2 – некоторые непрерывные и дифференцируемые функции.

Если социально-экономическая система находится в стационарном состоянии или близком к нему, определяемом как практическая неизменность показателей Q и σ за значимый для сообщества промежуток времени, то

$$\begin{cases} F_1(Q, \sigma) = 0 \\ F_2(Q, \sigma) = 0, \end{cases} \quad (2.2)$$

решением системы алгебраических уравнений (2.2) в общем случае являются пары чисел Q_{i0}, σ_{i0} ($i = 1, 2, \dots, N$), где N – число действительных корней уравнений (2.2). Областью изменения показателей являются $Q > 0, \sigma > 0$.

Эта гипотеза основана на известном факте изменения показателей социально-экономической системы Q, σ во времени. Этот процесс в общем случае записывается с помощью операторных уравнений:

$$\begin{cases} L_1(Q, \sigma, t) = 0 \\ L_2(Q, \sigma, t) = 0, \end{cases} \quad (2.3)$$

где L_1, L_2 – некоторые операторы, устанавливающие связь между введенными показателями и временем.

Уравнения (2.1) являются частным и простейшим вариантов использования таких операторов. Степень адекватности описания действительных процессов в социально-экономической системе с помощью уравнений (2.1) может быть оценена по проверяемым на опыте следующим из них статистическим результатам.

Третья гипотеза. При эволюционном развитии социально-экономической системы последняя в каждый момент времени находится в квазистационарном состоянии, и ее показатели близки к одному из стационарных решений Q_0, σ_0 уравнений (2.2). Это стационарное состояние может быть как устойчивым, в том числе и асимптотически, так и неустойчивым, по А.М. Ляпунову [1]. Асимптотическая устойчивость хотя и соответствует социально-экономической стабильности, но не обеспечивает развития системы.

Устойчивое (не асимптотически) состояние предполагает изменение показателей, но в определенных пределах. Возможен как их рост, так и падение на некоторую величину на определенных интервалах времени.

Неустойчивое состояние соответствует в среднем монотонному изменению показателей, что может быть оценено как положительно, так и отрицательно. С математической точки зрения это зависит от критерия оптимального развития, а с социальной представляет собой классовую оценку.

Ставится задача определения характера стационарного состояния социально-экономической системы, тенденцию ее развития и выявления возможности целенаправленного управления такой тенденцией.

2. Методы решения

Решение поставленной задачи основано на применении теории устойчивости по первому приближению [1], для чего составляются уравнения в вариациях для невозмущенной системы дифференциальных уравнений (2.1) в окрестности стационарного состояния Q_0, σ_0 :

$$\begin{cases} \frac{d\delta Q}{dt} = a_{11}\delta Q + a_{12}\delta\sigma; \\ \frac{d\delta\sigma}{dt} = a_{21}\delta Q + a_{22}\delta\sigma. \end{cases} \quad (3.1)$$

где $a_{11} = \left. \frac{F_1}{Q} \right|_{\substack{Q=Q_0 \\ \sigma=\sigma_0}}; a_{12} = \left. \frac{F_1}{\sigma} \right|_{\substack{Q=Q_0 \\ \sigma=\sigma_0}};$

$$a_{21} = \left. \frac{F_2}{Q} \right|_{\substack{Q=Q_0 \\ \sigma=\sigma_0}}; a_{22} = \left. \frac{F_2}{\sigma} \right|_{\substack{Q=Q_0 \\ \sigma=\sigma_0}}. \quad (3.2)$$

В общем случае a_{ij} ($i, j = 1, 2$) зависят от особенностей социально-экономической системы и могут принимать различные значения. Однако известно, что, как правило, $a_{11} < 0$, что соответствует объективной потребности не затрачивать усилия на производство материальных и духовных благ, характерного для соответствующего этапа развития общества.

Как правило, $a_{21} > 0$, что соответствует объективному стремлению каждого члена сообщества располагать возможностью перераспределения материальных и духовных благ в свою пользу с их ростом. Коэффициенты a_{12}, a_{22} характеризуют субъективное влияние сообщества, обычно в лице государственного аппарата, на производство и распределение материальных и духовных благ. Величину a_{12} (если $a_{12} > 0$) можно интерпретировать как уровень предпочтений со стороны государства для производства, а a_{22} – как уровень выравнивания доходов членов сообщества, например, в форме установления нормирования зарплаты, прогрессивного налогообложения для наиболее обеспеченных его членов и выдачи субсидий для наиболее нуждающихся и т.п.

Решение системы дифференциальных уравнений (3.1) разыскивается в форме [1]:

$$\begin{cases} \delta Q = U_0 e^{\lambda t}; \\ \delta\sigma = V_0 e^{\lambda t}, \end{cases} \quad (3.3)$$

где U_0, V_0 – постоянные, определяемые из начальных условий, λ – характеристический показатель.

Характер стационарной точки Q_0, σ_0 зависит от значения характеристического показателя λ , определяемого из характеристического уравнения:

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0. \quad (3.4)$$

Для оговоренных знаков коэффициентов a_{ij} корни λ_1, λ_2 уравнения (3.4) – действительные числа, причем как минимум одно из них больше нуля, а это соответствует неустойчивости стационарного состояния Q_0, σ_0 .

3. Анализ результатов и методы корректировки социально-экономических процессов

Особой наглядностью обладают фазовые траектории социально-экономических процессов, устанавливающие связь между показателями Q, σ :

$$\Phi(Q, \sigma) = 0. \quad (4.1)$$

Для построения фазовых траекторий первое уравнение (3.1) делится на второе

$$\frac{d\delta Q}{d\delta\sigma} = \frac{a_{11}\delta Q + a_{12}\delta\sigma}{a_{21}\delta Q + a_{22}\delta\sigma}. \quad (4.2)$$

Уравнение (4.2) можно решать численными методами, однако качественный вид решения, удобного

для анализа, можно получить методом изогональных траекторий [1]. Здесь возможны два различных случая, характеризующихся соответствующими фазовыми портретами с асимптотами *KL*, *MN*, при приближении к которым один из показателей возрастает, а другой убывает (рис. 2).

Однако следует иметь в виду, что уравнение (3.1), на основе которого построены фазовые траектории получены в результате линеаризации уравнения (2.1) и выводы справедливы только для малых δQ и $\delta \sigma$. Направление движения изображающей точки по фазовым траекториям определяется знаком правых частей уравнений (3.1), а скорость – величинами корней λ_1 и λ_2 характеристического уравнения (3.4).

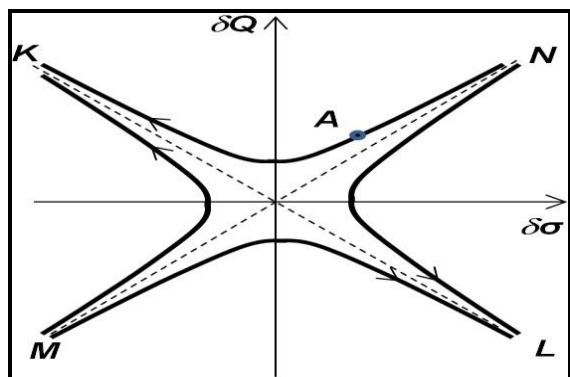


Рис. 2. Фазовый портрет социально-экономических систем для случая $a_{12} / a_{11} < a_{22} / a_{21}$

В предложенной модели социально-экономической системы коэффициенты a_{12} , a_{22} зависят от степени участия государства в управлении развитием системы. При полном отсутствии такого участия $a_{12} = a_{22} = 0$. Тогда фазовый портрет вырождается и имеет вид, представленный на рис. 3а.

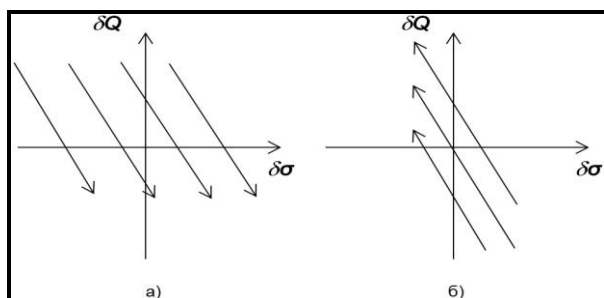


Рис. 3. Фазовые портреты вырожденных экономических систем: а) $a_{12} = a_{22} = 0$; б) $a_{22} \gg a_{21}$; $a_{12} \gg a_{11}$

Анализ показывает, что производство падает, а расслоение в доходах возрастает. Если допустить, что уравнение (3.1) справедливо, и на достаточно большом интервале изменения δQ , $\delta \sigma$, то, имея в виду, что $Q > 0$, $\sigma > 0$, можно сделать вывод о том, что такой метод функционирования социально-экономической системы приводит к увеличению расслоения до определенного предела и сокращению производства в пределе до нуля.

Если же государство полностью подчиняет себе управление социально-экономической системой, то

$a_{12} \gg a_{11}$, $a_{22} \gg a_{21}$, и тогда фазовый портрет отличается от предыдущего направлением движения изображающей точки по фазовой траектории (рис. 3б).

В этом случае расслоение по доходам снижается до нуля, а производство материальных и духовных благ стремится к определенной величине.

По мнению авторов, эти явления качественно подтверждаются такими известными реальными экономическими проектами, как шоковая терапия, тотальное плановое регулирование экономики.

Обсуждаемая математическая модель социально-экономического развития общества позволяет и целенаправленно управлять таким развитием.

Действительно, если, например, в результате замеров Q , σ в некоторый промежуток времени установлено, что социально-экономическая система находится в точке *A* (рис. 1а), для которой

$$K_A = \frac{\delta Q_A}{\delta \sigma_A} < K_1, \tag{4.3}$$

$$\text{где } K_1 = \frac{a_{11} - a_{22}}{2a_{21}} + \frac{\sqrt{(a_{11} - a_{22})^2 + 4a_{12}a_{21}}}{2a_{21}}, \tag{4.4}$$

то это соответствует тенденции снижения производства и росту расслоения в доходах членов общества (при незначительном их снижении на начальном этапе).

Если сообщество ставится цель изменить эту тенденцию на противоположную росту производства и снижению расслоения по доходам, то следует изменить коэффициенты a_{12} , a_{22} так, чтобы это соответствовало фазовому портрету (рис. 1б). Математически это изменение обусловлено изменением угловых коэффициентов асимптот, а для практического достижения этой цели следует увеличить поддержку малоимущим и снизить предпочтения для производителей.

4. Идентификация параметров социально-экономической системы

Для поставленной задачи моделирования социально-экономических процессов идентификация параметров состоит в определении точки стационарного состояния Q_0 , σ_0 в уравнениях (2.2) и коэффициентов a_{ij} в уравнениях (3.1).

Однако следует учитывать, что разработанная модель описывает процессы в замкнутой социально-экономической системе, и поэтому для реальных систем (семья, предприятие, государство, союз государств и т.д.) она может быть использована только для приближенного описания.

Величины параметров Q_0 и σ_0 определяются для соответствующих моментов времени из анализов результатов предшествующего функционирования социально-экономической системы. Для определения коэффициентов a_{ij} ($i, j = 1, 2$) требуется осуществить минимум четыре измерения для двух различных моментов времени в предположении, что за промежуток времени между замерами параметры a_{ij} не изменяются, или использовать предыдущие замеры в том же предположении:

$$\delta \dot{Q}_i, \delta \dot{Q}_j, \delta \dot{\sigma}_i, \delta \dot{\sigma}_j = t_i,$$

$$\delta \dot{Q}_2, \delta Q_2, \delta \sigma_2 \text{ nput} = t_2.$$

Тогда, в соответствии с (3.1), имеет место система четырех алгебраических уравнений относительно четырех неизвестных параметров:

$$\begin{cases} a_{11} \delta Q_1 + a_{12} \delta \sigma_1 = \delta \dot{Q}_1; \\ a_{21} \delta Q_1 + a_{22} \delta \sigma_1 = \delta \dot{\sigma}_1; \\ a_{11} \delta Q_2 + a_{12} \delta \sigma_2 = \delta \dot{Q}_2; \\ a_{21} \delta Q_2 + a_{22} \delta \sigma_2 = \delta \dot{\sigma}_2. \end{cases} \quad (5.1)$$

Уравнение (5.1) разбиваются на две независимые системы линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} a_{11} \delta Q_1 + a_{12} \delta \sigma_1 = \delta \dot{Q}_1; \\ a_{11} \delta Q_2 + a_{12} \delta \sigma_2 = \delta \dot{Q}_2; \end{cases} \quad (5.2)$$

$$\begin{cases} a_{21} \delta Q_1 + a_{22} \delta \sigma_1 = \delta \dot{\sigma}_1; \\ a_{21} \delta Q_2 + a_{22} \delta \sigma_2 = \delta \dot{\sigma}_2; \end{cases} \quad (5.3)$$

откуда получаем

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{\delta \dot{Q}_1 \delta \sigma_2 - \delta \dot{Q}_2 \delta \sigma_1}{\delta Q_1 \delta \sigma_2 - \delta Q_2 \delta \sigma_1}; \quad a_{12} = \frac{\delta Q_1 \delta \dot{Q}_2 - \delta Q_2 \delta \dot{Q}_1}{\delta Q_1 \delta \sigma_2 - \delta Q_2 \delta \sigma_1}; \\ a_{21} &= \frac{\delta \dot{\sigma}_1 \delta \sigma_2 - \delta \dot{\sigma}_2 \delta \sigma_1}{\delta Q_1 \delta \sigma_2 - \delta Q_2 \delta \sigma_1}; \quad a_{22} = \frac{\delta Q_1 \delta \dot{\sigma}_2 - \delta Q_2 \delta \dot{\sigma}_1}{\delta Q_1 \delta \sigma_2 - \delta Q_2 \delta \sigma_1}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Таким образом, статистически определяемые коэффициенты a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} в совокупности характеризуют то, насколько государственная политика экономического развития общества является социально ориентированной. Чем больше a_{12} , тем сильнее государство поддерживает и защищает своего производителя. Чем меньше a_{22} , тем существеннее сокращается уровень неравенства и расслоения в обществе.

ВЫВОДЫ

1. Построена экономико-математическая модель социально-экономической системы, позволяющая исследовать влияние государства, как регулятора социально-экономической системы, определяющего проведение стимулирующей и фискальной финансовой политики в обществе. С использованием предложенной математической модели получены качественные результаты эволюции макроэкономических показателей при различных сочетаниях параметров моделируемой системы.
2. Значения параметров модели (a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22}) характеризуют текущее состояние моделируемой системы и тенденции ее эволюции. Меняя значения экзогенных параметров a_{12} и a_{22} , можно обеспечить качественное изменение фазовых портретов, необходимое для достижения желаемых результатов в развитии моделируемой социально-экономической системы.

Литература

1. Андронов А.А. и др. Качественная теория динамических систем второго порядка [Текст] / А.А. Андронов, Е.А. Леонтович, И.И. Гордон, А.Г. Майер. – М. : Наука; Гл. ред. физ.-мат. литры, 1966. – 568 с.
2. Афанасьев М.В. и др. Инновационное развитие национальной экономики в контексте современной теории управления социально-экономическими системами [Текст] / М.В. Афанасьев и др. // Экономика и предпринимательство. – 2014. – №12 ; ч. 4. – С. 139-142.
3. Брискин Е.С. и др. Об оптимальном управлении ресурсами [Текст] / Е.С. Брискин, Л.Е. Козлова, Е.В. Мельникова, А.С. Мельников // Изв. Волгоградского гос. техн. ун-та. – 2016. – №3. – С. 107-110.

4. Колемаев В.А. Математическая экономика [Текст] / В.А. Колемаев. – 3-е изд., стереотип. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2005. – 399 с.
5. Макконнелл К.Р. Экономикс: принципы, проблемы и политика [Текст] : пер. с 14-го англ. изд. / К.Р. Макконнелл, С.Л. Брю. – М. : ИНФРА-М, 2003. – XXXVI, 972 с.
6. Рогачев А.Ф. Моделирование оптимальных инвестиционных стратегий фирмы в условиях неопределенности [Текст] / А.Ф. Рогачев, Д.А. Мелихов // Изв. Оренбургского гос. аграрного ун-та. – 2009. – Т. 4 ; №24-1. – С. 129-132.
7. Рогачев А.Ф. и др. Математическое моделирование налоговых механизмов для обеспечения экологической и продовольственной безопасности с учетом межотраслевых экстерналий [Текст] / А.Ф. Рогачев, А.В. Шохнех, Т.В. Плещенко // Аудит и финансовый анализ. – 2016. – №1. – С. 13-15.
8. Скитер Н.Н. Моделирование и анализ эффективности государственного регулирования производственного сектора [Текст] / Н.Н. Скитер, А.Ф. Рогачев // Экономические науки. – 2010. – №62. – С. 28-33.
9. Устюжанина Е.В. Системное моделирование производства, распределения и потребления [Текст] / Е.В. Устюжанина // Экономика и математические методы. – 1987. – Т. 23 ; вып. 1. – С. 180-181.
10. Шохнех А.В. и др. Совершенствование налоговых механизмов обеспечения экологической безопасности на основе математического моделирования межотраслевых экстерналий [Текст] / А.В. Шохнех, А.Ф. Рогачев, Н.Н. Скитер. – Уфа : АЗТЕРНА, 2017.
11. Rogachev A.F. et al. Manufacturing and consumption of agricultural products as a tool of food security management in Russia [Text] / A.F. Rogachev, T.I. Mazaeva, A.V. Shokhnekh // Revista galega de economia. – 2016. – Vol. 25; no. 2. – Pp. 87-94.
12. Rogachev A. Economic and mathematical modeling of food security level in view of import substitution [Text] / A. Rogachev // Asian social science. – 2015. – Vol. 11 ; no. 20. – Pp. 178-184.
13. Skiter N.N. et al. Modeling ecological security of a state [Text] / N.N. Skiter, A.F. Rogachev, T.I. Mazaeva // Mediterian j. of social science. – 2015. – Vol. 6; no. 3. – P. 6.

Ключевые слова

Социально-экономическая система; математическое моделирование; дифференциальные уравнения; фазовый портрет; идентификация параметров; государственное регулирование.

Брискин Евгений Самуилович

Рогачев Алексей Фруминович

Козлова Лидия Евгеньевна

РЕЦЕНЗИЯ

Актуальность проблемы. Моделирование государственной политики в области регулирования экономического развития общества требует построения адекватных экономико-математических моделей (ЭММ), учитывающих в динамике влияние различных групп факторов. Рассмотрение управляющих воздействий на социально-экономические системы, включая меры воздействия на социальный уровень населения, требует построения соответствующих ЭММ, что и определяет актуальность рассматриваемой в статье проблематики.

Научная новизна и практическая значимость. В статье описана экономико-математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений, характеризующих эволюцию макроэкономических показателей закрытой социально-экономической системы с учетом управляющего воздействия со стороны государства с учетом расслоения населения по уровню доходов. Модель позволяет исследовать влияние государства, как регулятора социально-экономической системы, определяющего проведение стимулирующей и фискальной финансовой политики в обществе. Получены качественные результаты эволюции макроэкономических показателей при различных сочетаниях параметров моделируемой системы.

Заключение: рецензируемая статья отвечает требованиям, предъявляемым к научным публикациям, и может быть рекомендована к опубликованию.

Шохнех А.В., д.э.н., профессор, кафедра менеджмента и экономики образования Волгоградского государственного социально-педагогического университета, г. Волгоград.

[Перейти на ГЛАВНОЕ МЕНЮ](#)